

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА
по курсу «Аналитическая геометрия»
осенний семестр 2024–2025 учебного года
(кроме ЛФИ)

1. Направленные отрезки и векторы, линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.

2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода и ее основное свойство. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат. Формулы перехода от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой.

3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе. *Матрица Грама*¹. Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами.

4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения. Биортогональный (взаимный) базис.

5. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.

6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. *Пучок прямых на плоскости*². Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.

7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве и расстояние между параллельными плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. *Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых*³. *Связка и пучок плоскостей*⁴.

¹ Для всех, кроме потока О.К. Подлипского.

² Для всех, кроме потоков Д.А. Степанова и Д.А. Терёшина.

³ Для потоков А.Н. Бурмистрова, О.Г. Подлипской, Д.А. Степанова и И.А. Чубарова.

⁴ Для потока А.Н. Бурмистрова.

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.

9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. *Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат*⁵.

10. *Асимптотические направления и диаметры линий второго порядка*⁶.

11. *Цилиндрические и конические поверхности*⁷. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды и конус второго порядка, их основные свойства. Прямолинейные образующие.

12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Линейные преобразования плоскости.

13. Аффинные преобразования плоскости и их основные свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости. Аффинная классификация линий второго порядка. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования плоскости в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий. *Понятие о группе преобразований*⁸. *Инвариантные направления линейного преобразования*⁹.

14. Алгебраические операции с матрицами. *Элементарные преобразования матриц*¹⁰. Обратная матрица.

15. Определение детерминанта. Свойства детерминанта. Миноры, алгебраические дополнения. Детерминант произведения матриц. Правило Крамера. Критерий обратимости. Формула для элементов обратной матрицы.

⁵ Для потоков А.Н. Бурмистрова, Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

⁶ Для всех, кроме потоков Д.А. Степанова, Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

⁷ Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

⁸ Для всех, кроме потока А.Н. Бурмистрова.

⁹ Для потока Д.А. Терёшина.

¹⁰ Для всех, кроме потока И.А. Чубарова.