1. 用描述法写出下列集合。

①全体奇数；

②能被 5 整除的整数集合；

③平面直角坐标系中单位圆内的点集。

$A=\{2k-1 \mid k\in Z\}$

$A=\{x \mid x=5k, k\in Z\}$

$A=\{(x, y) \mid x^2+y^2\leq 1, x\in R, y\in R\}$

（注：答案表示方式不唯一）

2. 求下列集合的基数。

①$\{\{2, 3\}\}$；

②20 的所有因数；

③$\{\{1, \{2, 3\}\}\}$；

④$\{x \mid x=2$ 或 $x=3$ 或 $x=4$ 或 $x=5\}$。

解： ① $|\{\{2, 3\}\}|=1$；

② $A=\{20$ 的所有因数$\}=\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$， $|A|=6$

③ $|\{\{1, \{2, 3\}\}\}|=1$；

④ $|\{x \mid x=2$ 或 $x=3$ 或 $x=4$ 或 $x=5\}|=4$

3. 设 $B=\{a\}$，求 $P(B)$，$P(P(B))$，$P(P(P(B)))$。

解：$P(B)=\{\phi, \{a\}\}$

$P(P(B))=\{\phi, \{\phi\}, \{\{a\}\}, \{\phi, \{a\}\}\}$

$P(P(P(B)))=\{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}, \{\{\{a\}\}\}, \{\{\phi, \{a\}\}\}, \{\phi, \{\phi\}\},$

$\{\phi, \{\{a\}\}\}, \{\phi, \{\phi, \{a\}\}\}, \{\{\phi\}, \{\{a\}\}\},$

$\{\{\phi\}, \{\phi, \{a\}\}\}, \{\{\{a\}\}, \{\phi, \{a\}\}\}, \{\phi, \{\phi\}, \{\{a\}\}\},$

$\{\phi, \{\phi\}, \{\phi, \{a\}\}\}, \{\phi, \{\{a\}\}, \{\phi, \{a\}\}\},$

$\{\{\phi\}, \{\{a\}\}, \{\phi, \{a\}\}\}, \{\phi, \{\phi\}, \{\{a\}\}, \{\phi, \{a\}\}\}\}$

4. 设全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，集合 $A=\{1, 4\}$，$B=\{1, 2, 5\}$，$C=\{2, 4\}$，确定下列集合。

①$A\oplus B$； ②$A\oplus B\oplus C$； ③$P(A)\cup P(C)$。

解：①$A\oplus B=\{1, 4\}\oplus\{1, 2, 5\}=\{2, 4, 5\}$

②$A\oplus B\oplus C=\{1, 4\}\oplus\{1, 2, 5\}\oplus\{2, 4\}=\{2, 4, 5\}\oplus\{2, 4\}=\{5\}$

③$P(A)\cup P(C)=P(\{1, 4\})\cup P(\{2, 4\})$

$=\{\phi,\{1\},\{4\},\{1,4\}\}\cup\{\phi,\{2\},\{4\},\{2,4\}\}$

$=\{\phi,\{1\},\{2\},\{4\},\{1,4\},\{2,4\}\}$

5．对任意集合 A，B 和 C，证明下列各式。

① $((A-C)\cap(B\cup C))=((A\cap B)-C)$；

② $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$。

①证明： $(A-C)\cap(B\cup C)=((A-C)\cap B)\cup((A-C)\cap C)$

$=(A\cap\sim C\cap B)\cup(A\cap\sim C\cap C)$

$=(A\cap B\cap\sim C)\cup(A\cap\phi)$

$=(A\cap B\cap\sim C)\cup\phi$

$=((A\cap B)-C)$ （证明过程不唯一）

②证明：（1）对于任意 $x\in(P(A)\cap P(B))$，则 $x\in P(A)$ 且 $x\in P(B)$，即 $x\subseteq A$ 且 $x\subseteq B$；设任意 $a\in x$，则 $a\in A$ 且 $a\in B$，即 $a\in A\cap B$，所以 $x\subseteq A\cap B$，得 $x\in P(A\cap B)$，即 $P(A)\cap P(B)\subseteq P(A\cap B)$。

（2）对于任意 $x\in P(A\cap B)$，则 $x\subseteq A\cap B$，设任意 $a\in x$，则 $a\in A\cap B$，即 $a\in A$ 且 $a\in B$，所以 $x\subseteq A$ 且 $x\subseteq B$，得 $x\in P(A)$ 且 $x\in P(B)$，即 $x\in(P(A)\cap P(B))$，即 $P(A\cap B)\subseteq P(A)\cap P(B)$。

综上（1）（2）所知，$P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$。