МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра САПР

ОТЧЕТ

по практической работе №6
по дисциплине «Информационные технологии»
Тема: Частные производные функции нескольких переменных.

Студент гр. 4352	____________________	Колесникова М. А.
Преподаватель	____________________	Копец Е. Е.

Санкт-Петербург
2025

Цель работы.

Научиться находить частные производные для функций с несколькими переменными и сравнивать их.

Основные теоретические положения.

Чтобы вычислить среднее квадратичное для функций нужно взять каждую пару значений (x_1, x_2) из списка объектов и подставить их в функцию с помощью subs. Затем для каждого объекта вычисляется разность между предсказанным значением и целевым значением, эта разность возводится в квадрат. Все квадраты ошибок складываются и делятся на их количество (рис. 1).

```
from sympy import *
x1, x2 = symbols('x1 x2')
```
✓ 0.0s

```
def calculate_mse(objects, targets, func):
    mse = 0
    for i in range(3):
        x1_val, x2_val = objects[i]
        target = targets[i]
        predicted = func.subs({x1: x1_val, x2: x2_val})
        mse += (predicted - target)**2
    mse /= 3
    return float(mse)
```
✓ 0.0s

Рисунок 1 – Код для нахождения MSE

В первом наборе данных функция $f_1 = -2x_2 + x_1 - 7$ имеет значение MSE, чем функция $f_2 = 20x_2 + 3x_1 - 4$ (рис. 2).

```
#1
objects1 = [(10, 30), (-5, 15), (16, 31)]
targets1 = [7, 20, -4]
f1_1 = -2*x2 + x1 - 7
f2_1 = 20*x2 + 3*x1 - 4

mse_f1_1 = calculate_mse(objects1, targets1, f1_1)
mse_f2_1 = calculate_mse(objects1, targets1, f2_1)

print("MSE для первого:")
print(f"f1: {mse_f1_1}, f2: {mse_f2_1}")
```

✓ 0.0s

```
MSE для первого:
f1: 3447.0, f2: 299168.6666666667
```

Рисунок 2 – MSE для первого набора

В первом наборе данных функция $f_1 = -2x_2 - x_1 + 60$ имеет значение MSE, чем функция $f_2 = 2x_2 + 17x_1 - 9$ (рис. 3).

```
#2
objects2 = [(16, 17), (-3, 28), (14, 85)]
targets2 = [13, 42, -39]
f1_2 = -2*x2 - x1 + 60
f2_2 = 2*x2 + 17*x1 - 9

mse_f1_2 = calculate_mse(objects2, targets2, f1_2)
mse_f2_2 = calculate_mse(objects2, targets2, f2_2)

print("MSE для второго:")
print(f"f1: {mse_f1_2}, f2: {mse_f2_2}")
```

✓ 0.0s

```
MSE для второго:
f1: 2819.6666666666665, f2: 91538.66666666667
```

Рисунок 3 – MSE для второго набора

В первом наборе данных функция $f_1 = -4x_2 + 7x_1 - 11$ имеет значение MSE, чем функция $f_2 = -0.5x_2 + 9x_1 - 400$ (рис. 4).

```python
#3
objects3 = [(7, 39), (12, 48), (3, 55)]
targets3 = [-60, 17, 83]
f1_3 = -4*x2 + 7*x1 - 11
f2_3 = -0.5*x2 + 9*x1 - 400

mse_f1_3 = calculate_mse(objects3, targets3, f1_3)
mse_f2_3 = calculate_mse(objects3, targets3, f2_3)

print("MSE для третьего:")
print(f"f1: {mse_f1_3}, f2: {mse_f2_3}")
```
✓ 0.0s

```
MSE для третьего:
f1: 35903.0, f2: 144191.16666666666
```

Рисунок 4 – MSE для третьего набора

Нахождение частные производных:

1.

$$f(x_1, x_2) = 10x_1 - 5x_2$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 10 - 0 = 10$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0 - 5 = -5$$

2.

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 + 4x_2 + 7$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 3 + 0 + 0 = 3$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0 + 4 + 0 = 4$$

3.

$$f(x_1, x_2) = x_1^2$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1$$
$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0$$

4.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 1 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0 + 5 + 0 + 0 = 5$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = 0 - 6 + 0 + 0 = -6$$

5.

$$f(x_1, x_2, x_3) = 10x_1 - x_1^2 + 4x_1^3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 10 - 2x_1 + 12x_1^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = 0$$

6.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 12x_1x_2 + 4x_2^3 + x_3$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 + 12x_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 12x_1 + 12x_2^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = 1$$

Частные производные среднеквадратичной ошибки можно найти с помощью sympy (рис. 5).

```python
a0, a1, a2 = symbols('a0 a1 a2')
MSE = (1/3) * (
    (2*a2 + 200*a1 + a0 - 200)**2 +
    (a2 + 450*a1 + a0 - 300)**2 +
    (3*a2 + 550*a1 + a0 - 600)**2
)

p_a1 = diff(MSE, a1)
p_a0 = diff(MSE, a0)

print("Частная производная по a1:")
display(p_a1)  # Используем display для красивого вывода в Jupyter

print("\nЧастная производная по a0:")
display(p_a0)  # Используем display для красивого вывода в Jupyter
```

✓ 2.1s

```
Частная производная по a1:
```

$$800.0a_0 + 363333.333333333a_1 + 1666.66666666667a_2 - 336666.666666667$$

```
Частная производная по a0:
```

$$2.0a_0 + 800.0a_1 + 4.0a_2 - 733.333333333333$$

Рисунок 5 – Производные MSE по a_0 и a_1

Функция среднеквадратичной ошибки для четвёртого задания задаётся как:

$$\text{MSE} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\text{Площадь}_i - (a_0 + a_1 \cdot \text{Цена}_i + a_2 \cdot \text{Этажи}_i)\right)^2,$$

Частные производные MSE по коэффициентам a_0, a_1 и a_2:

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial a_0} = -\frac{2}{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\text{Площадь}_i - (a_0 + a_1 \cdot \text{Цена}_i + a_2 \cdot \text{Этажи}_i)\right),$$

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial a_1} = -\frac{2}{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\text{Площадь}_i - (a_0 + a_1 \cdot \text{Цена}_i + a_2 \cdot \text{Этажи}_i)\right) \cdot \text{Цена}_i,$$

$$\frac{\partial \text{MSE}}{\partial a_2} = -\frac{2}{3}\sum_{i=1}^{3}\left(\text{Площадь}_i - (a_0 + a_1 \cdot \text{Цена}_i + a_2 \cdot \text{Этажи}_i)\right) \cdot \text{Этажи}_i.$$

Далее с помощью библиотеки sympy можно найти все необходимые производные и предсказать площадь дома, в этом случае точкой минимума являются найденные коэффициенты (рис. 6).

```python
цены = [200, 300, 600]
этажи = [2, 1, 3]
площади = [200, 450, 550]

MSE = (1/3) * (
    (площади[0] - (a0 + a1 * цены[0] + a2 * этажи[0]))**2 +
    (площади[1] - (a0 + a1 * цены[1] + a2 * этажи[1]))**2 +
    (площади[2] - (a0 + a1 * цены[2] + a2 * этажи[2]))**2
)

p_a0 = diff(MSE, a0)
p_a1 = diff(MSE, a1)
p_a2 = diff(MSE, a2)

решение = solve([p_a0, p_a1, p_a2], (a0, a1, a2))

print("Найденные коэффициенты:")
print(f"a0 = {решение[a0]}")
print(f"a1 = {решение[a1]}")
print(f"a2 = {решение[a2]}")

цена_нового = 666
этажи_нового = 4
площадь_нового = решение[a0] + решение[a1] * цена_нового + решение[a2] * этажи_нового

print(f"\nПредсказанная площадь для дома ценой {цена_нового} т.р. и {этажи_нового}этажа: {площадь_нового:.2f}
```

✓ 0.0s Python

```
Найденные коэффициенты:
a0 = 220.000000000000
a1 = 1.20000000000001
a2 = -130.000000000003

Предсказанная площадь для дома ценой 666 т.р. и 4этажа: 499.20 кв. м
```

Рисунок 6 – Предсказание цены дома

Вывод.

В ходе работы были изучены частные производные функции нескольких переменных. Также были найдены их значения и была проведена работа по сравнению MSE различных функций-кандидатов.