1. 判断如下集合 $A = \{a, b, c\}$上的关系所具有的性质：

① $R_1 =\{\langle a, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle a, c\rangle\}$;

② $R_2 =\{\langle a, a\rangle, \langle c, c\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle\}$;

③ $R_3 =\{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, c\rangle\}$;

解：① R_1 有自反性，反对称性，传递性；

② R_2 有对称性；

③ R_3 有反自反性，反对称性，传递性。

2. 判断如下集合 $A = \{3, 5, 6, 7, 10, 12\}$上的关系所具有的性质：

① A 上的的不等于关系；

② A 上的整除关系。

解：① A 上的的不等于关系有反自反性，对称性；

② A 上的整除关系有自反性，反对称性，传递性。

3. 给出集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$上的关系的例子，使它分别具有如下的性质

①既是对称的，又是反对称的；

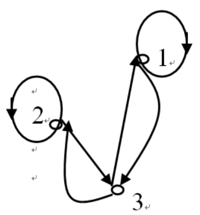
②既是反自反的，又是传递的。

解：①设 $R=\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,2\rangle\}$ ，则 R 既是对称关系也是反对称关系；

②设 $R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 1,3\rangle\}$，则 R 既是反自反关系也是传递关系。

（答案不唯一）

4. 对于图中给出的集合 $A = \{1, 2, 3\}$上的关系，写出相应的关系表达式和关系矩阵，并分析它具有的性质。



解：$R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 2\rangle\}$ ，R 有对称性。

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. 对于集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系 $R=\{\langle x, y\rangle | y=x+1$ 或者 $y=x/2\}$ 和 $S=\{\langle x, y\rangle |$

x=y+2}，求

①$(R\circ S)^{-1}$；　②$(S\circ R)^{-1}$；　③$(S)^{-1}\circ(R)^{-1}$；　④R^2；　⑤S^2。

解：$R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 2,1\rangle,\langle 4,2\rangle\}$

$S=\{\langle 3,1\rangle,\langle 4,2\rangle\}$

①$(R\circ S)^{-1}=\{\langle 2,1\rangle,\langle 3,2\rangle\}^{-1} = \{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle\}$

②$(S\circ R)^{-1}=\{\langle 3,2\rangle,\langle 4,3\rangle,\langle 4,1\rangle\}^{-1}=\{\langle 2,3\rangle,\langle 3,4\rangle,\langle 1,4\rangle\}$

③$(S)^{-1}\circ(R)^{-1}=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,3\rangle\}$

④$R^2=\{\langle 1,3\rangle,\langle 1,1\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 4,3\rangle,\langle 4,1\rangle\}$

⑤$S^2=\Phi$