

# 离散数学

## 命题逻辑

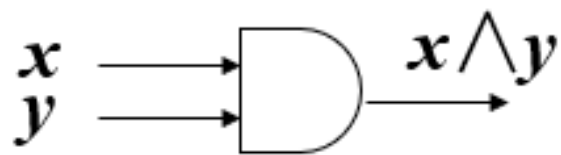
### 1.6 组合电路

# 1.6 组合电路

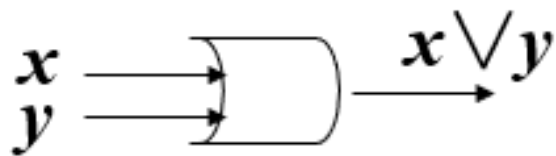
- 组合电路
- 逻辑门：与门，或门，非门
- 奎因-莫可拉斯基方法

# 组合电路

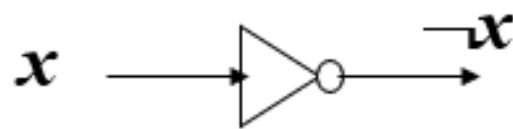
- **逻辑门**：实现逻辑运算的电子元件。
  - 与门，或门，非门。



与门



或门

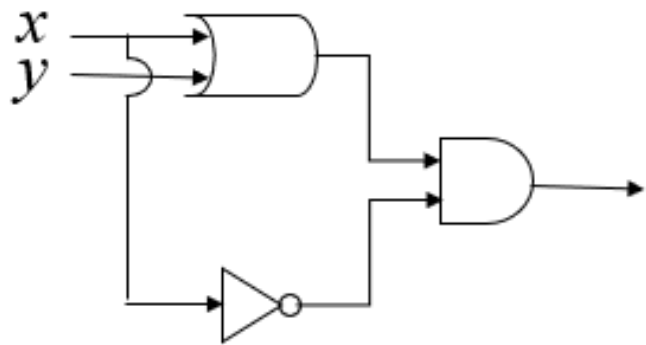


非门

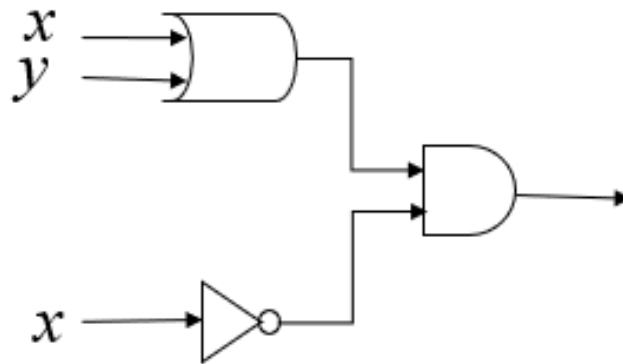
- **组合电路**：实现命题公式的由电子元件组成的电路。

# 组合电路的例子

- $(x \vee y) \wedge \neg x$  的组合电路



第一种画法



第二种画法

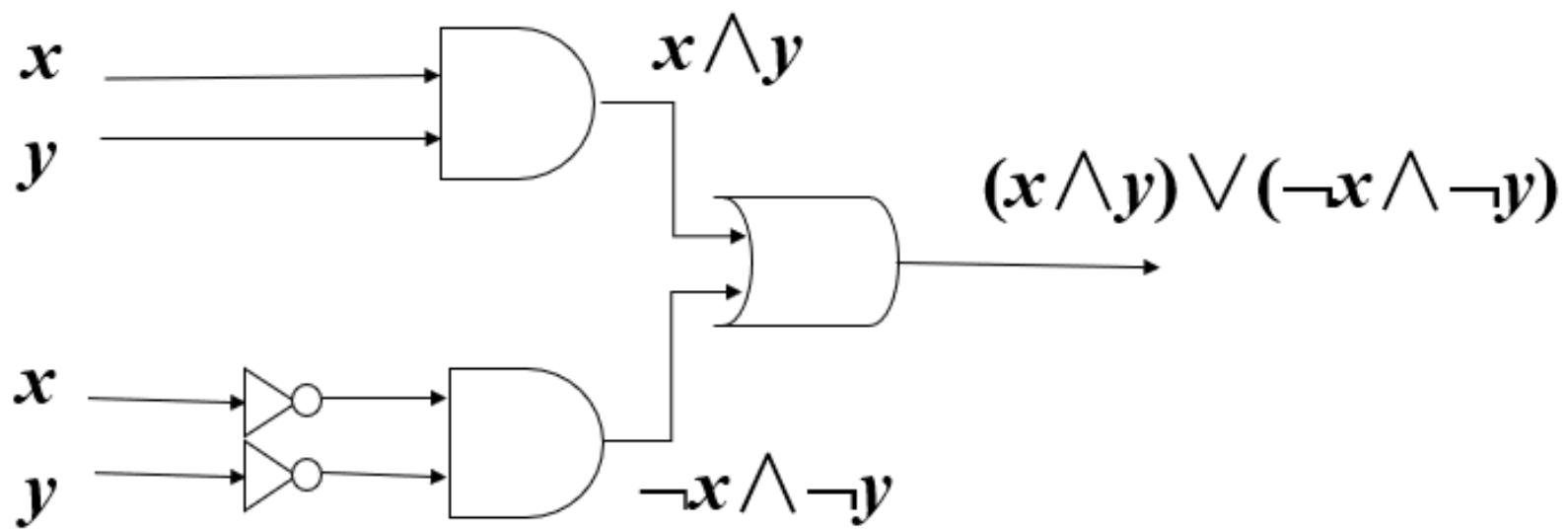
# 例

- 例 楼梯的灯由上下2个开关控制, 要求按动任何一个开关都能打开或关闭灯. 试设计一个这样的线路.
- 解  $x, y$ : 开关的状态,  $F$ : 灯的状态, 打开为1, 关闭为0. 不妨设当2个开关都为0时灯是打开的.

$$F = m_0 \vee m_3 = (\neg x \wedge \neg y) \vee (x \wedge y)$$

$x$	$y$	$F(x, y)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 例(续)



# 设计组合电路

**步骤:** 1.构造输入输出表(问题的真值函数),  
2. 写出主析取范式,  
3. 化简.

**最简展开式:** 包含最少运算的公式

**例** 当且仅当  $x=y=z=1$  或  $x=y=1$ 且  $z=0$  时输出1.

$$F = m_6 \vee m_7 = (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z)$$

4个与门,1个或门和一个非门

$$F \Leftrightarrow x \wedge y \quad \text{一个与门}$$

# 奎因-莫可拉斯基方法

1. 合并简单合取式生成所有可能出现在最简展开式中的项.
  - 两个极小项可以合并当且仅当它们的角码的二进制表示恰好有一位不同
  - 不断合并, 直到不能再合并为止
2. 确定最简展开式中的项.
  - 必须覆盖原公式中所有的最小项
  - 包含的运算符尽可能的少

例 求下述公式的最简展开式:

$$\begin{aligned} F = & (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \end{aligned}$$



# 例(续)

• 解

编号	极小项	角码	标记
1	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1110	*
2	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	1011	*
3	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	0111	*
4	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1010	*
5	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0101	*
6	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	0011	*
7	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0001	*

# 例(续)

第一批				第二批		
合并项	项	表示串	标记	合并项	项	表示串
(1,4)	$x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1-10		(3,5,6,7)	$\neg x_1 \wedge x_4$	0--1
(2,4)	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3$	101-				
(2,6)	$\neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	-011				
(3,5)	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_4$	01-1	*			
(3,6)	$\neg x_1 \wedge x_3 \wedge x_4$	0-11	*			
(5,7)	$\neg x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0-01	*			
(6,7)	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_4$	00-1	*			

- 标记\*表示该项已被合并

## 例(续)

项	覆盖	运算符数
$x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	(1,4)	3
$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3$	(2,4)	3
$\neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	(2,6)	3
$\neg x_1 \wedge x_4$	(3,5,6,7)	2

选择(1,4), (2,4)和(3,5,6,7), 或者(1,4), (2,6)和(3,5,6,7).

最简展开式为

$$F \Leftrightarrow (x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_4)$$

或

$$F \Leftrightarrow (x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (\neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge x_4)$$

# 作业

- P34/1.16

问题？

