

1. 对于集合  $A=\{0, 1, 2, 3\}$  上的如下关系, 判定哪些关系是等价关系。若是等价关系, 求集合  $A$  中各元素的等价类和  $A$  的商集。

①  $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ;

②  $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ;

③  $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ;

④  $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ 。

2. 对于  $Z^+ \times Z^+$  集合上的关系  $R = \{\langle \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \rangle \mid a \cdot b = c \cdot d\}$ , 证明  $R$  是等价关系。

3. 设  $R$  和  $S$  是集合  $A$  上的等价关系, 判定下列各式中哪些是等价关系。

①  $R \cup S$ ;

②  $R \cap S$ ;

③  $R - S$ 。

4. 对于集合  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  的划分  $S = \{\{a, c\}, \{b, d, e, f\}, \{g\}\}$ , 求划分  $S$  所对应的等价关系。