



离散数学

主讲教师：武文佳
办公室：文理楼332



离散数学 武

扫一扫二维码，加入群聊。



离散数学是现代数学的一个重要分支。是计算机科学中基础理论的核心课程，为计算机科学提供了有力的理论基础和工具。是数据结构、操作系统、数据库、人工智能等课程的先行基础课程。

离散数学的基本思想、概念和方法广泛地渗透到计算机科学与技术发展的各个领域，而且其基本理论和研究成果更是全面而系统地影响和推动着其发展。



主要内容

- 数理逻辑(第1/2章)
- 集合论(第3/4章)
- 图论(第5/6/7章)
- 组合分析初步(第8章)
- 代数系统简介(第9章)
- 形式语言和自动机初步(第10章)

课程特点

- 概念多，计算量小
- 逻辑性强，注重逻辑推理
- 应用性强，注重实际应用



教材与教学参考书

- **教材：**
 - 耿素云、屈婉玲、张立昂，离散数学（第五版），清华大学出版社，2013.
- **教学参考书：**
 - 屈婉玲、耿素云、张立昂，离散数学题解（第三版），清华大学出版社，2013.



- 成绩评定：
 - 平时成绩：40%
 - 作业，考勤，课堂表现
 - 每周上课之前交作业
 - 期末成绩：60% 闭卷考试
- 答疑时间：周二上午 周三下午
周四 18:00-20:00
- 答疑地点：文理楼332



数理逻辑部分

- 第1章 命题逻辑
- 第2章 一阶逻辑



数理逻辑简介



数理逻辑是用**数学方法**来研究**推理**的形式结构和推理规律的数学学科，它与数学的其它分支、计算机科学、人工智能、语言学等学科均有密切的联系。

命题逻辑和**一阶谓词逻辑**是数理逻辑中最成熟的部分，在计算机科学中应用最为广泛，其中**命题逻辑**是数理逻辑的最基础部分，谓词逻辑是在它的基础上发展起来的。概括之，就是**用数学方法研究逻辑形式及其规律**。



引例：一公安人员审查一件盗窃案，已知的事实如下：

- (1) 甲或乙盗窃了笔记本电脑；
- (2) 若甲盗窃了笔记本电脑，则作案时间不能发生在午夜前；
- (3) 若乙的证词正确，则午夜时屋里灯光未灭；
- (4) 若乙的证词不正确，则作案时间发生在午夜之前；
- (5) 午夜时屋里灯光灭了。

问是谁盗窃了笔记本电脑。

用数学方法研究逻辑形式及其规律



第一章 命题逻辑

第一节 命题符号化及联结词

一、命题的概念

二、逻辑联结词

三、命题符号化



一、命题的概念

1. **命题**：能判断**真假**的**陈述句**。（非真即假）

2. **真值**：陈述句所表达的判断结果称为命题的 **真值**

- 判断为正确的命题，真值为**真**
- 判断为错误的命题，真值为**假**
- **任何命题的真值唯一**

$$\text{真值} \begin{cases} \text{真} & (\text{记为T或1}) \\ \text{假} & (\text{记为F或0}) \end{cases}$$



例1、判断下列句子中哪些是命题。

(1) 北京是中国的首都。

(2) 雪是黑色的。

(3) $3 \times 4 = 12$ 。

(4) 请把门关上！

(5) x 是有理数。

(6) 地球外的星球上也有人。



例1、判断下列句子中哪些是命题。

(7) 明天有课吗？

(8) 春节过得好开心呀！

(9) 2018年10月1日临港电机学院附近下雨。

注：悖论不是命题。

例：我正在说谎。表面上统一推理中隐含两对立结论

理发师悖论：我只给所有不给自己理发的人理发。

判断一个语句是否为命题，首先看是否为陈述句，再看其真值是否唯一。



3. 命题的符号化

例1中的几个命题都是简单的陈述句，不能分解成更简单的句子。

(1) **简单命题**：不能分解成更简单的句子的命题
称为简单命题

简单命题的真值是确定的，因此又称为命题常项

(2) **命题的符号化**：用英文字母 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i \dots$
表示命题，并将表示命题的符号放在该命题
前面

如： p : 2是素数 q : $2+3=5$



4. 命题变项：真值可以变化的简单陈述句.

例如： $x+y=10$

命题常项，命题变项均用 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i \dots$ 表示。

注：命题变项不是命题



二、逻辑联结词

引例：2是偶数和素数 \rightarrow 2是偶数**并且**2是素数

命题 $\begin{cases} \text{简单命题（不能再分解成更简单的命题）} \\ \text{复合命题（由简单命题用联结词联结而成的命题）} \end{cases}$

常用的联结词： $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ 五种

非

并且

或

如果，则

当且仅当



1. 否定联结词 \neg

p 为任一命题

“非 p ”称为 p 的否定式，记作 $\neg p$

例如： p : 11是素数； $\neg p$: 11不是素数

p 取值1， $\neg p$ 取值0。

真值表

p	$\neg p$
0	1
1	0



2. 合取联结词

“ p 并且 q ”称为 p, q 的合取式，记作 $p \wedge q$ 。

真值表

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例如： p ：小明是三好生，

q ：小林是三好生

则小明和小林是三好生表示为 $p \wedge q$ 。



例2、设 p : 李平聪明, q : 李平用功。

(1) 李平既聪明又用功。 $p \wedge q$

(2) 李平虽然聪明, 但不用功。 $p \wedge \neg q$

(3) 李平不但聪明, 而且用功。 $p \wedge q$

(4) 李平不是不聪明, 而是不用功。 $\neg(\neg p) \wedge \neg q$

注意: 不能见到“和”就用合取联结词

例: 李文与李武是兄弟。 **简单命题**



3.析取联结词

“ p 或者 q ”称 p, q 的析取式, 记作 $p \vee q$

真值表

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

例如, p : 小明学过英语,

q : 小明学过日语,

→ 相容或

允许 p, q 同时为真

则小明学过英语或日语可表示为 $p \vee q$



或：相容或 排斥或

例如， p ：派小王去开会，

q ：派小李去开会

则派小王或小李中的一个去开会不能表示为

$$p \vee q$$

应符号化为： $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$



4. 蕴涵联结词

“如果 p 那么 q ”称 p, q 的蕴涵式，记作 $p \rightarrow q$
其中 p 为前件， q 为后件。

真值表：

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

p 是 q 的充分条件，或者 q 是 p 的必要条件



例3、 p : 天下雨, q : 我骑车上班。

(1) 如果天不下雨, 我就骑车上班。 $\neg p \rightarrow q$

(2) 只要天不下雨, 我就骑车上班。 $\neg p \rightarrow q$

(3) 只有天不下雨, 我才骑车上班。 $q \rightarrow \neg p$

(或 $p \rightarrow \neg q$)

(4) 如果天下雨, 我就不骑车上班。 $p \rightarrow \neg q$



5. 等价联结词

“ p 当且仅当 q ”称 p, q 的等价式，记作 $p \leftrightarrow q$ 。
 p 是 q 的充要条件， q 也是 p 的充要条件。

真值表：

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



例4、 $p : 2 + 2 = 4$, $q : 3$ 是奇数

(1) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 3 是奇数。 $p \leftrightarrow q$

(2) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 3 不是奇数。 $p \leftrightarrow \neg q$

(3) $2 + 2 \neq 4$ 当且仅当 3 是奇数。 $\neg p \leftrightarrow q$

(4) $2 + 2 \neq 4$ 当且仅当 3 不是奇数。 $\neg p \leftrightarrow \neg q$



6、逻辑联结词与自然语言中联结词的关系。

否定——不是，没有，非，不。

合取——并且，同时，和，既...又...，不但...而且...，虽然...但是...。

析取——或者，或许，可能。

蕴涵——若...则...，假如...那么...，既然...那就...，倘若...就...。

等价——当且仅当，充分必要，相同，一样。



7、运算顺序

逻辑联结词也称逻辑运算符，规定优先级的顺序为 $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ，若有括号时，先进行括号内运算。

例如： $p \rightarrow (q \vee \neg p) \wedge (q \vee r) \leftrightarrow \neg q$



三、命题符号化

步骤：(1) 找出各简单命题，分别符号化。

(2) 找出各联结词，把简单命题逐个联结起来。



例5、将下列命题符号化。

(1) 小王是游泳冠军或百米赛跑冠军。

设 p : 小王是游泳冠军,

q : 小王是百米赛跑冠军。

原语句化为 $p \vee q$ 。

(2) 小王现在在宿舍或在图书馆。

设 p : 小王在宿舍,

q : 小王在图书馆。

原语句化为 $p \vee q$ 。



例5、将下列命题符号化。

(3) 选小王或小李中的一人当班长。

设 p : 选小王当班长,

q : 选小李当班长。

原语句化为 $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ 。

(4) 如果我上街，我就去书店看看，除非我很累。

设 p : 我上街, q : 我去书店看看,

r : 我很累。

原语句化为 $\neg r \rightarrow (p \rightarrow q)$ 或 $(\neg r \wedge p) \rightarrow q$



(5) 小丽是计算机系的学生，她生于1998或1999年，她是三好生。

设 p ：小丽是计算机系的学生，

q ：小丽生于1998年，

r ：小丽生于1999年，

s ：小丽是三好生。

原语句化为 $p \wedge (q \vee r) \wedge s$



小 结

内容：命题，逻辑联结词，命题符号化

重点：(1)掌握命题概念

(2)掌握联结词含义及真值表

(3)掌握命题符号化方法