

大学物理 B 质点运动学作业

1. 根据瞬时速度矢量 \mathbf{v} 的定义, 在直角坐标系下, 其大小 $|\mathbf{v}|$ 可表示为 D

- (A) $\frac{dr}{dt}$ (B) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + \frac{dz}{dt}$ (C) $|\frac{dx}{dt}\mathbf{i}| + |\frac{dy}{dt}\mathbf{j}| + |\frac{dz}{dt}\mathbf{k}|$ (D) $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2}$

2. 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动, 每 T 秒转一圈. 在 $2T$ 时间间隔中, 其平均速度大小与平均速率大小分别为 B

- (A) $2\pi R/T, 2\pi R/T$ (B) $0, 2\pi R/T$ (C) $0, 0$ (D) $2\pi R/T, 0$

3. 下列说法哪一条正确? D

- (A) 加速度恒定不变时, 物体运动方向也不变.
(B) 平均速率等于平均速度的大小.
(C) 平均速率表达式总可以写成 $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ (v_1 、 v_2 分别为初、末速率).
(D) 运动物体速率不变时, 速度可以变化.

4. 一质点沿 x 方向运动, 其加速度随时间变化关系为: $a = 3 + 2t$ (SI), 如果初始时质点的速度 v_0 为 5 m/s , 则当 t 为 3s 时, 质点的速度 $v = \underline{23 \text{ m/s}}$.

5. 一质点作半径为 0.1 m 的圆周运动, 其角位置的运动学方程为: $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}t^2$ (SI), 则其切向加速度为 $a_t = \underline{0.1 \text{ m/s}^2}$.

6. 有一质点沿 x 轴作直线运动, t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI). 试求: (1) 第2秒内的平均速度; (2) 第2秒末的瞬时速度; (3) 第2秒内的路程.

解: (1) 第2秒初的坐标 $x_1 = 4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3 = 2.5 \text{ (m)}$
第2秒末的坐标 $x_2 = 4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3 = 2 \text{ (m)}$

$$\begin{aligned}\text{第2秒内的平均速度} &\Rightarrow \frac{x_2 - x_1}{\Delta t_{1s}} \\ &= \frac{2 - 2.5}{1} \\ &= -0.5 \text{ m/s}\end{aligned}$$

即第2秒内的平均速度大小为 0.5 m/s
方向为延 x 轴的负方向

(2) 对 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ 求导, 得瞬时速率

$$v = 9t - 6t^2$$

$$\text{当 } t = 2 \text{ s 时, } v_{2s} = 9 \times 2 - 6 \times 2^2 = -6 \text{ (m/s)}$$

所以第2秒末的瞬时速度大小为 6 m/s
方向为延 x 轴的负方向

$$(3) \text{ 令 } v = 0 \text{ m/s, } 9t - 6t^2 = 0, \text{ 得 } t = 1.5 \text{ s}$$

所以第2s内的路程

$$s_{\text{第2s内}} = |\Delta x_{1 \sim 1.5s}| + |\Delta x_{1.5 \sim 2s}|$$

$$\begin{aligned}\Delta x_{1 \sim 1.5s} &= x_{1.5} - x_1 \\ &= 4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3 \\ &= 3.375 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta x_{1.5 \sim 2s} &= x_2 - x_{1.5} \\ &= 2 - 10.125 \\ &= -8.125 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$s_{\text{第2s内}} = 3.375 + 8.125 = 11.5 \text{ (m)}$$

7. 一物体悬挂在弹簧上作竖直振动, 其加速度为 $a = -ky$, 式中 k 为常量, y 是以平衡位置为原点所测得的坐标. 假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0 , 试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式.

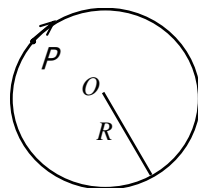
解: $a = -ky \Rightarrow \frac{dv}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = -ky$
 $\Rightarrow \frac{dv}{dy} \cdot v = -ky \Rightarrow v dv = -ky dy$

两边积分得 $v^2 = -ky^2$

所以速度 v 与 y 的函数关系为

$$v = \sqrt{-k} \cdot y$$

8. 如图所示, 质点 P 在水平面内沿一半径为 $R = 2 \text{ m}$ 的圆轨道转动. 转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega = kt^2$ (k 为常量). 已知 $t = 2 \text{ s}$ 时, 质点 P 的速度值为 32 m/s . 试求 $t = 1 \text{ s}$ 时, 质点 P 的速度与加速度的大小.



解: $v = \frac{v}{r}$ ①, $\omega = kt^2$ ②

当 $t = 2 \text{ s}$ 时, 联立①②式得 $k = 4$

$$\omega = 4t^2, \quad v = \omega r = 8t^2$$

当 $t = 1 \text{ s}$ 时质点 P 的速度 $v = 8 \text{ m/s}$

对 $v = 8t^2$ 两边求导得

$$a = 16t$$

当 $t = 1 \text{ s}$ 时, 质点 P 的加速度 $a = 16 \text{ m/s}^2$