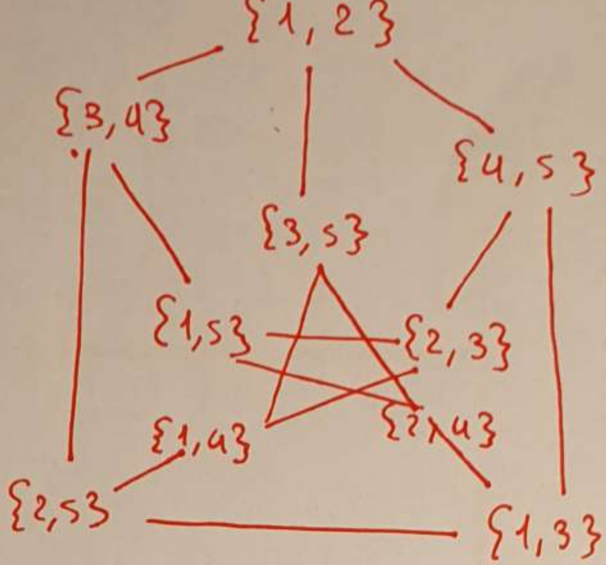
Ex 1 :

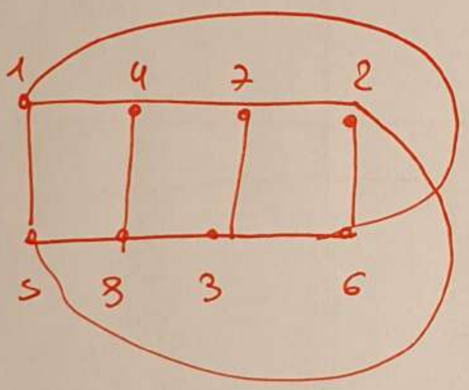
Graphe Petersen :



Echelle Mobius :

1 : {4, 5, 6} ; 2 : {5, 6, 7}, 3 : {6, 7, 8}, 4 : {7, 8}

5 : {1, 2, 8}, 6 : {1, 2, 3}, 7 : {2, 3, 4}, 8 : {3, 4, 5}

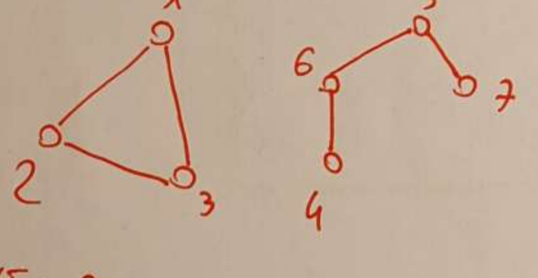


d'où l'echelle : 

Ex 2 :

$G(V(G), E(G))$ avec $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ENTREE

$E(G) = \{12, 65, 46, 31, 23, 57\}$



	12	31	46
comp(1) = 1	comp(1) = 2	" "	" "
⋮	comp(2) = 2	comp(3) = 2	comp(4) = 6
comp(8) = 8	⋮	⋮	⋮
	comp(8) = 8	comp(8) = 8	comp(8) = 8

et sortie : C_1 : comp(1) = comp(2) = comp(3) = 2

C_2 : comp(4) = comp(5) = comp(6) = comp(7) = 6

C_3 : comp(8) = 8

~~Ex 3~~ :

$G = \bigcup_{i=1}^{3} C_i$

Exercice 3 :

a) Un graphe est regulier-1 $\Leftrightarrow$ est un couplage

$\Rightarrow$

Supposons que G soit regulier-K alors

$\forall v \in V(G) \quad d_G(v) = K$ et donc $|N_G(v)| = K$

Or $|N_G(v)| = 1 \Leftrightarrow$ est un couplage

~~Réciproquement~~

b " "-2 $\Leftrightarrow$ est une union disjointe de cycle.

$\Rightarrow$ " "

$\forall v \in V(G) \quad d_G(v) = 2 = |N_G(v)| = 2$

Soit $v_1 \in V(G)$, $d_G(v_1) = |N_G(v_1)| = 2$

$v_2 \in N_G(v_1)$, " "

$\vdots$

$v_n \in N_G(v_{n-1})$ "

$\Updownarrow$ Comme G est un graphe finit

$v_1 \in V(v_n)$ Fin car $[v_2 ; v_{n-1}]$ ont deja 2 voisin

Le cycle ainsi mis en exergue sera nommé C_1 par la suite de la preuve

I Soit $C_1 \subseteq G$ tq $\forall c \in C_1, d_{C_1}(c) = 2$ (2-regulier)
d'après ($\Diamond$)

II $\forall v_K \in C_1 \quad E(C_1) = \bigcup_{K \geq 0}^{n} \{V_K V_{K+1}, V_K V_{n+1-K}\}$

avec $n = |V(C_1)|$ (Disjoint)

Donc d'après (I) et (II) C_1 est un cycle 2-regulier disjoint du "reste" du graphe.

Pour $G' = G - C_1$ il en va de m̂

$G^{(n)} = G^{(n-1)} - C_{n-1}$ car G est finit donc

Soit G tq $G = \bigcup_{K=0}^{n} C_K$ avec n : nb de cycle 2 regulier

$\left(\text{et } \bigcap_{K=0}^{n} C_K = \emptyset \; , \forall C_K \in G, d(C_K) = 2|E(C_K)| \right)$