Premier jet du Rapport de projet de M1: Réseau periodiques et modes localisés

Thomas Lechat & Alice Dinsenmeyer

26 mars 2015

Table des matières

Chapitre 1

Remerciements (ou pas)

Chapitre 2

Abstract en anglais

même chose que l'intro mais + detaillé ?

Chapitre 3

Introduction

domaine de recherche : méta-matériaux, filtrage analogique, tout les phénomènes de propagation. Citation des sources but : comprendre propagation dans réseau et visualisation expérimental de mode localisé plan : Approche théorique de la propa dans réseau ac, ajout de singularité pour mode localisé, expérimentation

Chapitre 4

Théorie d'un réseau acoustique de résonateur de Helmholtz fini

Le but du projet est de caractériser un réseau de résonateur de Helmholtz placés sur un guide d'onde. On dispose pour cela d'un banc de mesure représenté figure 4.1. Une simulation de la propagation dans le réseau pourra donc être confronté à une expérience.

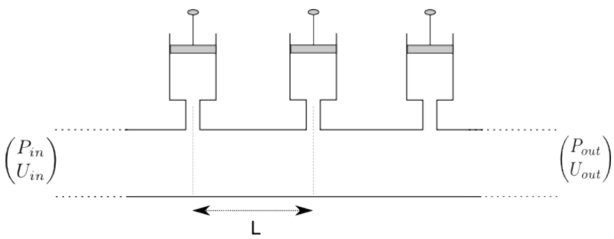

FIGURE 4.1 – Schéma du réseau de résonateurs de Helmholtz.

4.1 Mise sous forme matricielle

On s'intéresse ici a la mise sous forme matricielle du problème de la propagation acoustique dans le réseau periodique vu ci-dessus. Le but étant de mettre le système sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} P_{out} \\ U_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{in} \\ U_{in} \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

Cette matrice dispose en effet de propriétés intéressantes et l'étude du système sera grandement facilité par ce formalise.

4.1.1 Le guide d'onde

La solution de la propagation dans un guide d'onde peux être facilement déduite de l'équation d'onde suivante :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \tag{4.2}$$

On se place en régime harmonique et on note $\Gamma = jk$ la constante de propagation du système. D'où les solutions (vitesses calculées avec l'équation d'Euler :

$$\begin{cases} p(x_1) = Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1} \\ v(x_1) = -\frac{1}{j\omega\rho}[-\Gamma Ae^{-\Gamma x_1} + \Gamma e^{\Gamma x_1}] \\ p(x_2) = Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2} \\ v(x_2) = -\frac{1}{j\omega\rho}[-\Gamma Ae^{-\Gamma x_2} + \Gamma e^{\Gamma x_2}] \end{cases}$$

On pose $x_1 - x_2 = L$. Tous calculs faits, on trouve finalement :

$$\begin{pmatrix} p(x_1) \\ v(x_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(kL) & \frac{j\omega\rho}{k}\sinh(kL) \\ \frac{k}{j\omega\rho}\sinh(kL) & \cosh(kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(x_2) \\ v(x_2) \end{pmatrix}$$

Ajout des pertes

Pour prendre en compte les pertes, on modifie l'expression de la constante de propagation et de l'impédance caractéristique. Les expressions utilisées se trouvent en [A1]. on a donc :

$$k = \frac{\omega}{c_0}\left(1 + \frac{\beta}{s}(1 + (\gamma - 1)/\chi\right)$$
$$Z_c = \frac{\rho c_0}{S}\left(1 + \frac{\beta}{s}(1 - (\gamma - 1)/\chi\right)$$

Et où on a :
- $s = R/\delta$ avec $\delta = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho\omega}}$
- $\chi = \sqrt{P_r}$ ou P_r est le nombre de Prandtl
- $\beta = (1 - j)/\sqrt{2}$
- μ la viscosité de l'air

4.1.2 Le résonateur

Le résonateur est considéré dans le réseau comme un changement ponctuel d'impédance.
On a la formule de l'impédance ramenée suivante :

$$Zx_1 = \frac{jZ_c tan(kL) + Z_{x_2}}{1 + j\frac{Z_{x2}}{Z_c}tan(kL)}. \tag{4.3}$$

Si on suppose que le résonateur est constitué d'une parois rigide et de 2 tube, on peux donc calculer sont impédance comme suit :

$$\begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kl) & jZ_{c_1}\sin(kl) \\ \frac{1}{Z_{c_1}}\sin(kl) & \cos(kl) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(kL) & jZ_{c_2}\sin(kL) \\ \frac{1}{Z_{c_2}}\sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\Leftrightarrow Z_{resonateur} = \frac{A}{C}$$

Si on ajoute un résonateur en parallèle au guide, on a toujours continuité des pressions mais plus des vitesses. On a donc la matrice de transfert pression-vitesse suivante pour un résonateur dans le réseau :

$$M_{resonateur} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_{resonateur} & 1 \end{pmatrix}$$

4.2 Étude du réseau fini

Une simulation est faite sur Matlab a partir des 2 matrices (guide et résonateur) trouvées ci-dessus.

4.2.1 Équation de dispersion

4.2.2 Bande de Bragg

4.2.3 Bande interdites liés aux résonateurs

4.2.4 Réflexion et transmission du réseau

Chapitre 5

Ajout d'une singularité dans le réseau

5.1 Cas d'une singularité hors bande de Bragg

5.2 Cas d'une singularité dans la bande de Bragg

5.3 Calcul numérique de la pression dans le réseau

Chapitre 6

Visualisation expérimental d'un mode localisé

6.1 Protocole expérimental

6.2 Résultat et comparaison avec la simulation

Chapitre 7

Conclusion