Lista 2 - Otimização Não Linear

Daniel Yoshio Hotta – 9922700

24 de agosto de 2021

$\mathbf{E2}$

Considerações iniciais:

$$\begin{split} M &= \text{m\'edia das observa\'ç\~oes } x_1, x_2, ..., x_n \\ m &= \text{m\'ediana das observa\'ç\~oes } x_1, x_2, ..., x_n \\ dp &= \text{desvio padr\~ao das observa\'ç\~oes } x_1, x_2, ..., x_n \end{split}$$

E2.a

Resposta:

Teremos todos os valores multiplicados por 2, logo:

Conjunto de dados:

$$2x_1, ..., 2x_n$$

Média:

$$M_a = \frac{2x_1 + 2x_2 + \dots + 2x_n}{n} = 2 \cdot \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 2M$$

Mediana:

Caso ímpar: $m_a=2m$ (pois é só pegar o termo do meio após ordenação)

Caso par: $m_a=\frac{2x_i+2x_{i+1}}{2}=2\frac{x_i+x_{i+1}}{2}=2m$ (com x_i,x_{i+1} sendo os valores no meio após a ordenação.)

Desvio Padrão:

$$dp_a = \sqrt{\frac{\sum (2x_i - M_a)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2 . 2^2}{n}} = 2.\sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n}} = 2dp$$

E2.b

Resposta:

Teremos todos os valores acrescidos de 10, logo:

Conjunto de dados:

$$x_1 + 10, ..., x_n + 10$$

Média:

$$M_b = \frac{x_1 + 10 + x_2 + 10 + \dots + x_n + 10}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + 10n}{n} = 10 + \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 10 + M$$

Mediana:

Caso ímpar: $m_b = m + 10$ (pois é só pegar o termo do meio após ordenação)

Caso par: $m_b=\frac{x_i+10+x_{i+1}+10}{2}=\frac{20+x_i+x_{i+1}}{2}=m+10$ (com x_i,x_{i+1} sendo os valores no meio após a ordenação.)

Desvio Padrão:

$$dp_b = \sqrt{\frac{\sum (x_i + 10 - M_b)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i + 10 - (M + 10))^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M)^2}{n}} = dp$$

E2.c

Resposta:

Teremos todos os valores subtraídos \bar{x} (no nosso caso, M), logo:

Conjunto de dados:

$$x_1 - M, ..., x_n - M$$

Média:

$$M_c = \frac{x_1 - M + x_2 - M + \dots + x_n - M}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - Mn}{n} = -M + \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = -M + M = -\bar{x} + \bar{x} = 0$$

Desvio Padrão:

$$dp_c = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M - M_c)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - M - 0))^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = dp$$

E2.d

Resposta:

Teremos todos os valores subtraídos \bar{x} (no nosso caso, M), logo:

Conjunto de dados:

$$\frac{x_1-M}{dp},...,\frac{x_n-M}{dp}$$

Média:

$$M_d = \frac{\frac{x_1 - M}{dp} + \ldots + \frac{x_n - M}{dp}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n - Mn}{n.dp} = \frac{-M}{dp} + \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n.dp} = \frac{-M}{dp} + \frac{M}{dp} = 0$$

Desvio Padrão:

$$\begin{split} dp_c &= \sqrt{\frac{\sum (\frac{x_i - M}{dp} - M_c)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\frac{x_i - M}{dp} - 0))^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot dp^2}} = \\ &= \frac{1}{dp} \cdot \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = 1 \end{split}$$

E4.a

Resposta:

$$IQR_A = Q1_A - Q3_A = 22,68 - 17,32 = 5,36$$

$$Q1_A - 1, 5.IQR_A = 17, 32 - 8, 04 = 9, 28$$

$$Q3_A - 1, 5.IQR_A = 22, 68 + 8, 04 = 30, 72$$

Figura 1: Exercício 4.a

