

$$1. \textcircled{1} (p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg(p \vee q) \wedge r \wedge s \wedge \neg q) \vee (p \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow (\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg r \vee \neg s \vee q) \vee (p \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r \vee \neg s \vee q \vee (p \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow p \vee q \vee \neg r \vee \neg s \vee p$$

$$\Leftrightarrow p \vee q \vee \neg r \vee \neg s$$

显然，命题公式 $(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s$ 的等值式

$p \vee q \vee \neg r \vee \neg s$ 存在成真赋值 $(0, 0, 1, 1)$ ，即命题公

式 $(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s$ 不是重言式，所以推理①不是有效推理

$$\textcircled{2} \neg(p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg q \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r \wedge \neg q) \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge (\neg q \vee r)) \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow (\neg q \vee r) \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee r$$

显然，命题公式 $\neg(p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$ 的等值

命题 $\neg p \vee \neg q \vee r$ 存在成真赋值 $(1, 0, 1)$ ，即命题公

式 $\neg(p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$ 不是重言式，所以推理

②不是有效推理

二.

p	q	r	$p \wedge \neg q$	$\neg q \vee r$	$\neg(p \wedge \neg q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge \neg q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1

从真值表中可看出：命题公式 $\neg(p \wedge \neg q) \wedge (p \vee r) \wedge q \rightarrow \neg p$ 所有成真式值都是成真式值，所以命题公式 $\neg(p \wedge \neg q) \wedge (p \vee r) \wedge q \rightarrow \neg p$ 为永真蕴含式，即 $\neg(p \wedge \neg q), \neg q \vee r, \neg q \Rightarrow \neg p$ 。

$$\begin{aligned}
 \text{三. } & (p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s \\
 & \Leftrightarrow \neg((\neg p \vee q) \wedge r \wedge s \wedge \neg q) \vee (p \wedge s) \\
 & \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg r \vee \neg s \vee q \vee (p \wedge s) \\
 & \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r \vee q \vee \neg s \vee p \\
 & \Leftrightarrow p \vee q \vee \neg r \vee \neg s \vee p \\
 & \Leftrightarrow p \vee q \vee \neg r \vee \neg s \\
 & \Leftrightarrow M_3
 \end{aligned}$$

显然，命题公式 $(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s$ 的主合取范式没有极大项 $p \vee q \vee r \vee s$ ，即，命题公式 $(p \rightarrow q) \wedge (r \wedge s) \wedge \neg q \rightarrow p \wedge s$ 不是重言式，所以，该推理不是有效推理。

四. 命题符号化：

p : A参加 q : B参加 r : C参加 s : D参加

前提: $A \rightarrow (B \rightarrow C), D \rightarrow A \wedge B$

结论: $D \rightarrow C$

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \wedge (D \rightarrow A \wedge B) \vdash (D \rightarrow C)$

证：

- | | |
|-------------------------------------|---------|
| ① $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ | 前提引入 |
| ② $\neg A \vee (\neg B \vee C)$ | ①等值置换 |
| ③ $\neg(A \wedge B) \vee C$ | ②等值置换 |
| ④ $A \wedge B \rightarrow C$ | ③等值置换 |
| ⑤ $D \rightarrow A \wedge B$ | 前提引入 |
| ⑥ $D \rightarrow C$ | ⑤④条件三段论 |

五. 命题符号化:

p : 甲是盗贼 q : 乙是盗贼 r : 乙的证词正确

s : 作案时间发生在夜间12点以前

t : 夜间12点时被盗品所在房间灯光灭了

前提: $p \vee q, p \rightarrow \neg s, r \rightarrow \neg t, \neg r \rightarrow s, t$

证:

- | | |
|--------------------------|-----------|
| ① $r \rightarrow \neg t$ | 前提引入 |
| ② t | 前提引入 |
| ③ $\neg r$ | ② ① 拒取 |
| ④ $\neg r \rightarrow s$ | 前提引入 |
| ⑤ s | ③ ④ 假言推理 |
| ⑥ $p \rightarrow \neg s$ | 前提引入 |
| ⑦ $\neg p$ | ⑤ ⑥ 拒取 |
| ⑧ $p \vee q$ | 前提引入 |
| ⑨ q | ⑦ ⑧ 析取三段论 |
- 所以 乙是盗贼.