Algoritmos de Optimización - Actividad Guiada 1

Nombre: *Josseph Yaakob Catagua Cobos*

https://github.com/HikariJY/03MIAR_04_A_2024-25_Algoritmos-de-Optimizacion

Actividad Propuesta

Dado un conjunto de puntos se trata de encontrar los dos puntos más cercanos.

```
import random
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

def lista_random(dimension:int=1, tamano:int=10, min:float=0.0, max:float=255.0, de
    if 0 < dimension < 4 and tamano > 0 and min < max:
        res = np.random.uniform(low=min, high=max, size=(tamano, dimension))
        res = np.round(res, decimals=decimales)
        return res[:, 0] if dimension == 1 else res
    raise ValueError('Error al ingresar los datos ... 0 < dimension < 4 ... tamano</pre>
```

Lista 1D

```
In [2]: lista1D = lista_random(dimension=1, tamano=5, min=0, max=10)
print(f'Lista 1D: {lista1D}')
Lista 1D: [3. 9. 1. 2. 6.]
```

Primer intento: Fuerza bruta

La distancia minima es entre el punto 1 con valor 3.0 y 4 con valor 2.0. Con una distancia de 1.0 unidades.

Se puede observar en la primera iteración operaciones de \$i*j\$ equivalente a \$n*(n-1)\$ siendo \$n\$ la cantidad de valores de la lista de 1D.

```
Orden = \sum_{i=0}^n n^*(n-1)
```

Tiene una complejidad de \$O(n^2)\$ y puede ser mejorable.

Segundo intento: Divide y vencerás

```
In [4]: def _divide_venceras_1d(lista:np.ndarray, v_min:int, v_max:int) -> tuple:
            if lista.size < 3:</pre>
                minimo = v_min, v_max, np.abs(lista[0] - lista[1])
            else:
                medio = lista.size // 2
                min_izq = _divide_venceras_1d(lista=lista[:medio + 1], v_min=v_min, v_max=v
                min_der = _divide_venceras_1d(lista=lista[medio:], v_min=v_min + medio, v_m
                minimo = min([min_izq, min_der], key=lambda p: p[2])
            return minimo
        def divide_venceras_1d(lista:np.ndarray):
            if np.ndim(lista) != 1:
                 raise ValueError("Error solo se admiten listas de 1D ...")
            if lista.size < 2:</pre>
                 print('Error, lista debe tener al menos dos valores para calcular.')
            else:
                 lista_ordenada = np.sort(lista)
                minimo = _divide_venceras_1d(lista=lista_ordenada, v_min=1, v_max=lista.siz
                 indice_1 = np.where(lista == lista_ordenada[minimo[0] - 1])[0][0] + 1
                 indice_2 = np.where(lista == lista_ordenada[minimo[1] - 1])[0][0] + 1
                 res = min(indice_1, indice_2), max(indice_1,indice_2), minimo[2]
                 print(f'La distancia minima es entre el punto {res[0]} con valor {lista[res
        divide_venceras_1d(lista=lista1D)
```

La distancia minima es entre el punto 3 con valor 1.0 y 4 con valor 2.0. Con una dis tancia de 1.0 unidades.

El proceso de ordenamiento de la lista tiene un Orden de $n\log(n)$ y que la función que se encarga de encontrar la distancia mínima tiene un Orden de $\log(n)$.

```
Orden = n\log(n) + \log(n)
```

Tiene una complejidad de $O(n\log\{(n)\})$, no se sabe si puede ser mejorable con otro metodo.

Lista 2D

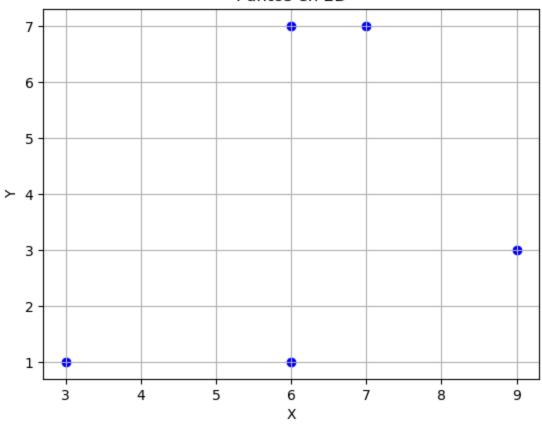
```
In [5]: lista2D = lista_random(dimension=2, tamano=5, min=0, max=10)
    print(lista2D)

x, y = zip(*lista2D)
    plt.scatter(x, y, label='Puntos', color='blue')
```

```
plt.xlabel('X')
plt.ylabel('Y')
plt.title('Puntos en 2D')
plt.grid(True)
plt.show()

[[7. 7.]
[9. 3.]
[6. 7.]
[3. 1.]
[6. 1.]]
```

Puntos en 2D



Primer intento: Fuerza bruta

La distancia minima es entre el punto 1 con valor [7. 7.] y 3 con valor [6. 7.]. Con una distancia de 1.0 unidades.

Se puede observar en la primera iteración operaciones de \$i*j\$ equivalente a \$n*(n-1)\$ siendo \$n\$ la cantidad de valores de la lista de 2D.

```
Orden = 2\sum_{i=0}^n n^*(n-1)
```

Tiene una complejidad de \$O(n^2)\$ y puede ser mejorable.

Segundo intento: Divide y vencerás

```
In [7]: def _divide_venceras_2d(lista:np.ndarray, v_min:int, v_max:int) -> tuple:
            if lista.shape[0] < 3:</pre>
                minimo = v_min, v_max, np.round(np.linalg.norm(lista[0] - lista[1]), 4)
            else:
                medio = lista.shape[0] // 2
                min_izq = _divide_venceras_2d(lista=lista[:medio + 1], v_min=v_min, v_max=v
                min_der = _divide_venceras_2d(lista=lista[medio:], v_min=v_min + medio, v_m
                minimo = min([min_izq, min_der], key=lambda p: p[2])
            return minimo
        def divide_venceras_2d(lista:np.ndarray):
            if len(lista[0]) != 2:
                 raise ValueError("Error solo se admiten listas de 2D ...")
            if lista.shape[0] < 2:</pre>
                 print('Error, lista debe tener al menos dos valores para calcular.')
            else:
                 lista_ordenada_x = np.array(sorted(lista, key=lambda p: p[0]))
                lista ordenada y = np.array(sorted(lista, key=lambda p: p[1]))
                minimo_x = _divide_venceras_2d(lista=lista_ordenada_x, v min=1, v max=lista
                minimo_y = _divide_venceras_2d(lista=lista_ordenada_y, v_min=1, v_max=lista
                minimo = min([minimo_x, minimo_y], key=lambda p: p[2])
                 if minimo == minimo_x:
                    lista_ordenada = lista_ordenada_x
                 elif minimo == minimo y:
                    lista ordenada = lista ordenada y
                 indice_1 = np.where((lista == lista_ordenada[minimo[0] - 1]).all(axis=1))[0
                 indice 2 = np.where((lista == lista ordenada[minimo[1] - 1]).all(axis=1))[0
                 res = min(indice_1, indice_2), max(indice_1,indice_2), minimo[2]
                 print(f'La distancia minima es entre el punto {res[0]} con valor {lista[res
        divide_venceras_2d(lista=lista2D)
```

La distancia minima es entre el punto 1 con valor [7. 7.] y 3 con valor [6. 7.]. Con una distancia de 1.0 unidades.

El proceso de ordenamiento de la lista tiene un Orden de $n\log(n)$ y que la función que se encarga de encontrar la distancia mínima tiene un Orden de $\log(n)$.

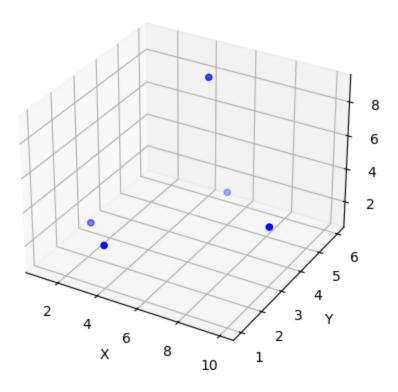
```
Orden = 2 n\log\{(n)\} + 2\log\{(n)\}
```

Tiene una complejidad de $O(n\log\{(n)\})$, no se sabe si puede ser mejorable con otro metodo.

Lista 3D

```
In [8]: lista3D = lista_random(dimension=3, tamano=5, min=0, max=10)
        print(lista3D)
        fig = plt.figure()
        ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
        x, y, z = zip(*lista3D)
        ax.scatter(x, y, z, c='b', marker='o')
        ax.set_xlabel('X')
        ax.set_ylabel('Y')
        ax.set_zlabel('Z')
        plt.title('Puntos en 3D')
        plt.show()
       [[ 5. 5. 9.]
        [5. 6. 1.]
       [10. 3. 4.]
        [ 4. 1. 3.]
        [ 1. 3. 1.]]
```

Puntos en 3D



Primer intento: Fuerza bruta

La distancia minima es entre el punto 4 con valor [4. 1. 3.] y 5 con valor [1. 3. 1.]. Con una distancia de 4.1231 unidades.

Se puede observar en la primera iteración operaciones de \$i*j\$ equivalente a \$n*(n-1)\$ siendo \$n\$ la cantidad de valores de la lista de 3D.

```
0^{i=0}^n n^{i=0}
```

Tiene una complejidad de \$O(n^2)\$ y puede ser mejorable.

Segundo intento: Divide y vencerás

```
In [10]: def divide venceras 3d(lista:np.ndarray, v min:int, v max:int) -> tuple:
             if lista.shape[0] < 3:</pre>
                 minimo = v_min, v_max, np.round(np.linalg.norm(lista[0] - lista[1]), 4)
             else:
                 medio = lista.shape[0] // 2
                 min_izq = _divide_venceras_2d(lista=lista[:medio + 1], v_min=v_min, v_max=v
                 min_der = _divide_venceras_2d(lista=lista[medio:], v_min=v_min + medio, v_m
                 minimo = min([min_izq, min_der], key=lambda p: p[2])
             return minimo
         def divide_venceras_3d(lista:np.ndarray):
             if len(lista[0]) != 3:
                 raise ValueError("Error solo se admiten listas de 3D ...")
             if lista.shape[0] < 2:</pre>
                 print('Error, lista debe tener al menos dos valores para calcular.')
             else:
                 lista_ordenada_x = np.array(sorted(lista, key=lambda p: p[0]))
                 lista_ordenada_y = np.array(sorted(lista, key=lambda p: p[1]))
                 lista_ordenada_z = np.array(sorted(lista, key=lambda p: p[2]))
                 minimo x = divide venceras 2d(lista=lista ordenada x, v min=1, v max=lista
                 minimo_y = _divide_venceras_2d(lista=lista_ordenada_y, v_min=1, v_max=lista
                 minimo_z = _divide_venceras_2d(lista=lista_ordenada_z, v_min=1, v_max=lista
                 minimo = min([minimo_x, minimo_y, minimo_z], key=lambda p: p[2])
                 if minimo == minimo x:
                     lista_ordenada = lista_ordenada_x
                 elif minimo == minimo y:
                     lista_ordenada = lista_ordenada_y
                 elif minimo == minimo_z:
                     lista_ordenada = lista_ordenada_z
                 indice_1 = np.where((lista == lista_ordenada[minimo[0] - 1]).all(axis=1))[0
                 indice_2 = np.where((lista == lista_ordenada[minimo[1] - 1]).all(axis=1))[@
                 res = min(indice 1, indice 2), max(indice 1,indice 2), minimo[2]
                 print(f'La distancia minima es entre el punto {res[0]} con valor {lista[res
         divide_venceras_3d(lista=lista3D)
```

La distancia minima es entre el punto 4 con valor [4. 1. 3.] y 5 con valor [1. 3. 1.]. Con una distancia de 4.1231 unidades.

El proceso de ordenamiento de la lista tiene un Orden de \$n\log{(n)}\$ y que la función que se encarga de encontrar la distancia mínima tiene un Orden de \$\log{(n)}\$.

```
Orden = 2 n \log(n) + 2 \log(n)
```

Tiene una complejidad de $O(n\log\{(n)\})$, no se sabe si puede ser mejorable con otro metodo.

Actividades en Clases

Torres de Hanoi (Divide y vencerás)

Enseñado

```
In [11]: def Torres_Hanoi(N, desde, hasta):
           if N == 1 :
            print("Lleva la ficha ", desde, " hasta ", hasta)
           else:
            #Torres_Hanoi(N-1, desde, 6-desde-hasta)
            Torres_Hanoi(N-1, desde, 6-desde-hasta)
            print("Lleva la ficha ", desde, " hasta ", hasta)
            #Torres_Hanoi(N-1, 6-desde-hasta, hasta)
            Torres Hanoi(N-1, 6-desde-hasta, hasta)
         Torres_Hanoi(3, 1, 3)
       Lleva la ficha 1 hasta 3
       Lleva la ficha 1 hasta 2
       Lleva la ficha 3 hasta 2
       Lleva la ficha 1 hasta 3
       Lleva la ficha 2 hasta 1
       Lleva la ficha 2 hasta 3
       Lleva la ficha 1 hasta 3
```

Mio

```
In [12]: def torres_de_hanoi(n:int=3, origen:int=1, destino:int=3):
    auxiliar = 6 - origen - destino
    if n == 1:
        print(f'Mover disco {n} desde {origen} hasta {destino}.')
    else:
        torres_de_hanoi(n=n - 1, origen=origen, destino=auxiliar)
        print(f'Mover disco {n} desde {origen} hasta {destino}.')
        torres_de_hanoi(n=n - 1, origen=auxiliar, destino=destino)

numero_de_discos = 3
torres_de_hanoi(n=numero_de_discos, origen=1, destino=3)
```

```
Mover disco 1 desde 1 hasta 3.
Mover disco 2 desde 1 hasta 2.
Mover disco 1 desde 3 hasta 2.
Mover disco 3 desde 1 hasta 3.
Mover disco 1 desde 2 hasta 1.
Mover disco 2 desde 2 hasta 3.
Mover disco 1 desde 1 hasta 3.
```

Extra, con ayuda

```
In [13]: def imprimir estado torres(estado torres:dict):
             for torre, discos in estado_torres.items():
                 print(f'Torre {torre}: {discos}')
         def torres_de_hanoi_con_estado(estado_torres:dict, n:int=3, origen:int=1, destino:i
             auxiliar = 6 - origen - destino
             if n == 1:
                 disco = estado torres[origen].pop()
                 print(f'Lleva la ficha {disco} desde {origen} hasta {destino}.')
                 estado_torres[destino].append(disco)
                 imprimir_estado_torres(estado_torres=estado_torres)
             else:
                 torres_de_hanoi_con_estado(estado_torres=estado_torres, n=n-1, origen=orige
                 disco = estado torres[origen].pop()
                 print(f'Lleva la ficha {disco} desde {origen} hasta {destino}.')
                 estado_torres[destino].append(disco)
                 imprimir_estado_torres(estado_torres=estado_torres)
                 torres_de_hanoi_con_estado(estado_torres=estado_torres, n=n-1, origen=auxil
         numero de discos = 3
         estado_inicial = {
             1: list(range(numero_de_discos, 0, -1)),
             2: [],
             3: []
         print("Estado Inicial:")
         imprimir_estado_torres(estado_torres=estado_inicial)
         print("Pasos:")
         torres_de_hanoi_con_estado(estado_torres=estado_inicial, n=numero_de_discos, origen
```

```
Estado Inicial:
Torre 1: [3, 2, 1]
Torre 2: []
Torre 3: []
Pasos:
Lleva la ficha 1 desde 1 hasta 3.
Torre 1: [3, 2]
Torre 2: []
Torre 3: [1]
Lleva la ficha 2 desde 1 hasta 2.
Torre 1: [3]
Torre 2: [2]
Torre 3: [1]
Lleva la ficha 1 desde 3 hasta 2.
Torre 1: [3]
Torre 2: [2, 1]
Torre 3: []
Lleva la ficha 3 desde 1 hasta 3.
Torre 1: []
Torre 2: [2, 1]
Torre 3: [3]
Lleva la ficha 1 desde 2 hasta 1.
Torre 1: [1]
Torre 2: [2]
Torre 3: [3]
Lleva la ficha 2 desde 2 hasta 3.
Torre 1: [1]
Torre 2: []
Torre 3: [3, 2]
Lleva la ficha 1 desde 1 hasta 3.
Torre 1: []
Torre 2: []
Torre 3: [3, 2, 1]
```

Sucesión de Fibonacci (Divide y vencerás)

Enseñado

```
In [14]: #Sucesión_de_Fibonacci
#https://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_de_Fibonacci
#Calculo del termino n-simo de la suscesión de Fibonacci
def Fibonacci(N:int):
    if N < 2:
        return 1
    else:
        return Fibonacci(N-1)+Fibonacci(N-2)</pre>
```

Out[14]: 34

Mio

```
In [15]: def fibonacci(n:int) -> int:
    if n < 2:
        return n
    else:
        return fibonacci(n=n - 1) + fibonacci(n=n - 2)

indice = 8
valor_fibonacci = fibonacci(n=indice)
print(f"El valor {indice}-ésimo de la serie de Fibonacci es: {valor_fibonacci}")</pre>
```

El valor 8-ésimo de la serie de Fibonacci es: 21

Devolución de cambio (Técnica voraz)

Enseñado

```
In [16]: def cambio_monedas(N, SM):
    SOLUCION = [0]*len(SM) #SOLUCION = [0,0,0,0,..]
    ValorAcumulado = 0
    for i,valor in enumerate(SM):
        monedas = (N-ValorAcumulado)//valor
    SOLUCION[i] = monedas
    ValorAcumulado = ValorAcumulado + monedas*valor
    if ValorAcumulado == N:
        return SOLUCION

cambio_monedas(314,[25,10,5,1])
```

Out[16]: [12, 1, 0, 4]

Mio

```
In [17]: def cambio_monedas(cantidada:int, sistema_monetario:list):
    res = [0] * len(sistema_monetario)
    for i, valor in enumerate(sistema_monetario):
        monedas = cantidada // valor
        cantidada -= monedas * valor
        res[i] = monedas
    res = list(zip(sistema_monetario, res))
    for valor, cantidad in res:
        print(f"{cantidad} moneda(s) de {valor} unidades")

cambio_monedas(cantidada=314, sistema_monetario=[25, 10, 5, 1])

12 moneda(s) de 25 unidades
1 moneda(s) de 10 unidades
0 moneda(s) de 5 unidades
4 moneda(s) de 1 unidades
4 moneda(s) de 1 unidades
```

N-Reinas (Vuelta atrás)

Enseñado

```
In [18]: def escribe(S):
           n = len(S)
           for x in range(n):
             print("")
             for i in range(n):
               if S[i] == x+1:
                 print(" X " , end="")
                 print(" - ", end="")
         def es_prometedora(SOLUCION,etapa):
           #print(SOLUCION)
           #Si la solución tiene dos valores iguales no es valida => Dos reinas en la misma
           for i in range(etapa+1):
             #print("El valor " + str(SOLUCION[i]) + " está " + str(SOLUCION.count(SOLUCION
             if SOLUCION.count(SOLUCION[i]) > 1:
               return False
             #Verifica las diagonales
             for j in range(i+1, etapa +1 ):
               #print("Comprobando diagonal de " + str(i) + " y " + str(j))
               if abs(i-j) == abs(SOLUCION[i]-SOLUCION[j]) : return False
           return True
         def reinas(N, solucion=[], etapa=0):
           if len(solucion) == 0:
               solucion=[0 for i in range(N)]
           for i in range(1, N+1):
             solucion[etapa] = i
             if es_prometedora(solucion, etapa):
               if etapa == N-1:
                 print(solucion)
                 escribe(solucion)
                 print()
               else:
                 reinas(N, solucion, etapa+1)
             else:
               None
             solucion[etapa] = 0
         reinas(4)
        [2, 4, 1, 3]
         - - X -
         X - - -
         - - - X
         - X - -
        [3, 1, 4, 2]
```

Mio

- X - -- - X X - - -- X -

```
In [19]: def dibujar_soluciones(soluciones:list=[]):
             for i, solucion in enumerate(soluciones):
                 print(f"Solución {i + 1}:")
                 for fila in solucion:
                     print(fila)
                 print()
         def es_seguro(tablero:list, fila:int, columna:int) -> bool:
             # Verificar si hay una reina en la misma fila
             for i in range(columna):
                 if tablero[fila][i] == 1:
                     return False
             # Verificar diagonal superior en el lado izquierdo
             for i, j in zip(range(fila, -1, -1), range(columna, -1, -1)):
                 if tablero[i][j] == 1:
                     return False
             # Verificar diagonal inferior en el lado izquierdo
             for i, j in zip(range(fila, len(tablero)), range(columna, -1, -1)):
                 if tablero[i][j] == 1:
                     return False
             return True
         def resolver_n_reinas_util(tablero:list, col:int, soluciones:list):
             if col >= len(tablero):
                 # Encontró una solución, añadir a la lista de soluciones
                 soluciones.append([fila[:] for fila in tablero])
             for i in range(len(tablero)):
                 if es seguro(tablero=tablero, fila=i, columna=col):
                     tablero[i][col] = 1
                     resolver_n_reinas_util(tablero=tablero, col=col + 1, soluciones=solucio
                     tablero[i][col] = 0
         def resolver_n_reinas(n:int=8):
             print(f'Para un tablero de {n}x{n} y {n} reinas.\n')
             tablero = [[0] * n for _ in range(n)]
             soluciones = []
             resolver_n_reinas_util(tablero, 0, soluciones)
             dibujar_soluciones(soluciones)
         soluciones = resolver_n_reinas(4)
```

Para un tablero de 4x4 y 4 reinas.

```
Solución 1:
[0, 0, 1, 0]
[1, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 1]
[0, 1, 0, 0]
Solución 2:
[0, 1, 0, 0]
[0, 0, 0, 1]
[1, 0, 0, 0]
[0, 0, 1, 0]
```

Viaje por el río (Programación dinámica)

Enseñando

```
In [20]: TARIFAS = [
       [0,5,4,3,999,999,999],
       [999,0,999,2,3,999,11],
       [999,999, 0,1,999,4,10],
       [999,999,999, 0,5,6,9],
       [999,999, 999,999,0,999,4],
       [999,999, 999,999,0,3],
       [999,999,999,999,999,0]
       def Precios(TARIFAS):
       #Total de Nodos
         N = len(TARIFAS[0])
         #Inicialización de la tabla de precios
         PRECIOS = [ [9999]*N for i in [9999]*N]
         RUTA = [ [""]*N for i in [""]*N]
         for i in range(0,N-1):
           for j in range(i+1, N):
            MIN = TARIFAS[i][j]
            RUTA[i][j] = i
            for k in range(i, j):
              if PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] < MIN:</pre>
                 MIN = min(MIN, PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] )
                                     #Anota que para ir de i a j hay que pasar por k
                 RUTA[i][j] = k
              PRECIOS[i][j] = MIN
         return PRECIOS, RUTA
       PRECIOS, RUTA = Precios(TARIFAS)
       #print(PRECIOS[0][6])
       print("PRECIOS")
       for i in range(len(TARIFAS)):
         print(PRECIOS[i])
       print("\nRUTA")
       for i in range(len(TARIFAS)):
         print(RUTA[i])
       #Determinar la ruta con Recursividad
       def calcular_ruta(RUTA, desde, hasta):
         if desde == hasta:
           #print("Ir a :" + str(desde))
           return ""
         else:
           return str(calcular_ruta( RUTA, desde, RUTA[desde][hasta])) + \
```

```
str(RUTA[desde][hasta] \
         print("\nLa ruta es:")
         calcular_ruta(RUTA, 0,5)
        PRECIOS
        [0, 5, 4, 3, 8, 8, 11]
        [9999, 0, 999, 2, 3, 8, 7]
        [9999, 9999, 0, 1, 6, 4, 7]
        [9999, 9999, 9999, 0, 5, 6, 9]
        [9999, 9999, 9999, 0, 999, 4]
        [9999, 9999, 9999, 9999, 0, 3]
        [9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999]
        RUTA
        [0, 0, 0, 0, 1, 2, 5]
        ['', 1, 1, 1, 1, 3, 4]
            '', 2, 2, 3, 2, 5]
        ['', '', '', 3, 3, 3, 3]
        ['', '', '', ', 4, 4, 4]
        ['', '', '', '', '', 5, 5]
['', '', '', '', '']
        La ruta es:
Out[20]: ',0,2'
```

Mio

```
In [21]: import sys
         def dijkstra(matrix:list, start:int, end:int) -> tuple:
             n = len(matrix)
             # Inicializar distancias con infinito y el camino más corto con None
             distances = [sys.maxsize] * n
             shortest_path = [None] * n
             # Marcar el nodo de inicio con distancia 0
             distances[start] = 0
             # Inicializar un conjunto vacío para almacenar los nodos visitados
             visited = set()
             for _ in range(n):
                 # Encontrar el nodo con la distancia más corta no visitado
                 min_distance = sys.maxsize
                 min index = None
                 for i in range(n):
                     if distances[i] < min_distance and i not in visited:</pre>
                          min_distance = distances[i]
                         min_index = i
                 # Marcar el nodo como visitado
                 visited.add(min_index)
                 # Actualizar las distancias de los nodos adyacentes
                 for j in range(n):
                     if matrix[min_index][j] > 0 and j not in visited:
```

```
new_distance = distances[min_index] + matrix[min_index][j]
                 if new_distance < distances[j]:</pre>
                     distances[j] = new distance
                     shortest_path[j] = min_index
     # Construir el camino más corto
     path = []
     current = end
     while current is not None:
         path.insert(0, current)
         current = shortest_path[current]
     return path, distances[end]
 def print_explanation(matrix:list, path:list):
     explanation = "Pasos para encontrar la ruta más corta:\n"
     for i in range(len(path) - 1):
         explanation += f"Paso {i + 1}: Ir del nodo {path[i]} al nodo {path[i + 1]}
     print(explanation)
 matrix = [
     [0,5,4,3,0,0,0],
     [0,0,0,2,3,0,11],
     [0,0,0,1,0,4,10],
     [0,0,0,0,5,6,9],
     [0,0,0,0,0,0,4],
     [0,0,0,0,0,0,3],
     [0,0,0,0,0,0,0]
 start_node = 0
 end_node = 5
 shortest path, shortest distance = dijkstra(matrix, start node, end node)
 print("La ruta más corta es:", shortest_path)
 print("La distancia más corta es:", shortest_distance)
 print_explanation(matrix, shortest_path)
La ruta más corta es: [0, 2, 5]
La distancia más corta es: 8
Pasos para encontrar la ruta más corta:
Paso 1: Ir del nodo 0 al nodo 2 con una tarifa de 4
Paso 2: Ir del nodo 2 al nodo 5 con una tarifa de 4
```

FIN