

Obtenção de curva de carga e descarga de capacitor em circuito RC

Gustavo Pacola Gonçalves (Autor)

RA: 2028867

UTFPR

Brasil

gustavog.1999@alunos.utfpr.edu.br

Paulo Afonso Scarsetto Silveira

RA: 2024322

UTFPR

Brasil

paulosilveira.1992@alunos.utfpr.edu.br

Abstract - The following paper shows the result of experiments concerning the charge and discharge of a capacitor. To execute the experiment a constant voltage source was used, together with a constant resistor in series with the capacitor which was tested. The experiment consists of 5 charges and discharges cycles, all of them happening with the same initial voltages. The sources of uncertainty are also discussed and the ones that were not considered in the experiment are presented.

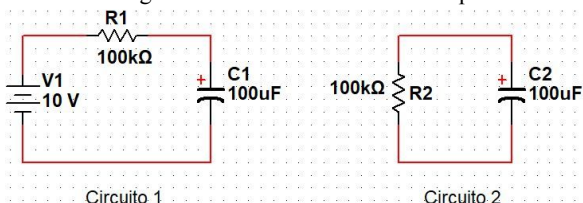
Keywords - Capacitores; Eletromagnetismo; Campo Elétrico, Circuito RC; Carga De Capacitor; Descarga De Capacitor; Tensão Constante

I. INTRODUÇÃO

O estudo de eletromagnetismo dá origem a algumas propriedades de corpos que, quando combinados de diferentes maneiras podem gerar efeitos que são desejados em vários usos. O exemplo disso a ser estudado é o capacitor, que utiliza o efeito capacitância para armazenar energia. Baseado nisso, deseja-se estudar como a carga e descarga de um capacitor, focando-se na tensão presente no capacitor, o que permite calcular a carga e também a energia presente no capacitor.

O experimento consiste em carregar um capacitor com uma tensão e resistência constantes, medindo a tensão sobre o capacitor com a passagem do tempo (Circuito 1). O mesmo procedimento será realizado para a descarga do capacitor (Circuito 2). Os circuitos utilizados podem ser observados a seguir:

Figura 1: Circuitos utilizados no experimento.



II. FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

A seguir serão demonstradas as funções que descrevem a curva de carga e descarga do capacitor, conforme será comprovado nos experimentos.

A. Carga Do Capacitor

Para a carga, serão utilizadas as seguintes equações⁽¹⁾, ⁽²⁾, ⁽³⁾, a seguir:

$$V_C = \frac{q}{C} \quad (1)$$

$$V_R = R * I = R \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

$$V_R + V_C = V_f \quad (3)$$

Substituindo-se as equações (1) e (2) na equação (3) obtém-se a equação (4):

$$R * \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_f \quad (4)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{V_f C - q}{RC} \quad (5)$$

Aplicando as técnicas para resolução de EDOs em (5), obtém-se (6):

$$\int \frac{dq}{V_f C - q} = \int \frac{dt}{RC} \quad (6)$$

$$- \ln(V_f C - q) = \frac{t}{RC} + k_2 \quad (7)$$

Isolando-se a carga do capacitor da equação (7), pode-se obter a tensão dividindo-se a equação pela capacitância conforme (8) e (9):

$$V_f C - q = e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8)$$

$$V(t) = V_f - \frac{e^{k_2}}{C} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (9)$$

Finalmente, considerando as condições iniciais:

$$V(0) = 0$$

$$V(\infty) = V_f$$

Obtém-se a seguinte relação para a carga de um capacitor (10):

$$V(t) = V_f (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (10)$$

¹ Halliday 9ª edição, página 124, equação (25-1)

² Halliday 9ª edição, página 149, equação (26-8)

³ Aplicação da lei das malhas no circuito 1

B. Descarga Do Capacitor

Para realizar a dedução da curva de carregamento, pode-se partir das equações (11)⁴, (12)⁵ e (13)⁶:

$$I_c + I_R = 0 \quad (11)$$

$$I_C = C \frac{dV}{dt} \quad (12)$$

$$I_R = \frac{V}{R} \quad (13)$$

Substituindo-se as equações (12) e (13) em (11), obteremos a equação diferencial (14) a seguir:

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = 0 \quad (14)$$

Novamente, aplicando-se as técnicas de resolução de EDOs, obtém-se a expressão (15):

$$\int \frac{dV}{V} = - \int \frac{dt}{RC} \quad (15)$$

$$\ln(V) = - \frac{t}{RC} + k_1 \quad (16)$$

$$V(t) = e^{-\frac{t}{RC} + k_1} = e^{-\frac{t}{RC}} e^{k_1} \quad (17)$$

Com as condições iniciais a seguir:

$$V(0) = V_0$$

$$V(\infty) = 0$$

Obtém-se a seguinte relação (18), que descreve a tensão em relação ao tempo na descarga de um capacitor:

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (18)$$

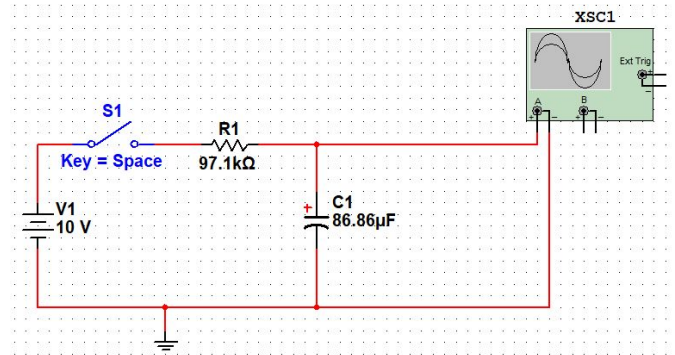
III. SIMULAÇÃO DO CIRCUITO

Antes da execução dos experimentos, foi realizada uma simulação do circuito no software Multisim⁷. A seguir, os circuitos utilizados serão apresentados e os resultados das simulações apresentados.

A. Simulação Do Circuito De Carga

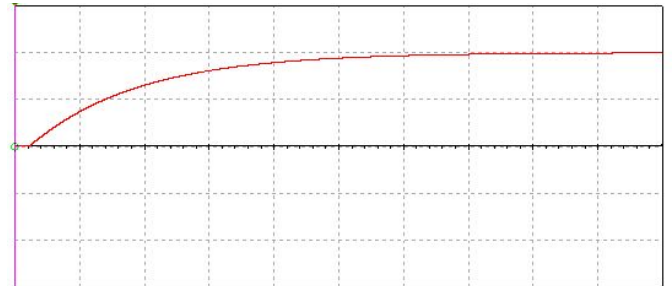
Para a simulação da carga do capacitor, uma chave foi utilizada de forma a controlar o início do carregamento do capacitor, para realizar as medições, um osciloscópio foi utilizado, conforme a figura 2 a seguir:

Figura 2: Circuito utilizado para simular a carga



Conforme pode ser observado, os valores de resistor e capacitor utilizados na simulação foram os valores lidos dos componentes a serem utilizados no experimento, de forma a obter resultados mais próximos da realidade.

Figura 3: Curva de carga do capacitor⁸



Como pode ser observado na figura 3, a curva de carga do capacitor, conforme previsto na dedução matemática da expressão, é uma exponencial. Na tabela abaixo, serão mostrados os valores obtidos no simulador e utilizando a fórmula deduzida.

Tabela 1: Valores simulados do circuito 1

Tempo	Valor simulado	Valor calculado
0	0,00	0,00
5	4,43	4,47
10	6,93	6,94
15	8,31	8,31
20	9,01	9,07
25	9,49	9,48

⁴ Aplicação da lei dos nós no circuito 2

⁵ Halliday 9ª edição, página 124, equação (25-1)

⁶ Halliday 9ª edição, página 149, equação (26-8)

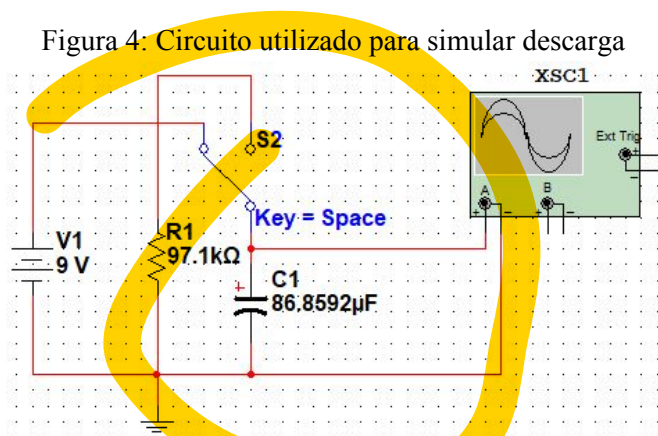
⁷ A versão do Multisim utilizada foi a 11.0

⁸ Escala utilizada: Vertical: 10 volts por divisão, horizontal: 5 segundos por divisão

Tempo	Valor simulado	Valor calculado
30	9,72	9,71
35	9,84	9,84
40	9,91	9,91
45	9,95	9,95
50	9,97	9,97

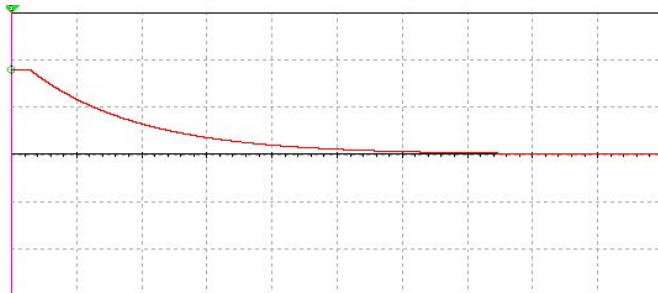
B. Simulação Do Circuito De Descarga

Na simulação do circuito de descarga, o circuito da figura 4 abaixo foi utilizado, conforme pode ser observado, os valores dos componentes reais foram novamente utilizados:



Iniciando a simulação deste circuito, foi possível obter o gráfico da figura 5, que novamente, atende ao esperado pela dedução já realizada.

Figura 5: Curva de descarga do capacitor⁹



Para a realização de comparações, a tabela 2 apresenta os dados obtidos com os cálculos e na simulação do circuito.

Tabela 2: Valores simulados do circuito 2

Tempo	Valor simulado	Valor calculado
0	9,00	9,00
5	5,00	4,97
10	2,76	2,75
15	1,52	1,52
20	0,84	0,84
25	0,46	0,46
30	0,26	0,26
35	0,14	0,14
40	0,08	0,08
45	0,04	0,04
50	0,02	0,02

Novamente, pode-se observar na simulação que os valores estão próximos aos esperados pelas deduções matemáticas, sendo as diferenças causadas por erros de arredondamento.

IV. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A seguir, são descritos os equipamentos e procedimentos utilizados para a obtenção dos dados experimentais. Na seção discussão dos resultados, serão tratados também de falhas nos procedimentos adotados que podem causar aumento do erro.

A. Equipamentos Utilizados

Para realizar os experimentos, os seguintes equipamentos e componentes foram utilizados:

- Fonte de tensão DC ajustável (Instrutherm FA-3030);
- Protoboard;
- Resistor de $100\text{ k}\Omega \pm 5\%$;
- Capacitor de $100\text{ }\mu\text{F}$;
- Multímetro (Minipa ET-2082C);
- Ponte RLC (Hameg HM 8118);
- Cronômetro

⁹ Escala utilizada: Vertical: 10 volts por divisão, horizontal: 5 segundos por divisão

B. Procedimento Do Experimento

Para realizar a primeira parte do experimento, inicialmente foi montado na protoboard o circuito 1 apresentado na figura 1, sem realizar a conexão da fonte, que deve já estar ajustada à tensão do experimento, no caso 10 volts, neste ponto não foi considerado uma possível diferença na medida de tensão do multímetro com o visor da fonte.. O multímetro, ajustado para medição de tensão, deve ser conectado aos terminais do capacitor.

Com o circuito já montado, pode-se iniciar o procedimento. Para isso, a fonte deve ser conectada e o timer iniciado simultaneamente. A cada 5 segundos do tempo do timer, deve-se anotar o valor de tensão lida no multímetro. O experimento deve ser realizado até os 50 segundos. O procedimento deve ser repetido 5 vezes, gerando um total de 55 valores.

Para a segunda parte do experimento, o circuito 2 deve ser montado, porém sem conectar ambos os terminais do capacitor ao resistor. Novamente, o multímetro ajustado para medição de tensão deve ser conectado aos terminais do capacitor.

Para realizar as medições, o capacitor deve estar carregado com uma tensão maior que a tensão inicial, no caso 9 volts. Com o circuito montado e o capacitor carregado, deve-se esperar a tensão baixar até o valor escolhido como inicial. Nesse momento o cronômetro deve ser iniciado e o circuito deve ser completado. Novamente, a cada 5 segundos a tensão deve ser anotada e o procedimento deve ser repetido 5 vezes, realizando o experimento por 50 segundos.

Os valores de resistência e capacitância do resistor e capacitor utilizado devem ser medidos de forma a gerar valores mais precisos. Para isso, pode-se utilizar a ponte RLC. Todas as medições devem ser repetidas 5 vezes.

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nos valores apresentados nesse tópico estão sujeitos a erros não considerados que são eles; tempo entre a leitura do multímetro e o carregamento no visor, tempo de reação humana nas medidas e no início na cronometragem.

A. Carga do capacitor.

Nos cinco ciclos de cargas foram obtidos os valores de carga em relação ao tempo como mostrado na tabela 3:

Tabela 3: Valores experimentais da carga.

Tempo	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão
0	0	0	0,01	0,04	0,04
5	3,74	3,85	2,34	4,1	3,76
10	6,13	6,18	6,56	6,44	6,24
15	7,32	7,68	7,83	7,73	7,61
20	8,08	8,52	8,66	8,53	8,5
25	8,54	9,06	9,12	9,05	9
30	8,87	9,36	9,43	9,36	9,33
35	9,08	9,56	9,6	9,54	9,52
40	9,24	9,68	9,71	9,65	9,64
45	9,35	9,75	9,77	9,73	9,71
50	9,44	9,79	9,82	9,77	9,76

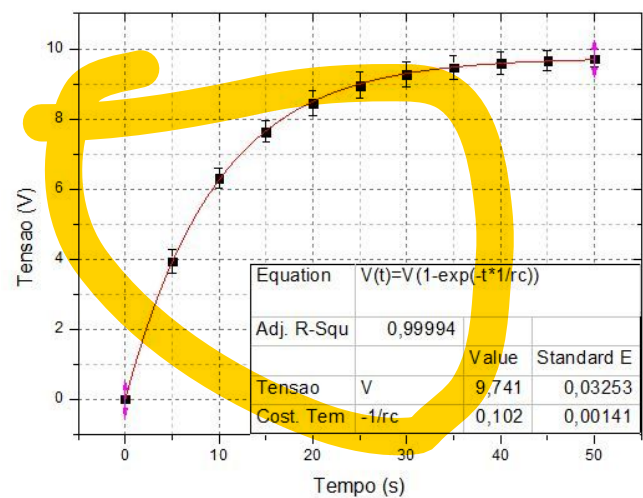
Calculando a média dos valores e também a média do desvio padrão juntamente com o T de student e o erro instrumental do multímetro obtemos os dados, contido na tabela 4, para plotagem do figura 6.

Tabela 4: Valores médios/erros carga.

Tempo	Média tensão	Erro total
0	0,018	0,03306
5	3,938	0,35306
10	6,31	0,29144
15	7,634	0,3077
20	8,458	0,35162
25	8,954	0,37526
30	9,27	0,36135
35	9,46	0,34201

Tempo	Média tensão	Erro total
40	9,584	0,30975
45	9,662	0,28042
50	9,716	0,24876

Figura 6: Curva de carga.



Conforme observado no experimento a tensão obtida foi menor que a utilizada na fonte, isso se deve a divergência de leituras do multímetro para a fonte.

B. Descarga do capacitor.

Na descarga do capacitor foi utilizado apenas o multímetro não havendo divergências de medidas de tensão. Os mesmos parâmetros e erros foram medidos para a descarga em relação aos mesmos tempos. A medida de referencia para inicio da descarga foi 9V.

Tabela 5: Valores experimentais de descarga.

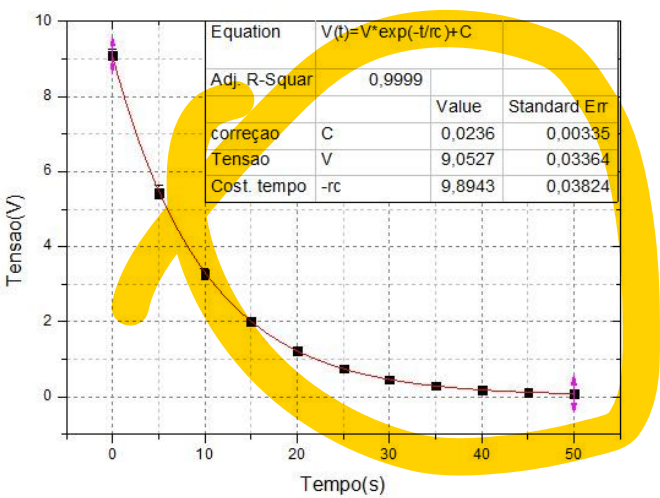
Tempo	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão
0	9,18	9,11	8,95	9,18	9,12
5	5,63	5,36	5,48	5,4	5,36
10	3,33	3,17	3,38	3,2	3,31
15	2,07	1,97	2,01	1,99	1,97
20	1,24	1,17	1,25	1,19	1,23
25	0,78	0,73	0,76	0,75	0,74

Tempo	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão	Tensão
30	0,47	0,44	0,45	0,46	0,47
35	0,3	0,28	0,29	0,3	0,29
40	0,18	0,17	0,18	0,2	0,19
45	0,12	0,11	0,11	0,14	0,12
50	0,07	0,07	0,07	0,09	0,08

Tabela 6: Valores médios/erros descarga.

Tempo	Média tensão	Erro total
0	9,108	0,15025
5	5,446	0,18173
10	3,278	0,14243
15	2,002	0,06632
20	1,216	0,055
25	0,752	0,03108
30	0,458	0,02138
35	0,292	0,01425
40	0,184	0,01885
45	0,12	0,02016
50	0,076	0,01511

Figura 7: Curva de carga.



Nos experimento obtivemos o valor de RC próximo de 9,8s para a carga e 9,9s para a descarga

VI. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Conforme foi mostrado em resultados experimentais, o erro obtido foi de 16% para carga e 17% para descarga, o que é satisfatório para o experimento realizado, porém, pode ser aumentado em outras condições, como em casos onde a tensão utilizada ou a constante de tempo do circuito são muito baixas. Por isso, a seguir serão apresentados possíveis fontes de incerteza que podem alterar o resultado e os casos onde sua consideração se torna importante:

A. Alteração Da Constante De Tempo

Devido aos valores de componentes escolhidos, a constante de tempo ficou próximo de 10 segundos, o que dificulta grandes alterações em seu valor, porém, caso o valor seja menor, é possível que a resistência e capacitância de cabos e da protoboard alterem seu valor de maneira significativa.

Dessa forma, para valores pequenos de constante de tempo, esses fatores afetam de maneira significativa o resultado, o que torna necessário levá-los em consideração.

Outro fator capaz de alterar a constante de tempo é a variação da temperatura durante os experimentos, o que, da mesma forma pode alterar os resultados de maneira inesperado. Um fator que pode diminuir a influência da temperatura é a escolha de valores de resistor e tensão que mantenha a potência sobre o resistor pequena. No caso do experimento, isso foi feito, pois a potência dissipada foi de no máximo 100 μ W, o que está bem abaixo da especificação do componente utilizado (250 mW).

B. Corrente De Fuga

Um fator que pode alterar os resultados do experimento é a corrente de fuga do capacitor e a resistência interna do multímetro. Esses fatores irão alterar a tensão máxima que o capacitor poderá atingir.

Caso se deseje corrigir esse fator, será necessário considerar que existe um resistor em paralelo com o capacitor e fazer as deduções necessárias. O valor desse resistor será a resistência interna do capacitor em paralelo com a resistência interna do multímetro.

Um fator que também pode ser considerado é a indutância do capacitor, que principalmente em capacitores com valores elevados, devido à sua construção, se torna significativa.

C. Erros Devido Ao Procedimento

Devido à dificuldade que um humano possui em realizar duas atividades simultaneamente, o ideal para a realização do experimento seria a adição de algum equipamento que pudesse iniciar o cronômetro ao mesmo tempo em que conecta o circuito à fonte.

No experimento, esse efeito foi minimizado devido à escolha de valores altos de constante de tempo, porém para constantes de tempo menores, o erro introduzido devido à sincronização entre o cronômetro e o início da carga e descarga se tornará mais notável.

D. Erros Devido Aos Equipamentos Utilizados

A forma utilizada para realizar a leitura da tensão do capacitor não é a ideal, visto que o multímetro apresenta um alto tempo entre leitura, o que pode fazer com que a leitura apresentada esteja atrasada em relação ao valor real.

Esse erro, embora seja minimizado pela escolha da constante de tempo alta, ainda tem grande potencial de afetar os resultados, sendo o ideal a utilização de um osciloscópio para a obtenção dos valores, se tornando inclusive obrigatório para constantes de tempo muito pequenas.

Outro fator que pode alterar significativamente o resultado é o erro do medidor de tensão da fonte, o que irá alterar a tensão máxima que o capacitor irá atingir. Esse erro foi significativo no experimento, pois, mesmo com a fonte ajustada para 10 volts, os dados experimentais mostraram que a tensão real da fonte era de aproximadamente 9,74 volts.

E. Erros Devido A Interferências Externas

O experimento foi realizado com um valor relativamente alto de tensão, o que faz com que a presença de ruídos devido à interferências de ondas de rádio, por exemplo, seja muito pequena. Porém deve-se considerar tais fatores quando se desejar repetir o experimento com tensões muito baixas, sendo recomendado a execução em locais afastados de antenas e outras fontes de ruídos.

O ripple introduzido pela fonte também é um fator que pode aumentar erros em tensões mais baixas. O uso de fontes que apresentem melhor filtragem ou a introdução de filtros ao circuito pode melhorar o resultado.

VII. CONCLUSÃO

Conforme os resultados apresentaram, foi possível comprovar que a dedução da curva de carga e descarga do capacitor são válidas, dentro dos erros encontrados no experimento, sendo a constante de tempo RC próximo de 10s.

Também foi possível observar a consistência do simulador com os resultados teóricos, dados os erros devido a arredondamentos.

VIII. BIBLIOGRAFIA

- Fundamentos de Física / Halliday, David / 9ª edição.
- Laboratório de eletricidade e eletrônica / Capuano, Francisco Gabriel / 24ª edição .

Muito texto. Daria para enxugar um pouco;

Algumas partes do texto fora de norma.

Em alguns momentos, o texto pareceu mais com relatório do que com artigo;

Equações bagunçadas no texto;

As referências estão fora de norma.

Nota Final 10,0