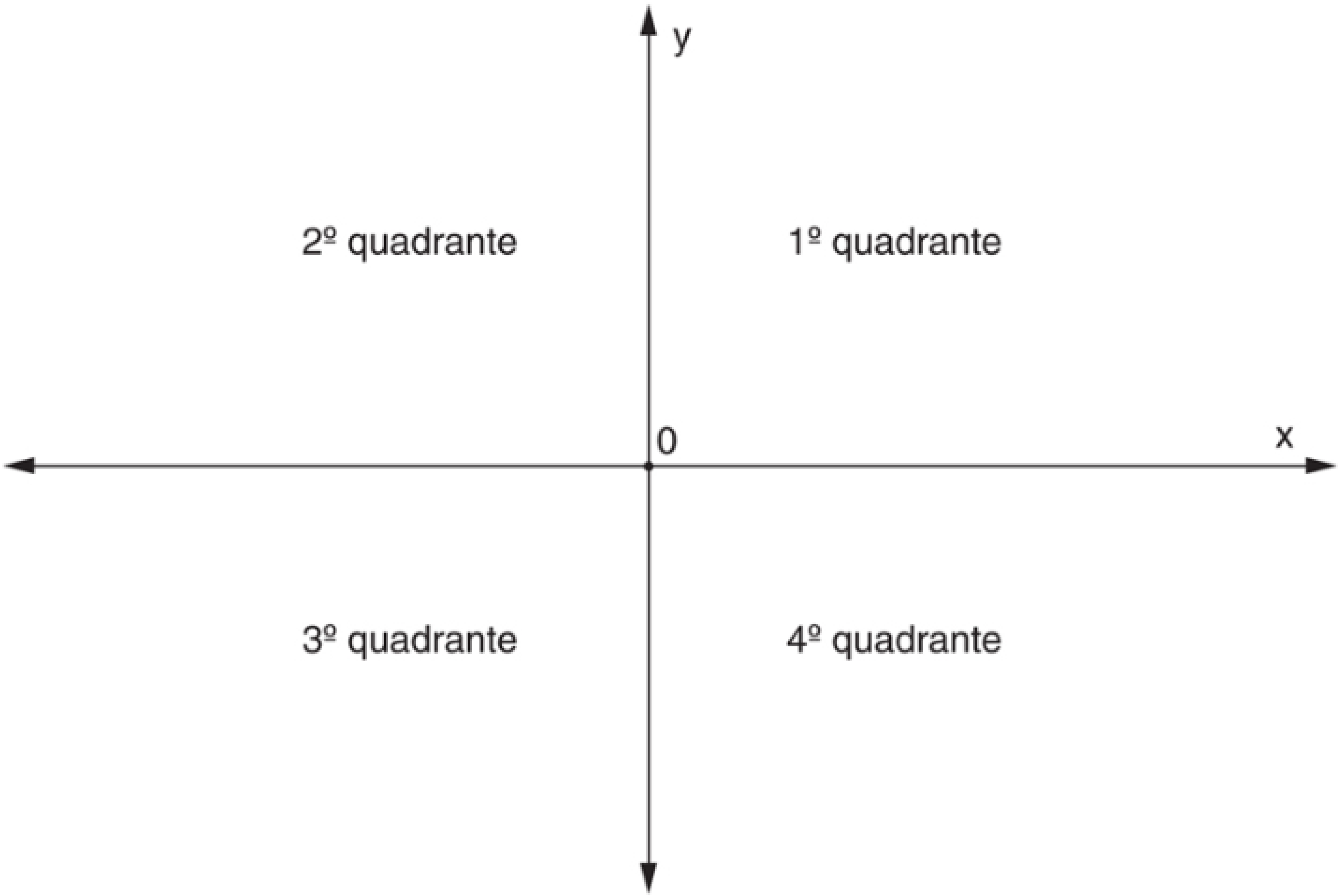
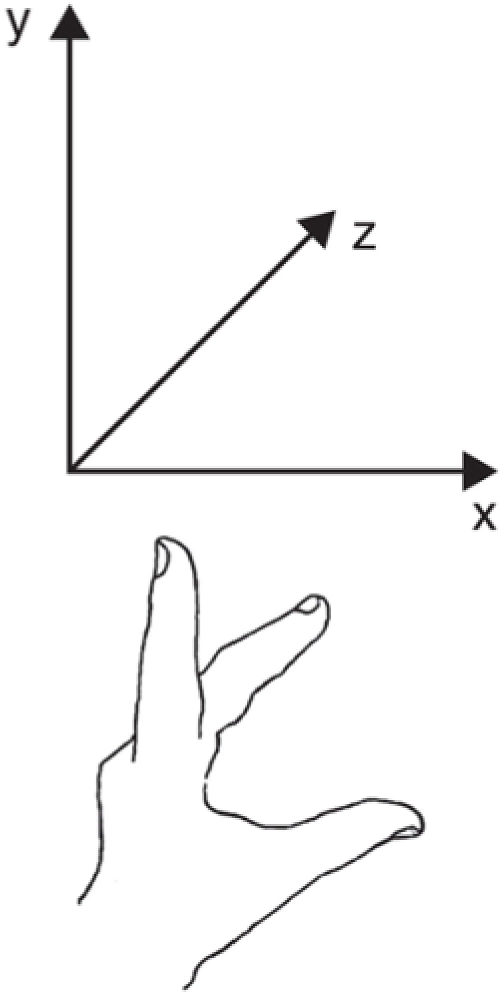
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
COMPUTAÇÃO GRÁFICA CMP 1170
PROF. MSC. GUSTAVO VINHAL

Aula 02
Transformações Geométricas

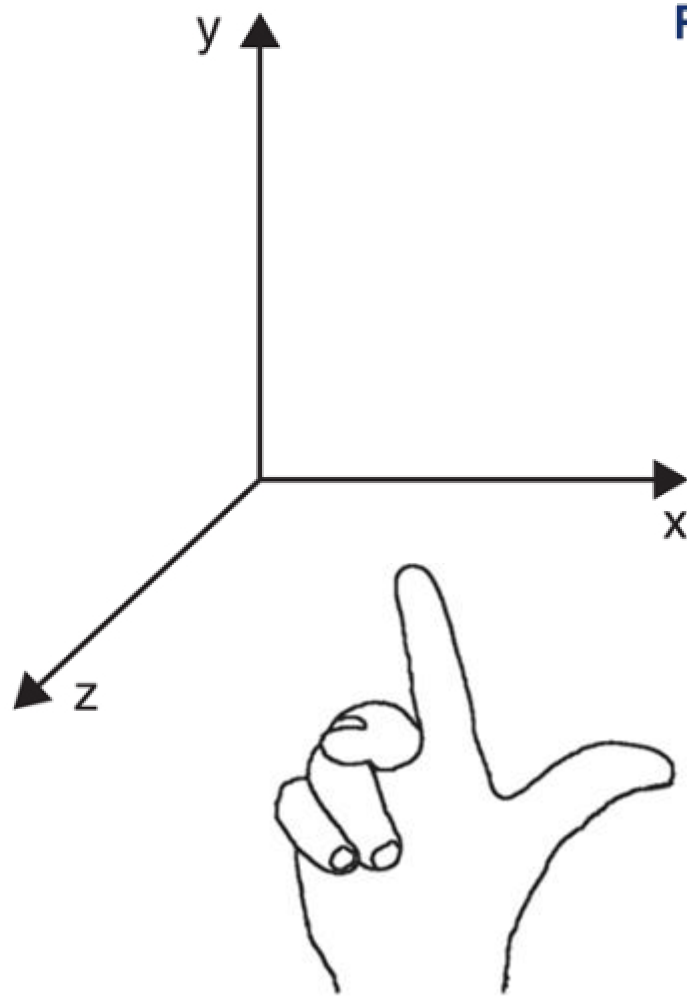
Sistemas de Coordenadas



Sistemas de Coordenadas



Mão Esquerda

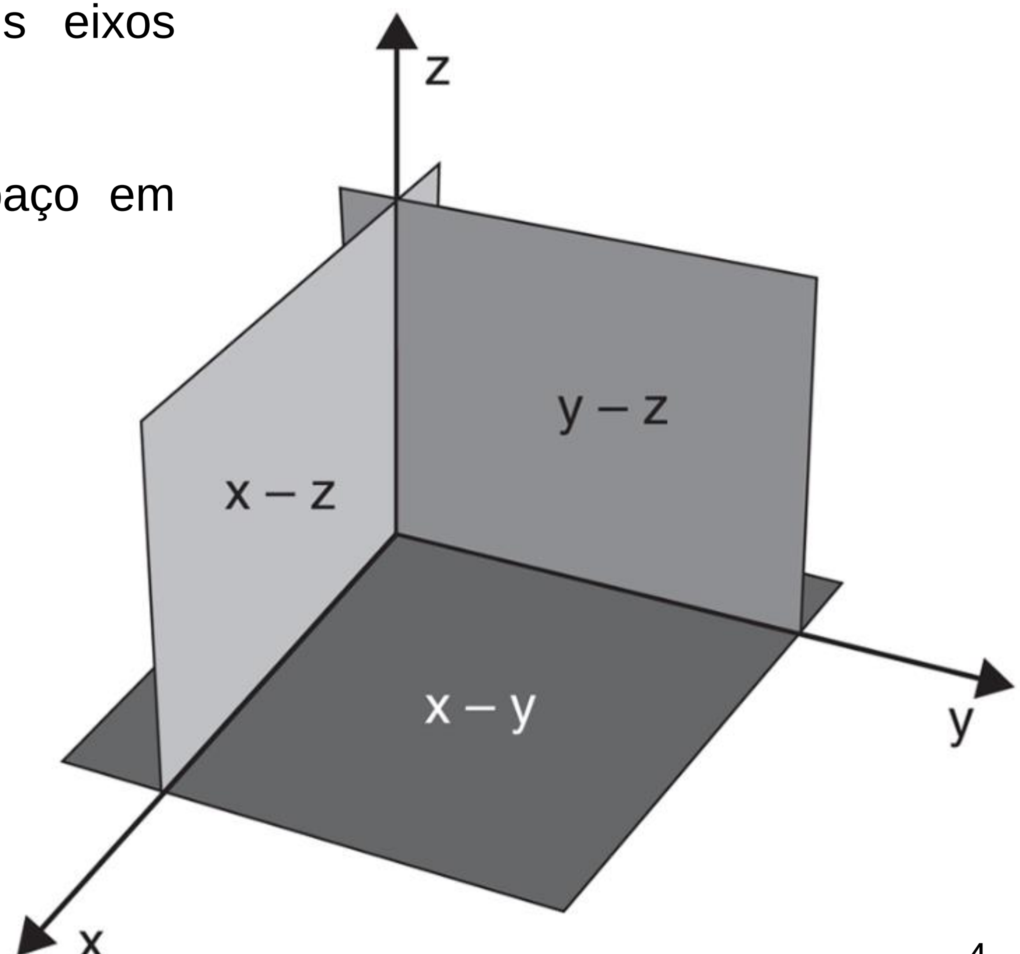


Mão Direita

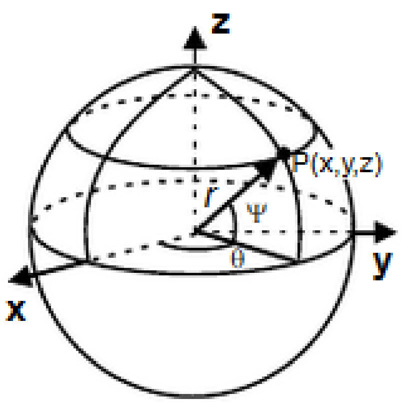
PUC GOIÁS

Sistemas de Coordenadas

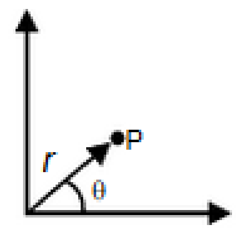
- O agrupamento de cada dois eixos geram um plano.
- Tais planos subdividem o espaço em oito octantes.



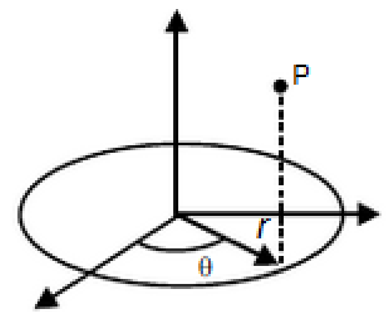
Sistemas de Coordenadas



Coordenadas Esféricas

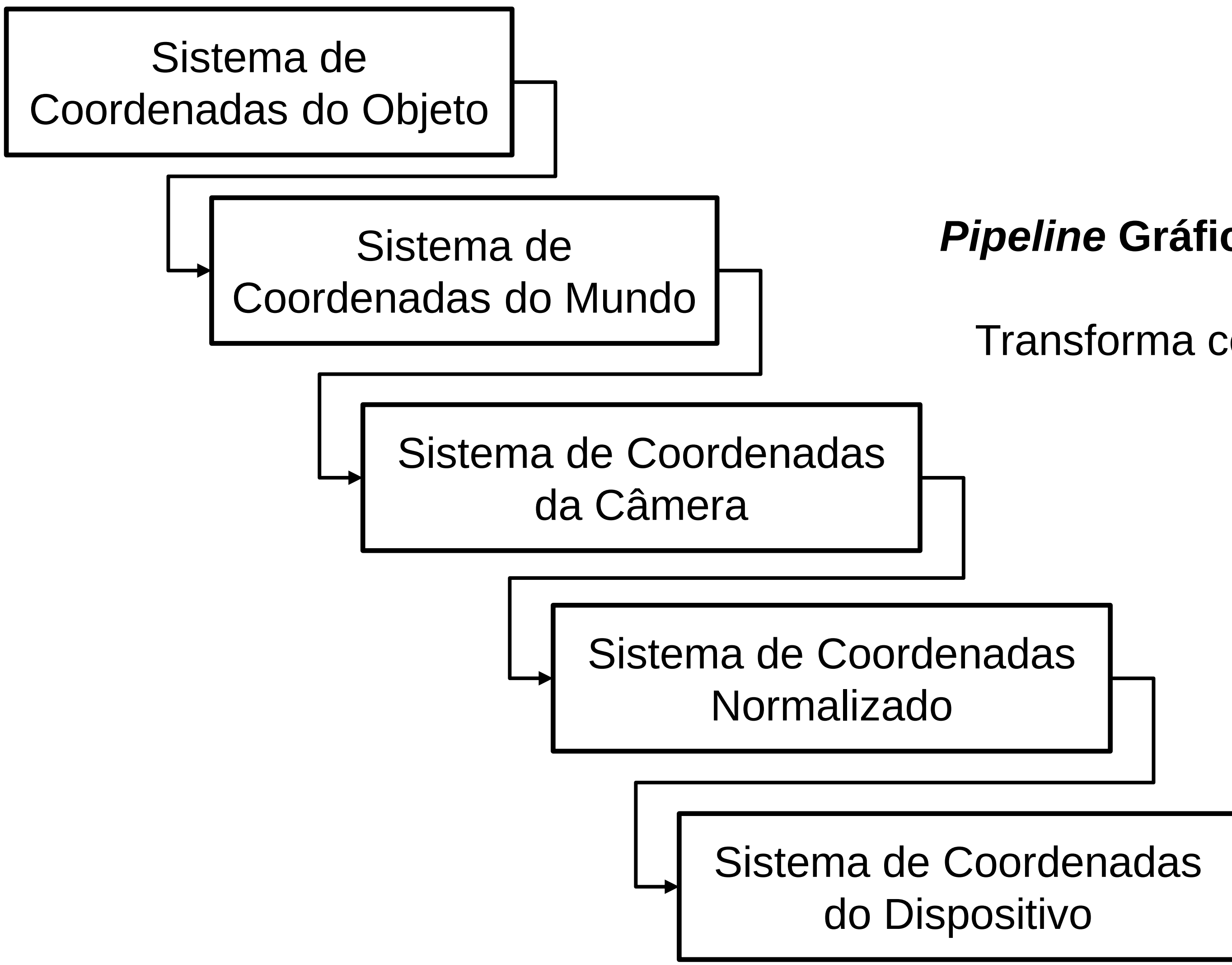


Coordenadas Polares



Coordenadas Cilíndricas

Sistemas de Coordenadas



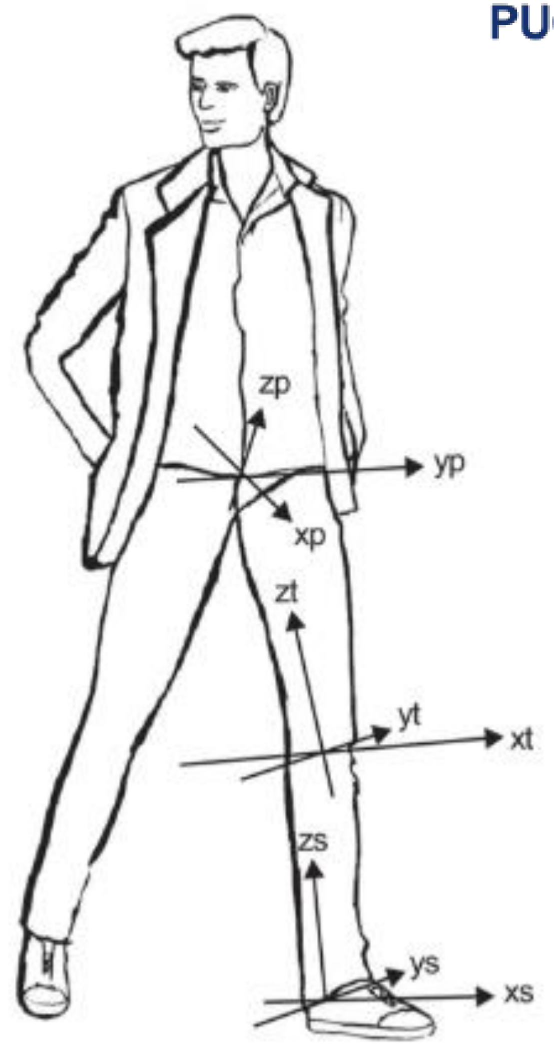
***Pipeline* Gráfico (renderização):**

Transforma cenas 3D em 2D.

Sistemas de Coordenadas

Sistema de Coordenadas do Objeto:

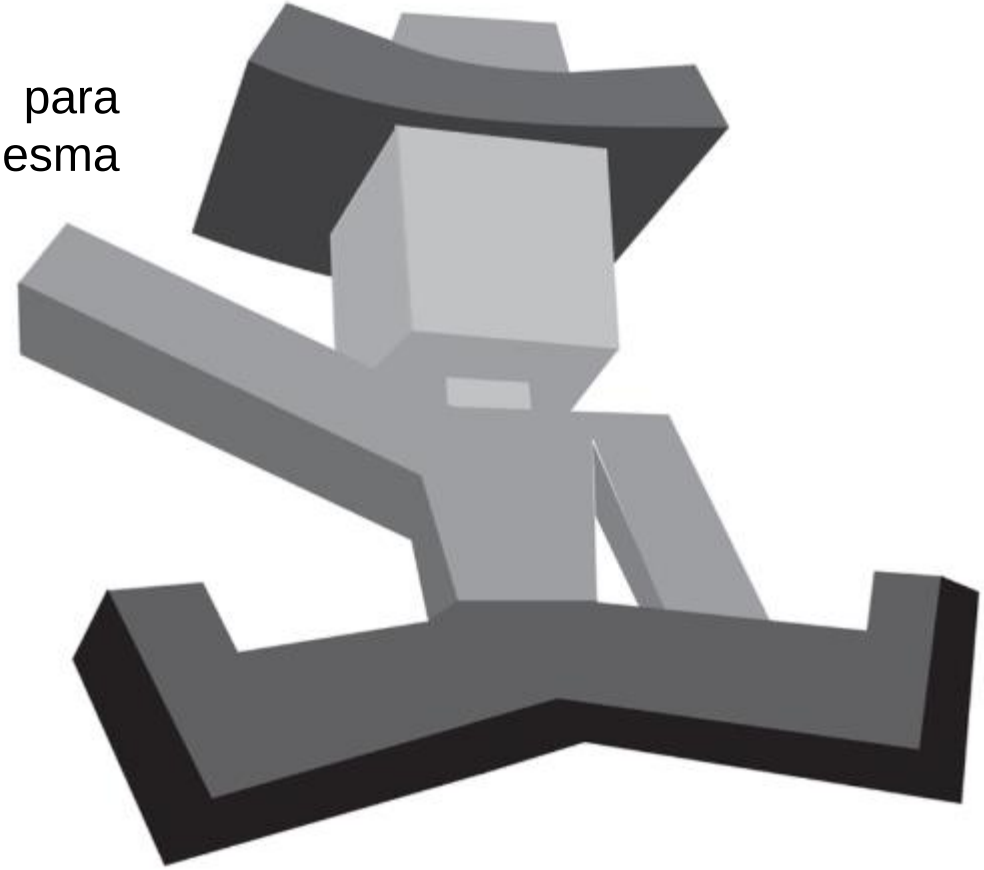
- A referência é relativa ao próprio objeto.
- Cada objeto, dentro de uma mesma cena, possui seu próprio sistema de coordenadas.



Sistemas de Coordenadas

Sistema de Coordenadas do Universo:

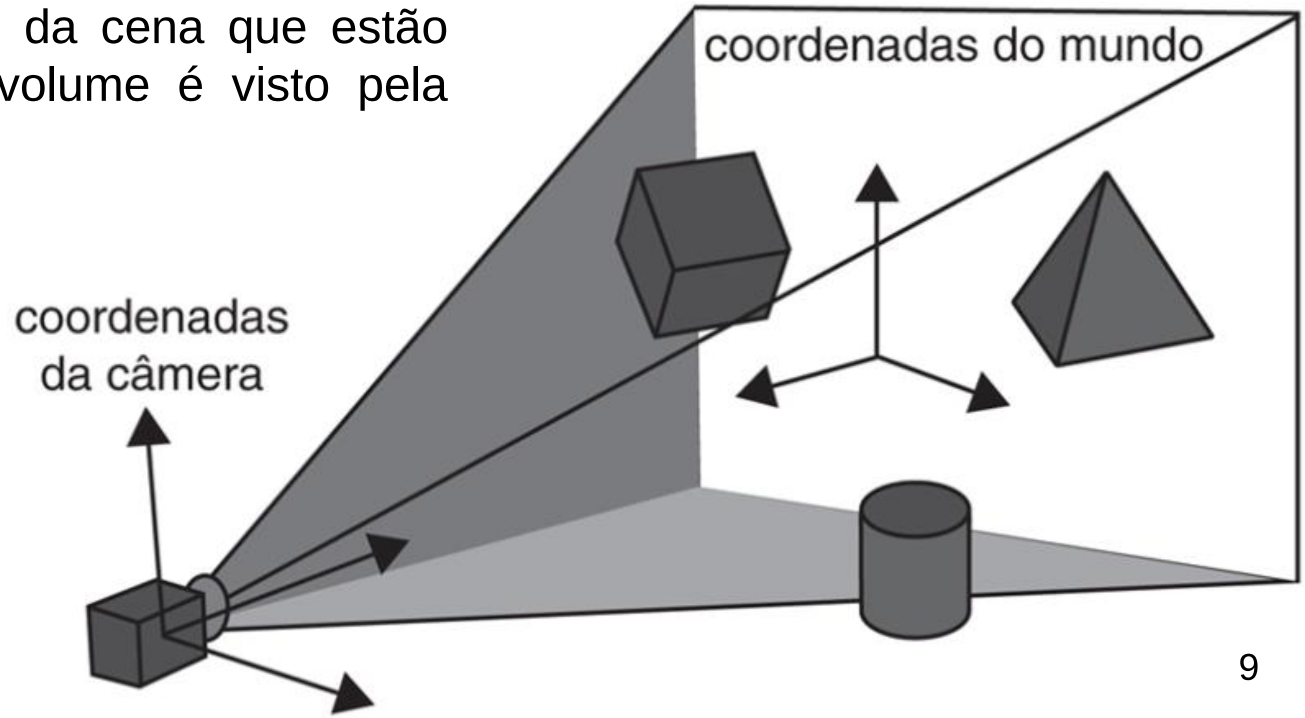
- A referência é única, universal, para todos os objetos dentro de uma mesma cena.



Sistemas de Coordenadas

Sistema de Coordenadas da Câmera:

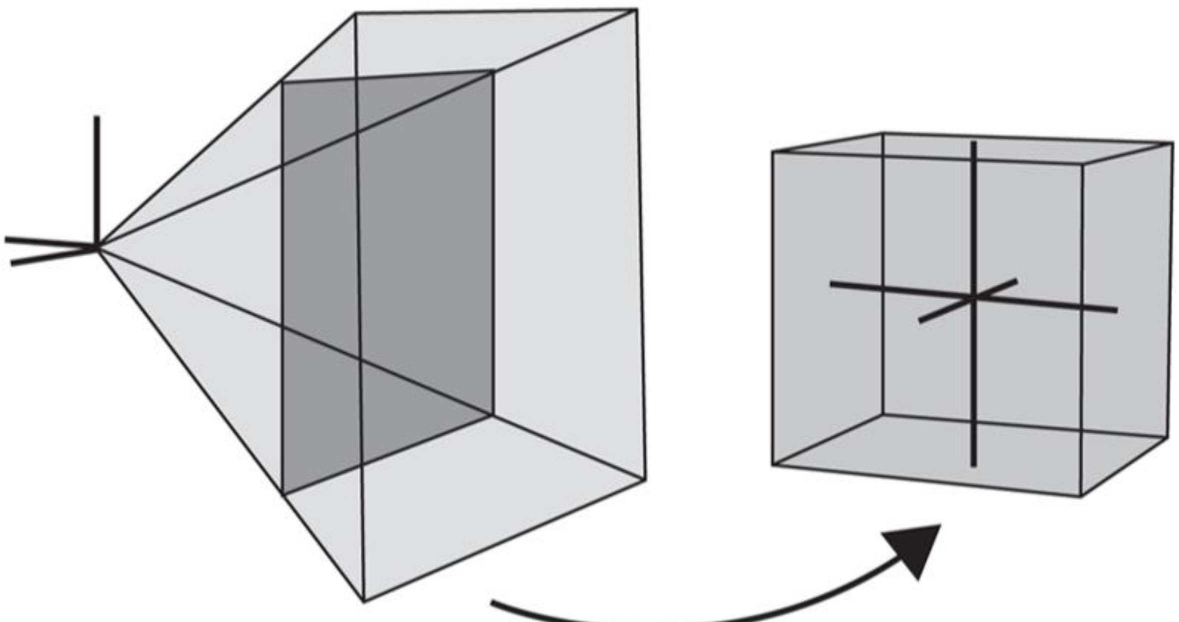
- A visão da câmera é limitada por um **volume de visão da câmera**;
- Apenas os objetos da cena que estão no interior desse volume é visto pela câmera.



Sistemas de Coordenadas

Sistema de Coordenadas Normalizado:

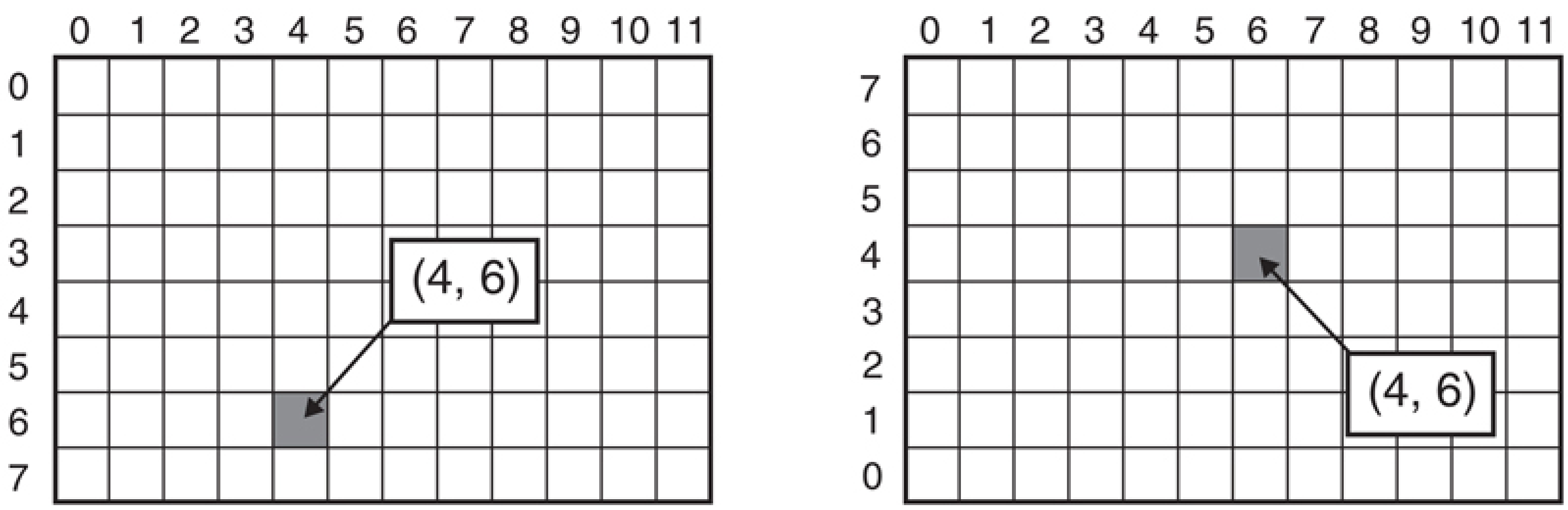
- Padroniza o volume de visão em uma representação única;
- Desassocia as configurações da câmera do dispositivo final utilizado.



Sistemas de Coordenadas

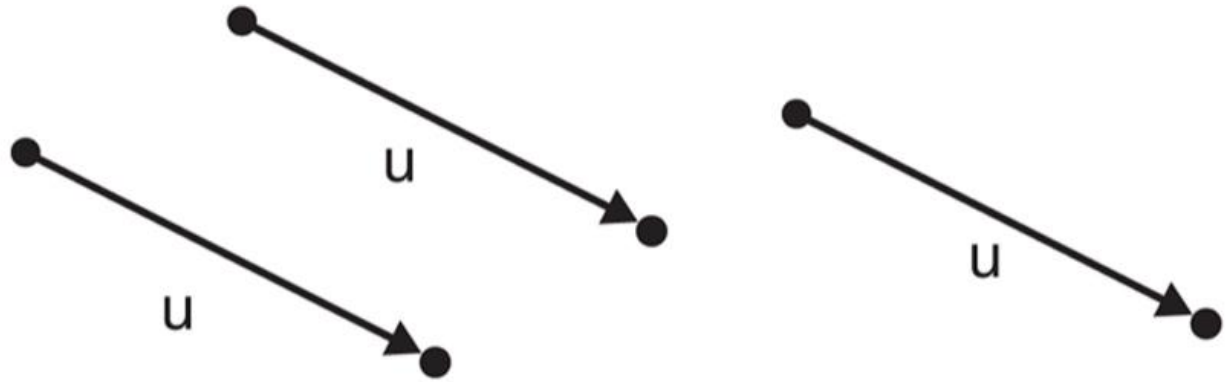
Sistema de Coordenadas do Dispositivo:

- Sistema dependente do dispositivo a ser utilizado para exibição das imagens.



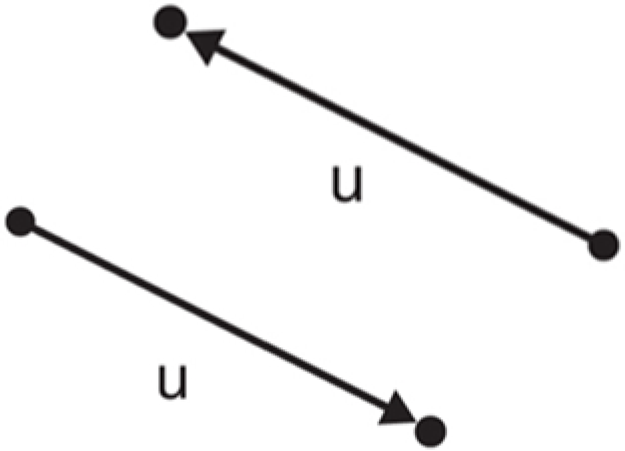
Vetores

- Vetor é a representação que simboliza direção;
- Um vetor descreve uma direção e uma magnitude (além de possuir sentido);
- Posições do espaço estão associadas a pontos.
- Um vetor é definido por dois pontos: o inicial e o final;



Vetores

- A ordem dos pontos importam: a magnitude e direção se mantem, porém o sentido é alterado;

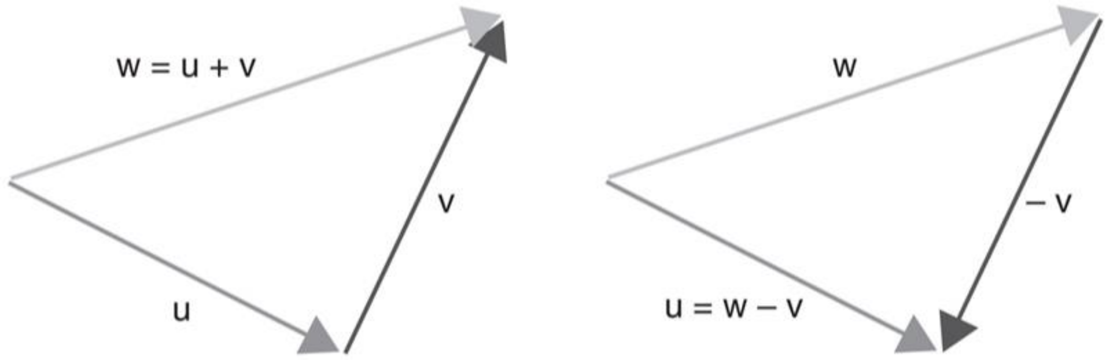


- A magnitude (norma) é dada por:

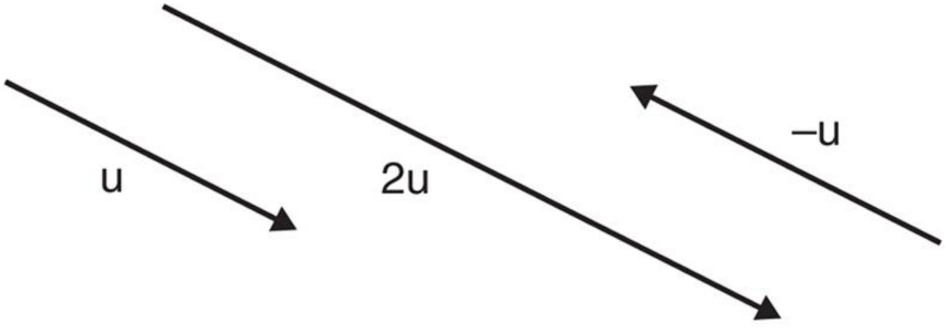
$$|v| = < x, y, x > = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Vetores

- Soma e subtração:



- Multiplicação por um escalar:



Vetores

- **Produto interno:** é utilizado para testar se dois vetores são ortogonais.

$$v \cdot w = |v| * |w| * \cos(\theta)$$

- **Produto Vetorial:** é utilizado para verificar se dois vetores são paralelos.

$$|v \times w| = |v| * |w| * \operatorname{sen}(\theta)$$

PUC GOIÁS

Matrizes em Computação Gráfica

- Matrizes são mais fáceis de usar e entender do que as equações algébricas

- As matrizes são parecidas com o modelo organizacional da memória dos computadores

- Matrizes quadradas:

  - 2x2 para 2D (x, y)
  - 3x3 para 3D (x, y, z)

Pontos, Vetores e Matrizes

- Vetores linhas ou vetores colunas
  - $A = (2, 3) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} ou \; [2\;3]$
- Matriz quadrada
  - $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

Aritmética de Vetores e Matrizes

- Adição: $[2\ 3\ 1] + [1\ 1\ 1] = [3\ 4\ 2]$
- Subtração: $[2\ 3\ 1] - [1\ 1\ 1] = [1\ 2\ 0]$
- Multiplicação por escalar:

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 1 \\ 1{,}5 & 2 \end{bmatrix}$$

- Transposta

$$[2\ 3]^T = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Aritmética de Vetores e Matrizes

- Multiplicação entre Matrizes:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1x7 + 2x5 & 1x6 + 2x0 \\ 3x7 + 4x5 & 3x6 + 4x0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 6 \\ 41 & 18 \end{bmatrix}$$

Transformações em Pontos e Objetos

Translação:

•Pontos no Plano xy podem ser transladados a novas posições através da adição de quantidades de translação às coordenadas de todos os seus pontos.

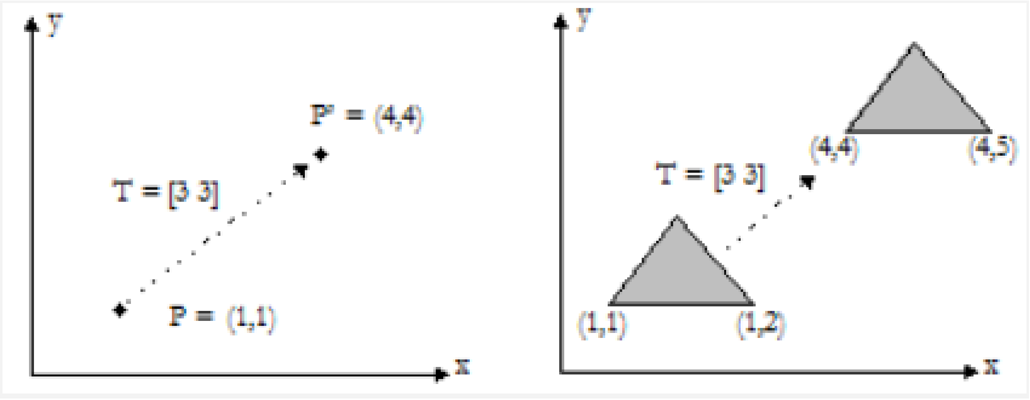
•Para mover um ponto P(x,y) a distância e direção definida pelo vetor (Dx,Dy), podemos escrever:

•x’ = x + Dx;

•y’ = y + Dy.

•Em notação matricial:

•P = [x y], P’ = [x’ y’], T = [Dx Dy]



PUC GOIÁS

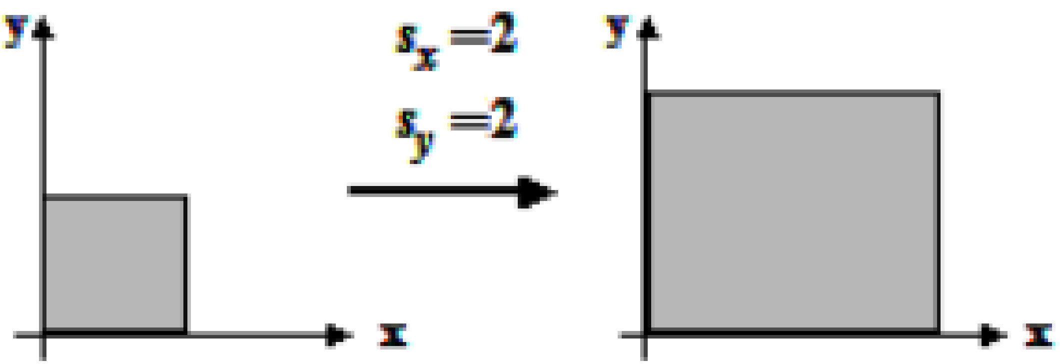
Transformações em Pontos e Objetos

Escalonamento:

•Pontos no Plano xy podem ser escalonados (esticados) por fatores de escala Sx e Sy através de multiplicação:

•x' = x . Sx, y' = y . Sy.

•Onde o novo ponto é resultado da multiplicação do ponto pela escala.



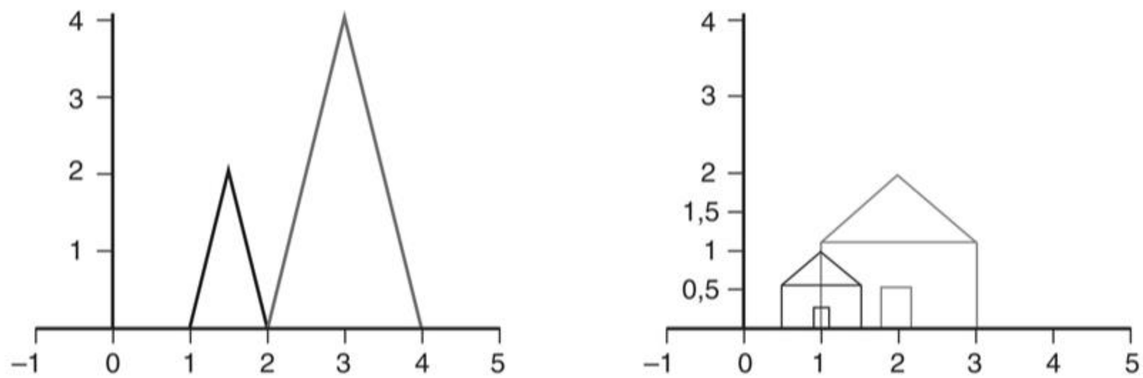
$$[x'y'] = [x\ y] = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

Transformações em Pontos e Objetos

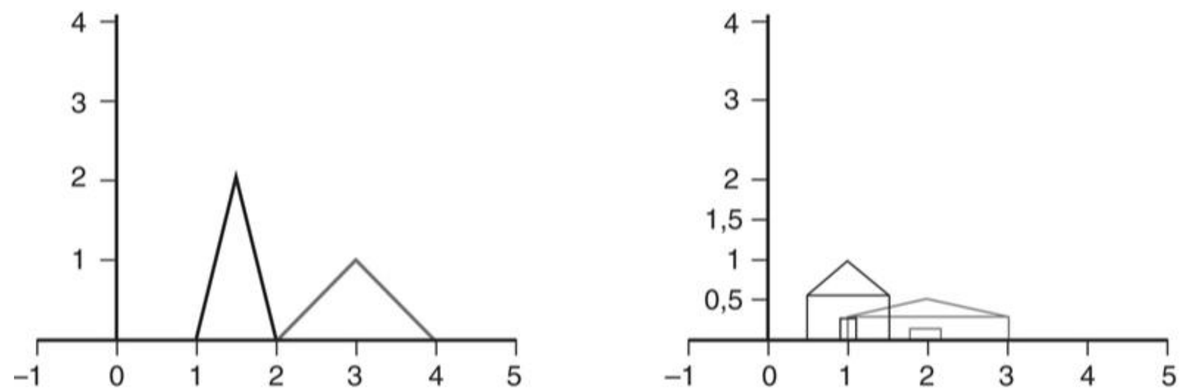
Escalonamento:

• Para manter as proporções do objeto o fator de escala deve ser igual para todos os eixos, caso contrário a figura irá sofrer alterações.

Fator de escala igual:



Fator de escala diferente:



PUC GOIÁS

Transformações em Pontos e Objetos

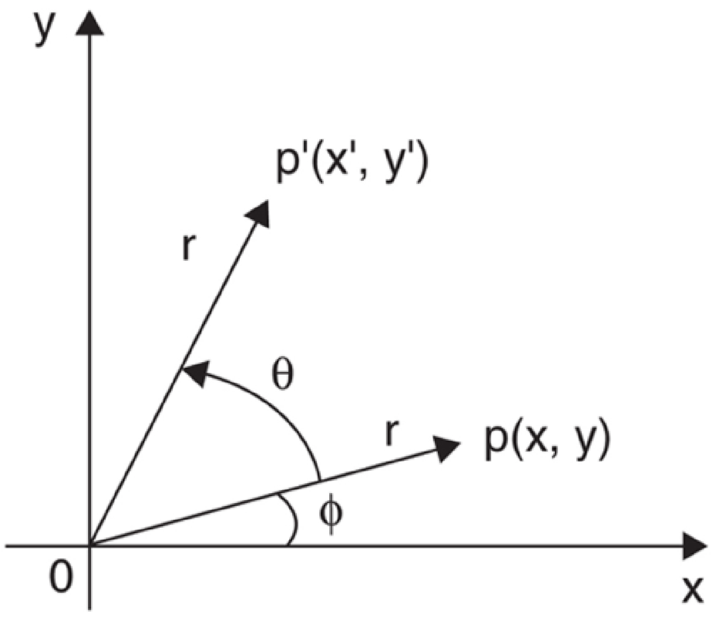
Rotação:

- Pontos no plano são rotacionados ao redor da origem.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = r * \cos(\sigma)$$

$$y = r * \mathrm{sen}(\sigma)$$



Transformações em Pontos e Objetos

Rotação:

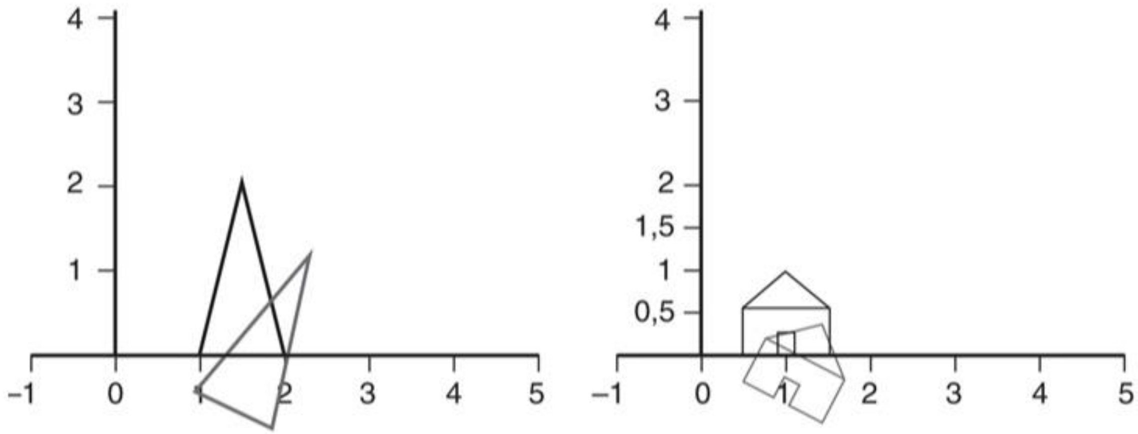
- Pontos são rotacionados através da fórmula:

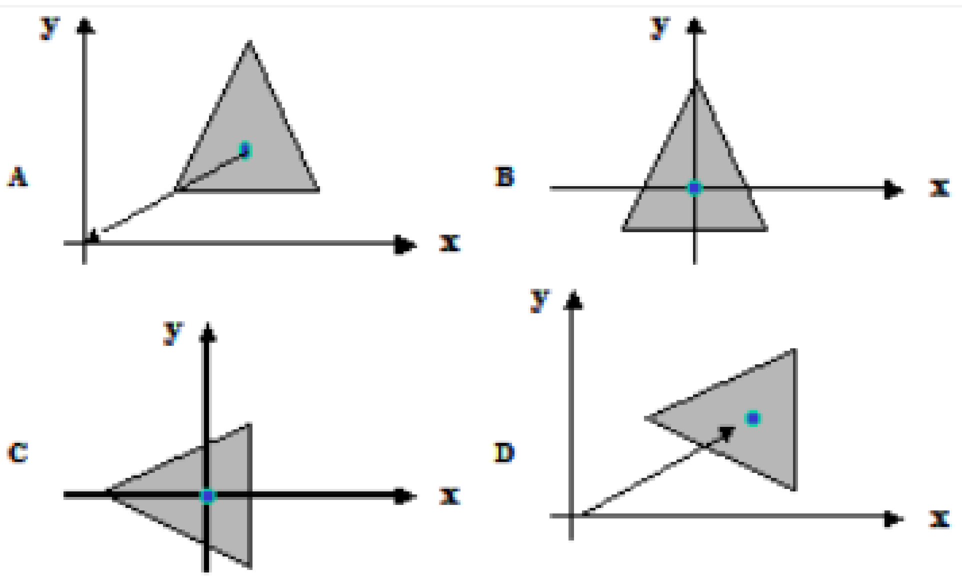
$$x' = x * \cos(\theta) - y * \mathrm{sen}(\theta)$$
$$y' = y * \cos(\theta) + x * \mathrm{sen}(\theta)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\mathrm{sen}(\theta) \\ \mathrm{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Transformações em Pontos e Objetos

Rotação:

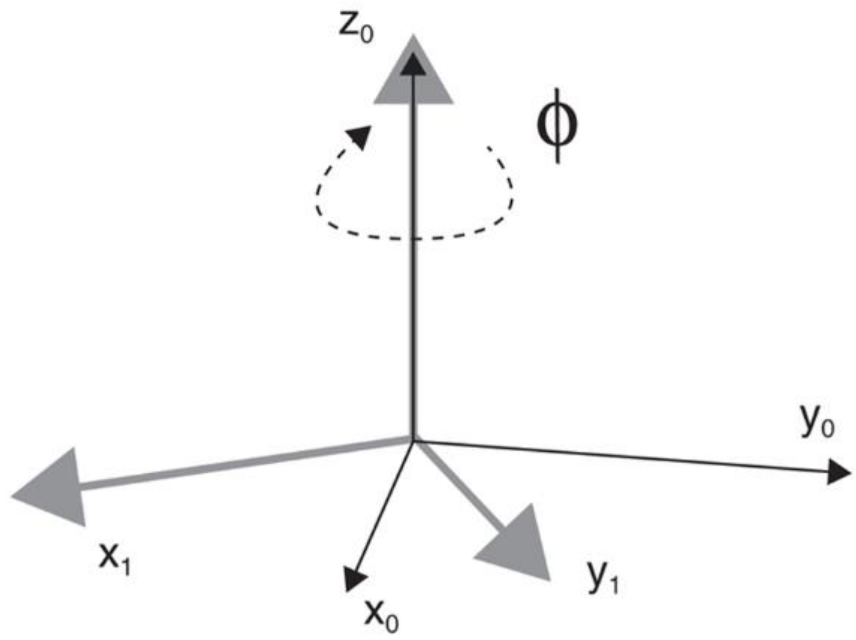




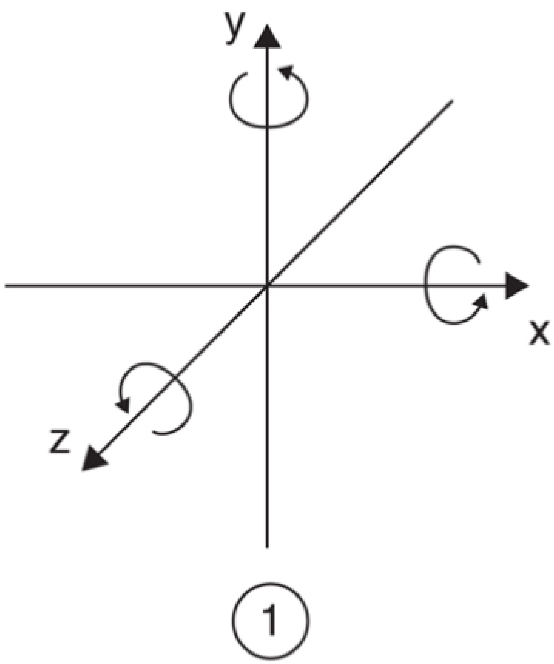
Transformações em Pontos e Objetos

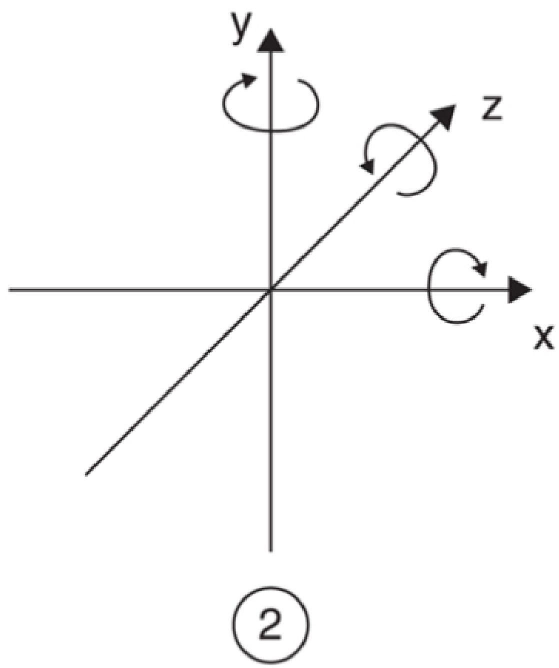
Rotação:

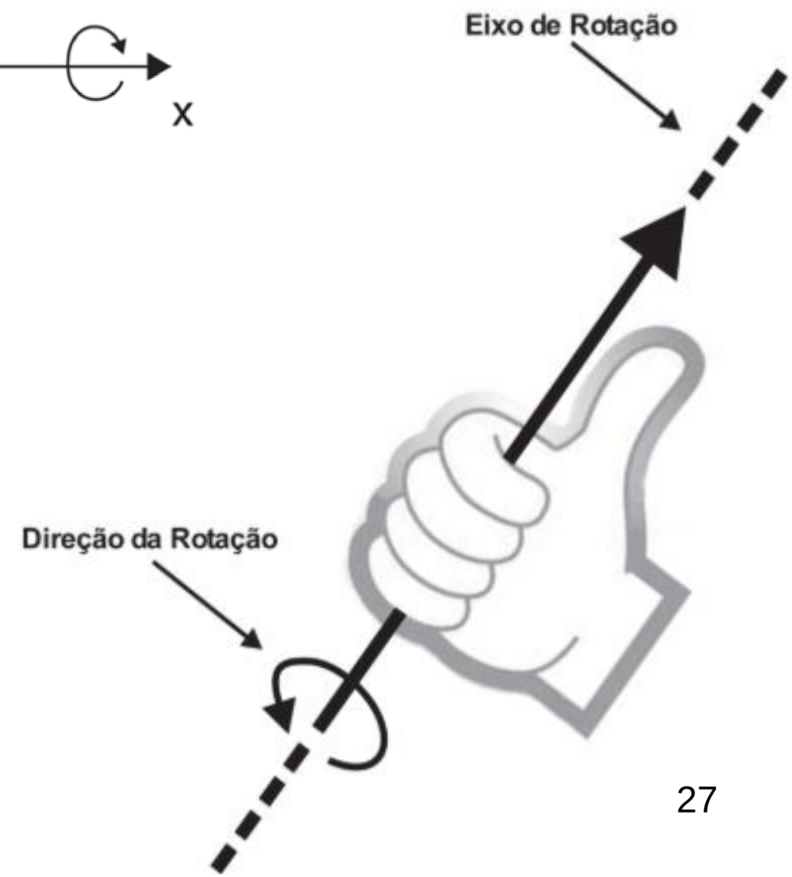
- Pontos no Plano 3D são rotacionados através dos planos.



Transformações em Pontos e Objetos







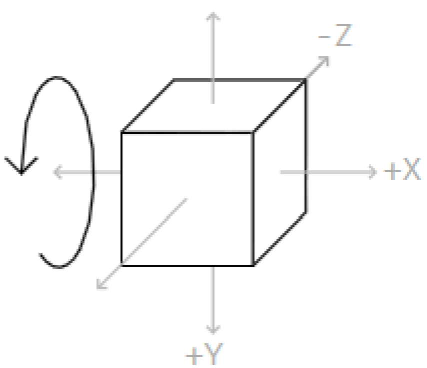
Transformações em Pontos e Objetos

Rotação:

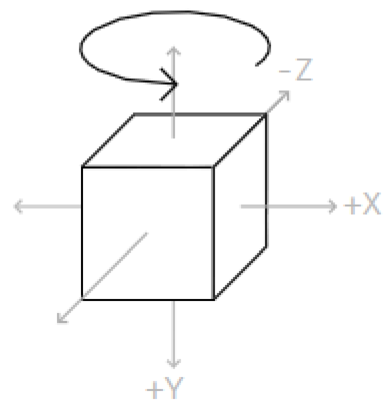
$$[x' \quad y' \quad z'] = [x \quad y \quad z] * \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[x' \quad y' \quad z'] = [x \quad y \quad z] * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \text{sen}(\beta) \\ 0 & -\text{sen}(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

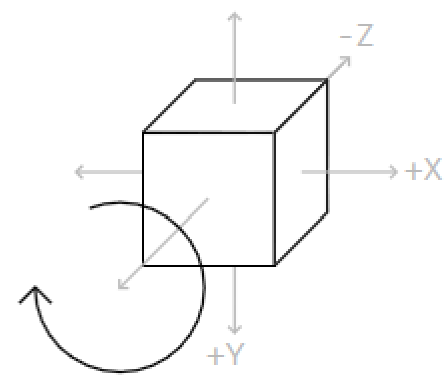
$$[x' \quad y' \quad z'] = [x \quad y \quad z] * \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & -\text{sen}(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$$



rotateX



rotateY

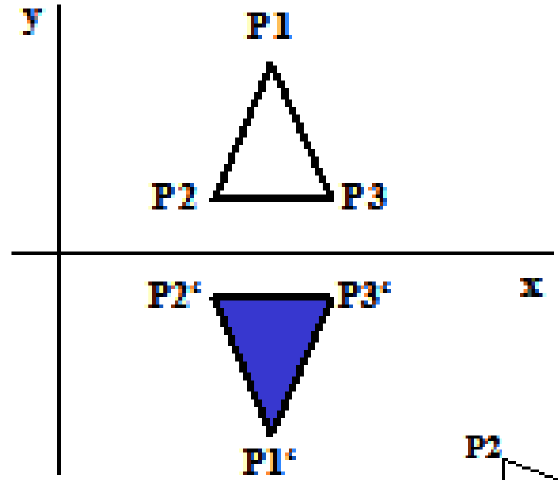


rotateZ

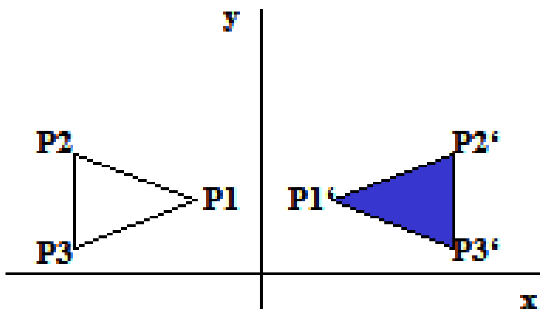
Transformações em Pontos e Objetos

Reflexão:

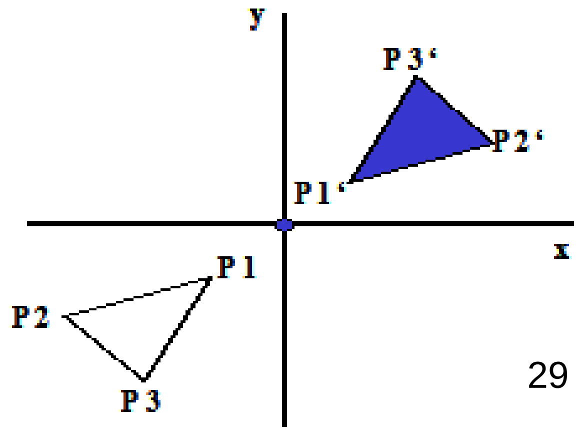
$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



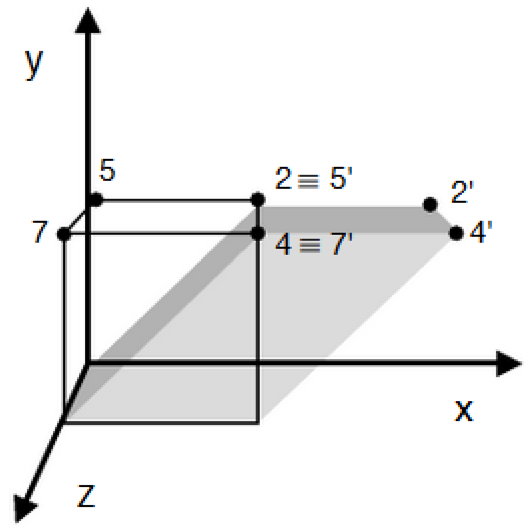
Transformações em Pontos e Objetos

Cisalhamento:

•Transformação que distorce o formato de um objeto.

•Aplica-se um deslocamento aos valores das coordenadas x, y ou z do objeto proporcional ao valor das outras coordenadas de cada ponto transformado.

$$[x\ y\ z]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ S & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [x + Sy\ y\ z]$$



Transformadas Homogêneas

•Pode-se concatenar duas ou mais matrizes de transformação pela multiplicação delas (exceto translação).

•Concatenação não é uma operação comutativa = ordem influencia

$$[x'\ y'\ z'] = [x\ y\ z]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 10° & \operatorname{sen} 10° \\ 0 & -\operatorname{sen} 10° & \cos 10° \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos 20° & 0 & -\operatorname{sen} 20° \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen} 20° & 0 & \cos 20° \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos 30° & -\operatorname{sen} 30° & 0 \\ \operatorname{sen} 30° & \cos 30° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformadas Homogêneas

- Representação do ponto é feita com um 4 parâmetros:
  - (x', y', z', M) = (x/M, y/M, z/M)

- Permite o representar números reais utilizando números inteiros.

- Quando M = 1, os valores das coordenadas são os mesmos que no espaço cartesiano.

$$[x'y'z'1] = [x\ y\ \ z\ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & Tz & 1 \end{bmatrix}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

AZEVEDO, Eduardo; CONCI, Aura. **Computação gráfica:** teoria e prática. Rio de Janeiro: Campus, 2003.