

$$一、① \neg(p \leftrightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$$

$$\Leftrightarrow \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$$

$$\Leftrightarrow \neg((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \vee ((\neg p \vee q) \wedge p)$$

$$\Leftrightarrow \neg((\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q))$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

$$② (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$③ p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee p)$$

$$\Leftrightarrow p \vee (\neg p \vee \neg q)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$$

$$二、① (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee (\neg(p \wedge r) \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee \neg r \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r$$

111为成真赋值；000为成假赋值

所以该命题公式为可满足公式

$$② p \wedge ((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$$

$$\Leftrightarrow p \wedge \neg p \wedge (q \vee \neg q)$$

$$\Leftrightarrow 0 \wedge 1$$

$$\Leftrightarrow 0$$

所以该公式为永假式命题公式

三、① 真值表:

p	q	r	$\neg p$	$(\neg p \wedge q)$	$(\neg p \wedge q) \rightarrow r$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

由表中各极小项可得

主合取范式:

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\Leftrightarrow M_2$$

$$\Leftrightarrow p \vee \neg q \vee r$$

主析取范式:

$$(\neg p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

② 主合取范式:

$$\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$$

主析取范式:

$$\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg p \vee \neg q) \wedge p) \vee ((\neg p \vee \neg q) \wedge q)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

四. $(p \wedge q) \rightarrow r$

$$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge 1 \wedge 1) \vee (1 \wedge \neg q \wedge 1) \vee (1 \wedge 1 \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge (q \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg r)) \vee ((p \vee \neg p) \wedge \neg q \wedge (r \vee \neg r)) \vee ((p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q) \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge 1) \vee (1 \wedge 1 \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge (r \vee \neg r)) \vee ((p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q) \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

显然 $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

所以 $(p \wedge q) \rightarrow r \not\Leftrightarrow (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

两者不互为等值式