

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki.

1. (1pkt) Niech σ będzie ciągiem instrukcji *Union* i *Find*, w którym wszystkie instrukcje *Union* występują przed instrukcjami *Find*. Udowodnij, że algorytm oparty na strukturach drzewiastych wykonuje σ w czasie proporcjonalnym do długości σ .
2. (2pkt) Rozważamy ciągi operacji *Insert(i)*, *DeleteMin* oraz *Min(i)* wykonywanych na S - podzbiorze zbioru $\{1, \dots, n\}$. Obliczenia rozpoczynamy z $S = \emptyset$. Instrukcja *Insert(i)* wstawia liczbę i do S . Instrukcja *DeleteMin* wyznacza najmniejszy element w S i usuwa go z S . Natomiast wykonanie *Min(i)* polega na usunięciu z S wszystkich liczb mniejszych od i .
Niech σ będzie ciągiem instrukcji *Insert(i)*, *DeleteMin* oraz *Min(i)* takim, że dla każdego i , $1 \leq i \leq n$, instrukcja *Insert(i)* występuje co najwyżej jeden raz. Mając dany ciąg σ naszym zadaniem jest znaleźć ciąg liczb usuwanych kolejno przez instrukcje *DeleteMin*. Podaj algorytm rozwiązujący to zadanie.
UWAGA: Zakładamy, że cały ciąg σ jest znany na początku, czyli interesuje nas wykonanie go *off-line*.
WSKAZÓWKA: Rozdział 4.8 z książki Aho,
3. (2pkt) Rozważamy ciągi instrukcji: *Link(r, v)* oraz *Depth(v)* wykonywanych na lesie rozłącznych drzew o wierzchołkach z etykietami ze zbioru $\{0, \dots, n-1\}$ (różne wierzchołki mają różne etykiety). Operacja *Link(r, v)* czyni r , korzeń jednego z drzew, synem v , wierzchołka innego drzewa. *Depth(v)* oblicza głębokość wierzchołka v .
Naszym celem jest napisanie algorytmu, który dla danego ciągu σ wypisze w sposób on-line wyniki instrukcji *Depth* (tzn. wynik każdej instrukcji *Depth* ma być obliczony przed wczytaniem kolejnej instrukcji z ciągu σ). Pokaż jak zastosować drzewiastą strukturę danych dla problemu *Union – Find* do rozwiązania tego problemu.
WSKAZÓWKA: Rozdział 4.8 z książki Aho,
4. (1pkt) Rozważ taką wersję wykonywania kompresji ścieżek, w której wierzchołki wizytowane podczas wykonywania operacji *Find* podwieszane są pod własnego dziadka. Czy analiza złożoności przeprowadzona na wykładzie da się zastosować w tym przypadku?
5. (1,5pkt) Dany jest graf $G = (V, E)$, wyróżniony wierzchołek v oraz ciąg jego krawędzi $e_i = \{v_i, u_i\}$, ($i = 1, 2, \dots, m$). Ułóż algorytm, który dla każdego wierzchołka u wyznaczy minimalną wartość j , taką że po usunięciu z grafu G krawędzi e_1, \dots, e_j , nie istnieje ścieżka łącząca wierzchołki u i v .