שינוי $ALGO\ 1$ כך שיחזיר חלוקה $EF1$ לגבי מטלות:

- כשמדובר במטלות, לכל סוכן $i \in [n]$ ולכל מטלה $t \in [m]$: $v_i(t) \le 0$.

- הגדרת $EF1$ על מטלות:
הקצאה $A = (A_1, A_2, ..., A_n) \in F$ היא $EF1$ אמ"ם לכל זוג סוכנים $i,j \in [n]$ קיימת מטלה $t \in A_i$ כך ש: $v_i(A_i \setminus \{t\}) \ge v_i(A_j)$.
כלומר, אם כל סוכן i יכול לבחור להוריד מטלה מהסל שלו כך שלא יקנא יותר באף סוכן אחר, אז ההקצאה היא $EF1$.
(הקנאה של הסוכנים מוגבלת בערך המינימלי של utility, בעיני i , של חפץ בסל של עצמו).

בהתחלה חשבתי שהאלגוריתם בעצם נשאר בדיוק אותו דבר ואין מה לשנות. אבל:
לדעתי יש כאן כמה מקרים שצריך להתייחס אליהם (בשונה מgoods):

1. אם יוצא שהראשון בסדר בוחר מטלה אחרון (כלומר מספר המטלות חלקי מספר הסוכנים מותיר שארית 1), אז הראשון בסדר הוא דווקא זה שנדפק. כי הוא חייב לקחת עוד מטלה אחת אחרי כולם.
זה שונה מgoods כי שם הוא הרוויח מזה שנשארה עוד סחורה.
2. אבל אם יש שארית, שגדולה מ1, אז ייתכן שהסוכנים הבאים יידפקו יותר. כי המטלה שתישאר תהיה "גרועה" יותר גם ביניהם. (יכול להיות כולם חוץ מהאחרון - אחרת לא הייתה שארית).
3. אבל אם מספר המטלות הוא כפולה של הסוכנים, אז שמרנו על התכונה שהראשון הכי מרוויח, והאחרון הכי נדפק.

לכן: אני אקח את הרעיון של המאמר Fair allocation of combinations of indivisible goods and chores, של להוסיף k מטלות dummy שלכל אחד מהסוכנים יש עבורן utility=0. וכך נקבל תמיד מספר שמתחלק בn.
! הערה: במאמר המטלות האלו שימשו אותם למטרה אחרת.
כדי למנוע מצב שבסיבוב של הקצאת הgoods, יהיה סוכן שלא חושב שאלו באמת דברים טובים. כלומר יש לו utility שלילי לגבי הסחורות שנשארו. אז הסוכן הזה יכול לקחת סחורה dummy שלא תורמת ולא מזיקה לו. ובכל מקרה מובטח שעבור כל סחורה שם, יהיה סוכן שיש לו תועלת חיובית ממש עליה, כי אחרת היא לא הייתה נכנסת ל O^+ מלכתחילה.

אבחנה נוספת: התכונה הזו צריכה להיות על כל קטגוריה בנפרד! מכיוון שמפעילים את round-robin כל פעם מחדש לגבי כל קבוצת מטלות מקטגוריה אחרת.
כלומר הk שיתווסף כדי להשלים לan, יהיה עבור כל קטגוריה בנפרד. אז נוסיף אותו בround-robin.

<u>אלגוריתם round-robin על מטלות:</u>

קלט: $< C, [n], (v_i)_i, \sigma >$ כאשר C = קבוצת המטלות מקטגוריה מסוימת. צריך להקצות את כולן.

- נניח כי $|C| = an - k$ עבור $k \in \{0, ..., n-1\}$.
- ניצור k מטלות dummy שלכל סוכן יש עבורן utility=0 ונוסיף אותן לC. (כלומר עכשיו $|C| = an$, ומובטח שתמיד הסיבוב יסתיים בסוכן האחרון).

- אתחול:
  - לכל סוכן $i \in [n]$ סל ריק: $B_i = \Phi$
  - קבוצת המטלות שלא הוקצו: $M \leftarrow C$
- כל עוד $M \neq \Phi$:
  - עבור כל $i \in [n]$:
    - הגדר $t_{\sigma(i)} \in argmax_{t \in M} v_{\sigma(i)}(t)$
    - עדכן $B_{\sigma(i)} \leftarrow B_{\sigma(i)} \cup \{t_{\sigma(i)}\}$.
    - $M \leftarrow M \setminus \{t_{\sigma(i)}\}$
    - אם $M = \Phi$ צא.
- החזר את $B = \{B_1, ..., B_n\}$

<u>האלגוריתם החדש (אותו דבר בעצם):</u>

- אתחל הקצאה $A^0 = (A^0{}_1, ..., A^0{}_n)$ עם $A^0{}_i = \Phi$ לכל $i \in [n]$.
- קבע סדר אקראי על הסוכנים: $\sigma = (\sigma(1), ..., \sigma(n))$.
- עבור $h \in [1, l]$:
  - קבע את B^h להיות ההקצאה שחוזרת מround robin (כששולחים אליו את C_h).
  - לכל $i \in [n]$ עדכן: $A^h{}_i \leftarrow A^{h-1}{}_i \cup B^h{}_i$ (מוסיפים למה שהוקצה לו עד עכשיו את ההקצאה של הקטגוריה הנוכחית - לפי round-robin).
  - עדכן את גרף הקנאה להיות חסר מעגלים.
  - עדכן את σ להיות סדר טופולוגי על הגרף.
- החזר את A^l.

<u>דוגמת הרצה:</u>

טבלת התועלות של הסוכנים לכל מטלה:

	מטלה 1	מטלה 2	מטלה 3	מטלה 4	מטלה 5	מטלה 6	מטלה 7
סוכן 1	-2	0	-7	-3	-5	-13	-2
סוכן 2	-4	-8	-9	-4	-10	-7	-3
סוכן 3	-10	-1	-11	-2	-12	-7	-4

קטגוריה 1 - המטלות הכחולות. מגבלה: 1
קטגוריה 2 - המטלות הורודות. מגבלה: 2
קטגוריה 3 - המטלות הירוקות. מגבלה: 1

הפעלת האלגוריתם:

הסוכנים	המטלות שלהם עד כה
סוכן 1	none
סוכן 2	none
סוכן 3	none

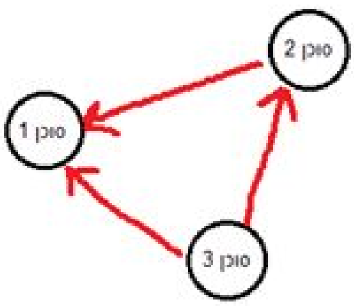
סיגמא = {1,2,3}

קטגוריה 1: מוסיפים מטלה 1 dummy.

1- בוחר את הdummy.
2 - בוחר את מטלה 1.
3- בוחר את מטלה 3.

הסוכנים	המטלות שלהם עד כה
סוכן 1	dummy
סוכן 2	1
סוכן 3	3

גרף הקנאה:



הגרף חסר מעגלים. נעדכן את סיגמא להיות {3,2,1}

קטגוריה 2: מוסיפים 2 מטלות dummy.

3- בוחר אחת מהdummy.
2- בוחר אחת מהdummy.
1- בוחר את מטלה 2.
3- בוחר את מטלה 4

2- בוחר את מטלה 6
1- בוחר את מטלה 5

הסוכנים	המטלות שלהם עד כה
סוכן 1	dummy,2,5
סוכן 2	1,dummy,6
סוכן 3	3,dummy,4

גרף הקנאה:

סוכן 1 חושב שההקצאה שלו היא -5, של סוכן 2 היא -15, ושל 3 היא -10 (לא מקנא).
סוכן 2 חושב ששלו -11, של 1 היא -18, ושל 3 היא -13 (גם לא מקנא).
סוכן 3 חושב ששלו -13, של 1 היא -13, ושל 2 היא -17 (גם לא מקנא).

לכן אין צלעות בגרף הקנאה בכלל. (כמובן שבפרט אין מעגלים).

נגדיר סתם סיגמא = {1,2,3}

קטגוריה 3: מוסיפים 2 מטלות dummy

1- בוחר את הdummy
2- כנל
3- בוחר את 7.

הסוכנים	המטלות שלהם עד כה
סוכן 1	dummy,2,5,dummy
סוכן 2	1,dummy,6,dummy
סוכן 3	3,dummy,4,7

↓

הסוכנים	המטלות שלהם עד כה
סוכן 1	2,5
סוכן 2	1,6
סוכן 3	3,4,7

גרף הקנאה:

סוכן 1: מקודם לא קינא, ולא נוסף לו כלום. לכן לא מקנא.
סוכן 2: כנל
סוכן 3: עכשיו הutility שלו על הסחורות שלו = -17. מקנא בסוכן 1 (כי הוא חושב ששלו -13).
אבל הוא מקנא בו בלכל היותר המינוס של הutility של המטלה "הכי גרועה" שיש אצלו.