

Vraag 1. Aantal knopen in een binaire heap met diepte d (2 punten)

Je weet wat de diepte van een binaire boom is. Gegeven is een binaire (max of min, dat doet er voor deze vraag niet toe) heap, wat een speciaal geval van een binaire boom is. Je mag voor de twee onderstaande vraagjes een tabel, voorbeeld, . . . tekenen waarmee je de formule gevonden hebt, maar dat hoeft niet. De twee formules volstaan.

(a) Geef een formule voor het maximale aantal knopen in een binaire heap met diepte d.

Oplossing: $2^d - 1$

diepte	aantal
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63
7	127
8	255
9	511
10	1023

(b) Geef een formule voor het minimale aantal knopen in een binaire heap met diepte d.

Oplossing: d

~~Je kan een boom hebben met enkel linker of rechter bomen.~~

De oplossing hierboven is fout want het gaat over een **BINAIRE HEAP (complete binaire boom)**

Oplossing: 2^{d-1}

diepte	aantal
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512

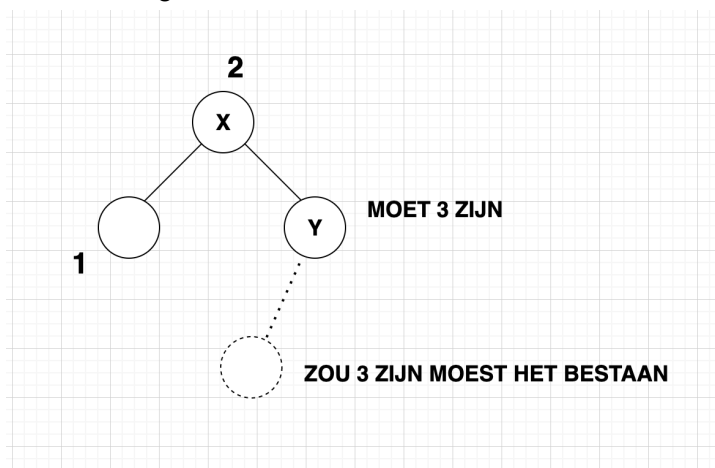
Vraag 2. Wandelen in een binaire boom (2 punten)

Bekijk een knoop X in een binaire boom. Er is gegeven dat X twee kinderen heeft. Bij een in-order wandeling door de boom wordt X onmiddellijk gevolgd door Y. We geven nu vier zinnen over Y. Na de vier zinnen komt de vraag, in twee stukjes.

- (a) Y heeft geen rechterkind.
- (b) Y heeft geen linkerkind.**
- (c) Y heeft twee kinderen.
- (d) Geen van de bovenstaande zinnen is juist.

1. Welke van de vorige zinnen is altijd waar over Y? Omcirkel de letter voor de juiste zin.
2. Leg je antwoord hieronder uit met een duidelijk voorbeeld (teken een kleine binaire boom).

Omdat tijdens de wandeling Y onmiddellijk volgt op X en X een rechterkind heeft, moet Y wel het rechterkind zijn van X. Stel dat Y een linkerkind zou hebben, dan zou dat volgens de definitie van een in-order wandeling moeten voorkomen voor Y. Omdat dit niet het geval is, heeft Y dus geen linkerkind.



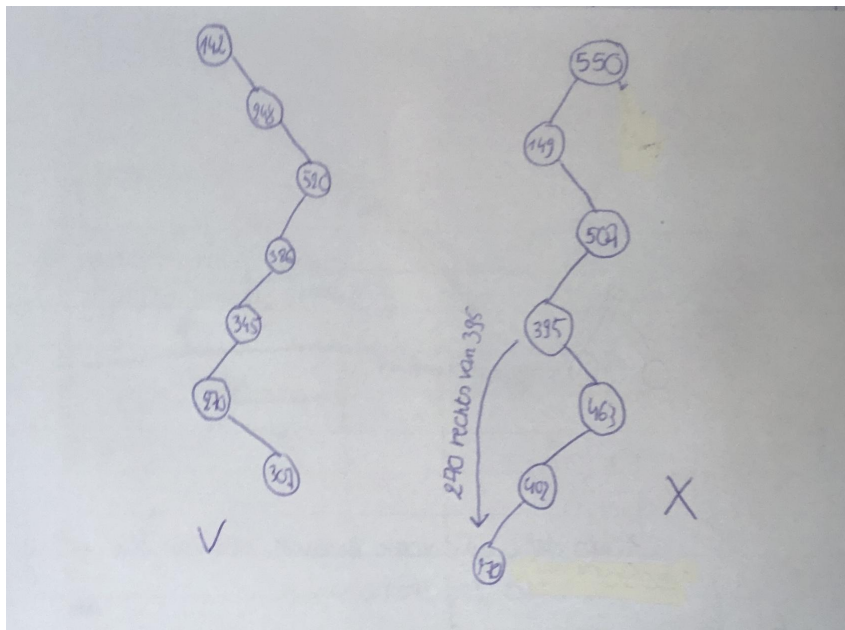
Vraag 3. Binaire Zoekboom (BST) (2 punten)

Een BST bevat in de knopen natuurlijke getallen in het bereik [37, 573]. Niet alle getallen komen voor, maar die die in de BST staan zitten in het gegeven interval. We zoeken in deze BST naar het getal 273. Dit getal staat echter niet in de BST. Bij deze zoektocht naar 273 onderzoeken we de getallen in verschillende knopen. Welke van onderstaande opeenvolgingen van getallen zouden het resultaat kunnen geweest zijn van onze zoektocht? Onderzoek de drie opeenvolgingen en toon aan welke onmogelijk zijn.

(a) 81, 537, 102, 439, 81, 376, 305

(b) 142, 248, 520, 386, 345, 270, 307

(c) 550, 149, 504, 395, 463, 402, 270



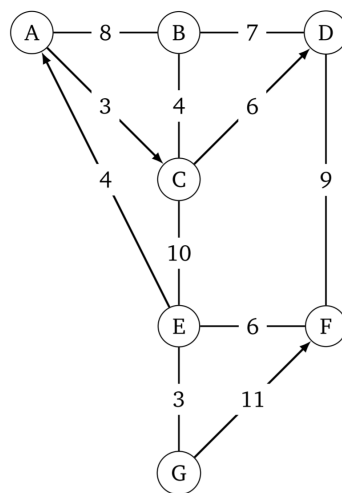
Oplossing:

- a) Deze klopt niet omdat knoop 81 dubbel voorkomt (moet je zelfs niet tekenen)
- b) Deze klopt wel omdat je 273 op het einde kan toevoegen
- c) Deze kan niet omdat 270 relatief gezien rechts staat van 395 terwijl het kleiner is.

Vraag 4. Methode van Dijkstra (4 punten)

De graaf van figuur 1 bestaat uit 7 knooppunten.

- (a) Gebruik de methode van Dijkstra om het kortste pad te bepalen van knooppunt G naar de andere knooppunten van het netwerk. We zagen in de les een tabelmethode en de vertaling hiervan met matrices. Hier gebruik je de tabelmethode.
- (b) Leg kort (max. drie zinnen) uit hoe één iteratie van het algoritme loopt.
- (c) Gebruik nu deze eindtabel uit vraag (a) om de kortste afstand van G naar het punt D af te lezen.
- (d) Geef voor de kortste afstand van G naar D het pad. Leg voor dit pad kort uit hoe je dat opbouwt vanuit de tabel die je in punt (a) maakte.

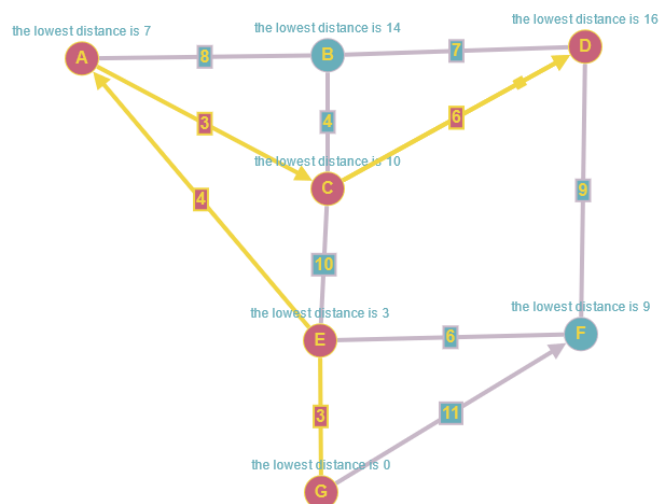


Figuur 1 Figuur bij vraag Dijkstra

A	B	C	D	E	F	G	
0	0	3	0	0	0	0	A
0	0	0	0	0	0	0	B
0	4	0	6	0	0	0	C
0	0	0	0	0	0	0	D
4	0	0	0	0	6	0	E
0	0	0	0	0	0	0	F
0	0	0	0	3	0	0	G
7	14	10	16	3	9	0	

a)

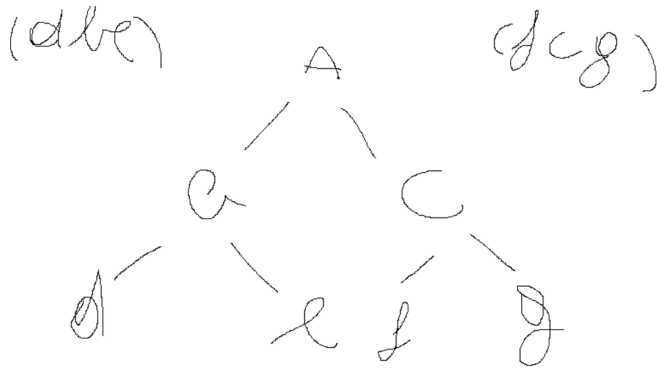
Shortest path length is 16: G⇒E⇒A⇒C⇒D Full report



- b) Je kijkt horizontaal naar G, dan duid je alle getallen aan. Het kleinste getal duidt je in blauw aan en de rest maak je 0 (in dit geval waare 3 die verwijst naar E). Nu kijk naar de getallen bij E, dit is in dit geval 4, 10 en 6. De kortste weg is via 4 in A, die duid je aan en je maakt de rest 0.
- c) De eindtabel staat bij a. Kortste afstand kan je in de laatste tabel aflezen, van G naar D kost 16.
- d) Het pad vind je door te beginnen met het eindpunt. D→C→A→E→G
Het uiteindelijke resultaat is $G \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D$

Vraag 1. Wandelen in een binaire boom (2 punten)

De in-order wandeling door een binaire boom geeft d b e a f c g. De pre-order wandeling door dezelfde boom levert als volgorde a b d e c f g. Geef de volgorde die je bekomt als je deze boom post-order bewandelt.



ANTWOORD: D E B F G C A

Vraag 2. Binaire zoekboom (BST) (2 punten)

Hoeveel verschillende zoekbomen kan je construeren met drie verschillende waarden? Leg je antwoord uit met een tekening van de mogelijkheden voor een concreet voorbeeld.

ANTWOORD: Je kan er 5 verschillende construeren

