

大学物理 B 静电场作业

1. 关于对场的叠加原理的理解, 下列说法中错误的是: [B]

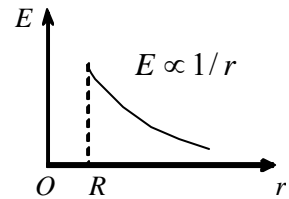
- (A) 两种性质相同的场可以占据同一个空间.
- (B) 两种性质不相同的场不可以占据同一个空间.
- (C) 矢量场在叠加时服从平行四边形法则.
- (D) 场经过叠加后, 仍然能保持自身原有的性质.

2. 关于高斯定理, 下列说法中哪一个是正确的? [C]

- (A) 若高斯面内无电荷, 则高斯面上各点的场强处处为零.
- (B) 若高斯面上场强处处为零, 则高斯面内必不存在电荷.
- (C) 高斯面上的电场强度通量仅与高斯面内电荷的代数和有关.
- (D) 以上说法都不正确.

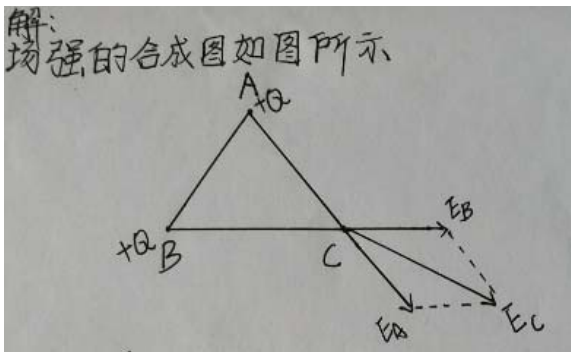
3. 真空中, 静电场的环路定理的数学表达式是 $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$, 它说明静电场是 保守 场, 静电场力是 保守 力, 电场线具有 不闭合 特点.

4. 图中曲线表示一种轴对称性电荷分布产生的电场分布, r 表示离对称轴的距离. 这是由 半径为 R 的无限长均匀带电圆柱面 产生的电场强度分布曲线.

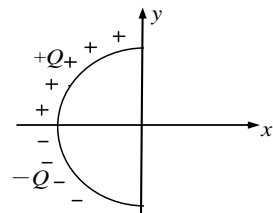


5. 在边长为 a 的正三角形二个顶点上各放一个带正电的点电荷 Q , 求未放电荷的那个顶点上的场强和电势, 要求画出场强的合成图形.

$$\text{解: } E = 2 \times \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \times \cos 30^\circ = \sqrt{3} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \quad U = 2 \times \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a}$$



6. 如右图所示, 一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形, 沿其上半



部分均匀分布有电荷+Q，沿其下半部分均匀分布有电荷-Q，如图所示：试求：

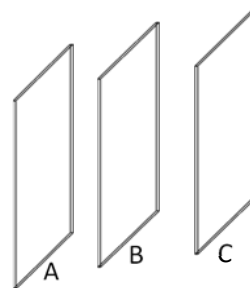
(1) 圆心O处的场强； (2) 圆心O处的电势。

解： $\lambda = 2Q / \pi R$ 由对称性可知： $E_x = 0$

$$E_y = -2 \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\theta = -2 \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda d\theta}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta = -\frac{Q}{\pi^2 \epsilon_0 R^2}$$

$$U = \int_{+Q} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R} + \int_{-Q} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$

7. 有三个无限大均匀带电平面A、B、C平行放置，如图：其带电面密度分别为 $\sigma_A = 3 \times 10^{-6}$ 、 $\sigma_B = -6 \times 10^{-6}$ 、 $\sigma_C = -2 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ ，求：



(1) AB间的场强；

(2) BC间的场强。

$$E_{AB} = \frac{\sigma_A - (\sigma_B + \sigma_C)}{2\epsilon_0} = \frac{11}{2\epsilon_0} \times 10^{-6}$$

$$E_{BC} = \frac{(\sigma_A + \sigma_B) - \sigma_C}{2\epsilon_0} = \frac{-1}{2\epsilon_0} \times 10^{-6}$$

8. 真空中，有一内、外半径分别为 R_1 、 R_2 的带电球壳，其电荷体密度分布为：

$$\rho = k/r \quad (R_1 < r < R_2), \quad \rho = 0 \quad (R_1 > r \text{ 或 } r > R_2), \quad k \text{ 为常量 求：}$$

(1) 球壳内的场强；(2) 球壳中的场强；(3) 球壳外的场强

电场分布具有球对称性，选取半径为r的同心球面为高斯面。

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2$$

(1) 球壳内 $0 < r < R_1$

$$\frac{\sum q}{\epsilon_0} = 0 \quad \therefore E = 0$$

(2) 球壳中 $R_1 < r < R_2$

$$\frac{\sum q}{\epsilon_0} = \frac{\int_{R_1}^r \rho 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0} = \frac{\int_{R_1}^r \frac{k}{r} 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0} = \frac{2\pi k(r^2 - R_1^2)}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{k(r^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r^2} = \frac{k}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2}\right)$$

(3) 球壳外 $r > R_2$

$$\frac{\sum q}{\epsilon_0} = \frac{\int_{R_1}^{R_2} \rho 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0} = \frac{\int_{R_1}^{R_2} \frac{k}{r} 4\pi r^2 dr}{\epsilon_0} = \frac{2\pi k(R_2^2 - R_1^2)}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{k(R_2^2 - R_1^2)}{2\epsilon_0 r^2}$$

9. 真空中，有无限长带电柱壳，设该柱壳的电荷体密度为 ρ ，介电常数为 ϵ_0 ，其内、外表面的半径分别为 R_1 、 R_2 ，求该柱壳的电场分布。

解：电场分布具有柱面对称性。

故选取柱面为高斯面。

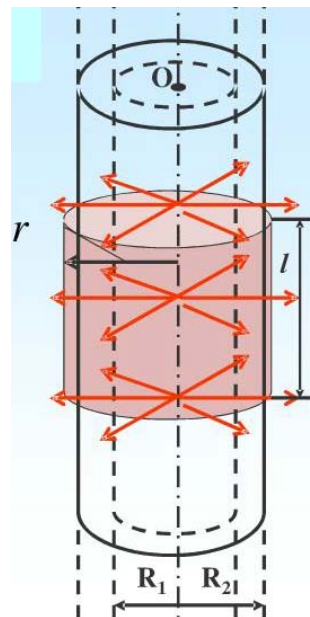
$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{侧}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{上底}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{下底}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

在上下两面电力线掠过，故电通量为0。

$$= \int_{\text{侧}} E dS = E \int_{\text{侧}} dS = E \cdot 2\pi r l$$

根据高斯定理 $E \cdot 2\pi r l = \sum_{in} q / \epsilon_0$

$$\therefore E = \sum_{in} q_i / 2\pi \epsilon_0 r l$$



1、柱壳内， $r < R_1$ ：

$$\because \sum_{inside} q = 0 \quad \therefore E_{inside} = 0$$

2、柱壳外， $r > R_2$ ：

$$\because \sum_{inside} q = \pi(R_2^2 - R_1^2)L\rho$$

$$\therefore E_{outside} = (R_2^2 - R_1^2)\rho / 2\epsilon_0 r$$

3、柱壳中， $R_1 < r < R_2$ ：

$$\because \sum_{inside} q = \pi(r^2 - R_1^2)L\rho$$

$$\therefore E = (r^2 - R_1^2)\rho / 2\epsilon_0 r$$

$$E = \begin{cases} 0, & r < R_1 \\ (r^2 - R_1^2)\rho / 2\epsilon_0 r, & R_1 < r < R_2 \\ (R_2^2 - R_1^2)\rho / 2\epsilon_0 r, & r > R_2 \end{cases}$$