

Probabilidad - Ejercicios no evaluables

1. Calcule la probabilidad de obtener algún sello (cruz) tras lanzar cinco monedas equilibradas.
2. Sea $\Omega = \{00, 01, 02, 03, \dots, 98, 99\}$ el espacio muestral, correspondiente a una urna con bolas numeradas del 00 al 99, A el suceso "obtener un número múltiplo de 7" y B el suceso "obtener un número cuya suma de sus cifras es múltiplo de 5". Obténganse las siguientes probabilidades:
 - a) $P(A)$.
 - b) $P(B)$.
 - c) $P(A \cap B)$.
 - d) $P(A \cup B)$.
 - e) $P(A|B)$.
 - f) $P(B|A)$.
3. Se propone el siguiente juego: se lanzan un dado y una moneda, ganándose éste si sale un 6 en el dado y una cara en la moneda, mientras que en caso contrario se pierde. Si la apuesta es de 10 euros por jugada y el premio por ganar son 100 euros más la devolución de los 10 euros apostados, calcule los beneficios esperados por jugada.
4. Calcule la varianza asociada al problema anterior.
5. Un experimento tiene una probabilidad de fracaso de un 10 %. ¿Cuál es la probabilidad de fracasar menos de 3 veces tras realizar el experimento 25 veces?
6. La probabilidad de obtener un determinado producto defectuoso en una cadena de montaje es de un 0.005 %. Calcule la probabilidad de obtener más de 2 productos defectuosos tras producir un total de 50000 unidades.
7. Se dispone de una moneda trucada, de tal forma que la probabilidad de obtener cara es de un 60 % y la de obtener cruz un 40 %. Calcule la probabilidad de que tras lanzar la moneda 2000 veces se obtengan más de 850 cruces.
8. Demuestre mediante la definición de esperanza las siguientes propiedades para una variable aleatoria continua:
 - a) $E[aX] = aE[X], \forall a \in \mathbb{R}$.
 - b) $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$.
9. Demuestre mediante la definición de varianza las siguientes propiedades para una variable aleatoria continua:
 - a) $\text{Var}(aX) = a^2\text{Var}(X), \forall a \in \mathbb{R}$.
 - b) $\text{Var}(X + a) = \text{Var}(X), \forall a \in \mathbb{R}$.

10. Sea X una variable aleatoria uniforme, es decir, $X \sim U([a, b])$. Obtenga razonadamente F_X , f_X , $E[X]$ y $\text{Var}[X]$.