LISTA 3

HILON GABRIEL DE FREITAS $(1,2)$ 15575679

1- $\nabla f(X) \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x \\ 2y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

$H(x) \to \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$df \to H = 0{,}01$

$$f'_x(1;2) = \frac{f(1{,}01;\ 2) - f(0{,}99;\ 2)}{0{,}02} = \frac{0{,}04}{0{,}02} = 2$$

$$f_y(1;2) = \frac{f(1;\ 2{,}01) - f(1;\ 1{,}99)}{0{,}02} = \frac{0{,}08}{0{,}02} = 4$$

$$f''_x(1;2) = \frac{f(1{,}01;2) - 2f(1;2) + f(0{,}99;2)}{0{,}0001} = \frac{0{,}0002}{0{,}0001} = 2$$

$$f''_y(1;2) = \frac{f(1;2{,}01) - 2f(1;2) + f(1;1{,}99)}{0{,}0001} = \frac{0{,}0004}{0{,}0001} = 4$$

$$f_{xy} = f_{yx} = \frac{f(1{,}01;2{,}01) - f(1{,}01,\ 1{,}99) - f(0{,}99;2{,}01) - f(0{,}99;1{,}99)}{0{,}0004}$$

$$= \frac{0}{0{,}0004} = 0$$

COMENTÁRIO: h FICOU COM UMA APROXIMAÇÃO BOA PRATICAMENTE NÃO OCORREU VARIAÇÃO

2-

$(-0,5 ; 1+0,5)$

$\nabla f(x) \rightarrow \left[\frac{2x}{1+x^2+y^2} ; \frac{2y}{1+y^2+x^2} \right] \rightarrow \left[\frac{2}{3} ; -\frac{2}{3} \right]$

$H(x) \rightarrow \begin{bmatrix} 0,8 & 0,4 \\ 0,4 & 0,8 \end{bmatrix}$

$H \rightarrow 0,01$

$\nabla f_x(x) \rightarrow \frac{f(0,5; -0,49) - f(0,5; -0,51)}{0,02} = \frac{0,013}{0,02} \approx 0,66$

$f_y(y) \rightarrow \frac{f(0,51 ; -0,5) - f(0,49 ; -0,5)}{0,02} = \frac{-0,013}{0,02} \approx -0,66$

$H(x) \rightarrow f_{xx}(x) \rightarrow \frac{f(0,51 ; -0,5) - 2f(0,5 ; -0,5) + f(0,49 ; -0,5)}{0,0001} = \frac{0,00012}{0,0001} = 1,2$

$f_{yy}(x) \rightarrow \frac{f(0,5 ; -0,49) - 2f(0,5 ; -0,5) + f(0,5 ; -0,51)}{0,0001} = \frac{0,00012}{0,0001} = 1,2$

$f_{xy} = f_{yx} \rightarrow \frac{f(0,51 ; -0,49) - f(0,51 ; -0,51) - f(0,49 ; -0,49) - f(0,49 ; -0,51)}{0,0004}$

$= \frac{0,00026}{0,0004} = 0,65$

O ERRO ABSOLUTO NESSE CASO FOI MAIOR COM $h=0,01$, PARA MELHORAR h DEVERIA SER MENOR

3- $\nabla f(x) \to [e^y ; x e^y + \cos(z) ; -y \operatorname{sen}(z)] \to [1 ; 1+\sqrt{2}/2 ; 0]$

$H(x) \to f_{xx} \to 0$

$f_{xy} = f_{yx} = e^y$

$f_{yy} \Rightarrow (x e^y + \cos(z))' = x e^y$

$f_{yz} = f_{zx} = (x e^y + \cos(z))' = -\sin(z)$

$f_{zz} = (-y \sin(z)) = -y\cos(z)$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 0 & 1 & 0 \\ y & 1 & 1 & -0{,}7 \\ z & 0 & -0{,}7 & 0 \end{array}$$

DF com $h = 0{,}01$

$f_x = \dfrac{f(1{,}01, 0, \pi/4) - f(1{,}01, 0, \pi/4)}{0{,}002} = \dfrac{0{,}002}{0{,}002} = 1$

$f_y = \dfrac{f(1, 0{,}01, \pi/4) - f(1, -0{,}01, \pi/4)}{0{,}002} = \dfrac{0{,}341}{0{,}02} \approx 1{,}70$

$f_z = \dfrac{f(1, 0, \pi/4 + 0{,}01) - f(1, 0, \pi/4 - 0{,}01)}{0{,}002} = \dfrac{1}{0{,}002} = 0$

H

$f_{xx} \Rightarrow \dfrac{1{,}01 - 2 + 0{,}99}{0{,}0001} = 0/0{,}0001 = 0$

$f_{yy} \Rightarrow \dfrac{1{,}017 - 2(1) + 0{,}982}{0{,}0001} = \dfrac{0{,}0001}{0{,}0001} = 1$

$f_{zz} \Rightarrow \dfrac{1 - 2 + 1}{0{,}0001} = 0$

$f_{xy} = f_{yx} \Rightarrow \dfrac{1{,}02722 - 0{,}99288 - 1{,}007 + 0{,}973}{0{,}004} = \dfrac{0{,}004}{0{,}004} = 1$

ÚNICA QUE FALTOU PRECISÃO

$f_{xz} = f_{zx} = 0$

$f_{yz} = f_{zy} = \dfrac{1{,}017217 - 1{,}01722 - 0{,}983075 + 0{,}98283}{0{,}001} = -0{,}96$

4 - $\nabla f(x) \rightarrow [\cos(x)\cos(y) \; ; \; -\text{sen}(x)\text{sen}(y)] \rightarrow [\sqrt{6}/4 \; ; \; -\sqrt{2}/4]$

$\nabla^2 f(x) \rightarrow \begin{bmatrix} -\text{sen}(x)\cos(y) & -\cos(x)\text{sen}(y) \\ -\cos(x)\sin(y) & -\sin(x)\cos(x) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -0,6124 & -0,3536 \\ -0,3536 & -0,6124 \end{bmatrix}$

$\rightarrow h = 0,01$

$f_x \Rightarrow \dfrac{0,6174 - 0,6041}{0,02} = \dfrac{0,0138}{0,02} = 0,69$

$f_y \Rightarrow \dfrac{0,6088 - 0,6160}{0,02} = \dfrac{-0,072}{0,02} = -0,36$

$f_{xx} \Rightarrow \dfrac{0,6980 - 2 \cdot 0,61 + 0,6061}{0,0001} = \dfrac{-0,0005}{0,0001} = -5$ → muita divergência

$f_{yy} \Rightarrow \dfrac{0,6088 - 2 \cdot 0,6123 + 0,6160}{0,0001} = \dfrac{0,0002}{0,0001} = 2$ → muita divergência

$f_{xy} = f_{yx} \Rightarrow \dfrac{0,615 - 0,6299 - 0,6066 + 0,609}{0,0004} = \dfrac{0,0002}{0,0004} \cong 0,5$

Nesse exemplo a aproximação ficou muito ruim, provavelmente devido à um h alto ou imprecisão da calculadora

5 $\nabla f(x) = [4x^3 - 3y ; 4y^3 - 3x] \Rightarrow [1;1]$

$H \Rightarrow \begin{bmatrix} 12x^2 & -3 \\ -3 & 12y^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -3 & 12 \end{bmatrix}$

$h = 0{,}01$

$f_x \Rightarrow \dfrac{-0{,}9893 + 1{,}009909}{0{,}02} = \dfrac{0{,}02008}{0{,}02} = 1{,}004$

$f_y \Rightarrow$ RESULTADO SIMÉTRICO À ANTERIOR $\rightarrow 1{,}004$

$H(x)$:

$f_{xx} \Rightarrow \dfrac{0{,}989396 + 2 - 1{,}0014}{0{,}0001} = \dfrac{0{,}0012}{0{,}0001} = 12$

$f_{yy} \Rightarrow$ SIMÉTRICO $\rightarrow 12$

$f_{xy} = f_{yx} \Rightarrow -0{,}979092 - (-0{,}9985) + (-1{,}09970) = \dfrac{-0{,}0001}{0{,}004} = 0{,}25$

O h FOI SUFICIENTEMENTE PRECISO PARA f_{xx} E f_{yy}, CONTUDO EM f'_{xy} OCORREU UM ERRO MUITO GRANDE.