第一章　命题逻辑

1.1 命题符号化及联结词

一．选择题

1．判断下列语句哪一个是命题（　　　　）.

A.请把门关上！　　　　　B.你喜欢鲁迅的作品吗？

C.我在说谎　　　　　　　D.雪是黑色的

2．下列哪个命题是真命题（　　　　）.

A.如果 2+3=5，则太阳从西方升起；　B.如果 2+3=6，则太阳从西方升起；

C.严禁吸烟；　　　　　　　　　　　D.我正在说谎.

3．设 p：昨天天晴，q：前天下雨，则命题“昨天天晴，但前天下雨”可符号化为（　　　　）.

A．$p \wedge q$　　B．$p \rightarrow q$　　C．$p \vee q$　　D．$q \rightarrow p$

二．填空题

1．设 p：他生病了，q：他出差了，r：我同意他不参加学习．则命题“如果他生病或出差了，我就同意他不参加学习”符号化为____________________.

2．　$\neg p \wedge p$ 的真值是________.

三．将下列命题符号化

1．小王和小李都会解这个题．

2．他去旅游**当且仅当**他有时间．

3．如果你来，他就不回去．

4．小王**不但**聪明**而且**用功．

5．只有天不下大雨，他才乘公共汽车上班．

6．小王和小李是好朋友．

1.2 命题公式及分类

1．设命题公式 G：$\neg p \to (q \wedge r)$，则使公式 G 取真值为 1 的 p，q，r **全体**赋值分别是 ________________.

2. 设 P，Q 的真值为 1；R，S 的真值为 0，则命题公式$(P \vee Q) \wedge R \vee S \wedge Q$ 的真值为______.

3. 命题公式 $p \to (q \vee p)$ 的真值是____________.

4. 公式$(p \wedge q) \to \neg p$ 的成假赋值是（　　）。

A. 0　0　　B. 0　1　　C. 1　0　　D. 1　1

5．用真值表法判断下列命题公式的类型

(1) $\neg(p \to q) \wedge q$

（2）$((p \to q) \to p) \leftrightarrow p$

1.3 等值演算

一．选择题

1.下列式子正确的是（　　　）。

A．$p \rightarrow q \Leftrightarrow q \rightarrow p$　　B. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

C．$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \vee p$　　D. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \vee \neg p$

2．下列公式是重言式的有(　　　)。

A. $(\neg p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$　　B. $\neg(q \rightarrow p) \wedge p$

C. $(p \wedge q) \rightarrow q$　　D. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow p$

二．用等值演算法证明下列等值式

1. $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow p$

2. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow (q \wedge r)$

三．用等值演算法判断下列公式的类型

1. $\neg((p \wedge q) \rightarrow p)$　　2. $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$

1.4　范式

一．选择题

1．主析取范式（　　　　），命题公式为矛盾式。

A．含全部极小项　B.不含极大项　C.含全部极大项　D.不含极小项

2．命题公式 $(P \vee Q) \rightarrow Q$ 为（　　　）

A.矛盾式　B.可满足式　C.重言式　D.合取范式

二．用等值演算法求下列公式的主合取范式与主析取范式，并求成真赋值。

1． $A = (\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \vee p)$

2． $A = \neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$

1.5-1.7 全功能集　组合电路　推理理论

1．公式 $\neg(r \wedge q) \to p$ 在联结词全功能集 $\{\neg, \wedge, \vee\}$ 中等值形式之一为______________。

2．输入输出关系如下表所示，写出实现它的组合电路的命题公式，并用奎因-莫可拉斯基方法化简。

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

3．将下列推理符号化，并推证其结论：

如果小张守第一垒并且小李向 B 队投球，则 A 队取胜；或者 A 队未取胜，或者 A 队成为联赛第一名；A 队没有成为联赛的第一名；小张守第一垒。因此，小李没向 B 队投球。

2.1 一阶逻辑基本概念

在一阶逻辑中将下列命题符号化

1. 有人用左手写字

2. 所有人都努力工作

3. 没有不爱看电影的人

4. 并不是所有的人都爱吃糖

5. 虽然有些实数是有理数，但并非一切实数都是有理数

6. 正数都大于负数

2.2-2.3　一阶逻辑合式公式 等值式 前束范式

1. 若个体域为整数集，则 $\forall x\exists y(x\cdot y=2)$ 的真值为__________。

2. 公式 $\forall xF(x)\to\left(\forall xF(x)\vee\exists yG(y)\right)$ 的真值为____________。

3. 对公式 $\forall x\forall y(P(x,y)\wedge Q(y,z))\wedge\exists xP(x,y)$ 的说法正确的是（　　）。

A.x 是约束出现，y 是约束出现，z 是自由出现

B.x 是约束出现，y 既是约束出现又是自由出现，z 是自由出现

C.x 是约束出现，y 既是约束出现又是自由出现，z 是约束出现

D.x 是约束出现，y 是约束出现，z 是约束出现

4. $\exists x\forall yA(x,y)$ 的否定是（　　）。

A. $\exists x\exists y\neg A(x,y)$　　B. $\exists x\forall y\neg A(x,y)$

C. $\forall x\exists y\neg A(x,y)$　　D. $\forall x\forall y\neg A(x,y)$

5. 设解释 R 和赋值 σ 如下：

（1） D 为实数集；（2） $a=0$,（3）函数 $f(x,y)=x-y$，

（4） 谓词 $F(x,y)$ 为 $x<y$，σ： $\sigma(x)=0,\sigma(y)=1,\sigma(z)=2.$

在解释 R 和赋值 σ 下，判断下列公式的真假.

(1) $\forall xF(f(a,x),a)$

(2) $\forall xF(f(x,y),x)\to\exists y\neg F(x,f(y,z))$

6. 设个体域 $D=\{a,b,c\}$，消去公式 $\forall x(F(x)\wedge\exists yG(y))$ 的量词。

7. 求下列各式的前束范式

（1） $\neg\exists xF(x)\to\forall yG(x,y)$　　（2） $\forall xF(x)\vee\exists yG(x,y)$

第三章 集合论　第四章 关系与函数

一．填空题

1. 若集合 A 的元素个数为 8，则其幂集的元素个数为______.

2. 设集合 $A=\{a\}$，则 $P(A)=$__________________________.

3. 设 $A=\{x\mid (x\in N)且(x<5)\}, B=\{x\mid x\in E^{+}且x<7\}$（$N$：自然数集，$E^{+}$ 正偶数）则 $A\cup B=$__________________________。

4. 某市举行中学数学、物理、化学三科竞赛，结果是数学和物理均优者 11 人，物理和化学均优者 10 人，数学和化学均优者 9 人，至少有两科优秀者共 22 人，则三科均优者有_______人。

5. 某校有足球队员 38 人，篮球队员 15 人，排球队员 20 人，三队队员总数为 58 人，且其中只有 3 人同时参加 3 种球队，那么仅仅参加两种球队的队员人数是_____人。

二. 选择题

1. 若集合 A＝{2，a，{ a }，4}，则下列表述正确的是(　　　).

　A．$\{a，\{ a \}\}\in A$　　　　　　　　B．$\{ a \}\subseteq A$

　C．$\{2\}\in A$　　　　　　　　　　　D．$\varnothing\in A$

2. 若集合 A={a，b，{ 1，2 }}，B={ 1，2}，则（　　）.

　A．$B\subset A$，且 $B\in A$　　　　　　　B．$B\not\subset A$，且 $B\notin A$

　C．$B\subset A$，但 $B\notin A$　　　　　　　D．$B\in A$，但 $B\not\subset A$

3. 集合 A = {1，2，3，4，5，6 }上的二元关系 R ={$<a , b>$| $a , b\in A$，且 $a +b = 8$}，则 R 具有的性质为（　　）.

　A．对称的　　　　　　　　　　　　B．自反的

　C．对称和传递的　　　　　　　　　D．反自反和传递的

4. $A=\{1,2,3\}$ 上的关系 $R=\{<1,1>,<1,2>,<1,3>,<3,3>\}$，则 R 具备（　　　）。

　A. 传递性与反对称性　　　　　　　　B. 传递性与对称性

　C. 自反性与对称性　　　　　　　　　D. 反自反性与对称性

5. 下列命题正确的是（　　　）。

　A.　$\Phi\in\{a,b,c\}$　　　　　　　　　B. $\{a, b\}\subseteq\{a, b, \{\{a, b\}\}\}$

　C. $\{a,b\}\in\left\{a,b,c,\{a,b,c\}\right\}$　　　　D.　A×C = B×D, 则 A=B,C=D

三．计算题

1．设 $E=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,4\}$,$B=\{1,2,5\}$,$C=\{2,4\}$，

求：(1) $\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(C)$；　(2) $A\oplus B$.

2．对 60 个人的调查表明有 25 人阅读《每周新闻》杂志，26 人阅读《时代》杂志，26 人阅读《幸运》杂志，9 人阅读《每周新闻》和《幸运》杂志，11 人阅读《每周新闻》和《时代》杂志，8 人阅读《时代》和《幸运》杂志，还有 8 人什么杂志也不阅读。问：(1) 阅读全部 3 种杂志的有多少人？(2) 只阅读《时代》杂志的有多少人？(3) 只阅读一种杂志的有多少人？

5.1 无向图及有向图

一．填空题

1. 无向图 G 中有 12 条边，有 6 个 3 度顶点，其余顶点度数均小于 3，则图 G 中至少有________个顶点。

2. 已知图 G 中有 1 个 1 度顶点，2 个 2 度顶点，3 个 3 度顶点，4 个 4 度顶点，则 G 的边数是__________。

3. 无向完全图 K_n 有____________条边。

二. 选择题

1. 设 $G=<V,E>$，$|V|=n,|E|=m$，且 G 中每个顶点的度数不是 k 就是 $k+1$，则 G 中度数为 k 的顶点的个数是(　　　)。

   A. $\frac{n(k+1)}{2}-m$　　　　B. $n(k+1)+2m$

   C. $nk-m$　　　　D. $n(k+1)-2m$

2. 仅有一个孤立顶点组成的图称为(　　　)。

   A.零图　　　　B.平凡图　　　　C.补图　　　　D.完全图

3. 给定下列序列，可以构成无向简单图的度数序列的为(　　　)。

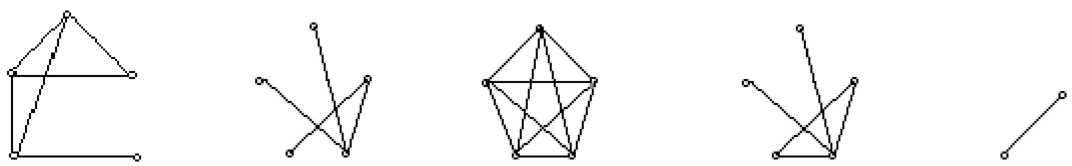
   A.(1,1,2,2,3)　　　　B.(0,1,3,3,3)

   C.(1,3,4,4,5)　　　　D.(1,1,2,2,2)

4. K_4 中含 3 条边的不同构的生成子图有（　　　）。

   A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

5. 左图[0]相对于完全图的补图为(　　　)。



[0]　　　　A　　　　B　　　　C　　　　D

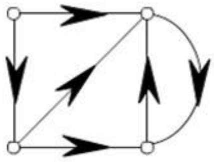
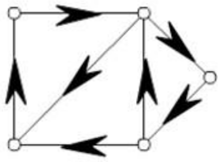
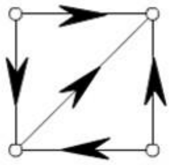
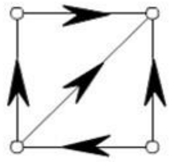
三．证明题

设 G 为 9 个顶点的无向图，每个顶点的度数不是 5 就是 6，试证明 G 中至少有 5 个度数为 6 的顶点，或者至少有 6 个度数为 5 的顶点。

5.2-5.3 图的连通性 图的矩阵表示

一．　选择题

1．下列有向图中，哪个图为强连通的？（　　）。

A　　　　B　　　　C　　　　D

2．设 $G=\langle V, E\rangle$ 是含有 n 个结点的无向连通图，那么 G 中的边数（　　）。

A. 至少有 n 条　　B. 至多有 n 条　　C. 至少有 $n-1$ 条　　D. 至多有 $n-1$ 条

3．给定无向图 G 如下图所示，下面给出的顶点集子集中，不是点割集的为（　　）.

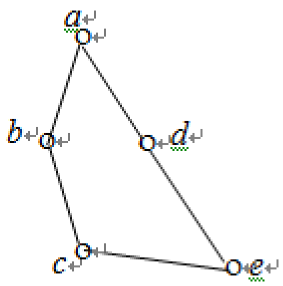
A．$\{b, d\}$　　B．{d}

C．{a, c}　　D．{b, e}

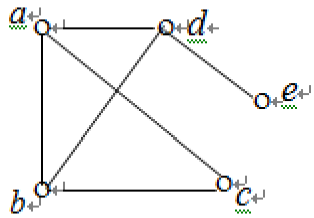
4．图 G 如下图所示，以下说法正确的是（　　）.

A．{(a, c)}是割边　　B．{(a, c)}是边割集

C．{(b, c)}是边割集　　D．{(a, c) ,(b, c)}是边割集



3 题图



4 题图

二．计算题

已知有向图 D 的邻接矩阵为 $A(D)=\begin{bmatrix}1&0&0&1\\1&0&1&1\\0&1&0&1\\1&1&1&0\end{bmatrix}$，且 $A^2(D)=\begin{bmatrix}2&1&1&1\\2&2&1&2\\2&1&2&1\\2&1&1&3\end{bmatrix}$

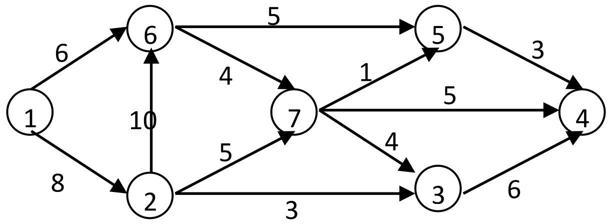
$$A^3(D)=\begin{bmatrix}4&2&2&4\\6&3&4&5\\4&3&2&5\\6&4&4&4\end{bmatrix}$$

求（1）$d^+(v_3)$，$d^-(v_1)$，$d(v_2)$；　　（2）从 v_1 到 v_4 长度为 2 的通路数；

（3）从 v_3 到 v_1 长度为 3 的通路数；　　（4）从 v_4 到 v_4 长度为 3 的回路数。

5.4 最短路径 关键路径 着色

1．求下图中从顶点 1 出发到其余各个顶点的最短路径。（要求给出过程）



2. 计算机系期末要安排 7 门公共课的考试，课程编号为 1 到 7.下列每一对课程有学生同时选修：1 和 2，1 和 3，1 和 4，1 和 7，2 和 3，2 和 4，2 和 5，2 和 7，3 和 4，3 和 6，3 和 7，4 和 5，4 和 6，5 和 6，5 和 7，6 和 7.这 7 门课的考试至少要安排在几个不同的时间段?给出一个安排方案。

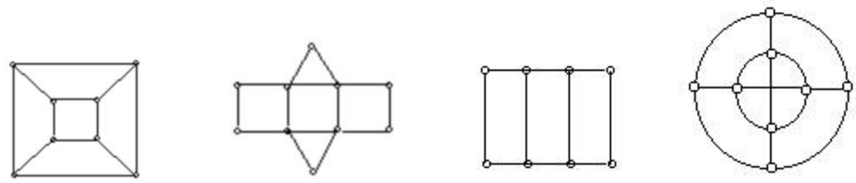
第 6 章　特殊的图

1. 无向图 G 是欧拉图，当且仅当（　　）.

A．G 连通且所有顶点的度数为偶数；　B、G 的所有顶点的度数为偶数；

C．G 连通且所有顶点的度数为奇数；　D、G 的所有顶点的度数为奇数.

2. 如下各图中，（　　）为欧拉图。



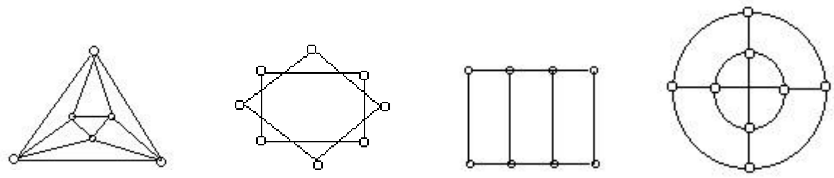
A.　　B.　　C.　　D.

3.在同构意义下，以下命题为真的是 （　　）

A、K3 是 K3,3 的子图　　B、K3 是 K4 的子图

C、K3 是 K3,4 的子图　　D、K3 是 K2,3 的子图

4. 下面哪一个图可一笔画出(　　)。



A.　　B.　　C.　　D.

5. 连通有向图 D 含有欧拉回路的充分必要条件是________________.

6. 设完全图 K_n 有 n 个顶点(n≥2)，m 条边，则当____________时，K_n 中存在欧拉回路。

第 7 章 树

1. 下列哪一种图不一定是树(　　　)。

A. 无回路的简单连通　　　　B. 有 n 个顶点 n-1 条边的连通图

C. 每对顶点间都有通路的图　　　D. 连通但删去任何一条边便不连通的图

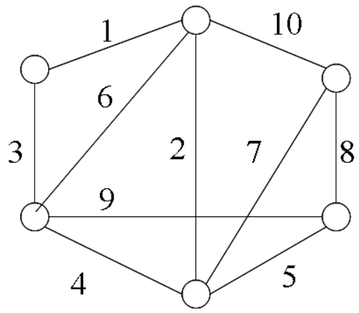
2. 设 G 是有 n 个顶点，m 条边的连通图，必须删去 G 的(　　)条边，才能确定 G 的一棵生成树.

A. $m-n+1$　　　B. $m-n$　　　C. $m+n+1$　　　D. $n-m+1$

3. 已知一棵无向树 T 中有 8 个顶点，4 度，3 度，2 度的分支点各一个，T 的树叶数为（　　）.

A. 8　　　B. 5　　　C. 4　　　D. 3

4. 下图中最小生成树的权为(　　)。



A、18　B、19　C、20　D、21

5. 下面给出的符号串集合中，哪一个不是前缀码？(　　　)

A. $\{0,10,110,1111\}$　　　B. $\{1,01,001,0001\}$

C. $\{b,c,aa,ac,aba,abc\}$　　　D. $\{0011,001,101,11,1\}$

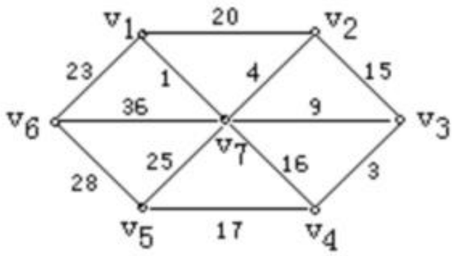
6. 带权为 1，2，5，4，6，3 的最优二元树的权为_________________。

7. 无向树 G 有 5 片树叶，3 个 2 度分支点，其余分支点均为 3 度，则 G 共有_____个顶点。

8. 设图 G 是有 6 个顶点的连通图，顶点的总度数为 18，则可从 G 中删去_____________条边后使之变成树.

9. 无向树 G 有 10 片树叶，1 个 6 度分支点，其余分支点均为 4 度，问 G 有多少个 4 度分支点？画出其非同构的情况(要求至少画出两种情况)。

10. 下图给出了铺设连接如下 7 个城市 $v_1, v_2, \cdots, v_7$ 的光纤通信网络及他们之间直接通信线路的造价，试给出设计方案，使得各城市之间能够通信而且总造价最小，并求最小总造价。



11. 假设英文字母，a，e，h，n，p，r，w，y 出现的频率分别为 12%，8%，15%，7%，6%，10%，5%，10%，求传输它们的最佳前缀码.

12. 图 G=<V, E>，$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6\}$，

$E=\{(v_1,v_2),(v_1,v_3),(v_1,v_5),(v_2,v_4),(v_2,v_5),(v_3,v_5),(v_4,v_5),(v_4,v_6),(v_5,v_6)\}$，

对应边的权值依次为 5，2，1，2，6，1，9，3 及 8。

（1）画出 G 的图形；

（2）判断 G 是否为欧拉图并说明理由；

（3）画出 G 权最小的生成树并求其权值。