2017.5.

苏州大学 高等数学一（下）期中试卷　　共 2 页

考试形式：闭卷

特别提醒：请将答案填写在答题纸上，若填写在试卷纸上无效.

一．选择题：（每小题 3 分，共 15 分）

1. 二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0),\\ 0,\qquad (x,y)\neq(0,0)\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）

A. 可微　　B. 连续　　C. 不连续，但极限存在　　D.极限不存在

2. 二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微的充分必要条件为(　　)

A. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处连续　　B. $f'_x(x_0,y_0)$ 与 $f'_y(x_0,y_0)$ 都存在

C. $\Delta z|_{(x_0,y_0)}=A\Delta x+B\Delta y+o(\rho)$, 其中 A,B 是不依赖于 $\Delta x,\Delta y$ 的常数，$\rho=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}$

D. $f'_x(x,y)$ 与 $f'_y(x,y)$ 都在点 (x_0,y_0) 处连续

3. 设函数 $z=x^3+y^3$, 则点 $(0,0)$ 是该函数的(　　)

A. 驻点，但不是极值点　　B. 驻点，且是极小值点

C. 驻点，且是极大值点　　D. 既不是驻点，又不是极值点

4. 设 $I_k=\iint\limits_D(x+y)^k\mathrm{d}\sigma(k=1,2,3)$, 其中 $D=\{(x,y)\,|\,(x-2)^2+(y-1)^2\le 1\}$, 则(　　)

A. $I_1<I_2<I_3$　　B. $I_2<I_1<I_3$　　C. $I_2<I_3<I_1$　　D. $I_3<I_2<I_1$

5. $I=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$ 化为极坐标系下的二次积分为(　　)

A. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$　　B. $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$

C. $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$　　D. $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$

二．填空题：（每小题 3 分，共 15 分）

1. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy}{\sqrt{xy+4}-2}=$ ________.

2. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\arctan(ze^{x})+ye^{x}=1$ 确定,则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$____________.

3. 曲面 $e^{z}-z+xy=3$ 在点 $(2,1,0)$ 处的切平面方程是____________.

4. 设 x 轴正方向到方向 $\boldsymbol{l}$ 的转角为 θ,则函数 $f(x,y)=y^{3}e^{2x}$ 在点 $(2,-1)$ 沿方向 $\boldsymbol{l}$ 的方向导数是____________.

5. 设 D 是 $x^{2}+y^{2}\le 4$,则二重积分 $\iint\limits_{D}(1+xy)\mathrm{d}\sigma=$________.

三. 解下列各题:(每小题 8 分,共 40 分)

1. 求过点 $(0,2,4)$ 且同时平行于平面 $x+2z=1$ 和 $y-3z=2$ 的直线方程.

2. 设二元函数 $z=\sin(xy)+\varphi\left(x+y,\dfrac{x}{y}\right)$,其中 φ 可微,求 $\mathrm{d}z$.

3. 求曲线 $\begin{cases}x^{2}+y^{2}+z^{2}-3x=0,\\ 2x-3y+5z-4=0\end{cases}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程.

4. 计算二重积分 $\iint\limits_{D}\dfrac{\sin y}{y}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, D:y\ge x, x\ge y^{2}$.

5. 设 Ω 由半球面 $z=\sqrt{12-x^{2}-y^{2}}$ 与旋转抛物面 $x^{2}+y^{2}=4z$ 所围成的立体,求该立体 Ω 的全表面积.

四. 解下列各题:(每小题 10 分,共 30 分)

1. 设 $z=z(x,y)$ 由 $z+\ln z-\int_{y}^{x}e^{-t^{2}}\mathrm{d}t=0$ 确定,求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^{2}z}{\partial x\partial y}$.

2. 设 Ω 是由 $\begin{cases}x^{2}=z,\\ y=0\end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而生成的曲面与 $z=2$ 所围成的区域,求 $\iiint\limits_{\Omega}\left(x^{2}+y^{2}+z^{2}\right)\mathrm{d}v$.

3. 在已给的椭球面 $\dfrac{x^{2}}{a^{2}}+\dfrac{y^{2}}{b^{2}}+\dfrac{z^{2}}{c^{2}}=1$ 内一切内接的长方体(各边分别平行于坐标轴)中,求其体积最大者.

高数下期中考试答案(2017.05)

一 选择

1. D　2.C　3.A　4. A　5. D

二、填空

1. 4

2. $-z-y-yz^2e^{2x}$

3. $x+2y=4$

4. $-2e^4\cos\theta+3e^4\sin\theta$

5. 4π

三、解下列各题

1. $\frac{x}{-2}=\frac{y-2}{3}=z-4$

2. $dz=(y\cos xy+\varphi_1^{'}+\frac{\varphi_2^{'}}{y})dx+(x\cos xy+\varphi_1^{'}-\frac{x^2\varphi_2^{'}}{y})dy$

3. 切线: $\frac{x-1}{16}=\frac{y-1}{9}=\frac{z-1}{-1}$，法平面：$16x+9y-z=24$

4. $1-\sin 1$

5. $\frac{64\pi}{3}$

四、解下列各题

1. $z_x=\frac{ze^{-x^2}}{1+z}$　$z_y=-\frac{ze^{-y^2}}{1+z}$　$z_{xy}=-\frac{ze^{-x^2-y^2}}{(1+z)^3}$

2. $\frac{16}{3}\pi$

3. $\frac{1}{\sqrt{3}}(a,b,c)$，$V=\frac{8}{3\sqrt{3}}abc$