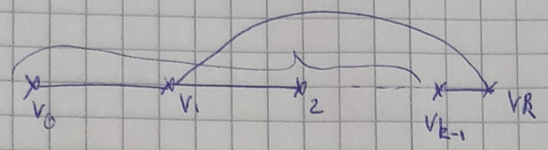
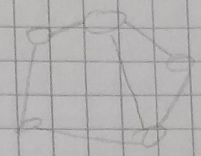
HLIN501 Exercice 8 : TD

Mq 1)





$V_0 - V_k$ chemin maximal

V_k a un voisin $\omega \neq V_{k-1}$

$\omega \in [V_0 \dots V_{k-2}]$ $\omega = V_i$

$\exists$ cycle $V_i, V_{i+1} \dots V_k V_i$

Pour avoir un cycle il faut au moins avoir 3 noeuds.

2) S'il n'y a pas de cycle, G est une forêt

$|E(G)| \leq |V(G)| - 1$ contredit n arêtes.

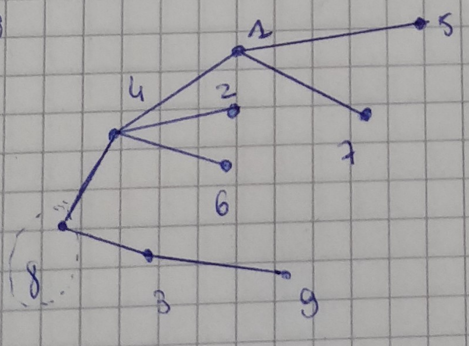
3) Si G est connexe, il existe un arbre couvrant T.

$|E(G)| \geq |E(T)| = n-1$

4) G est connexe, donc il existe un arbre couvrant T.

On peut supprimer n'importe quelle feuille de T, $T \setminus \{x\}$ reste connexe $G \setminus \{x\}$ reste donc connexe.

Exercice 9

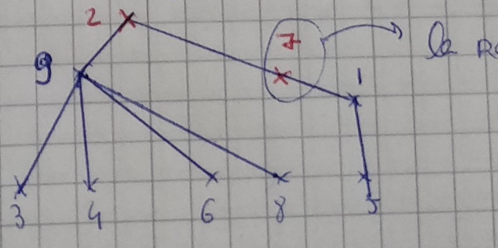


...ce de la Racine

2	5	6	7	5	1	3	4
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4	1	4	1	3	4	8	8

codage (A) = [4, 1, 4, 1, 3, 4, 8, 8]

Arbre ([9, 9, 1, 9, 9, 7, 2, 7])



la Racine

Noeuds 1 2 3 4 5 6 7 8 9 n'apparaissant

Bijection : Arbre sur [1, n] ↔ liste de taille n-1

c) 1 arbre ↔ 1 code

Combien de listes à n-1 elements parmi n

[n, n, n ...] n^{n-1} arbres enracinés possibles.

d) K_n : graphe complet de n sommets

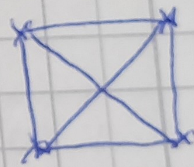
il existe n^{n-1} arbres enracinés pour 1 arbre, j'ai n racines

$$\frac{n^{n-1}}{n} = n^2$$

$\Leftrightarrow$ chaque arbre apparait

n fois avec une racine distincte

à chaque fois.

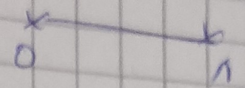


$4^2 = 16$

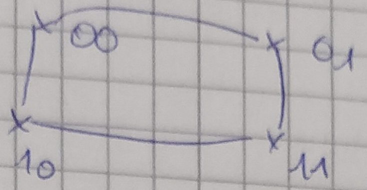
TD2 : Arbres et poids minimum

Exercice 1 :

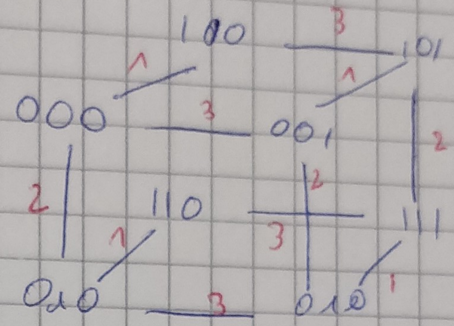
pour d = 1



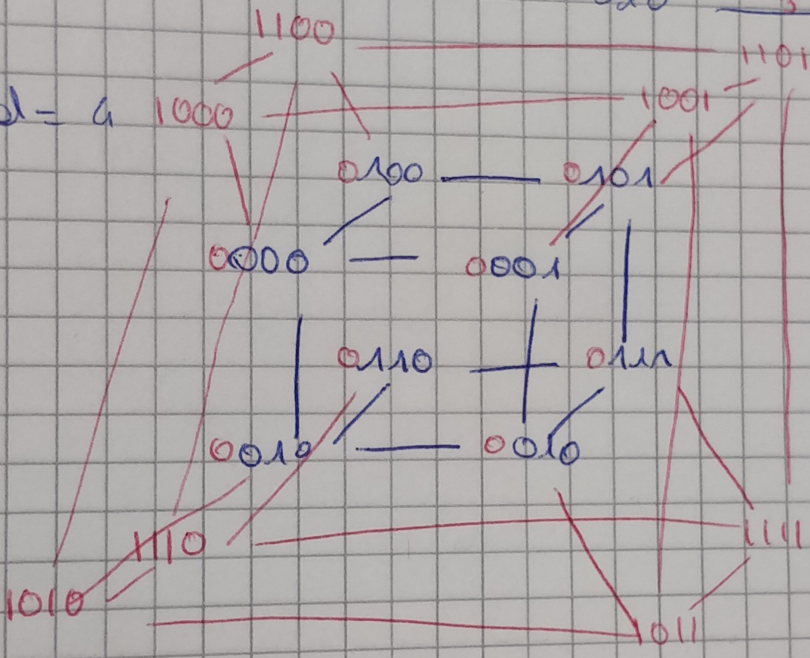
pour d = 2



pour d = 3



pour d = 4



b) dans Qd, 2^d sommets

$$\sum_{v \in V} \underbrace{d(v)}_{d} = 2|E|$$

$$d \times 2^d = 2|E| \Rightarrow |E| = d \times 2^{d-1}$$

$$d = 3 \Rightarrow |E| = 3 \times 2^2 = 12.$$