MP2I 861

Lycée du Parc

Propagation d'un signal - Notion d'ondes progressives

A.-E. Badel

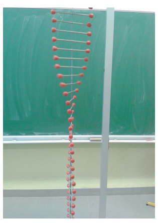
Contenus thématiques : Thème 1 : Ondes et signaux (1)

Notions et contenus	Capacités exigibles
1.4. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $g(x+ct)$. Écrire les signaux sous la forme $f(t-\frac{x}{c})$ ou $g(t+\frac{x}{c})$. Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.
Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase. Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation. **Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.**

1 Notion de signal

1.1 Définition - Exemples

signal : grandeur physique porteuse d'informations
donc exemples dans tous les domaines :
torsion sur une échelle de perroquet : éclair et tonnerre : ondes à la surface de l'eau :



1.2 Émission, propagation, réception

séquence en trois phases : émission, propagation, réception

1.3 Acquisition de signaux

capteur : transforme signal quelle que soit sa nature en signal électrique
enregistreur : capteur et système enregistrant évolution temporelle

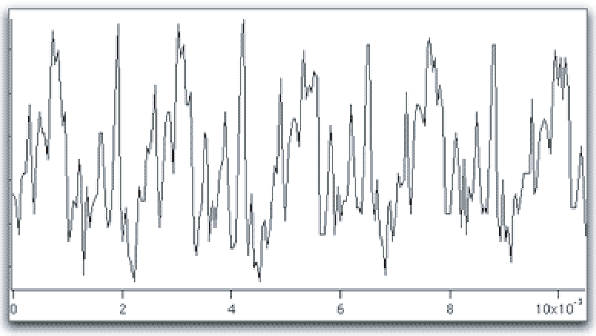


FIG. 1 – *Allure d'un signal émis par un violon.*

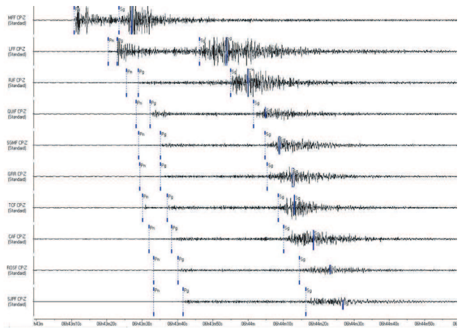


FIG. 2 – *Allure de signaux sismiques lors du séisme du 18 avril 2005 à proximité d'Oléron.*

1.4 Signaux acoustiques

1.4.1. Définition

signal acoustique : vibration mécanique d'un fluide ou d'un solide donc déformation élastique du milieu de propagation

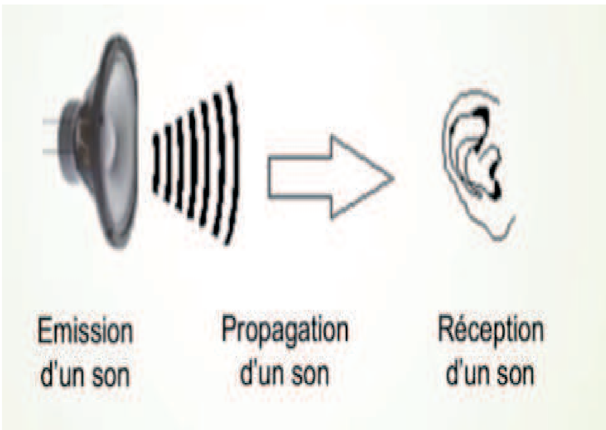


FIG. 3 – *Chaîne de propagation d'un son.*

1.4.2. Émission d'un son

frapper un matériau qui se met à vibrer en créant une variation locale de pression
frotter une corde pour la mettre en mouvement et créer une variation locale de pression
souffler pour créer une variation de pression

FIG. 4 – *Exemples d'instruments de musique : dispositif de création et d'amplification d'un son.*

nécessité le plus souvent d'amplifier donc caisse de résonance

1.4.3. Propagation du son

nécessité d'un milieu matériel :

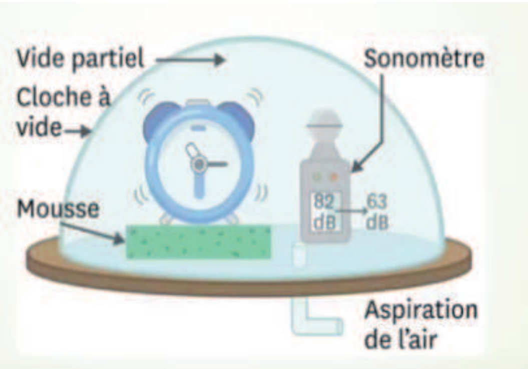


FIG. 5 – *Montage de l'expérience du son et d'une cloche à vide.*

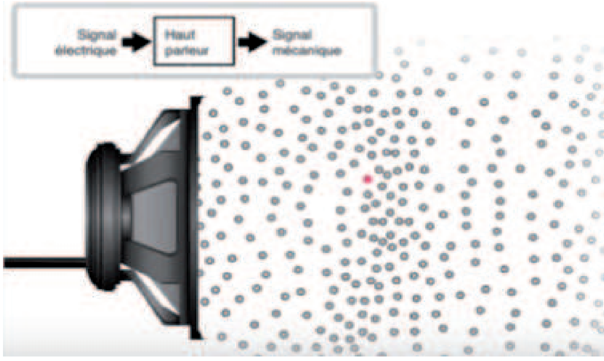
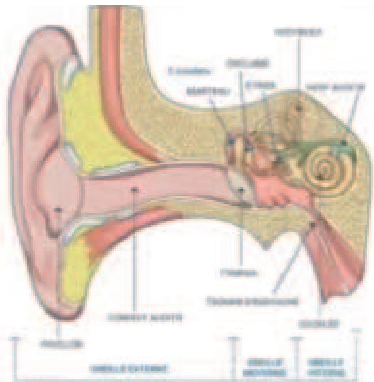


FIG. 6 – *Illustration du principe de la propagation du son.*

1.4.4. Réception d'un son



1.4.5. Célérité du son

variation de la vitesse du son avec le milieu et la température :
⋆ dans l'air sous la pression atmosphérique 331 m.s^{-1} à 0,0°C et 340 m.s^{-1} à 15°C,
⋆ dans l'eau environ 1500 m.s^{-1},
⋆ dans un métal de 4000 à 5000 m.s^{-1}.
si gaz parfait $c = \sqrt{\dfrac{\gamma k_B T}{m}} = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ avec $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$, $k_B = 1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1}.mol^{-1}, m masse de particule du gaz, $R = 8{,}31$ J.K^{-1} et M masse molaire du gaz

1.4.6. Caractéristiques d'une onde sonore

1. **hauteur d'un son** : fréquence du signal et note
   sons détectés par homme entre 20 Hz et 20 kHz, infrasons en dessous et ultrasons au-dessus
   son grave si basse fréquence sinon aigu
   passage d'un octave au suivant en multipliant fréquence par 2
   octave divisé en 12 demi-tons soit facteur $\sqrt[12]{2}$ pour passer d'un demi-ton au suivant
2. **timbre d'un son** : allure du signal ou du motif qui se répète
   son simple si purement sinusoïdal (exemple : diapason)
   son complexe avec fondamental de fréquence f_0 et harmoniques d'ordre n de fréquence $f_n = nf_0$
   donc timbre par importance relative des harmoniques car impacte allure
3. **intensité sonore** : puissance sonore en décibels (dB)

1.5 Signaux électromagnétiques

1.5.1. Définition

rayonnement électromagnétique ou propagation d'un champ électrique et d'un champ magnétique couplés

différents domaines :

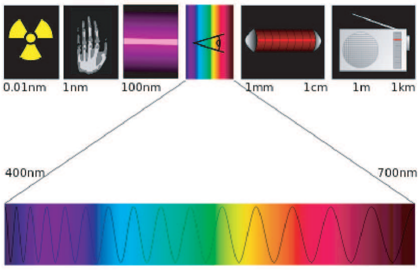


FIG. 7 – *Spectre des ondes électromagnétiques.*

domaine	longueur d'onde λ	fréquence ν (Hz)
γ	$<$ 0,1 pm	$>$ 3.10^{21} Hz
X	0,1 pm - 0,1 nm	3.10^{18} Hz - 3.10^{21} Hz
ultra violet UV	0,1 nm - 0,4 μm	7,5.10^{14} Hz - 3.10^{18} Hz
visible	0,4 μm - 0,7 μm	$4{,}3 - 7{,}5.10^{14}$ Hz
infrarouge IR	0,7 μm - 3 cm	10 GHz - 4,3.10^{14} Hz
radar	3cm - m	100 MHz - 10 GHz
ondes hertziennes	m ou km	100 kHz ou 100 MHz

TAB. 1 – *Ordres de grandeur des différents domaines de longueur d'onde.*

dont optique

1.5.2. Émission des ondes électromagnétiques

par particules chargées en accélération

1.5.3. Propagation des ondes électromagnétiques

si milieu homogène isotrope, propagation en ligne droite
si changement de milieu variation d'indice comme en optique donc réflexion et réfraction
si obstacle diffraction
si particule diffusion

1.5.4. Propriétés des ondes électromagnétiques

pas nécessaire d'avoir milieu matériel

1.6 Signaux électriques

1.6.1. Définition

variations des grandeurs électriques (intensité et/ou tension)

1.6.2. Propriétés

vitesse de la lumière car cas particulier de signaux électromagnétiques

1.7 Récapitulatif

domaine	milieu de propagation	signaux physiques
acoustique	milieu matériel : solide ou fluide	surpression ou vitesse
électromagnétisme	vide ou milieu matériel	champs électrique et magnétique
électricité	câble ou fil	intensité ou tension électriques

2 Phénomène de propagation - Notion d'ondes

2.1 Observations expérimentales

- ondes à la surface de l'eau : rides circulaires qui se propagent
- ondes sonores : retard $\Delta t = t_2 - t_1 = \dfrac{d_2 - d_1}{v}$ entre réception en d_1 et d_2
- ondes sur une corde

perturbation : modification locale du milieu et onde si déplacement de perturbation sans déplacement de matière

2.2 Ondes transversales ou longitudinales

transversales si perturbation perpendiculaire au déplacement (exemple : onde à la surface de l'eau)
longitudinales si perturbation dans direction du déplacement (exemple : onde acoustique)

2.3 Définition d'une onde progressive

onde progressive si propagation de perturbation sans déformation ni atténuation
éloignement de perturbations du lieu où créées donc progression
modèle théorique car toujours un peu d'atténuation...

2.4 Direction de propagation

propagation *a priori* dans toutes directions soit onde tridimensionnelle
sinon bidimensionnelle ou monodimenstionnelle

2.5 Célérité

vitesse de propagation de perturbation

Quelques ordres de grandeur

1. ondes transversales sur une corde : $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ avec masse linéique μ et tension de corde T soit 10 m.s^{-1} pour $\mu = 0{,}10$ kg.m^{-1} et $T = 10$ N,
2. ondes transversales à la surface de l'eau : 30 cm.s^{-1} pour profondeur $\approx$ cm ou 5,0 m.s^{-1} pour profondeur $\approx$ m
3. ondes sonores : 1500 m.s^{-1} dans eau, 331 m.s^{-1} dans air sous P_{atm} à 0,0°C et 340 m.s^{-1} à 15°C, 1300 m.s^{-1} dans H_2 ou entre 4000 et 5000 m.s^{-1} dans métal,
4. ondes électromagnétiques : lumineux, radioélectriques, électriques, etc 3,0.10^8 m.s^{-1} dans vide

2.6 Formalisation mathématique

2.6.1. Hypothèses

- onde unidimensionnelle
- perturbation u émise en S d'abscisse $x = 0$ à vitesse c

2.6.2. Première expression d'une onde progressive $f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ ou $g\left(t + \frac{x}{c}\right)$

propagation dans sens des x croissants :
retard du signal en $M_2(x_2)$ par rapport à $M_1(x_1)$ $\tau = \dfrac{x_2 - x_1}{c}$
$u(x_2,t) = u(x_1,t-\tau) = u\left(x_1,t - \dfrac{x_2 - x_1}{c}\right)$
soit pour $x_1 = 0$ et $x_2 = x$: $u(x,t) = u\left(0,t - \dfrac{x}{c}\right)$
si inversion du sens de propagation transformer x en $x' = -x$ donc $f\left(t - \dfrac{x'}{c}\right) = f\left(t + \dfrac{x}{c}\right)$

2.6.3. Deuxième expression d'une onde progressive $F(x-ct)$ ou $G(x+ct)$

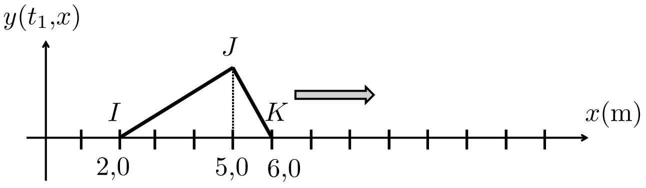
distance parcourue entre t_1 et t_2 : $\delta = c(t_2 - t_1)$ soit $x_2 = x_1 + \delta$
$u(x,t_2) = u(x-\delta,t_1) = u(x - c(t_2 - t_1), t_1)$
pour $t_1 = 0$ et $t_2 = t$: $u(x,t) = u(x-ct,0)$ ou $F(x-ct)$
si inversion du sens de propagation transformer x en $x' = -x$ donc $F(x'-ct) = F(-x-ct) = F(x-ct)$

2.6.4. Équivalence des deux expressions

si f connue F obtenue avec $t = 0$
si F connue f obtenue avec $x = 0$

2.7 Applications : prévoir l'évolution temporelle de la perturbation en un point donné ou son évolution spatiale à un instant donné

Soit une onde possédant le profil suivant dans l'espace le long de l'axe Ox à $t_1 = 1{,}0$ s.



1. Donner son allure à l'instant $t_2 = 2{,}0$ s sachant qu'elle se propage à la célérité $c = 3{,}0$ m.s^{-1}.
2. Déterminer l'évolution du point A situé à $x_A = 5{,}0$ m en fonction du temps.

2.8 Cas des ondes sinusoïdales

2.8.1. Définition des ondes sinusoïdales

ondes sinusoïdales ou harmoniques si f (ou g ou F ou G) sinusoïdale
$u(x,t) = U\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right) = U\sin(\omega t - kx + \varphi)$
avec $k = \frac{\omega}{c}$ vecteur d'onde ou pulsation spatiale
idem pour x décroissants $u(x,t) = U\sin(\omega t + kx + \varphi)$

2.8.2. Double périodicité spatio-temporelle

1. **Périodicité temporelle :**

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

2. **Périodicité spatiale :**
   $\lambda = \frac{1}{\sigma} = \frac{2\pi}{k}$
   λ longueur d'onde, σ nombre d'onde et k vecteur d'onde

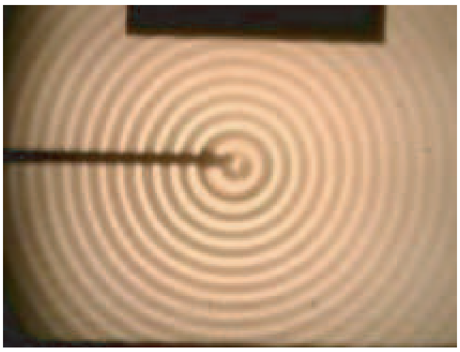


FIG. 8 – *Ondes progressives entretenues sur une cuve à ondes.*

2.8.3. Lien entre période spatiale et période temporelle

par définition de k : $k = \dfrac{\omega}{c}$
$\lambda = cT$
donc déplacement d'une longueur d'onde au cours d'une période temporelle

2.9 Déphasage et lien avec le retard dû à la propagation

On suppose que l'onde est émise en S d'abscisse $x = 0$.

2.9.1. Déphasage des signaux en deux points

$u(x,t) = U \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$
avec phase initiale $\varphi(x) = -kx + \varphi_0 = \varphi_0 - \dfrac{2\pi}{\lambda}x$
donc déphasage de l'onde entre $M_1(x_1)$ et $M_2(x_2)$:
$\Delta\varphi = \varphi(x_2) - \varphi(x_1) = -\dfrac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$

si $x_2 > x_1$, signal en M_2 en retard sur le signal en M_1 avec retard temporel $\tau = \dfrac{x_2 - x_1}{c}$ et retard de phase $\Delta\varphi$

2.9.2. Points en phase ou en opposition de phase

1. points **en phase** si vibration en phase ou déphasage entre 2 nul soit $\Delta\varphi = m2\pi$ avec m entier relatif
   donc $x_2 - x_1 = m\lambda$
2. points **en opposition de phase** si vibration en opposition de phase ou déphasage entre π soit $\Delta\varphi = \pi + m2\pi$ avec m entier relatif
   donc $x_2 - x_1 = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$