大学物理 B　静电场作业

1. 关于对场的叠加原理的理解，下列说法中错误的是：[B]

（A）两种性质相同的场可以占据同一个空间.

（B）两种性质不相同的场不可以占据同一个空间.

（C）矢量场在叠加时服从平行四边形法则.

（D）场经过叠加后，仍然能保持自身原有的性质.

2. 关于高斯定理，下列说法中哪一个是正确的？ [C]

(A) 若高斯面内无电荷，则高斯面上各点的场强处处为零.

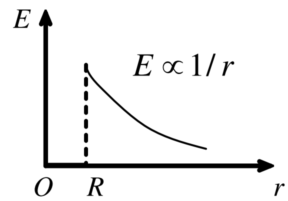
(B) 若高斯面上场强处处为零，则高斯面内必不存在电荷.

(C) 高斯面上的电场强度通量仅与高斯面内电荷的代数和有关.

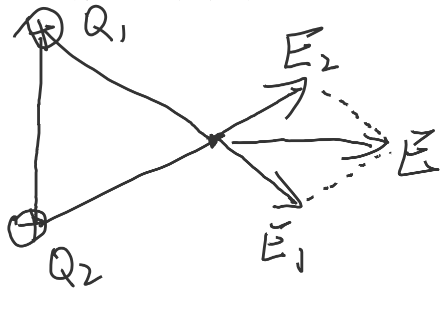
(D) 以上说法都不正确.

3. 真空中，静电场的环路定理的数学表达式是 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ ，它说明静电场是 保守 场，静电场力是 保守 力，电场线具有 不相交、不闭合的 特点.

4. 图中曲线表示一种轴对称性电荷分布产生的电场分布，r表示离对称轴的距离. 这是由 均匀带电球面 产生的电场强度分布曲线.



5. 在边长为a的正三角形二个顶点上各放一个带正电的点电荷Q，求未放电荷的那个顶点上的场强和电势，要求画出场强的合成图形.



$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a^2}$$

$$E_{1\perp} = E_{2\perp} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{a^2} \cos\frac{\pi}{3}$$

$$E_{1//} = E_{2//} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{a^2} \cos\frac{\pi}{6}$$

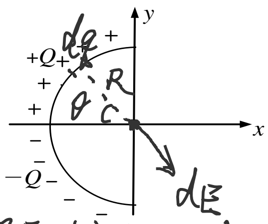
$E_{1\perp}$与$E_{2\perp}$等大反向相抵消

$$E = E_{1//} + E_{2//} = 2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a^2} \cos\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

6. 如右图所示，一个细玻璃棒被弯成半径为R的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷$+Q$，沿其下半部分均匀分布有电荷$-Q$，如图所示：试求：

（1）圆心O处的场强；（2）圆心O处的电势.



解：(1) 在上半部分取线元 dl，距x轴为x，电荷 dq

与其关于x轴对称都会有一个线元dl，电荷 $-dq$.

dq在点O产生的电场强度 dE 的方向

如图所示，大小为 $dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

dE在y轴上的分量

$$dE_y = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

dE在x轴上的分量

$$dE_x = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\theta$$

因为下半部分与dq对称的$-dq$在x轴上的分量与dq的等大反向抵消，所以O点的总电场强度一定沿y轴

$$E = \int_L dE_y = 2\int_L \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta = 2\int_L \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$= 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\, d\theta$$

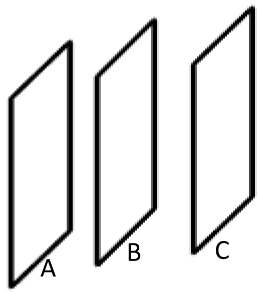
$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\cdot \sin\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

(2) O点场强 $U = U_+ + U_-$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 R}$$

7. 有三个无限大均匀带电平面A、B、C平行放置，如图：其带电面密度分别为$\sigma_A=3\times10^{-6}$、$\sigma_B=-6\times10^{-6}$、$\sigma_C=-2\times10^{-6}C/m^2$，求：



（1） AB间的场强；

（2） BC间的场强.

解：平面A的场强 $E_A=\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}$

平面B的场强 $E_B=\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}$

平面C的场强 $E_C=\frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}$

(1) 根据场强叠加原理 AB间的场强

大小 $|E_{AB}|=|E_A-E_B-E_C|=\left|\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}\right|$

$=\left|\frac{3\times10^{-6}+6\times10^{-6}+2\times10^{-6}}{2\times8.85\times10^{-12}}\right|=6.2\times10^{5}\ C/N$ 方向水平向右

(2) 根据场强叠加原理 BC间的场强

大小 $|E_{BC}|=|E_A+E_B-E_C|=\left|\frac{\sigma_A}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_B}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_C}{2\varepsilon_0}\right|$

$=\left|\frac{3\times10^{-6}-6\times10^{-6}+2\times10^{-6}}{2\times8.85\times10^{-12}}\right|=5.6\times10^{4}\ C/N$ 方向水平向左

8. 真空中，有一内、外半径分别为R_1、R_2的带电球壳，其电荷体密度分布为：

$\rho=k/r$ （$R_1<r<R_2$）， $\rho=0$ （$R_1>r$或$r>R_2$），k为常量.求：

（1）球壳内的场强；（2）球壳中的场强；（3）球壳外的场强.

解：以一个半径为r的球面为高斯面 $\Phi_e=\oint_S E\,dS=E\cdot4\pi r^2$ ①

(1) 当$r<R_1$时，由高斯定理可知 $\Phi_e=0$

得 $E=0$，所以球壳内的场强为0

(2) 当$R_1<r<R_2$时，由高斯定理可知

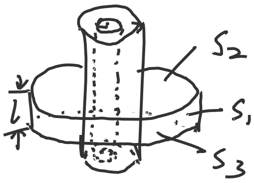
$\Phi_e=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=\frac{\int_V\rho\,dV}{\varepsilon_0}=\frac{\int_{R_1}^{r}\frac{k}{r}4\pi r^2dr}{\varepsilon_0}=\frac{\int_{R_1}^{r}4k\pi r\,dr}{\varepsilon_0}=\frac{2k\pi(r^2-R_1^2)}{\varepsilon_0}$ ②

联立①②得 $E=\frac{k(r^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r^2}$，所以球壳中的场强为 $\frac{k(r^2-R_1)}{2\varepsilon_0 r^2}$

(3) 当$r>R_2$时 由高斯定理可知 $\Phi_e=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=\frac{\int_{R_1}^{R_2}4k\pi r\,dr}{\varepsilon_0}=\frac{2k\pi(R_2^2-R_1^2)}{\varepsilon_0}$ ③

联立①③得 $E=\frac{k(R_2^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r^2}$ 所以在球壳外的场强为 $\frac{k(R_2^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r^2}$

9. 真空中，有无限长带电柱壳，设该柱壳的电荷体密度为ρ，介电常数为ε_0，其内、外表面的半径分别为R_1、R_2，求该柱壳的电场分布.



以 r 为底面半径，高为 l 的圆柱面为高斯面

$$\Phi_e = \vec{E}\oint_{S_1} d\vec{S} + \vec{E}\oint_{S_2} d\vec{S} + \vec{E}\oint_{S_3} d\vec{S}$$

$$= E\oint_{S_1} dS = 2\pi r l E \quad ①$$

当 $r<R_1$ 时，由高斯定理可知 $\Phi_e=0$ ②，联立①②得 $E=0$

当 $R_1<r<R_2$ 时，由高斯定理可知

$$\Phi_e = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} = \frac{\int_V \rho\, dV}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\int_{R_1}^{r} 2\pi r l\, dr}{\varepsilon_0} = \frac{\pi\rho l\cdot(r^2-R_1^2)}{\varepsilon_0} \quad ③$$

联立①③ 得 $E = \dfrac{\rho(r^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r}$

当 $r>R_2$ 时，由高斯定理可知

$$\Phi_e = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \frac{\int_V \rho\, dv}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\int_{R_1}^{R_2} 2\pi r l\, dr}{\varepsilon_0} = \frac{\pi\rho l(R_2^2-R_1^2)}{\varepsilon_0} \quad ④$$

联立①④得 $E = \dfrac{\rho(R_2^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r}$

综上所述，$E = \begin{cases} 0, & r<R_1 \\ \dfrac{\rho(r^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r}, & R_1<r<R_2 \\ \dfrac{\rho(R_2^2-R_1^2)}{2\varepsilon_0 r}, & r>R_2 \end{cases}$