

## Oppgave 1

Lar  $U = \mathbb{N}$  og definerer mengdene

$$A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (1)$$

$$B = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (2)$$

$$C = \{3x \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (3)$$

$$D = \{4x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\} \quad (4)$$

### Oppgave 1a

Finn  $B \cap C$

Snittet av  $B$  og  $C$  krever at elementene passer både for  $2a + 1 \wedge 3b$ , hvor  $a, b \in \mathbb{N}$ . Vi observerer at  $B$  inneholder alle oddetall og  $C$  inneholder alle tall i 3-gangen. Funksjonen  $f(n) = 6n + 3$ , hvor  $n \in \mathbb{N}$ , gir alle tall som både er i 3-gangen og er oddetall.  $6n$  leddet gjør at man «hopper over» partallsverdiene i 3-gangen.

$$B \cap C = \{6x + 3 \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (5)$$

### Oppgave 1b

Finn  $A \setminus B$

$A$  er en mengde med positive heltall utenom 0.  $B$ , som nevnt tidligere, består av alle oddetall. Differansen mellom disse mengdene er derfor alle partallene. En formel for partall med 0 ekskludert kan være  $2n + 2$ , hvor  $n \in \mathbb{N}$

$$A \setminus B = \{2x + 2 \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (6)$$

### Oppgave 1c

Finn  $B \setminus C$

Vi ønsker å finne alle oddetall ( $B$ ) utenom tallene i 3-gangen ( $C$ ). En måte å løse det på er å bruke modulusoperatoren. Et heltall  $n$  er delelig på 3 dersom  $n \bmod 3 = 0$ . Vi kan bruke dette til å ekskludere tallene i 3-gangen

$$B \setminus C = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, (2x + 1) \bmod 3 \neq 0\} \quad (7)$$

### Oppgave 1d

Vis følgende påstand  $B \subseteq A \cup D$

$A$  mangler kun 0 for å være lik  $\mathbb{N}$ . Denne verdien finnes i  $D$ . Vi vet derfor at

$$A \cup D = \mathbb{N} \quad (8)$$

Siden  $\mathbb{N}$  er universet og  $B$  er definert utifra det må  $B \subseteq A \cup D$  stemme

### Oppgave 1e

Vis følgende påstand  $\bar{D} \subseteq A$

Siden  $A = \mathbb{N} \setminus \{0\}$  trenger vi bare sjekke om  $0 \in \bar{D}$  siden dette er det eneste punktet som kan gjøre at  $\bar{D} \not\subseteq A$ . Siden  $0 \in D$  er  $0 \notin \bar{D}$  og dermed må  $\bar{D} \subseteq A$  stemme

### Oppgave 1f

Forklar hvorfor følgende ikke er sant  $B \cup C = A$

Unionen av  $B$  og  $C$  består av oddetall og tall i 3-gangen. Forutenom partallene i 3-ganen, for eksempel 6, 12, 18, mangler resten av partallene. I tillegg er ikke 0 i  $A$  men 0 er i  $C$ . Dette gjør at  $B \cup C \neq A$

## Oppgave 2

La  $A$  og  $B$  være vilkårlige mengder i et vilkårlig univers. Bevis eller motbevis følgende påstander.

### Oppgave 2a

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &\subseteq P(B) \\ \{S \mid S \subseteq A \cap B\} &\subseteq \{S \mid S \subseteq B\} \end{aligned} \tag{9}$$

Påstanden stemmer siden  $S$  må være en delmengde av  $B$  på begge sider

### Oppgave 2b

$$\begin{aligned} \emptyset &= P(\emptyset) \\ \{\} &= \{S \mid S \subseteq \emptyset\} \\ \{\} &= \{\emptyset\} \end{aligned} \tag{10}$$

Vi ser at påstanden ikke stemmer.

### Oppgave 2c

$$\begin{aligned} A \cap B &\in P(A \cup B) \\ P(A \cup B) &= \{S \mid S \subseteq A \cup B\} \\ A \cap B \subseteq A \cup B &\Rightarrow A \cap B \in P(A \cup B) \end{aligned} \tag{11}$$

Påstanden stemmer

### Oppgave 2d

$$P(A) \cup P(B) = P(A \cup B) \quad (12)$$

$$\{S_1 \mid S_1 \subseteq A\} \cup \{S_2 \mid S_2 \subseteq B\} = \{S_3 \mid S_3 \subseteq A \cup B\}$$

Siden  $S_1$  eller  $S_2$  ikke nødvendigvis er nøyaktig lik  $S_3$ , for eksempel  $A = \{1\}$ ,  $B = \{2\}$  mangler unionen mellom  $S_1$  og  $S_2$  sin potensmengde verdien  $\{1, 2\}$ . Altså stemmer ikke påstanden

### Oppgave 2e

$$P(A \setminus B) \subseteq P(\bar{A}) \cap P(B)$$

$$\{S_1 \mid S_1 \subseteq A \setminus B\} \subseteq \{S \mid S \in P(A) \wedge S \in P(B)\} \quad (13)$$

$$\subseteq$$