2019.4

苏州大学 高等数学一（下）期中试卷　　共 6 页

考试形式：闭卷

院系__________年级__________专业__________

学号__________姓名__________成绩__________

特别提醒：请将答案填写在答题纸上，若填写在试卷纸上无效.

一. 选择题：（每小题 3 分，共 15 分）

1. 已知$\vec{a},\vec{b}$均为单位向量，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，则以$\vec{a},\vec{b}$为邻边的平行四边形的面积为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$

2.设函数$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)处存在对x,y的偏导数，则(　　) $=f_x(x_0,y_0)$

A. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-2\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$　　B. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0)-f(x_0-\Delta x,y_0)}{\Delta x}$

C. $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x,y)-f(x_0,y_0)}{x-x_0}$

3. 点(x_0,y_0)使$f_x(x,y)=0$且$f_y(x,y)=0$成立，则（　　）

A. (x_0,y_0)是$f(x,y)$的极值点　　B. (x_0,y_0)是$f(x,y)$的极大值点

C. (x_0,y_0)是$f(x,y)$的极小值点　　D. (x_0,y_0)可能是$f(x,y)$的极值点

4. 函数$f(x,y)=xe^y$在点$(1,1)$处的梯度为（　　）

A. $e\vec{i}+e\vec{j}$　　B. $e\vec{i}-e\vec{j}$　　C. $e\vec{i}$　　D. $e\vec{j}$

5. 已知$I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}|xy|\,dxdy, I_2=\iint\limits_{|x|+|y|\le 1}|xy|\,dxdy, I_3=\iint\limits_{\substack{|x|\le 1\\|y|\le 1}}|xy|\,dxdy$，则$I_1,I_2,I_3$的大小关系为(

A. $I_1<I_2<I_3$　　B. $I_2<I_1<I_3$　　C. $I_3<I_1<I_2$　　D. $I_3<I_2<I_1$

二. 填空题：（每小题 3 分，共 15 分）

1. 由曲线$L:\begin{cases}3x^2+2y^2=12,\\ z=0\end{cases}$绕$y$轴旋转一周得到的旋转曲面方程为________.

2. 极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2 e^{x^4y^4}} =$ ______.

3. 曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 在点 $P(1,-2,2)$ 的法线方程为______.

4. 已知函数 $f(x,y)=\int_0^{xy} e^{-t^2}dt$, 则 $\dfrac{1}{y}\cdot\dfrac{\partial f}{\partial x}+\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{\partial f}{\partial y}=$ ______.

5. 设平面区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2\le y\le 2-x^2\}$, 则二重积分 $\iint\limits_D x^3y^2 d\sigma=$ ______.

三. 解下列各题:(每小题 8 分,共 40 分)

1. 求通过点 $M(1,2,3)$ 与直线 $L:\begin{cases}x+y+z-1=0,\\ 2x+y-2=0\end{cases}$ 的平面方程.

2. 设函数 $u=\left(\dfrac{y}{x}\right)^z$, 求 du.

3. 已知 $z=z(x,y)$ 是由方程 $e^z+xyz+x-1=0$ 所确定的函数,求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=0\\y=0}}$.

4. 求曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\ x+y+z=0\end{cases}$ 在点 $P(1,-2,1)$ 处的切线和法平面方程.

5. 计算二重积分 $\iint\limits_D \dfrac{x+y}{x^2+y^2}dxdy$, 其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x+y\ge 1\}$.

四. 解下列各题:(每小题 10 分,共 30 分)

1. 求函数 $u=x+y+z$ 在球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 上的外法线方向的方向导数,并问此方向导数在何处最大,何处最小?

2. 设二元函数 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$, 讨论:

(1) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 是否连续;

(2) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的两个偏导数是否存在;

(3) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 是否可微.

3. 求球体 $x^2+y^2+z^2\le 4a^2$ 被圆柱面 $x^2+y^2=2ax\,(a>0)$ 所截得的(含在圆柱面内的部分)立体的体积.

参考答案

一、选择题

1. B　　2. B　　3. D　　4. A　　5. B

二、填空题

1. $3x^2+3z^2+2y^2=12$　　2. $\frac{1}{2}$

3. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-2}{6}$　　4. $2e^{-x^2y^2}$　　5. 0

三、解答题

1. $8x+3y-2z-8=0$

2. $du=(\frac{y}{x})^z(-\frac{z}{x}dx+\frac{z}{y}dy+\ln\frac{y}{x}dz)$

3. -1

4. 切线：$\begin{cases}\frac{x-1}{1}=\frac{z-1}{-1}\\ y=-2\end{cases}$　法平面：$x-z=0$

5. $\iint_D\frac{x}{x^2+y^2}d\sigma=\int_0^1dy\int_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}}\frac{x}{x^2+y^2}dx=\int_0^1-\frac{1}{2}\ln(2y^2-2y+1)dy=1-\frac{\pi}{4}$

$\iint_D\frac{x+y}{x^2+y^2}d\sigma=2-\frac{\pi}{2}$

四、解答题

1. $\frac{\partial u}{\partial n}=x+y+z$，在$(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$处最大，$(-\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{3}}{3})$处最小

2. (1) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}f(x,y)=0=f(0,0)$ 连续　(2) $f_x(0,0)=f_y(0,0)=0$

(3) $\lim\limits_{(\Delta x,\Delta y)\to(0,0)}\frac{\Delta z-dz}{\rho}=0$, 所以可微

3. $\frac{32}{3}a^3(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3})$