

Cálculo - Ejercicios no evaluables

1. Calcúlese el dominio de definición de las funciones siguientes:

a) $f(x) = x^2 + 1$.

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$.

c) $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

d) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

e) $f(x) = \log(1-x^2)$.

f) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$.

2. Obténgase el valor del límite en cada caso:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) + e^x$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \log(1-x)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, donde

$$f(x) = \begin{cases} \sin(\pi(x-3)) & x < 3 \\ -2 & x = 3 \\ e^{x-3} - 1 & x > 3 \end{cases}$$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, donde

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ 3-x & x > 0 \end{cases}$$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, donde f es la función del apartado anterior.

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x)}{x}$.

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}-x}$.

3. Détermínese si las siguientes funciones son o no continuas en los puntos indicados.

a) En $x = 0$ para

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{\sin(x)} + 1 & x < 0 \\ x+3 & x \geq 0 \end{cases}$$

b) En $x = 1$ para

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 + 2 & x > 1 \end{cases}$$

c) En $x = 0$ para

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

4. Obténgase la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x + 4.$

b) $f(x) = x \ln(x).$

c) $f(x) = x^2 \sin(x).$

d) $f(x) = -2x^3 \cos(x) \ln(x).$

e) $f(x) = e^{x^2+1}.$

f) $f(x) = \ln(\ln(x)).$

g) $f(x) = \sqrt{\sin(x) + \cos(x) + 2}.$

h) $f(x) = \frac{\cos(x) \sin(x)}{1 + x^2}.$

i) $f(x) = \arctan\left(\frac{\ln(x)}{x}\right).$

j) $f(x) = \sin(\cos(\tan(x))).$

5. Obténgase el valor de los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 3x + 2}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{\ln(x)}.$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x^2}.$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) + e^x - 1}{x^2 \cos(x)}.$

6. Obténgase el valor de $\nabla [g \circ f](0)$ en cada uno de los casos siguientes:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cumpliendo $f(0) = 5$, $f'(0) = -7$, $g'(5) = 2$.

c) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow]0, +\infty[$, $g :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x, y) := x^2 + y^2 + 1, \quad g(z) = \ln(z).$$

d) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x, y) = (x^2 + y, x - y^3), \quad g(w, z) = w - z.$$

e) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x, y, z) = (xy + z, x - yz), \quad g(s, t) = s^2 - \sin(t).$$

7. Determinése la expresión general asociada a las siguientes primitivas:

a) $\int (x^2 - 4x - 1)dx.$

b) $\int \frac{4}{1 + x^2}dx.$

c) $\int x \cos(x)dx.$

d) $\int x^2 \sin(x)dx.$

8. Calcúlese el valor de las siguientes integrales definidas:

a) $\int_{-2}^3 (4x^3 - 6x^2 + 1)dx.$

b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{1 + x^2}dx.$

c) $\int_{-3\pi}^{\pi} \sin(x)dx.$

d) $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin(x) + \cos(x)) dx.$