大学物理 B　静电场中的导体和电介质作业

1.　带电－$q$ 的粒子在带电＋$q$ 的点电荷的静电力作用下，在水平面内绕点电荷作半径为 $R$ 的匀速圆周运动．如果带电粒子及点电荷的电量都增大一倍，并使粒子的运动速率也增大一倍，则粒子做圆周运动的半径为：[　B　]

**(A)** 0.5 $R$　　　(B)　$R$　　　(C)　**2**$R$　　　(D)　4$R$

水平面内绕点电荷+q 做半径为 R 的匀速率圆周运动

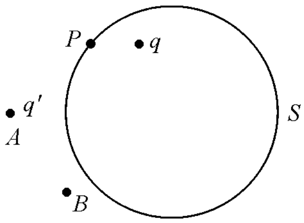
$kqq/R^2=mv^2/R$

$R=kqq/(mv^2)$

带电粒子及点电荷的电量均增大一倍，并使粒子的运动速率也增大一倍

$R'=k(2q)(2q)/(m(2v)^2)=kqq/(mv^2)=R$

2. 如图，闭合曲面 $S$ 内有一点电荷 $q$，$P$ 为 $S$ 面上任一点，$S$ 面外有另一点电荷 $q'$.设通过 **S** 面的电场强度通量为 $\Phi$，$P$ 点的场强为 $\boldsymbol{E}_P$，则当 $q'$从 $A$ 点移到 $B$ 点时：[　D　]




(A)　$\Phi$ 改变，$\boldsymbol{E}_P$ 不变；　　(B)　$\Phi$、$\boldsymbol{E}_P$ 都不变；

(C)　$\Phi$、$\boldsymbol{E}_P$ 都要改变；　　(D)　$\Phi$ 不变，$\boldsymbol{E}_P$ 改变．

3.　真空中带电的导体球面与均匀带电的介质球体，它们的半径和所带的电量都相同，设带电球面的静电能为 $W_1$，带电球体的静电能为 $W_2$，则：[　C　]

(A)　$W_1 > W_2$　　　(B)　$W_1 = W_2$　　　(C)　$W_1 < W_2$

设电量为 Q，半径为 R.

则均匀带电球面的静电能

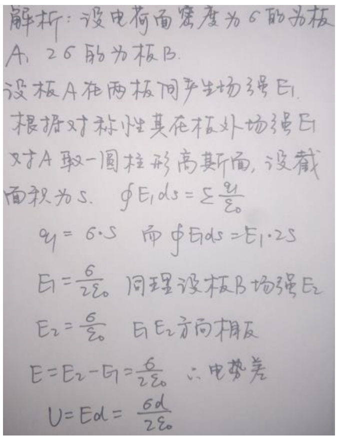
$$W_1=\int_V \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}dV=\int_R^\infty \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho' R^2}{\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

则均匀带电球体的静电能

$$W_2=\int_V \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}dV=\int_0^R \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\right)^2 4\pi r^2 dr+\int_R^\infty \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr=\frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0 R}+\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}=\frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$$

所以 $W_1 < W_2$ 。

4．真空中两块互相平行的无限大均匀带电平板，其中一块的电荷面密度为＋$\sigma$，另一块的电荷面密度为＋2$\sigma$，则两板间的电场强度大小为 $E$＝____$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$____.



解析：设电荷面密度为 $\sigma$ 的为板 A，$2\sigma$ 的为板 B.

设板 A 在两板间产生场强 $E_1$.

根据对称性其在板外场强 $E_1$

对 A 取一圆柱形高斯面，设截面积为 S.　$\oint E_1 ds=\Sigma\frac{q_1}{\varepsilon_0}$

$q_1=\sigma\cdot S$　而 $\oint E_1 ds=E_1\cdot 2S$

$E_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$　同理设板 B 场强 $E_2$

$E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$　$E_1$ $E_2$ 方向相反

$E=E_2-E_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$　∴电势差

$U=Ed=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$

5. 两同轴金属圆筒带等量异号电荷，两极板电势差为 $U_{AK}$，从负极板 $K$ 静止释放一个电子的同时从正极板 $A$ 静止释放一个质子，则它们抵达对面极板时的速率之比为__________.

$$eU_{AK}=\frac{mv^2}{2} \qquad v_e:v_p=\sqrt{m_p/m_e}=\sqrt{1836}/1$$

6. 两完全相同的电容器$A$、$B$，串联后与电源保持连接，如果在$A$中加入电介质，则B中的电场能量将__________增大___________.(填增大或减小或不变)

$C_A$ 增大，$Q_A$ 不变，$U_A$ 减小。$U=U_A+U_B$不变。$C_B$ 不变，$U_B$ 增大，$Q_B$ 增大。

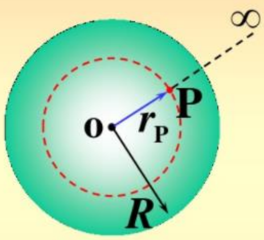
串联时$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_A}+\frac{1}{C_B}$，C 增大。总能量$w_e=\frac{1}{2}CU^2$增大。

7. 真空中，一半径为$R$的绝缘实心均匀带电球体，电荷体密度为$\rho$，介电常数为$\varepsilon_0$，设无限远处为电势零点．求：球体内距球心为$r=R/3$处的P点电势.（设无穷远处电势为零）

**解：由高斯定理得**

$r>R$时 $E_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}$

$r<R$时 $E_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{R^3}r$




**以无穷远处为参考点，球内P点的电势**

$$\varphi_P=\int_P^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{r_P}^R \vec{E}_2\cdot d\vec{l}+\int_R^\infty \vec{E}_1\cdot d\vec{l}$$

$$E_1=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}(r>R), E_2=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}(r<R)$$

$$\varphi_P=\int_{r_P}^R E_2\cdot dr+\int_R^\infty E_1\cdot dr$$

$$=\int_{r_P}^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r\cdot dr+\int_R^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cdot dr$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q(3R^2-r_P^2)}{2R^3}$$

$$r_p=\frac{R}{3}, \therefore U_p=\frac{13Q}{36\pi R\varepsilon_0}=\frac{13\rho R^2}{27\varepsilon_0}$$

8. 试证明柱形电容器的电容公式为： $C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(b/a)}$ ，式中，$L$ 为柱形电容长度，$a$、$b$ 分别为柱形电容的内、外半径.

**解：设两导体圆柱面单位长度上分别带电** $\pm\lambda$

$$\oint_S \vec{D}\bullet d\vec{S}=D\bullet 2\pi r l=\lambda l \qquad D=\frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E=\frac{D}{\varepsilon}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon l}\frac{1}{r}$$

$$U_{AB}=\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R_B}{R_A}$$

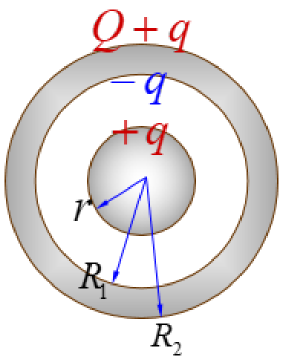
$$\boxed{C=\frac{\lambda l}{U_{AB}}=2\pi\varepsilon l/\ln\frac{R_B}{R_A}}$$

9. 半径为 $r$ 的导体球外面，同心地罩一内外半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ 的导体球壳．若球和球壳所带的电荷分别为 $q$ 和 $Q$，试求：

(1) 球和球壳的电势以及它们的电势差；

(2) 若将球壳接地，求它们的电势差；

**静电平衡后，从里到外三个球面的电荷分别是：q，-q，Q+q**




（1）球的电势 $U_1=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

球壳的电势 $U_2=\dfrac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

它们的电势差：$U=U_1-U_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$

（2） 若将球壳接地，它们的电势差不变。球壳外表面电荷量为0，球壳内表面和球表面电荷分布不变。

$$U'=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$