大学物理 B　质点动力学作业

1．对功的概念有以下几种说法：C

(1) 保守力作正功时，系统内相应的势能增加．

(2) 质点运动经一闭合路径，保守力对质点作的功为零．

(3) 作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者所作功的代数和必为零．

在上述说法中：

(A)　(1)、(2)是正确的．　　(B)　(2)、(3)是正确的．　　(C)　只有(2)是正确的．　　(D)　只有(3)是正确的．

2．有两个倾角不同、高度相同、质量一样的斜面放在光滑的水平面上，斜面是光滑的，有两个一样的小球分别从这两个斜面的顶点，由静止开始滑下，则：D

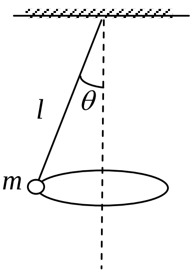
(A)　小球到达斜面底端时的动量相等．

(B)　小球到达斜面底端时动能相等．

(C)　小球和斜面（以及地球）组成的系统，机械能不守恒．

(D)　小球和斜面组成的系统水平方向上动量守恒．

3．一圆锥摆摆长为l、摆锤质量为m，在水平面上作匀速圆周运动，摆线与铅直线夹角θ，则摆线的张力T=____ $mg/\cos\theta$ ______；摆锤的速率v=_____$\sin\theta\sqrt{gl/\cos\theta}$ __________．



$$T\sin\theta = m\frac{v_2^2}{r}$$

$$r = l\sin\theta$$

4．质量为 m 的物体，初速极小，在外力作用下从原点起沿 x 轴正向运动．所受外力方向沿 x 轴正向，大小为 $F = kx$．物体从原点运动到坐标为 x_0 的点的过程中所受外力冲量的大小为_$\sqrt{mkx_0^2}$ ______．

根据动能定理有：

$$\int_0^{x_0} kx dx = \frac{1}{2}mv^2$$

所以　　$v = \sqrt{kx_0^2/m}$

故所受外力冲量　　$I = mv = \sqrt{mkx_0^2}$

5．一质量为 10 kg 的物体，沿 x 轴无摩擦地滑动，$t = 0$ 时刻，静止于原点，求：

（1）物体在力 $F = 3 + 4x$ N 的作用下运动了 3 米，求物体的动能；

（2）物体在力 $F = 3 + 4t$ N 的作用下运动了 3 秒，求物体的动能．

解：（1）由动能定理得

$$E_k = W = \int F \cdot \mathrm{d}x = \int_0^3 (3+4x) \cdot \mathrm{d}x = 27(\mathrm{J})$$

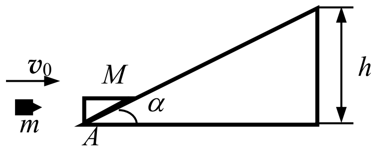
（2）由冲量定理得 3 秒后物体的速度为

$$p = \Delta p = \int F \cdot \mathrm{d}t = \int_0^3 (3+4t) \cdot \mathrm{d}t = 27(\mathrm{N.s})$$
$$\Rightarrow v = p / m = 2.7\mathrm{m/s}$$

所以物体的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \approx 36.5\mathrm{J}$$

6．如图，一质量为 M 的物块放置在斜面的最底端 A 处，斜面的倾角为α，高为 h，物块与斜面的摩擦系数为μ，今有一质量为 m 的子弹以速度 $\boldsymbol{v_0}$ 沿水平方向射入物块并留在其中，且使物块沿斜面向上滑动．求物块滑出斜面顶端时的速度的大小．



解： 以物块和子弹为研究对象，碰撞前后系统沿平行斜面方向动量守恒

子弹射入物块后的速度大小为 v_1，则

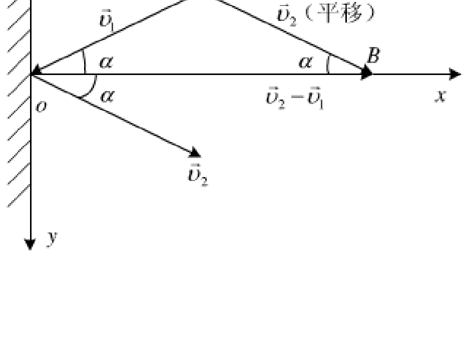
$$mv_0 \cos\alpha = (m+m')v_1\text{，}\quad v_1 = \frac{mv_0\cos\alpha}{m+m'}$$

取斜面底部为势能零点，物块滑出顶端时的速度大小为 v_2，由功能定理

$$\mu(m+m')g\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}(m+m')v_1^2 - \frac{1}{2}(m+m')v_2^2 - (m+m')gh$$

$$\therefore\quad v_2 = \sqrt{\left(\frac{mv_0\cos\alpha}{m+m'}\right)^2 - 2gh(\mu\cot\alpha+1)}$$

7．一弹性球，质量为 $m = 0.020$ kg，速率 $v = 5\mathrm{m/s}$，与墙壁碰撞后跳回．设跳回时速率不变，碰撞前后的速度方向和墙的法线夹角都为 $\alpha = 60^\circ$，(1) 求碰撞过程中小球受到的冲量 $\boldsymbol{I}$；(2)设碰撞时间为 $\Delta t = 0.05$ s，求碰撞过程中小球受到的平均冲力 $\overline{\boldsymbol{F}}$．



如图 3-1 所取坐标，动量定理为 $\vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$

〈方法一〉 用分量方程解

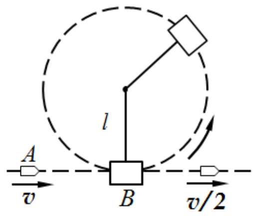
$$\begin{cases} I_x = mv_{2x} - mv_{1x} = mv\cos\alpha - (-mv\cos\alpha) = 2mv\cos\alpha \\ I_y = mv_{2y} - mv_{1y} = mv\sin\alpha - mv\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{I} = I_x\vec{i} = 2mv\cos\alpha\vec{i} = 2\times 0.020\times 5\times\cos 60^\circ\,\vec{i} = 0.10\vec{i}\ \mathrm{N\cdot S}$$

$$(2)\ \vec{I} = \overline{\vec{F}}\Delta t$$

$$\Rightarrow \overline{\vec{F}} = \vec{I}/\Delta t = 0.10\vec{i}/0.05 = 2\vec{i}\ \mathrm{N}$$

8．质量为 m 的子弹 A，穿过如图所示的摆锤 B 后，速率由 v 减少到 $v/2$．已知摆锤的质量为 m，摆线长度为 l，如果摆锤能在竖直平面内完成一个完全的圆周运动，子弹速度的最小值应为多少？



由水平方向动量守恒定律，有

$$\mathrm{m}v = \mathrm{m}\frac{v}{2} + mv_1 \qquad （1）$$

摆锤恰好能在垂直平面内做圆周运动，最高点处摆线中张力为 0，则

$$\mathrm{mg} = \mathrm{m}\frac{v_2^2}{l} \qquad （2）$$

做圆周运动过程中机械能守恒，有

$$\frac{1}{2}\mathrm{m}v_1^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}v_2^2 + 2mgl \qquad （3）$$

联立三个方程求解，$v = 2\sqrt{5gl}$