

1. 判断下列关系哪些是函数。

①  $\{\langle x, |x| \rangle \mid x \in \mathbb{R}\}$ ;

②  $\{\langle |x|, x \rangle \mid x \in \mathbb{R}\}$ ;

③  $\{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, y \text{ 整除 } x\}$ ;

④  $\{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x=y+1\}$ 。

2. 对于集合  $A=\{a, b, c\}$ ,  $A$  到  $A \times A$  可以定义多少个不同的函数?

3. 下列函数哪些是单射函数、满射函数或双射函数?

①  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$  ( $\mathbb{Z}^+$  是正整数集合),  $f(x)=3x$ ;

②  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x)=|x|$ ;

③  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)=x+1$ ;

④  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $f(x)=\langle x, x+1 \rangle$ ;

4. 对于集合  $A=P(\{1, 2, 3\})$  和  $B=\{0, 1\}^3$ , 构造一个  $A$  到  $B$  的双射函数。

5. 已知实数集合上的函数  $f(x)=2x^2+1$ ,  $h(x)=2^x$  和  $k(x)=x+3$ , 求  $k \circ f$ ,  $h \circ k$ ,  $k \circ h \circ k$ 。

6. 对于函数  $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ,  $f(\langle x, y \rangle) = \langle x-y, x-3 \rangle$ , 求复合函数  $f^{-1} \circ f$  和  $f \circ f$ 。