

UNIVERSITÉ DU MAINE
UFR SCIENCES ET TECHNIQUES

MASTER 1^{ÈRE} ANNÉE

RAPPORT DE PROJET - SECOND SEMESTRE

Réseaux périodiques et modes localisés

Étudiants :

Thomas LECHAT
Alice DINSENMEYER

Encadrant :

Olivier RICHOUX
Maître de conférences à
l'université du Maine

Année universitaire 2014-2015

Remerciements

Nous remercions O. Richoux de nous avoir proposé ce projet, puis de nous avoir encadré, avec patience et disponibilité.

Nous remercions également V. Achilleos pour son aide et ses conseils.

Merci aussi à tous les relecteurs.

Abstract

This study is about sound propagation in periodic structures, focusing on the specific example of a waveguide, periodically loaded by Helmholtz resonators, taking into account viscothermal losses (distributed in the duct and localised at each resonator). Research on resonant acoustic meta-materials is closely linked to works on lattice in the fields of electromagnetism and crystallography.

This kind of structures is used for its ability to create a dispersive medium. Indeed, two kinds of phenomenon prevent the wave transmission at some frequencies through the lattice. Some gaps are due to resonators which absorb the energy at frequencies near their resonances. Other frequency gaps, called Bragg gaps, are created by the periodicity of the structure that localises waves for which the wave length is twice the distance between two resonators.

Theoretical works and numerical simulations are presented in this report in order to describe the frequency response for finite, infinite, disordered and ordered lattice.

Then, using the dispersion relation of the system and introducing a defect on the cavity length of one resonator, a phenomenon of localised wave is studied numerically and observed experimentally. For this purpose, the choice of the defect resonance frequency and its position in the lattice is carefully considered. If the defect resonates in a frequency gap, the pressure wave resulting from this resonance cannot propagate and is restricted in the vicinity of the defect.

Keywords : lossy periodic structures, dispersion, localised mode

Table des matières

Introduction	3
1 Théorie d'un réseau acoustique fini constitué de résonateurs de Helmholtz	4
1.1 Mise sous forme matricielle	4
1.1.1 Le guide d'onde	5
1.1.2 Impédance d'entrée d'un résonateur	5
1.2 Étude du réseau fini	6
1.2.1 Équation de dispersion	6
1.2.2 Réflexion et transmission du réseau	6
1.2.3 Bande de Bragg	6
1.2.4 Bandes interdites liées aux résonateurs	7
1.2.5 Cas désordonné	7
2 Ajout d'une singularité dans le réseau	10
2.1 Étude de l'influence de la fréquence de résonance du défaut	10
2.1.1 Cas du défaut hors bandes interdites	10
2.1.2 Cas du défaut dans une bande interdite	11
2.2 Étude de l'influence de la position du défaut	12
3 Visualisation expérimentale d'un mode localisé	13
3.1 Protocole expérimental	13
3.2 Mesure du coefficient de réflexion et de transmission du réseau	14
3.3 Mesure d'un mode localisé par insertion de capteur dans le réseau	15
3.4 Changement de géométrie du défaut	17
Conclusion	19

Introduction

La propagation dans les réseaux n'est pas un sujet nouveau : celui-ci a déjà été abordé en profondeur notamment dans des recherches en cristallographie et en électromagnétisme. Les phénomènes liés à la propagation dans les réseaux sont cependant moins bien connus en acoustique, notamment en ce qui concerne la propagation accompagnée de non-linéarités.

Ce travail s'inscrit dans le cadre de recherches sur les méta-matériaux composés de structures résonantes périodiques. Ce genre de matériaux dispose de propriétés uniques telles que la réfraction négative ou encore la super-absorption. Notre projet consiste à mieux comprendre le phénomène de mode localisé et à l'observer expérimentalement et ce, en lien avec des chercheurs qui pourront exploiter les résultats obtenus, en y ajoutant des phénomènes d'acoustique non-linéaire.

L'étude de la propagation acoustique dans les réseaux est un domaine complexe dès lors que les éléments constitutifs du réseau disposent de leurs propres fréquences de résonance. En effet, deux types de bandes interdites (bandes de fréquences pour lesquelles la transmission est nulle) sont alors présentes et peuvent interagir : les bandes de Bragg, liées à la géométrie du réseau, et les bandes interdites liées à l'impédance des éléments du réseau. De plus, si un défaut est ajouté dans le réseau, il peut alors se produire un phénomène de localisation de la pression dans le tube : un mode localisé (ou mode de défaut) peut alors être observé.

Le but du projet est donc d'étudier la propagation acoustique dans un réseau composé de résonateurs de Helmholtz, en prenant en compte les pertes visco-thermiques intrinsèques à la propagation dans ce type de structure. Une fois la théorie sur les réseaux périodiques développée, une étude sur l'ajout d'un défaut dans le réseau est menée. Pour cela, des simulations numériques sont confrontées à des mesures sur un réseau se trouvant au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine. Toutes les simulations ainsi que les données des expériences sont disponibles à l'adresse internet suivante : https://github.com/Hilid/Projet_M1.

Chapitre 1

Théorie d'un réseau acoustique fini constitué de résonateurs de Helmholtz

Ce chapitre a pour but de caractériser le champ de pression dans un guide sur lequel des résonateurs de Helmholtz sont placés en dérivation, espacés régulièrement d'une longueur L . On dispose pour cela d'un banc de mesure représenté en figure 1.1. Une simulation de la propagation dans le réseau pourra donc être confrontée à une expérience (voir les sections suivantes).

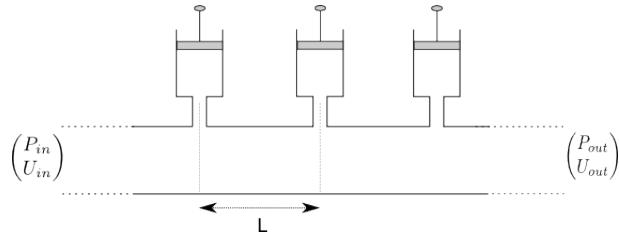


FIGURE 1.1 – Schéma du réseau de résonateurs de Helmholtz.

Notations Le guide principal a pour section S ; le col des résonateurs a pour longueur L_n et pour section S_n ; la cavité des résonateurs a pour longueur L_c et pour section S_c . Par la suite, on note ρ la masse volumique de l'air et c la célérité du son dans l'air.

1.1 Mise sous forme matricielle

On s'intéresse ici à la mise sous forme matricielle du problème de la propagation acoustique dans le réseau périodique vu ci-dessus. Le but est de mettre en relation les pression et débit en entrée du système (P_{in} et U_{in}) avec ceux en sortie (P_{out} et U_{out}) sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} P_{out} \\ U_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} P_{in} \\ U_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{in} \\ U_{in} \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Cette matrice dispose en effet de propriétés intéressantes et l'étude du système sera grandement facilitée par ce formalisme. De plus, les simulations sont faciles à mettre en œuvre dès lors que cette matrice de transfert est connue.

Pour cela, les 2 éléments du réseau (guide et résonateur) doivent être mis sous forme matricielle puis multipliés.

1.1.1 Le guide d'onde

On considère la propagation selon une seule direction du fait de la longueur du guide et du domaine de fréquence de l'étude. De plus, seul le mode plan est propagatif.

La solution de la propagation dans un guide d'onde peut être facilement déduite de l'équation d'onde suivante :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

On se place en régime harmonique et on note $\Gamma = jk$ la constante de propagation du système. Les solutions pour la pression p et la vitesse v au point x_i sont alors :

$$\begin{cases} p(x_1) = C_1 e^{-\Gamma x_1} + C_2 e^{\Gamma x_1} \\ v(x_1) = -\frac{1}{j\omega\rho} [-\Gamma C_1 e^{-\Gamma x_1} + \Gamma C_2 e^{\Gamma x_1}] \\ p(x_2) = C_1 e^{-\Gamma x_2} + C_2 e^{\Gamma x_2} \\ v(x_2) = -\frac{1}{j\omega\rho} [-\Gamma C_1 e^{-\Gamma x_2} + \Gamma C_2 e^{\Gamma x_2}]. \end{cases}$$

On pose $x_1 - x_2 = L$. Tous calculs faits, on trouve finalement la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} p(x_1) \\ v(x_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kL) & \frac{j\omega\rho}{k} \sin(kL) \\ \frac{k}{j\omega\rho} \sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p(x_2) \\ v(x_2) \end{pmatrix}.$$

Prise en compte des pertes

Pour prendre en compte les pertes visco-thermiques, on modifie l'expression de la constante de propagation et de l'impédance caractéristique avec les expressions de l'article [3] (voir la bibliographie de l'article pour plus de détail). Les expressions prenant en compte les pertes visco-thermiques sont donc :

$$\begin{aligned} k &= \frac{\omega}{c_0} \left(1 + \frac{\beta}{s} (1 + (\gamma - 1)/\chi) \right) \\ Z_c &= \frac{\rho c_0}{S} \left(1 + \frac{\beta}{s} (1 - (\gamma - 1)/\chi) \right). \end{aligned}$$

Dans ces expressions, on a :

- $s = R/\delta$ avec $\delta = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho\omega}}$,
- $\chi = \sqrt{P_r}$ où P_r est le nombre de Prandtl,
- $\beta = (1 - j)/\sqrt{2}$,
- μ la viscosité de l'air.
- γ coefficient adiabatique de l'air

Du fait de la géométrie assez complexe du système et du faible rayon des cols des résonateurs, ces pertes ne peuvent pas être négligées comme cela peut être souvent le cas en acoustique.

1.1.2 Impédance d'entrée d'un résonateur

Le résonateur de Helmholtz est considéré dans le réseau comme un changement ponctuel d'impédance. Cette impédance, notée Z_r peut être calculée en utilisant le même formalisme matriciel que précédemment.

On suppose que le résonateur est constitué de 2 guides à parois rigides d'impédance caractéristique $Z_n = \rho c/S_n$ pour le col et $Z_c = \rho c/S_c$ pour la cavité. La matrice de transfert mettant en relation les pression et débit à l'entrée du résonateur P_e et U_e et les pression et débit au niveau de la paroi extrême P_s et $U_s = 0$ est de la forme :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} P_e \\ U_e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos(kL_n) & jZ_n \sin(kL_n) \\ \frac{1}{Z_n} \sin(kL_n) & \cos(kL_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(kL_c) & jZ_c \sin(kL_c) \\ \frac{1}{Z_c} \sin(kL_c) & \cos(kL_c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} P_e \\ U_e \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \\ r_3 & r_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

ce qui conduit à l'impédance du résonateur exprimé de la manière suivante :

$$Z_r = \frac{P_e}{U_e} = \frac{r_1}{r_3}. \quad (1.3)$$

En ajoutant un résonateur en parallèle au guide, il y a toujours continuité des pressions mais plus des vitesses. La matrice de transfert pression-débit pour un résonateur dans le réseau est alors la suivante :

$$M_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_r & 1 \end{pmatrix}$$

Correction de longueur

La longueur effective du col est sujette à une correction présentée en annexe 3.4. Celle-ci est due aux discontinuités de section entre le col et la cavité et entre le col et le guide.

1.2 Étude du réseau fini

Une fois les matrices du guide et du résonateur connues, il suffit alors de les multiplier afin d'obtenir la matrice d'une cellule du réseau. C'est sur l'étude de cette matrice que se basent les analyses de cette section.

Dans la suite les paramètres de la simulation sont ceux du banc de mesure nous disposons. Ces paramètres sont disponibles en annexe 3.4.

1.2.1 Équation de dispersion

La matrice de transfert l'équation de dispersion pour le réseau à N cellules s'écrit alors :

$$\cos(NkL) = \frac{A + D}{2} \quad (1.4)$$

Ainsi, on peut remonter à une expression de kL en fonction de la fréquence. En particulier, les zones où kL devient imaginaire nous intéressent particulièrement car cela induit une décroissance exponentielle de l'onde se propageant dans le guilde (onde évanescente).

1.2.2 Réflexion et transmission du réseau

Le coefficient de réflexion et de transmission de l'onde aller dans le réseau complet peut être calculé de la manière suivante [1] :

$$T^+ = \frac{2}{A + B/Z_c + CZ_c + D} \quad (1.5)$$

$$R^+ = \frac{A + B/Z_c - CZ_c - D}{A + B/Z_c + CZ_c + D} \quad (1.6)$$

On trace ces coefficients en fonction de la fréquence (figure 1.2) ainsi que l'admittance des résonateurs utilisés. Il apparaît que la transmission chute pour trois bandes de fréquence : à la résonance du résonateur de Helmholtz, à celle de sa cavité et à la première bande de Bragg.

1.2.3 Bande de Bragg

Ces bandes sont visibles dès que des singularités apparaissent de manière périodique. L'énergie de l'onde reste contenue entre chaque élément du fait que la longueur d'onde correspond à la moitié de l'espacement entre 2 éléments.

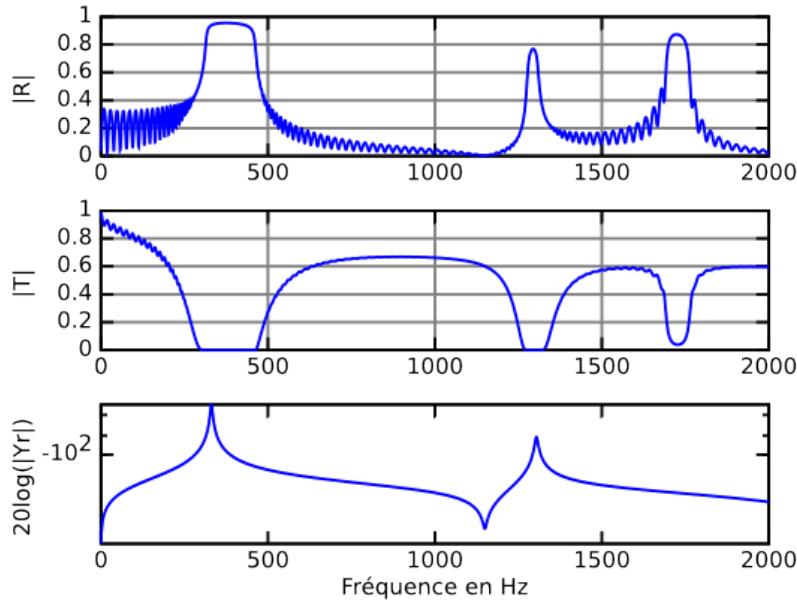


FIGURE 1.2 – Coefficient de réflexion (en haut) et de transmission (au milieu) pour un réseau de 60 résonateurs avec $L_c = 14 \text{ cm}$. En bas : Impédance d’entrée du résonateur.

Pour un espacement entre éléments de longueur $L = 0.1 \text{ m}$, la bande de Bragg se situe autour de la fréquence $f_b = \frac{c}{2L} = 1715 \text{ Hz}$. On constate sur la figure 1.2 que ces bandes de Bragg sont bien présentes à la fréquence indiquée ainsi qu'à ses multiples (chute de la transmission et réflexion maximale).

1.2.4 Bandes interdites liées aux résonateurs

L’équation de dispersion est cependant plus difficile à analyser qu’il n’y paraît en raison des résonateurs qui constituent le réseau. Ceux-ci ont une impédance négligeable dès lors que la fréquence d’analyse se trouve suffisamment éloignée des fréquences de résonance.

De plus, le résonateur étant par nature un système résonant, il peut lui aussi induire une absorption de l’énergie de l’onde sur certaines fréquences. Sur la figure 1.2, ces bandes interdites sont aussi présentes : elles se trouvent là où l’admittance du résonateur est maximale. A ces fréquences, on a bien une chute de la transmission.

1.2.5 Cas désordonné

Désordre sur le volume des cavités

Afin d’étudier succinctement l’effet d’un désordre sur le volume des cavités du résonateur, une simulation numérique est réalisée pour des longueurs de cavité suivant une loi normale. Comme précédemment, les résonateurs sont arbitrairement au nombre de 60 et sont séparés d’une distance $L = 0.1 \text{ m}$. La figure 1.3(a) présente les coefficients de transmission et de réflexion pour une longueur de cavité moyenne de $\bar{L}_c = 14 \text{ cm}$ et un écart-type de $\sigma = 1 \text{ cm}$.

Dans le cas d’un désordre important, le désordre a pour principal effet d’élargir la bande interdite liée à la seconde résonance des résonateurs (résonance de la cavité). La bande de Bragg est très peu impactée puisque le désordre touche le volume des cavités et non l’espacement des résonateurs.

Désordre lié aux conditions expérimentales

Dans l'expérience menée plus loin, le volume des résonateurs est fixé manuellement. La question de l'impact de l'erreur commise par la mise en place de l'expérience est donc directement liée à l'étude de désordre dans le réseau. On estime que la longueur des cavités va suivre une loi normale d'écart-type 2 mm et de longueur moyenne $\bar{L}_c = 14 \text{ cm}$. La figure 1.3(b) montre alors que ce désordre n'a qu'une faible influence sur les coefficients de réflexion et de transmission.

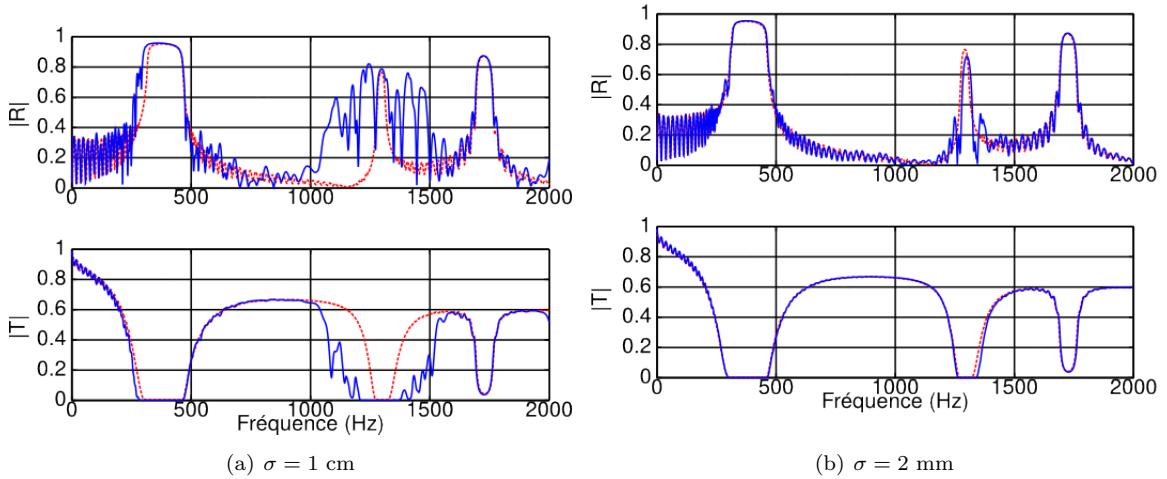


FIGURE 1.3 – Coefficient de réflexion (en haut) et de transmission (en bas) pour un réseau de 60 résonateurs avec $\bar{L}_c = 14 \text{ cm}$. Courbe rouge tiretée : sans désordre. Courbe bleue : avec désordre. Une seule réalisation est effectuée (pas de moyenne).

Désordre sur la position des résonateurs

La même étude est menée sur le désordre lié à la conception du banc de mesure et aux défauts de position des résonateurs. La configuration du réseau est la même. Les figures 1.4(a) et 1.4(b) montrent l'effet d'un désordre plus ou moins grand sur la réflexion et la transmission.

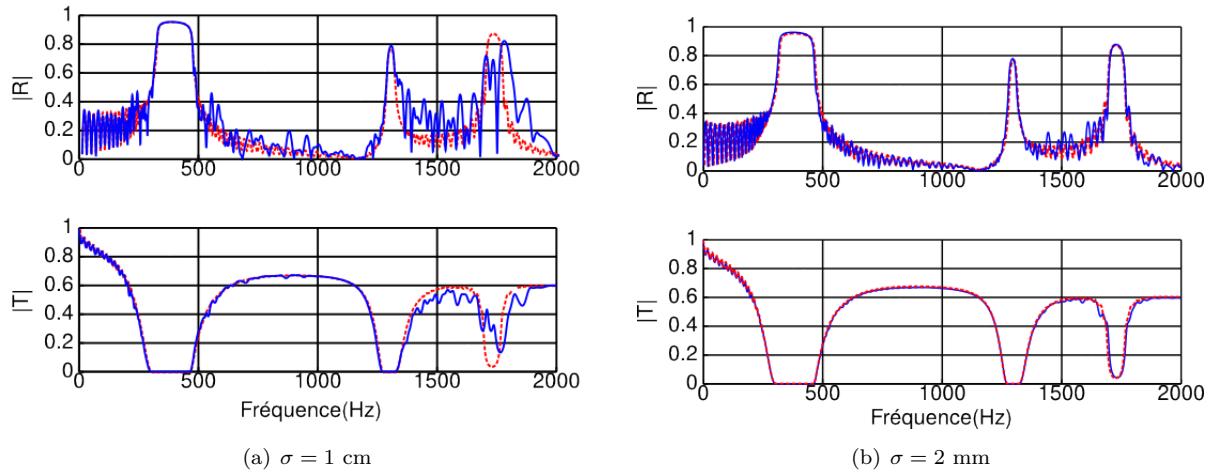


FIGURE 1.4 – Coefficients de réflexion (en haut) et de transmission (en bas) pour un réseau de 60 résonateurs avec $\bar{L} = 14 \text{ cm}$. Courbe rouge tiretée : sans désordre. Courbe bleue : avec désordre. Une seule réalisation est effectuée (pas de moyenne).

Le désordre engendre une chute de la transmission dans la bande de fréquence située entre la

résonance de la cavité des résonateurs et la fréquence de Bragg f_b .

Quand le désordre est d'écart-type 2 mm , son effet est moindre. Or, on estime que le désordre lié à la conception du banc de mesure est plus faible que ce dernier. On considère donc qu'il est négligeable par la suite.

Chapitre 2

Ajout d'une singularité dans le réseau

La seconde partie de ce projet est une étude portant sur l'observation d'un mode localisé dans le réseau précédent étudié. Pour cela, un résonateur est modifié de façon à créer une singularité dans le réseau.

Le banc de manipulation utilisé est le même que celui de la thèse [2] qui a servi de support au projet. Il ne permet de modifier que la longueur des cavités des résonateurs et non leur position. C'est donc en changeant ce paramètre que sera introduite et étudiée la singularité. La longueur de la cavité singulière est notée L_{cs} .

En fonction du choix de la longueur de la cavité singulière, et donc de la fréquence de résonance du résonateur associé, différents phénomènes peuvent être observés.

2.1 Étude de l'influence de la fréquence de résonance du défaut

Le réseau étudié a un comportement complexe d'un point de vue fréquentiel. Il est donc important de différencier les cas suivant la fréquence de résonance du défaut. Deux cas de figure sont représentés sur le schéma 2.1 : celui pour lequel la résonance du défaut est dans une bande interdite et celui où elle est dans une bande passante.



FIGURE 2.1 – Schémas de la configuration avec une singularité dans une bande interdite et hors bande interdite.

2.1.1 Cas du défaut hors bandes interdites

Le cas le plus simple d'une singularité dans le réseau est celui où cette singularité se trouve hors de la bande de Bragg ou des bandes liées aux autres résonateurs (la fréquence de résonance de la singularité est dans une bande passante). La singularité crée un changement d'impédance brutal

dans le réseau à sa fréquence de résonance car alors l'impédance du résonateur est maximale. Dans ce cas, la pression dans le réseau après la singularité est nulle : l'onde est totalement réfléchie. Ce résultat est visible sur la figure 2.2. Cette figure est une simulation de l'amplitude de la pression dans le réseau, excité par un sinus à la fréquence de résonance du défaut. Les lignes noires indiquent l'emplacement des résonateurs (de longueur de cavité 16 cm) et la ligne rouge indique l'emplacement du défaut de longueur de cavité 7.1 cm.

La pression est calculée en chaque point du réseau par rétro-propagation en partant d'une terminaison anéchoïque à la fin du réseau. Les amplitudes visibles au niveau de la source n'ont donc pas nécessairement de réalité physique. On s'intéresse surtout à l'enveloppe du signal plus qu'aux ordres de grandeurs.

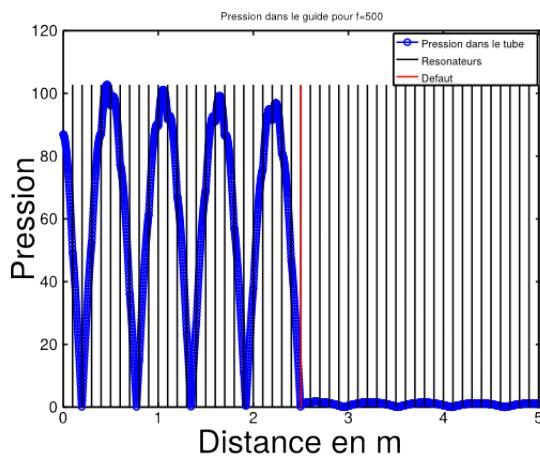


FIGURE 2.2 – Visualisation de la pression dans le réseau avec un défaut dont la fréquence se trouve dans une bande passante. La fréquence d'excitation est celle du défaut (500 Hz). Celui-ci se trouve en 25^{ème} position dans un réseau de 50 résonateurs espacés de 10 cm.

On constate bien une chute de la pression au niveau de la singularité. Excité à sa fréquence de résonance, le résonateur défectueux entraîne une forte absorption. Ici, les pertes sont prises en compte : une fraction de l'onde incidente se propage donc dans le réseau après le défaut.

2.1.2 Cas du défaut dans une bande interdite

Si la fréquence de résonance du défaut se trouve dans une bande interdite, on a alors une localisation de l'onde au niveau du défaut. En effet, la propagation n'est pas possible de part et d'autre du défaut dans le réseau (ondes évanescentes). La fraction de l'onde incidente qui s'est propagée jusqu'au défaut excite ce dernier mais reste piégée du fait que ce défaut se trouve au milieu du réseau. On obtient alors un mode localisé : la pression est élevée à un endroit du guide et y reste confinée.

Du fait que cette pression soit localisée, elle n'a pas d'influence sur le coefficient de transmission sauf dans le cas d'un petit réseau où l'on peut supposer que l'étalement du mode localisé est suffisamment grand au regard de la taille du réseau pour atteindre les bords de celui-ci. Ce genre de phénomène est donc difficile à observer ; cependant une simulation peut aider à en comprendre les concepts clés.

Comme précédemment, on trace sur la figure 2.3 la pression dans le tube pour un défaut dont la résonance se trouve dans une bande interdite. Le réseau est excité à la fréquence du mode localisé. Cette fréquence résulte d'un couplage entre la singularité et le réseau. Elle peut être retrouvée expérimentalement car c'est la fréquence à laquelle la pression est maximale au niveau de la singularité. Elle peut aussi se retrouver sur le coefficient de réflexion : comme le montre la

courbe de droite de la figure 2.3, le coefficient de réflexion est très faible pour une fréquence donnée au milieu de la bande interdite. Cette fréquence correspond à celle du mode recherché.

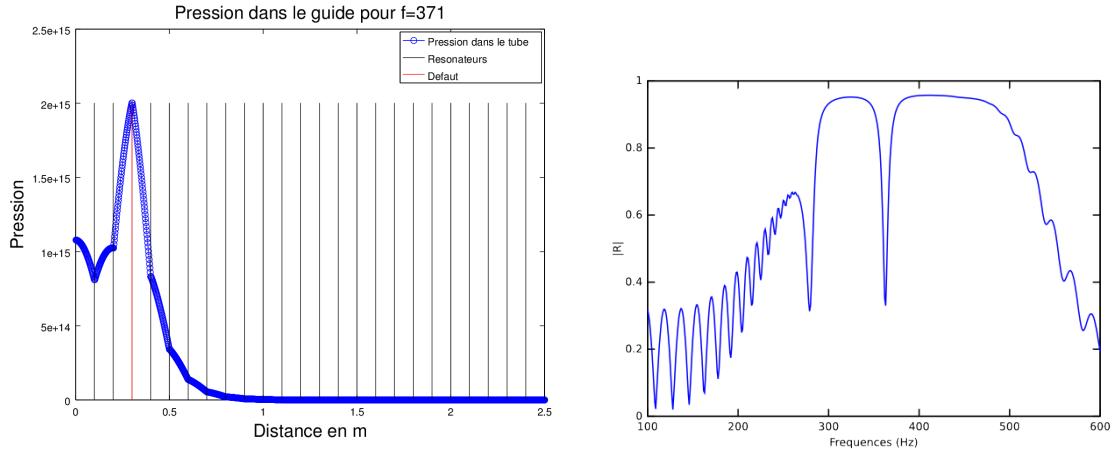


FIGURE 2.3 – À gauche : Visualisation de la pression dans le réseau avec un défaut dont la fréquence se trouve dans une bande interdite ($L_{cs} = 8\text{cm}$). La fréquence d'excitation est à 371 Hz. Le défaut se trouve en 3^{ème} position dans un réseau de 50 résonateurs espacés de 10 cm.
À droite : Coefficient de réflexion pour le même réseau.

2.2 Étude de l'influence de la position du défaut

La position du défaut est elle aussi très importante afin de pouvoir générer un mode localisé : le défaut doit être suffisamment proche de la source afin d'être excité par les ondes évanescentes mais pas trop proche des bords car alors il n'est plus complètement localisé.

La figure 2.4 représente le coefficient de transmission pour un réseau constitué de 5 résonateurs en fonction de la position du défaut ($L_{cs} = 6.5\text{cm}$). Il apparaît clairement que quand le défaut est en position 2 ou 3, une hausse de la transmission est visible autour de 390 Hz. Cette fréquence est celle du mode localisé.

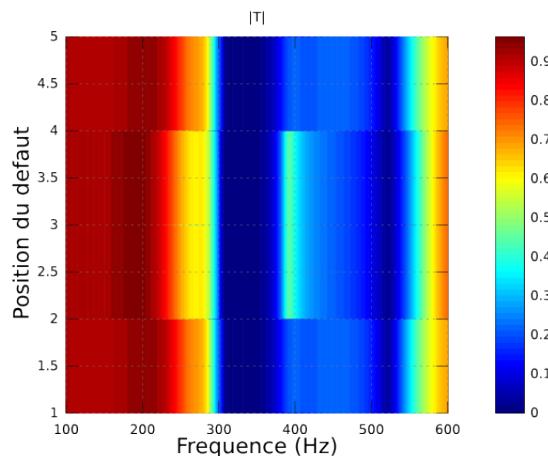


FIGURE 2.4 – Coefficient de transmission en fonction de la position du défaut et de la fréquence d'excitation.

Dans la partie suivante, l'objectif est de visualiser expérimentalement ce mode localisé. Cette simulation numérique montre donc qu'il faut choisir judicieusement la position du résonateur défectueux ainsi que la fréquence d'excitation du réseau.

Chapitre 3

Visualisation expérimentale d'un mode localisé

Comme vu précédemment, un défaut dans le réseau provoque un mode localisé. L'objectif est ici de mettre en évidence ce phénomène de manière expérimentale.

Un mode localisé dans un tel réseau est à la fois difficile à générer et à observer, expérimentalement comme numériquement. La fréquence de résonance du défaut doit se trouver sur le bord intérieur d'une bande interdite afin de pouvoir la visualiser sur les coefficients de transmission et de réflexion. En effet, la propagation de l'onde dans le réseau se fait sur une longueur réduite : la bande interdite rend la décroissance de l'onde exponentielle. Par conséquent, la fréquence de résonance du défaut et la position du défaut par rapport à la source sont cruciales. De plus, une fois le mode généré, il ne peut être observé que très localement et si le réseau est trop grand, il n'est alors pas visible sur les coefficients de transmission et de réflexion qui sont issus de mesures à l'entrée et la sortie du réseau.

3.1 Protocole expérimental

Le banc de mesure utilisé est constitué d'un tuyau perforé de 60 trous sur lesquels peuvent être fixés soit des résonateurs de longueurs de cavité variables (les dimensions sont présentes en annexe), soit des bouchons (cf figure 3.1). La source utilisée est celle du capteur d'impédance (piézoélectrique). Celui-ci est préalablement calibré, puis fixé à une des extrémités du réseau et est reliée à une carte d'acquisition piloté par le logiciel spécialisé du CTTM¹. Ce capteur dispose de 2 microphones et permet donc de calculer directement le coefficient de réflexion du réseau. Afin de pouvoir calculer le coefficient de transmission, un autre microphone (B&K 2669, calibré) amplifié (GRAS 12AQ) est ajouté à l'autre extrémité du réseau, 10 cm après le dernier résonateur.

Les mesures de pression dans le guide sont faites par déplacement manuel d'un microphone (GRAS 26AC) directement placé à l'intérieur du réseau.

A l'autre extrémité du réseau se trouve une sortie anéchoïque préalablement réglée afin que le coefficient de réflexion au bout du réseau soit le plus faible possible. Le coefficient de réflexion du guide sans les résonateurs est en dessous de 8% pour la bande de fréquence d'intérêt (cf annexe 3.4).

1. Centre de Transfert de Technologie du Mans



FIGURE 3.1 – Photo du banc de mesure utilisé.

3.2 Mesure du coefficient de réflexion et de transmission du réseau

On s'intéresse tout d'abord à la mesure du coefficient de réflexion et de transmission dans le réseau. Le but est de chercher la fréquence précise à laquelle le mode de défaut a lieu afin de pouvoir par la suite l'observer expérimentalement. Pour cela, on ne prend que 5 résonateurs (avec un défaut sur le troisième) afin que le mode localisé puisse s'étaler sur les bords du réseau et qu'il soit ainsi visible sur les coefficients de réflexion et de transmission. Les résonateurs ont une longueur de cavité de 16 cm et le défaut de 7.5 cm, et sont espacés de 10 cm. Les courbes figure 3.2 et 3.3 correspondent aux coefficients de réflexion et de transmission pour cette configuration, en comparaison avec le cas sans défaut.

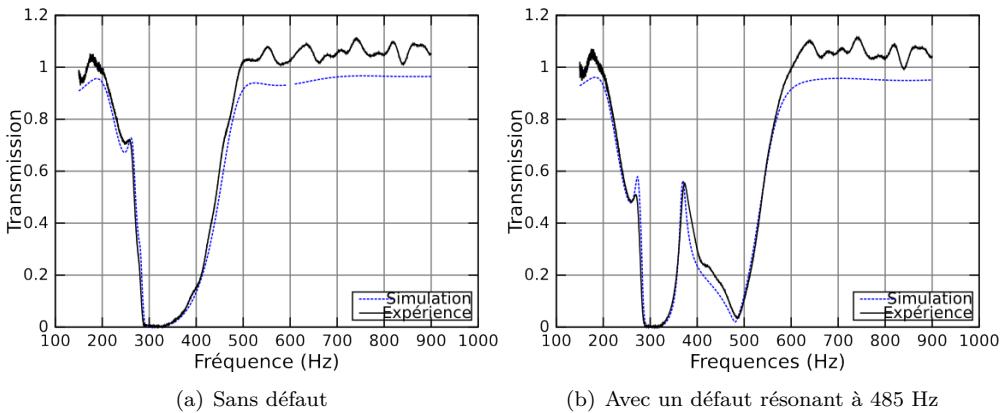


FIGURE 3.2 – Coefficients de transmission du réseau dans un cas sans défaut et avec défaut. Les courbes de simulations (tiretée) et de l'expérience (continue) sont superposées.

Dans l'ensemble, simulations et mesures sont en accord. Certaines variations sont moins marquées sur les courbes expérimentales en raison des fuites aux jonctions du guide et des résonateurs non prises en compte dans la simulation.

Aux fréquences pour lesquelles la transmission est théoriquement proche de 1, il y a de fortes variations observées expérimentalement, allant jusqu'à dépasser 1. Cet écart entre théorie et expérience s'explique par la contribution des faibles réflexions provenant de la terminaison anéchoïque qui n'est pas parfaite.

On constate qu'un pic de transmission est visible autour de 370 Hz, dans la bande interdite, tant théoriquement qu'expérimentalement : le défaut amplifie et permet à l'onde de traverser le réseau pour une fréquence donnée, alors que dans le cas sans défaut, aucune transmission n'est

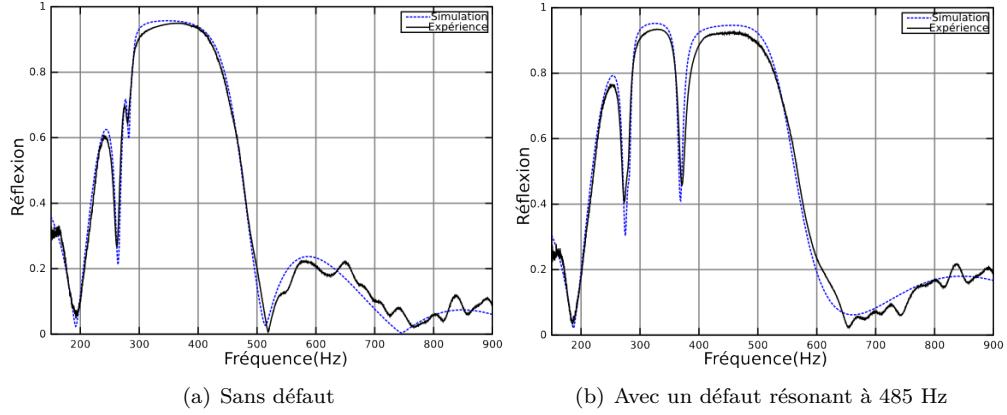


FIGURE 3.3 – Coefficients de réflexion du réseau dans un cas sans défaut et avec défaut. Les courbes de simulations (tiretée) et de l'expérience (continue) sont superposées.

possible. Ce comportement laisse supposer qu'un mode localisé est présent au niveau du défaut : si on augmente le nombre de résonateurs, l'atténuation est plus forte et le pic disparaît. Le mode est alors complètement localisé.

Selon la géométrie du réseau et la fréquence de résonance du défaut, l'effet du mode localisé peut apparaître plus ou moins clairement sur le coefficient de réflexion. Dans le cas des figures 3.2, 3.3, le réseau est suffisamment court pour que l'effet du défaut soit aussi bien visible en transmission qu'en réflexion.

La figure 3.4 montre que l'effet du mode localisé est plus visible quand la fréquence de résonance du défaut se trouve sur le bord d'une bande interdite (ici, à 485 Hz, pour $L_c = 75$ mm). Cette configuration permet que le signal d'excitation ne soit pas trop atténué pendant sa propagation jusqu'au défaut. Il y a alors suffisamment d'énergie pour faire résonner le défaut et que cela soit visible sur le coefficient de transmission.

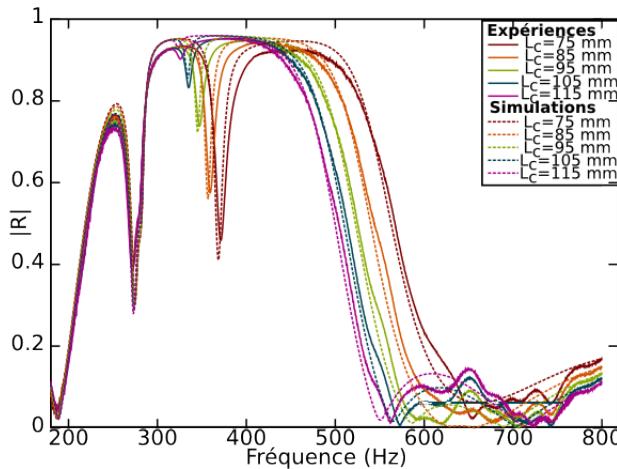


FIGURE 3.4 – Coefficient de réflexion à l'entrée d'un réseau de 5 résonateurs, pour différentes longueurs de cavité du défaut situé en 3^{ème} position.

3.3 Mesure d'un mode localisé par insertion de capteur dans le réseau

Le nombre de résonateurs de part et d'autre du défaut est augmenté de manière à créer un mode complètement localisé. Afin de pouvoir quand même exciter le défaut à la fréquence du mode

recherché, et ce malgré la longueur du réseau, une source est placée dans un des orifices au voisinage du défaut. Pour des raisons techniques, les résonateurs sont alors espacés de 20 cm. De plus, pour éviter le bruit en basses fréquences dû à la réponse des transducteurs utilisés, la longueur de cavité des résonateurs est diminuée à 9.5 cm, permettant ainsi de monter la première bande interdite en fréquence. Enfin, la cavité du défaut est fixée à 8 cm. Dans ces conditions, les cellules étant plus grandes, l'atténuation dans le guide est plus forte et la fréquence du mode de défaut est moins visible sur les coefficients de transmission et de réflexion. Cependant, avec l'aide d'une simulation, il est possible de détecter sur la figure 3.5 une modification de la réflexion quand il y a un défaut. Un pic correspondant au mode de défaut apparaît à 370 Hz.

Le signal d'excitation est donc un sinus à 370 Hz et un microphone est inséré dans le réseau afin de mesurer la pression en tout point. Le microphone n'est pas intrusif car sa taille (quart de pouce, soit 0.6 cm) est petite devant celle de la longueur d'onde. L'amplitude de la pression mesurée dans le tube est représentée figure 3.6 pour une configuration avec et sans défaut.

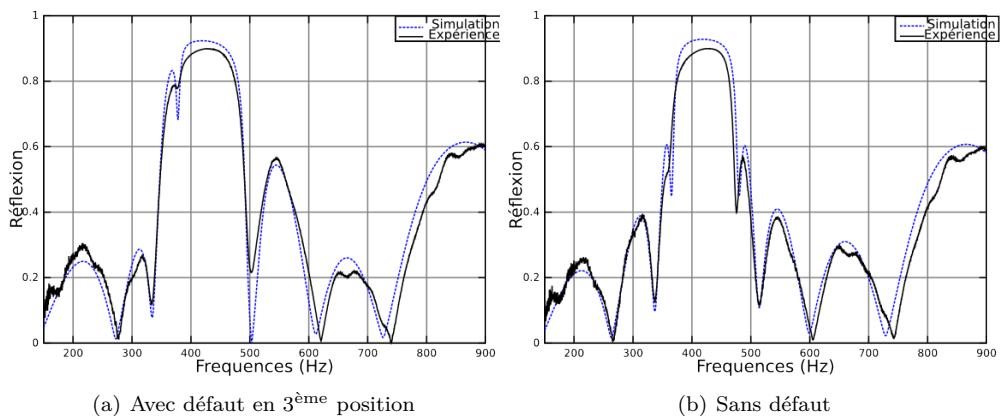


FIGURE 3.5 – Coefficient de réflexion à l'entrée d'un réseau de 5 cellules.

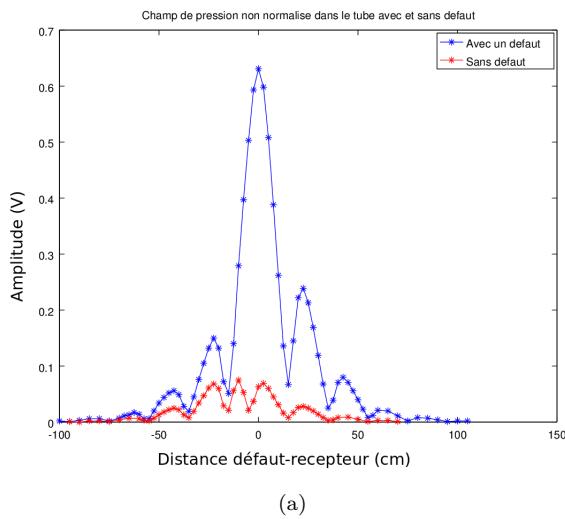


FIGURE 3.6 – Amplitude du microphone mesurée dans le guide avec et sans défaut.

Les niveaux de pression mesurés sont près de 10 fois plus élevés dans le cas où un défaut est présent. De plus, la décroissance à mesure que l'on s'éloigne du défaut est très importante : on est donc bien en présence d'un mode localisé. Il est à noter que dans cette configuration, le niveau maximum dans le réseau ne se situe pas au niveau de la source mais au niveau du défaut (ce qui n'est pas le cas quand il n'y a pas de défaut).

Pour des questions matérielles, il n'a pas été possible de placer la source au même endroit que

le défaut dans le réseau. La symétrie du système n'est donc pas conservée. C'est pourquoi les 2 courbes de la figure 3.6 ne sont pas centrées sur le même point.

3.4 Changement de géométrie du défaut

Afin de pouvoir comparer la différence de décroissance entre les 2 courbes, on change la géométrie de la cellule singulière : celle-ci est maintenant constituée de 2 résonateurs afin de pouvoir placer la source au centre. Les cellules sont alors constituées de 2 résonateurs (voir schéma figure 3.7). La source se trouve au point $x = 0$, les résonateurs ont une longueur de cavité de 16 cm et ceux du défaut une longueur de 8 cm.

Le couplage des deux défauts engendre en réalité deux fréquences de résonance. En prenant des longueurs de cavité plus grandes (16 cm au lieu de 8), l'une d'elles tombe dans une bande interdite, générant ainsi un mode localisé.

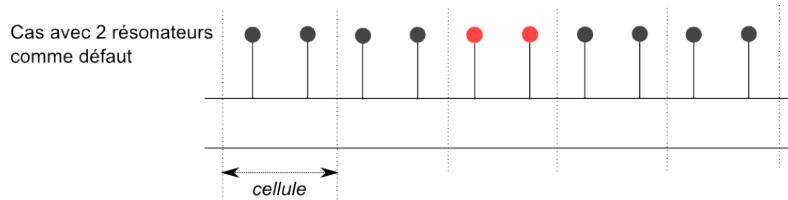


FIGURE 3.7 – Schéma décrivant le changement du défaut afin de rendre le réseau symétrique.

Après avoir effectué ce changement de géométrie, les courbes de pression obtenues sont celles de la figure 3.8. Les mesures sont comparées avec une courbe de décroissance théorique calculée à partir de l'équation de dispersion 1.4 en isolant la constante de propagation k . La décroissance est alors donnée par $e^{-\Im kx}$ où x est la distance parcourue par l'onde.

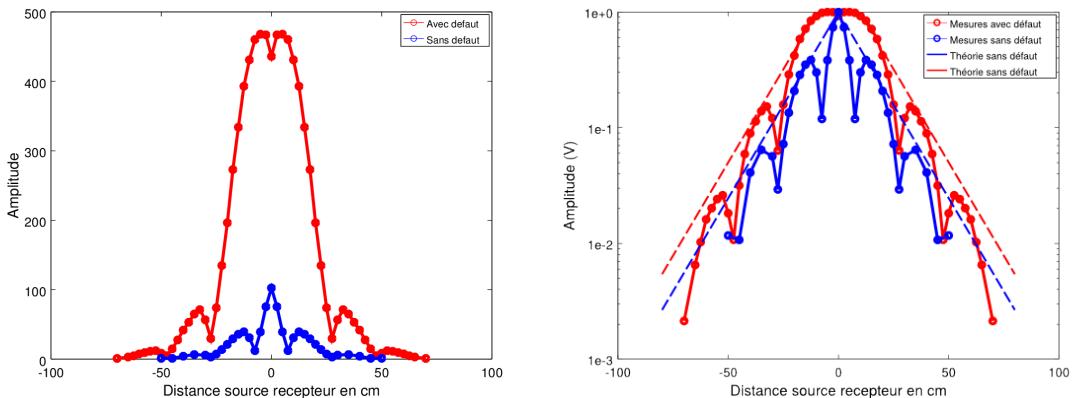


FIGURE 3.8 – Amplitude du microphone mesurée dans le réseau avec un défaut à 2 résonateurs. À gauche en échelle linéaire, à droite en échelle logarithmique, la courbe de comparaison des décroissances est normalisée.

Tout d'abord il est visible sur la première courbe figure 3.8 que l'amplitude du mode localisé est nettement plus élevée que dans un cas sans défaut. Le résultat de la partie précédente est donc bien retrouvé ici.

Dans le cas sans défaut, la décroissance mesurée est légèrement plus importante que celle simulée, en raison des pertes dues aux fuites. Dans le cas avec défaut, la pression ne décroît pas dans la première cellule (sur les 10 premiers centimètres, correspondant à la distance source-défaut) car le défaut résonne. Il y a ensuite une décroissance équivalente à celle d'un réseau sans défaut.

Une onde de forte amplitude est donc bien localisée au niveau de la singularité. Mais le défaut ne semble pas agir sur le reste du réseau.

Conclusion

Ce projet a permis l'étude d'un réseau périodique de résonateurs de Helmholtz en prenant en compte les pertes visco-thermiques.

Dans un premier temps, un réseau périodique infini a été étudié afin de se familiariser avec le formalisme matriciel (onde de Bloch) : celui-ci est adapté pour décrire ce genre de système. Les simulations faites sur la base de ce modèle théorique ont été en parfait accord avec des mesures effectuées sur le banc d'expérience du LAUM². Une étude succincte d'un faible désordre dans le réseau a également été abordée : un désordre sur la position des résonateur affecte les bandes de Bragg, tandis qu'un désordre sur la longueur des cavités modifie les bandes interdites liées à l'impédance des résonateurs.

Dans un second temps, un défaut a été ajouté dans le réseau afin de générer un mode localisé. Là encore, les simulations sont en accord avec les expériences. Bien que le phénomène soit difficile à observer du fait de la localisation de la pression dans le tube à cause des bandes interdites, les mesures sur un réseau avec un faible nombre de résonateurs ont permis de mettre en évidence l'existence d'un mode de défaut sur les coefficients de transmission et réflexion et de connaître la fréquence exacte d'excitation du mode. Il a alors été possible de mesurer la pression dans le tube en excitant près du défaut à cette fréquence. La différence d'ordre de grandeur des pressions entre un réseau avec et sans défaut s'est montrée flagrante et a corroboré les expériences précédentes, montrant qu'il s'agissait bien d'un mode de défaut.

Ces travaux peuvent avoir pour suite l'ajout de phénomènes non-linéaires afin de créer des filtres intéressants à appliquer dans la création de méta-matériaux. Le résonateur de Helmholtz n'étant pas linéaire pour de grandes amplitudes, sa fréquence de résonance s'abaisse quand l'amplitude augmente. Plusieurs applications peuvent donc découler de ce phénomène.

Par exemple, dans le cas d'un résonateur dont la fréquence est dans une bande interdite en amplitude faible, cette résonance pourra ne plus être dans une bande interdite pour une amplitude plus forte : un filtrage en amplitude est alors possible (filtrage dynamique).

De plus, une génération d'harmoniques supérieurs par ce même résonateur est possible en forte amplitude. Ainsi, si une source excite ce défaut, engendrant des harmoniques supérieurs qui ne sont pas dans une bande interdite, la propagation de ces harmoniques est possible. Mais si ce résonateur est placé loin de la source, l'amplitude d'excitation au niveau du défaut sera très faible, et les harmoniques ne seront pas générés. Il est donc possible de créer des systèmes asymétriques sur ce principe.

2. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine

Annexes

Terminaison anéchoïque

La terminaison anéchoïque est constituée de fin tissu métallique résistif auquel vient s'ajouter une cavité de section variable qui crée une discontinuité de section. Afin de fixer cette dernière on procède au calcul du coefficient de réflexion du réseau sans aucun résonateur (juste le tube). Le but est de voir quel est l'impact de l'onde réfléchie par la sortie anéchoïque sur l'entrée du réseau. Après réglage, la courbe de réflexion figure 3.9 est finalement obtenue.

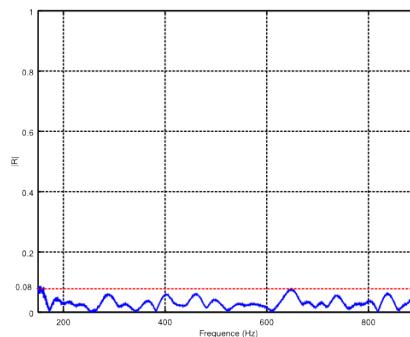


FIGURE 3.9 – Coefficient de réflexion pour le réseau sans résonateur avec une terminaison anéchoïque adaptée.

On constate que le coefficient de réflexion ne dépasse jamais 0.08 ce qui semble tout à fait acceptable afin de considérer la sortie comme anéchoïque dans le reste du projet.

Paramètres du réseau étudié

La liste des dimensions du réseau utilisé lors des expériences et des simulations est la suivante :

- Le guide a un rayon de $R_t = 2.5 \text{ cm}$ et une épaisseur de $ep = 0.5 \text{ cm}$.
- Les résonateurs sont composés de 2 tubes : le col de $R_n = 1 \text{ cm}$ de rayon et $L_n = 2 \text{ cm}$ de longueur, la cavité de $R_c = 2.15 \text{ cm}$ de rayon et de longueur variable L_c . C'est cette dernière longueur qui permet de faire varier la fréquence de résonance du résonateur.

Les corrections apportées aux cols des résonateurs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} l_1 &= 0.82 \left[1 - 1.35 \frac{R_n}{R_c} + 0.31 \left(\frac{R_n}{R_c} \right)^3 \right] R_n \\ l_2 &= 0.82 \left[1 - 0.235 \frac{R_n}{R_t} - 1.32 \left(\frac{R_n}{R_t} \right)^2 + 1.54 \left(\frac{R_n}{R_t} \right)^3 - 0.86 \left(\frac{R_n}{R_t} \right)^4 \right] R_n \\ L_{corr} &= l_1 + l_2 \end{aligned}$$

Celles-ci sont dues aux discontinuités de section à l'entrée et la sortie du col. Ces discontinuités entraînent une augmentation de la longueur effective de part et d'autre du col.

Bibliographie

- [1] *Guide des guides d'ondes acoustiques*, 2010. Cours dispensé à l'université du Maine par J-P Dalmont.
- [2] O Richoux. *Étude de la propagation des ondes mécaniques dans un réseau unidimensionnel comportant du désordre et/ou des non-linéarités localisées*. PhD thesis, Université du Maine, 1999.
- [3] G Theocharis, O Richoux, V Romero García, A Merkel, and V Tournat. Limits of slow sound propagation and transparency in lossy, locally resonant periodic structures. *New Journal of Physics*, 2014.