

大学物理 B 静电场中的导体和电介质作业

1. 带电 $-q$ 的粒子在带电 $+q$ 的点电荷的静电力作用下，在水平面内绕点电荷作半径为 R 的匀速圆周运动。如果带电粒子及点电荷的电量都增大一倍，并使粒子的运动速率也增大一倍，则粒子做圆周运动的半径为：[**B**]

(A) $0.5 R$

(B) R

(C) $2R$

(D) $4R$

水平面内绕点电荷 $+q$ 做半径为 R 的匀速率圆周运动

$$kqq/R^2 = mv^2/R$$

$$R = kqq/(mv^2)$$

带电粒子及点电荷的电量均增大一倍，并使粒子的运动速率也增大一倍

$$R' = k(2q)(2q)/(m(2v)^2) = kqq/(mv^2) = R$$

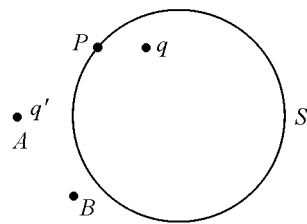
2. 如图，闭合曲面 S 内有一点电荷 q ， P 为 S 面上任一点， S 面外有另一点电荷 q' 。设通过 S 面的电场强度通量为 Φ ， P 点的场强为 E_P ，则当 q' 从 A 点移到 B 点时：[**D**]

(A) Φ 改变， E_P 不变；

(B) Φ 、 E_P 都不变；

(C) Φ 、 E_P 都要改变；

(D) Φ 不变， E_P 改变。



3. 真空中带电的导体球面与均匀带电的介质球体，它们的半径和所带的电量都相同，设带电球面的静电能为 W_1 ，带电球体的静电能为 W_2 ，则：[**C**]

(A) $W_1 > W_2$

(B) $W_1 = W_2$

(C) $W_1 < W_2$

设电量为 Q ，半径为 R 。

则均匀带电球面的静电能

$$W_1 = \int_V \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV = \int_R^\infty \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\rho' R^2}{\epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

则均匀带电球体的静电能

$$W_2 = \int_V \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV = \int_0^R \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\rho r}{3\epsilon_0} \right)^2 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{40\pi\epsilon_0 R} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

所以 $W_1 < W_2$ 。

4. 真空中两块互相平行的无限大均匀带电平板，其中一块的电荷面密度为 $+\sigma$ ，另一块的电荷面密度为 $+2\sigma$ ，则两板间的电场强度大小为 $E = \underline{\underline{\frac{\sigma}{2\epsilon_0}}}$ 。

解析：设电荷面密度为 σ 的为板 A， 2σ 的为板 B。
 设板 A 在两板间产生场强 E_1 。
 根据对称性其在板外场强 E_1 。
 对 A 取一圆柱形高斯面，设截面积为 S 。
 $\oint E_1 dS = \Sigma \frac{q_i}{\epsilon_0}$
 $q_1 = \sigma \cdot S$ 而 $\oint E_1 dS = E_1 \cdot 2S$
 $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 同理设板 B 场强 E_2
 $E_2 = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}$ 因 E_2 方向相反
 $E = E_2 - E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 电势差
 $U = Ed = \frac{\sigma d}{2\epsilon_0}$

5. 两同轴金属圆筒带等量异号电荷，两极板电势差为 U_{AK} ，从负极板 K 静止释放一个电子的同时从正极板 A 静止释放一个质子，则它们抵达对面极板时的速率之比为_____。

$$eU_{AK} = \frac{mv^2}{2} \quad v_e : v_p = \sqrt{m_p/m_e} = \sqrt{1836}/1$$

6. 两完全相同的电容器 A 、 B ，串联后与电源保持连接，如果在 A 中加入电介质，则 B 中的电场能量将_____ 增大 _____。(填增大或减小或不变)

C_A 增大， Q_A 不变， U_A 减小。 $U = U_A + U_B$ 不变。 C_B 不变， U_B 增大， Q_B 增大。

串联时 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}$ ， C 增大。总能量 $w_e = \frac{1}{2}CU^2$ 增大。

PPT分析: $\begin{cases} C_A U_A = C_B U_B \\ U = U_A + U_B \end{cases}$

$$C_A(U - U_B) = C_B U_B$$

$$U_B = \frac{C_A U}{C_A + C_B}$$

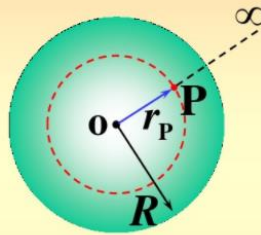
$$U_B = \frac{1}{1 + \frac{C_B}{C_A}} U$$

7. 真空中，一半径为 R 的绝缘实心均匀带电球体，电荷体密度为 ρ ，介电常数为 ϵ_0 ，设无限远处为电势零点。求：球体内距球心为 $r = R/3$ 处的 P 点电势。(设无穷远处电势为零)

解：由高斯定理得

$$r > R \text{ 时 } E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$r < R \text{ 时 } E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r$$



以无穷远处为参考点，球内 P 点的电势

$$\varphi_P = \int_P^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{r_P}^R \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_R^\infty \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}$$

$$E_1 = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} (r > R), E_2 = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} (r < R)$$

$$\varphi_P = \int_{r_P}^R E_2 \cdot dr + \int_R^\infty E_1 \cdot dr$$

$$= \int_{r_P}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r \cdot dr + \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot dr$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(3R^2 - r_P^2)}{2R^3}$$

$$r_P = \frac{R}{3}, \therefore U_P = \frac{13Q}{36\pi R\epsilon_0} = \frac{13\rho R^2}{27\epsilon_0}$$

$$W_{CB} = \frac{1}{2} C_B U_B^2$$

8. 试证明柱形电容器的电容公式为: $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}$, 式中, L 为柱形电容长度, a 、 b 分别为柱形电容的内、外半径.

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} = \frac{q}{2\pi\epsilon l} \frac{1}{r}$$

解: 设两导体圆柱面单位长度上

分别带电 $\pm \lambda$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot 2\pi r l = \lambda l \quad D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r}$$

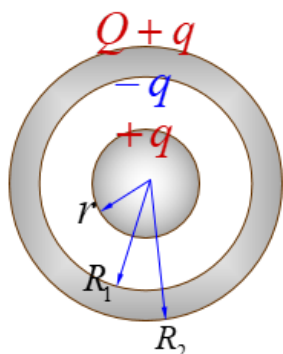
$$U_{AB} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R_B}{R_A}$$

$$C = \frac{\lambda l}{U_{AB}} = 2\pi\epsilon l / \ln \frac{R_B}{R_A}$$

9. 半径为 r 的导体球外面, 同心地罩一内外半径分别为 R_1 和 R_2 的导体球壳. 若球和球壳所带的电荷分别为 q 和 Q , 试求:

- (1) 球和球壳的电势以及它们的电势差;
- (2) 若将球壳接地, 求它们的电势差;

静电平衡后, 从里到外三个球面的电荷分别是: q , $-q$, $Q+q$



$$(1) \text{ 球的电势 } U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\text{球壳的电势 } U_2 = \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$\text{它们的电势差: } U = U_1 - U_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

- (2) 若将球壳接地, 它们的电势差不变。球壳外表面电荷量为0, 球壳内表面和球表面电荷分布不变。

$$U' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$