Lógica

Universidad Internacional de Valencia

Máster Universitario en Inteligencia Artificial

02MIAR | Matemáticas:

Matemáticas para la Inteligencia Artificial

Profesor:

Amílcar J. Pérez A.

universidadviu.com

De: Planeta Formación y Universidades

Definición

El **cardinal** *de un conjunto es el número de elementos que posee. Si A es un conjunto, su cardinal se denota por $|A|$.*

En caso de que un conjunto A tenga una infinidad de elementos, denotamos $|A| = \infty$.

Ejemplos

1. *Sea A el conjunto de los planetas del sistema solar. Entonces $|A| = 9$.*
2. *Sea B el conjunto dado por los números naturales impares. Entonces $|B| = \infty$.*

- Cada uno de los elementos de un conjunto sólo debe aparecer una única vez.

Ejemplo

El conjunto $\{a, b, c, c, d, a\}$ *no está bien denotado, ya que hay elementos repetidos. Lo correcto sería denotarlo por* $\{a, b, c, d\}$.

- El conjunto formado por cero elementos recibe el nombre de **conjunto vacío** y se denota por $\emptyset$.

Ejemplo

Sea A *el conjunto de satélites de Venus. Entonces* $A = \emptyset$, *ya que Venus no tiene ningún satélite.*

Lógica de predicados

- Algunas afirmaciones lógicas encierran una estructura más compleja.
- La lógica proposicional es limitada en estos casos.
- La **lógica de primer orden** se encarga de analizar enunciados con **predicados**.

Ejemplos

- $x < 4$.
- *Para todo entero* x*, si* x *es múltiplo de* 4 *entonces* x *es par.*
- *Todos los planetas tienen una órbita elíptica.*
- *Existe un entero* z *tal que* $z = z + 1$.
- *Si* $x \in \mathbb{Z}$*, entonces* $x \in \mathbb{N}$.

Lógica de predicados

Universidad Internacional de Valencia

Definición

Un **predicado** $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *es una afirmación que hace referencia a una propiedad o una relación entre objetos* $x_1, x_2, \ldots, x_n$, *de forma que al sustituirlos por valores concretos,* $c_1, c_2, \ldots, c_n$, *el resultado de reemplazar dichos objetos por los valores correspondietes es una afirmación lógica,* $p(c_1, c_2, \ldots, c_n)$, *la cual dispone de un valor de verdad, que depende de los valores* c_i.

Ejemplos

1. *Sea* $p(x)$ *la afirmación "x es un reptil". Entonces, por ejemplo,* $p(\text{serpiente})$ *es verdadera, mientras que* $p(\text{gato})$ *es falsa.*
2. *Tomemos* $p(x, y)$ *la afirmación "*$x + y = 3$*". Entonces, por ejemplo,* $p(1, 2)$ *es verdadera, mientras que* $p(1, 1)$ *no lo es.*

Lógica de predicados

Definición

Si $p(x)$ es un predicado, la afirmación "para todo x, $p(x)$" es una proposición que indica que cualquier valor de $x \in \mathcal{U}$ verifica $p(x)$. El símbolo que denota esta relación es "$\forall$" y recibe el nombre de **cuantificador universal**. *En este caso, la afirmación anterior puede expresarse como $\forall x, p(x)$ o $\forall x \in \mathcal{U}, p(x)$.*

- En la cuantificación universal pueden utilizarse tantas variables como se necesite. Por ejemplo, para expresar "para todo x e y, $p(x,y)$", puede utilizarse indistintamente $\forall x, \forall y, p(x,y)$ o bien $\forall x, y, p(x,y)$.
- Una afirmación universalmente cuantificada es verdadera cuando p se cumple para todos los valores cuantificados.
- En caso contrario (existencia de algún valor o valores que no la cumplan) es falsa.

Ejemplos

Transcribamos formalmente las siguientes afirmaciones:

1. *"El cuadrado de todo número real es mayor o igual que 0":*

   $$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0.$$

   Esta afirmación puede expresarse en general de la forma $\forall x, p(x)$, *donde* $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ *y* $p(x)$: "$x^2 \geq 0$".

2. *"Todo par de números enteros verifica que su suma es positiva":*

   $$\forall x, y \in \mathbb{Z}, x + y > 0.$$

   En este caso, puede expresarse como $\forall x, y, p(x, y)$, *con* $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$ *y* $p(x, y)$: $x + y > 0$.

Definición

Si $p(x)$ es un predicado, la afirmación "existe un x tal que $p(x)$" es una proposición que indica la existencia de algún valor de $x \in \mathcal{U}$ verificando $p(x)$. El símbolo que denota esta relación es "$\exists$" y recibe el nombre de **cuantificador existencial**. *En este caso, la afirmación anterior puede expresarse como $\exists x : p(x)$ o $\exists x \in \mathcal{U} : p(x)$.*

- En la cuantificación existencial pueden utilizarse tantas variables como se necesite. Por ejemplo, para expresar "existen x e y tal que $p(x, y)$", puede utilizarse indistintamente $\exists x, \exists y : p(x, y)$ o bien $\exists x, y : p(x, y)$.
- Una afirmación existencialmente cuantificada es verdadera cuando p se cumple para algún valor cuantificado.
- En caso contrario (inexistencia de valores que la cumplan) es falsa.

Ejemplos

Transcribamos formalmente las siguientes afirmaciones:

1. *"Existe un valor real cuyo cuadrado es igual a* -1*":*

$$\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = -1.$$

Esta afirmación puede expresarse en general de la forma $\exists x : p(x)$*, donde* $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ *y* $p(x)$: "$x^2 = -1$".

2. *"Existen un par de números enteros tales que su suma es igual a* 10*":*

$$\exists x, y \in \mathbb{Z} : x + y = 10.$$

En este caso, puede expresarse como $\exists x, y : p(x, y)$*, con* $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$ *y* $p(x, y)$: $x + y = 10$.

Lógica de predicados

Nota

Los dos tipos de cuantificadores pueden combinarse de cualquier forma; no obstante, el orden en el que aparecen es **crucial**, *puesto que* **NO** *conmutan.*

Ejemplo

Consideremos las dos afirmaciones siguientes:

1. $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : y > x.$
   "*Para todo número natural, existe otro natural tal que este último es mayor que el primero*".
2. $\exists y \in \mathbb{N} : \forall x \in \mathbb{N}, y > x.$
   "*Existe un número natural tal que es mayor que el resto de números naturales*".

Lógica de predicados

Definición

Sean A y B dos afirmaciones lógicas. Diremos que A **implica lógicamente** *B, y lo denotaremos por $A \models B$, si se cumple que B es verdadera siempre que A lo sea.*

Ejemplo

Sea A la afirmación "$x > 4$" y B la afirmación "$x > 3$".

- *$A \models B$, ya que si un valor es mayor que 4 también es mayor que 3.*
- *$B \not\models A$, puesto que, por ejemplo, tomando $x = 4$, se tiene que B es verdadero ($4 > 3$), pero no A ($4 \not> 4$).*

Definición

Sean A y B dos afirmaciones lógicas. Diremos que A **equivale lógicamente** *a B, y lo denotaremos por $A \equiv B$ se tiene que $A \models B$ y viceversa, $B \models A$.*

Ejemplos

1. *Sea A la afirmación "$x = y$" y B la afirmación "$x - y = 0$". Entonces $A \equiv B$.*
2. *Sea A la afirmación "$\forall x, p(x)$" y B la afirmación "$\exists x : p(x)$". Entonces $A \not\equiv B$, ya que $B \not\models A$ (si bien $A \models B$).*
3. *Consideremos A "$\forall x, y, x + y > 0$" y B "$\forall x, y, x \cdot y < 0$". Entonces $A \not\equiv B$ ($A \not\models B$ y $B \not\models A$).*

Propiedades

Se cumplen las siguientes relaciones:

1. $\forall x, [p(x) \vee q(x)] \Dashv [\forall x, p(x)] \vee [\forall x, q(x)]$.
2. $\exists x : [p(x) \vee q(x)] \equiv [\exists x : p(x)] \vee [\exists x : q(x)]$.
3. $\forall x, [p(x) \wedge q(x)] \equiv [\forall x, p(x)] \wedge [\forall x, q(x)]$.
4. $\exists x : [p(x) \wedge q(x)] \models [\exists x : p(x)] \wedge [\exists x : q(x)]$.

Ejemplos

1. *Consideremos la afirmación "todo número natural es par o bien impar" (verdadera), la cual puede transcribirse como* $\forall x \in \mathbb{N}, [p(x) \vee q(x)]$, *siendo* $p(x)$: *"x es par" y* $q(x)$: *"x es impar".*

   No obstante, la afirmación $[\forall x \in \mathbb{N}, p(x)] \vee [\forall x \in \mathbb{N}, q(x)]$ *se lee como*

   "todo número natural es par, o bien todo número natural es impar"

   (falsa, por ser una disyunción de dos proposiciones falsas).

Universidad Internacional de Valencia

Ejemplos

2. *Sea* $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ *y la afirmación "existe algúnver número en* A *que es múltiplo de* 2 *y* 3 *simultáneamente" (falsa). Ésta puede leerse como* $\exists x \in A : [p(x) \wedge q(x)]$, *donde* $p(x)$: *"*x *es múltiplo de* 2*" y* $q(x)$: *"*x *es múltiplo de* 3*".*

   No obstante, la afirmación $[\exists x \in A : p(x)] \wedge [\exists x \in A : q(x)]$ *se lee como*

   "existe un múltiplo de 2 *en* A *y existe un múltiplo de* 3 *en* A*"*

   (verdadera, por ser una conjunción de dos proposiciones verdaderas).

Lógica de predicados

Teorema

Se cumplen las siguientes **leyes de De Morgan generalizadas***:*

1. $\neg[\forall x, p(x)] \equiv \exists x : \neg p(x)$.
2. $\neg[\exists x : p(x)] \equiv \forall x, \neg p(x)$.
3. $\forall x, p(x) \equiv \neg[\exists x : \neg p(x)]$.
4. $\exists x : p(x) \equiv \neg[\forall x, \neg p(x)]$.

Universidad Internacional de Valencia

Ejemplos

1. $\forall x, \neg[\exists y : [p(x,y) \rightarrow q(x)]]$.

$$\forall x, \neg[\exists y : [\neg p(x,y) \vee q(x)]]$$

$$\forall x, \forall y, \neg[\neg p(x,y) \vee q(x)]$$

$$\forall x, \forall y, [\neg[\neg p(x,y)] \wedge \neg q(x)]$$

$$\forall x, \forall y, [p(x,y) \wedge \neg q(x)]$$

$$\forall x, y, [p(x,y) \wedge \neg q(x)]$$

Ejemplos

2. *Consideremos el enunciado "no es cierto que todo entero sea simultáneamente par y positivo":*

$$\neg[\forall x \in \mathbb{Z}, [p(x) \wedge q(x)]],$$

donde $p(x)$: *"x es par",* $q(x)$: *"x es positivo".*

$$\exists x \in \mathbb{Z} : \neg[p(x) \wedge q(x)]$$
$$\exists x \in \mathbb{Z} : \neg p(x) \vee \neg q(x),$$

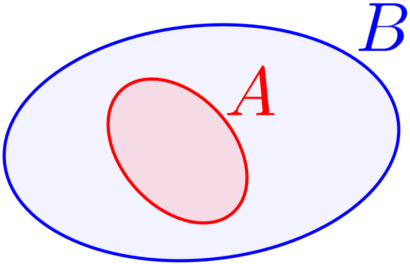
siendo por tanto el enunciado equivalente "existe algún número entero tal que o bien es impar o bien no es positivo".

Definición

Un conjunto A está **incluido** *en otro conjunto B ($A \subseteq B$), o bien que B* **incluye** *A, si todo elemento de A pertenece también a B, es decir:*

$$A \subseteq B \text{ si } \forall x \in A, x \in B.$$

En caso contrario, diremos que $A \not\subseteq B$.



Teoría de conjuntos (parte II)

Ejemplos

1. *Sea* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{a, b, c, d\}$. *Entonces* $A \subseteq B$, *ya que todo elemento de* A *está en* B.
   Por otra parte, $B \not\subseteq A$, *ya que por ejemplo* $d \in B$ *pero* $d \notin A$.

2. *Sea* $A = \{1, 3, 4\}$ *y* $B = \{1, 2, 4\}$. *Entonces no se cumple ninguna relación de inclusión.*
   2.1 $A \not\subseteq B$, *ya que* $3 \in A$, *pero* $3 \notin B$.
   2.2 $B \not\subseteq A$, *puesto que* $2 \in B$, *pero* $2 \notin A$.

3. $\emptyset \subseteq A \; \forall A$ *conjunto.*

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

Dos conjuntos A y B son iguales ($A = B$) si todo elemento de A está en B y viceversa. Dicho de otro modo, diremos que $A = B$ si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$. En caso contrario, escribimos $A \neq B$.

Ejemplos

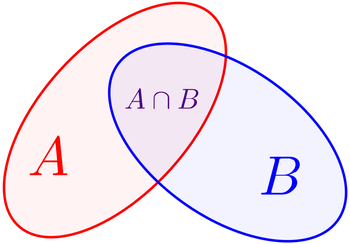
- $\forall A$ *conjunto*, $A = A$.
- *Sean* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{b, c, a\}$. *Entonces* $A = B$, *ya que se cumple que* $A \subseteq B$ *y a la vez* $B \subseteq A$.
- *Sean* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{a, b, c, d\}$. *Entonces* $A \neq B$, *ya que* $B \not\subseteq A$.

Definición

La **intersección** *entre dos conjuntos A y B, denotada por $A \cap B$, es un nuevo conjunto formado por los elementos en común de A y B.*

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}.$$

Si A y B no tienen ningún elemento en común, entonces $A \cap B = \emptyset$ y se dice que en ese caso A y B son **disjuntos**.



Ejemplos

1. *Sean* $A = \{-1, 3, 5, 2, 6, 9\}$ *y* $B = \{-1, 0, 4, 3, 7, 9, 10\}$. *Entonces*

$$A \cap B = \{-1, 3, 9\}.$$

2. *Consideremos ahora* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{c, d, e\}$. *En este caso, se tiene*

$$A \cap B = \{c\}.$$

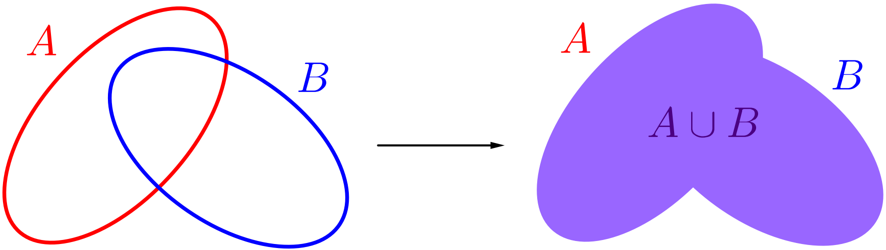
3. *Tomemos* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{d, e, f\}$. *Entonces* A *y* B *no tienen elementos comunes, luego* $A \cap B = \emptyset$.
4. *Sean* $A = [-1, 1]$ *y* $B =]0, 2]$. *Entonces* $A \cap B =]0, 1]$.
5. *Si* $A = [0, 1]$ *y* $B = [1, 2]$ *entonces* $A \cap B = \{1\}$.

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

La **unión** *entre dos conjuntos A y B, denotada por $A \cup B$, es un nuevo conjunto formado por todos los elementos de A y B.*

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}.$$



Teoría de conjuntos (parte II)

Ejemplos

1. *Sean* $A = \{a, b, c, e\}$ *y* $B = \{c, e, f\}$. *Entonces*
$$A \cup B = \{a, b, c, e, f\}.$$

2. *Tomemos ahora* $A = \{1, 3, 5\}$ *y* $B = \{2, 4, 6\}$. *Entonces*
$$A \cup B = \{1, 3, 5, 2, 4, 6\}.$$

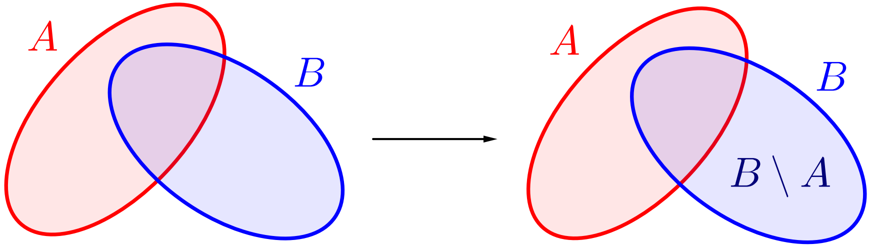
3. *Sean* $A = [-1, \sqrt{2}]$ *y* $B =]0, 2]$. *Entonces* $A \cup B = [-1, 2]$.
4. *Si* $A = [0, 2[$ *y* $B = \{2\}$ *entonces* $A \cup B = [0, 2]$.

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

El **complementario** *de un conjunto* A *sobre otro conjunto* B *es el conjunto formado por todos los elementos de* B *que no pertenecen a* A *y se denota por* $B \setminus A$*, es decir:*

$$B \setminus A = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}.$$



Teoría de conjuntos (parte II)

Ejemplos

1. *Sean* $A = \{a, b, c, f\}$ *y* $B = \{b, c, e, f, g, j\}$. *Entonces*
$$B \setminus A = \{e, g, j\}.$$
2. *Tomamos* $A = \{a, b, c\}$ *y* $B = \{d, e, f\}$. *Entonces*
$$B \setminus A = \{d, e, f\} = B.$$
3. *Sean* $A = \{a, b, c, d\}$ *y* $B = \{b, c\}$. *Entonces se tiene:*
$$B \setminus A = \emptyset.$$
4. *Si* $A = [-1, 1]$ *y* $B =]0, 2]$ *entonces* $B \setminus A =]1, 2]$ *y* $A \setminus B = [-1, 0]$.

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

Sean A y B conjuntos. Diremos que B es un **subconjunto** *de A si se cumple $B \subseteq A$.*

Ejemplo

$B = \{a, d, e\}$ es un subconjunto de $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, mientras que $C = \{a, g\}$ no es un subconjunto de A.

Definición

Sea A un conjunto. El conjunto de las **partes** *de A es el conjunto formado por todos los subconjuntos de A y se denota por $\mathcal{P}(A)$. En otras palabras:*

$$\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}.$$

Teoría de conjuntos (parte II)

Universidad Internacional de Valencia

Ejemplos

1. *Sea* $A = \{a, b\}$, *entonces*

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$$

2. *Sea* $A = \{1, 2, 3\}$, *entonces*

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}.$$

Teorema

Sea A *un conjunto finito, con* $|A| = n$. *Entonces* $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$.

Teoría de conjuntos (parte II)

Universidad Internacional de Valencia

Definición

Sean A, B dos conjuntos. El **producto cartesiano** *de A y B, denotado por $A \times B$, consta del conjunto de todos los* **pares ordenados**, *donde los elementos de A ocupan la primera posición y los de B la última:*

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}.$$

Ejemplo

Sea $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{\alpha, \beta\}$. Entonces

$$A \times B = \{(1, \alpha), (1, \beta), (2, \alpha), (2, \beta), (3, \alpha), (3, \beta)\}.$$

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

Sean A, B dos conjuntos. Diremos que una regla de la forma $f : A \to B$ es una **aplicación** *o* **función** *si relaciona cada uno de los elementos de A a un* **único** *elemento de B; dicho de otra forma:*

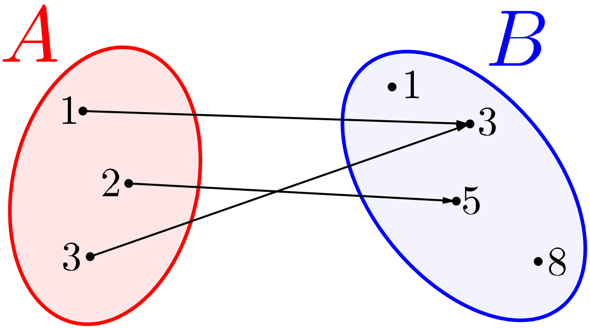
$$\forall a \in A, \exists! b \in B : f(a) = b.$$

- *El conjunto A recibe el nombre de* **dominio** *de f, y se denota por $\mathrm{Dom}(f)$.*
- *El conjunto B se denomina* **codominio** *de f.*
- *El conjunto $f(A)$, dado por $f(A) = \{f(a) \mid a \in A\}$ recibe el nombre de* **recorrido** *o* **imagen** *de f.*
- *Dado $C \subseteq B$, el conjunto $f^{-1}(C) = \{x \in A \mid f(x) \in C\}$ se denota por* **imagen inversa** *o* **preimagen** *de B sobre f.*

Teoría de conjuntos (parte II)

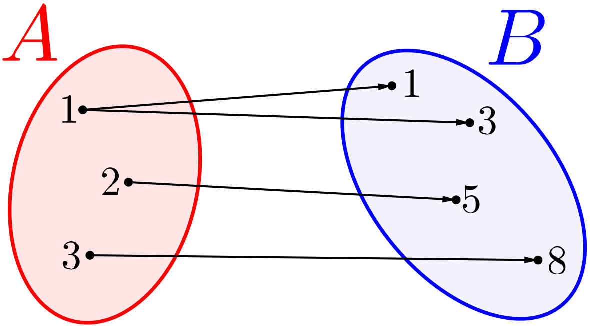
Ejemplos

1. *Sean* $A = \{1, 2, 3\}$ *y* $B = \{1, 3, 5, 8\}$*. Tomamos* $f : A \to B$ *tal que* $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ *y* $f(3) = 3$*. Entonces* f *es una aplicación, con* $\mathrm{Dom}(f) = \{1, 2, 3\}$ *e* $\mathrm{Im}(f) = \{3, 5\} \subseteq B$*.*



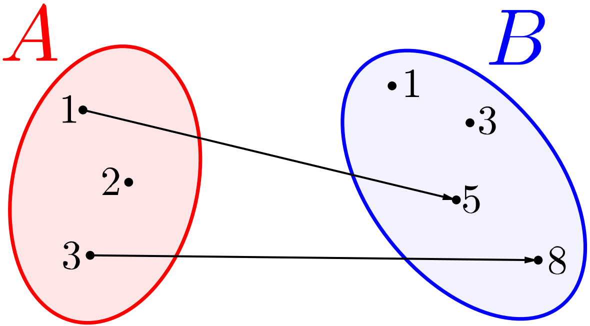
Ejemplos

2. *Sean* $A = \{1, 2, 3\}$ *y* $B = \{1, 3, 5, 8\}$. *Sea* $f : A \to B$ *tal que* $f(1) = 1$, $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ *y* $f(3) = 8$. *Entonces* f *NO es una aplicación, pues* $1 \in A$ *tiene asignados dos valores de* B*:* 1 *y* 3.



Ejemplos

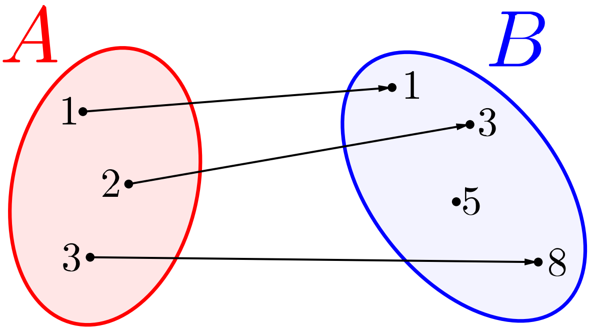
3. *Sean* $A = \{1, 2, 3\}$ *y* $B = \{1, 3, 5, 8\}$. *Tomamos* $f : A \to B$ *tal que* $f(1) = 5$, *y* $f(3) = 8$. *Entonces* f *NO es una aplicación, ya que* $2 \in A$ *no tiene asignado ningún valor.*



Teoría de conjuntos (parte II)

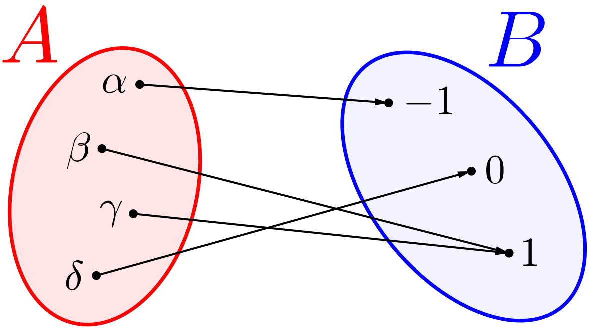
Definición

Sea $f : A \to B$ una aplicación. Diremos que f es **inyectiva** *si $\forall a, b \in A$, $f(a) = f(b) \to a = b$. Dicho de otra forma, f es inyectiva si f siempre lleva elementos distintos de A a elementos distintos de B.*



Definición

Sea $f : A \to B$ una aplicación. Se dice que f es **sobreyectiva** *o* **suprayectiva** *si $f(A) = B$ o, lo que es lo mismo, $\forall b \in B\ \exists a \in A : f(a) = b$. Es decir, f es sobreyectiva cuando cada elemento de B tiene asociado al menos un elemento de A mediante f.*

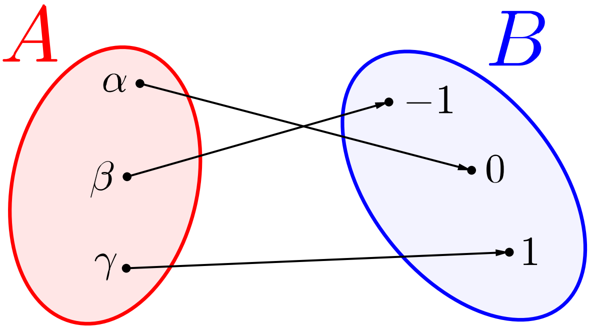


Teoría de conjuntos (parte II)

Universidad Internacional de Valencia

Definición

Sea $f : A \to B$ *una aplicación. Se dice que* f *es* **biyectiva** *si* f *es inyectiva y sobreyectiva simultáneamente. Esta condición se traduce matemáticamente como* $\forall b \in B\ \exists! a \in A : f(a) = b$.



Teoría de conjuntos (parte II)

Ejemplos

1. $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^3$. *Es inyectiva.*
2. $f : [-1, 1] \to [0, 1]$ *dada por* $f(x) = x^2$. *Es sobreyectiva.*
3. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *dada por* $f(x) = x^3$. *Es biyectiva.*

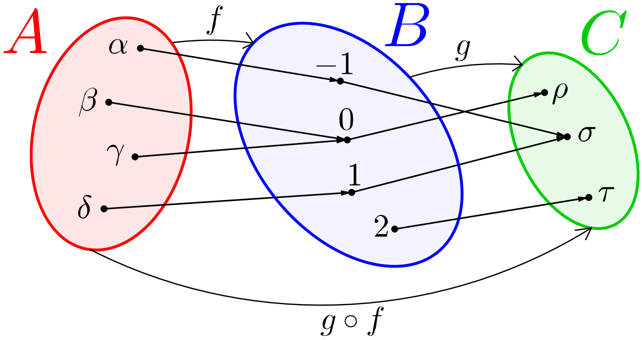
Teorema

Sean A, B *conjuntos finitos y sea* $f : A \to B$ *una aplicación. Entonces se cumplen las siguientes propiedades:*

1. *Si* f *es inyectiva, entonces* $|A| \leq |B|$.
2. *Si* f *es sobreyectiva, entonces* $|A| \geq |B|$.
3. *Si* f *es biyectiva, entonces* $|A| = |B|$.

Definición

Sean A, B, C conjuntos cualesquiera, $f : A \to B$ y $g : B \to C$ aplicaciones. Entonces puede considerarse la **composición** *de g con f, $g \circ f : A \to C$ definida de la siguiente forma: dado $a \in A$ $(g \circ f)(a) = g(f(a)) \in C$.*



Teoría de conjuntos (parte II)

Ejemplo

Sean

- $f : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$,
- $g : \mathbb{R} \to [0, +\infty[$, $g(x) = e^x$.

1. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = e^{\sqrt{x}}$.
2. $(f \circ g) = f(g(x)) = f(e^x) = \sqrt{e^x} = e^{x/2}$.

Teorema

Sean A, B, C tres conjuntos cualesquiera y $f : A \to B$, $g : B \to C$ aplicaciones.

1. *Si f, g son inyectivas, entonces $g \circ f$ también lo es.*
2. *Si f, g son sobreyectivas, entonces $g \circ f$ también lo es.*
3. *Si f, g son biyectivas, entonces $g \circ f$ también lo es.*

Teoría de conjuntos (parte II)

Definición

Sea A un conjunto cualquiera. La aplicación **identidad** $\mathrm{Id}_A : A \to A$ *es aquella que viene dada por* $\mathrm{Id}_A(a) = a \ \forall a \in A$.

Teorema

Sean A, B dos conjuntos cualesquiera. Entonces $f : A \to B$ es biyectiva si y sólo si $\exists! g : B \to A$ tal que $g \circ f = \mathrm{Id}_A$ y $f \circ g = \mathrm{Id}_B$. La aplicación (única) g suele denotarse por $g = f^{-1}$ y recibe el nombre de **aplicación inversa**.

Ejemplo

Sean $A = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $B = \{\rho, \sigma, \tau\}$ y $f : A \to B$ dada por $f(\alpha) = \tau$, $f(\beta) = \sigma$ y $f(\gamma) = \rho$. Entonces $f^{-1} : B \to A$ cumple $f^{-1}(\rho) = \gamma$, $f^{-1}(\sigma) = \beta$ y $f^{-1}(\tau) = \alpha$.

¡Muchas gracias!

Universidad Internacional de Valencia

Contacto:

amilcar.perez@professor.universidadviu.com