UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

SOLUCIONARIO DEL EXAMEN FINAL DE ANALISIS Y MODELAMIENTO NUMERICO I

Pregunta 1.- Considere la siguiente función

$$f(x) = \frac{1}{x} + e^{-x},$$

Con el método de Bisección y un error menor a 10^{-5}:

a) Calcule la solución aproximada de la ecuación $f(x) = 0$

b) Cuantas bisecciones con un error 10^{-5} se deben realizar para asegurar la precisión de la solución de (a) en el intervalo $(-1, 0)$?.

c) Grafique $f(x)$.

d) Grafique la evolución del error de convergencia para la búsqueda de x^*, tal que $f(x^*) = 0$.

Solución

f(x)=0, f(a).f(b)<0

a) $m_n = \frac{a_n + b_n}{2}$

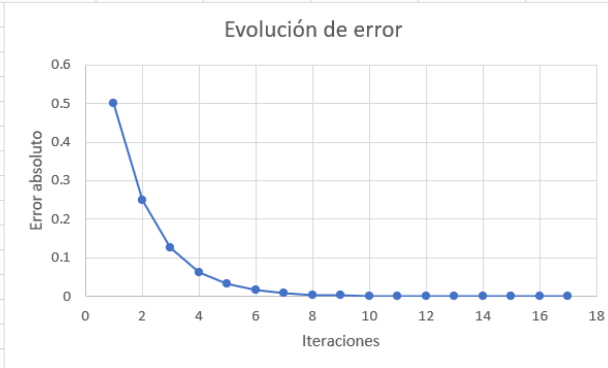
b)

$$e_n = |x_n - x| \leq \frac{1}{2^n} < equiere 10^{-5} \Rightarrow 2^{-n} < 10^{-5} \Rightarrow n > 16.61$$

$$\Rightarrow se\, requiere\ 17\ iteraciones$$

```
PS E:\numerico\semana12\programas> & C:/Python38/python.exe e:/numerico/semana12/programas/final.py
1: xl=-1        xu=0    xr=-0.5 fr=-0.3512787293        ea=0.5
2: xl=-1        xu=-0.5 xr=-0.75        fr=0.7836666833 ea=0.25
3: xl=-0.75     xu=-0.5 xr=-0.625       fr=0.2682459574 ea=0.125
4: xl=-0.625    xu=-0.5 xr=-0.5625      fr=-0.0227231208        ea=0.0625
5: xl=-0.625    xu=-0.5625      xr=-0.59375     fr=0.1265555458 ea=0.03125
6: xl=-0.59375  xu=-0.5625      xr=-0.578125    fr=0.0529630165 ea=0.015625
7: xl=-0.578125 xu=-0.5625      xr=-0.5703125   fr=0.0153950637 ea=0.0078125
8: xl=-0.5703125        xu=-0.5625      xr=-0.56640625  fr=-0.0035934947        ea=0.00390625
9: xl=-0.5703125        xu=-0.56640625  xr=-0.568359375 fr=0.005918195  ea=0.001953125
10: xl=-0.568359375     xu=-0.56640625  xr=-0.5673828125        fr=0.0011667304 ea=0.0009765625
11: xl=-0.5673828125    xu=-0.56640625  xr=-0.5668945312        fr=-0.0012122836        ea=0.00048828125
12: xl=-0.5673828125    xu=-0.5668945312        xr=-0.5671386719        fr=-2.25024e-05 ea=0.000244140625
13: xl=-0.5673828125    xu=-0.5671386719        xr=-0.5672607422        fr=0.0005721825 ea=0.0001220703125
14: xl=-0.5672607422    xu=-0.5671386719        xr=-0.567199707 fr=0.0002748572 ea=6.103515625e-05
15: xl=-0.567199707     xu=-0.5671386719        xr=-0.5671691895        fr=0.0001261817 ea=3.0517578125e-05
16: xl=-0.5671691895    xu=-0.5671386719        xr=-0.5671539307        fr=5.18407e-05  ea=1.52587890625e-05
17: xl=-0.5671539307    xu=-0.5671386719        xr=-0.5671463013        fr=1.46694e-05  ea=7.62939453125e-06
PS E:\numerico\semana12\programas>
```

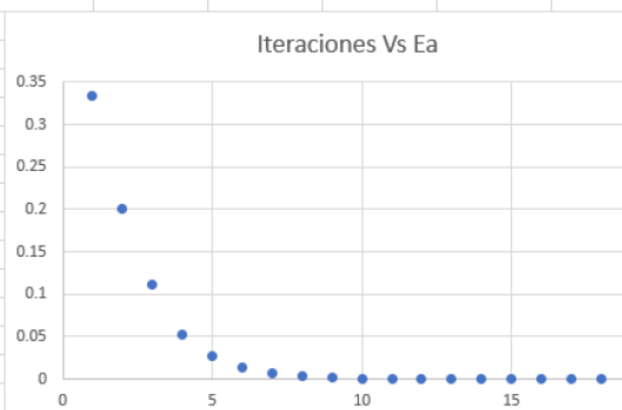
iter	error
1	0.5
2	0.25
3	0.125
4	0.0625
5	0.03125
6	0.015625
7	0.0078125
8	0.00390625
9	0.001953125
10	0.000976563
11	0.000488281
12	0.000244141
13	0.00012207
14	6.10E-05
15	3.05E-05
16	1.53E-05
17	7.63E-06



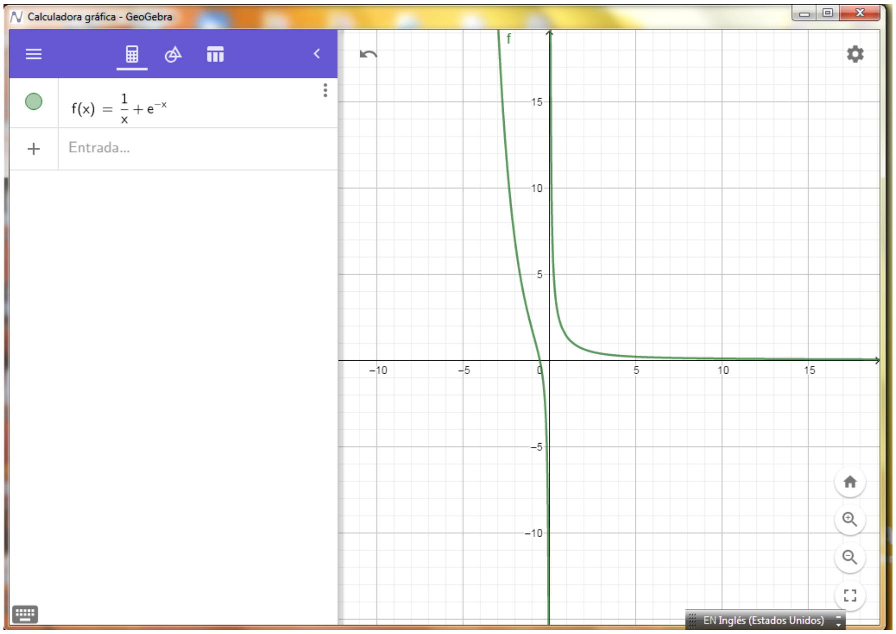
f(x) = 1/x + e^(-x)

N	Xa	Xb	Xr	f(Xa)	f(Xr)	f(Xa).f(Xr)	Ea
0	-1	0	-0.5	1.718281828	-0.35127873	-0.60359586	
1	-1	-0.5	-0.75	1.718281828	0.78366668	1.34656022	0.33333333
2	-0.75	-0.5	-0.625	0.783666683	0.26824596	0.21021542	0.2
3	-0.625	-0.5	-0.5625	0.268245957	-0.02272312	-0.00609539	0.11111111
4	-0.625	-0.5625	-0.59375	0.268245957	0.12655555	0.03394801	0.05263158
5	-0.59375	-0.5625	-0.578125	0.126555546	0.05296302	0.00670276	0.02702703
6	-0.578125	-0.5625	-0.5703125	0.052963017	0.01539506	0.00081537	0.01369863
7	-0.5703125	-0.5625	-0.56640625	0.015395064	-0.00359349	-5.5322E-05	0.00689655
8	-0.5703125	-0.56640625	-0.56835938	0.015395064	0.00591819	9.1111E-05	0.00343643
9	-0.56835938	-0.56640625	-0.56738281	0.005918195	0.00116673	6.9049E-06	0.00172117
10	-0.56738281	-0.56640625	-0.56689453	0.00116673	-0.00121228	-1.4144E-06	0.00086133
11	-0.56738281	-0.56689453	-0.56713867	0.00116673	-2.2502E-05	-2.6254E-08	0.00043048
12	-0.56738281	-0.56713867	-0.56726074	0.00116673	0.00057218	6.6758E-07	0.00021519
13	-0.56726074	-0.56713867	-0.56719971	0.000572182	0.00027486	1.5727E-07	0.00010761
14	-0.56719971	-0.56713867	-0.56716919	0.000274857	0.00012618	3.4682E-08	5.3807E-05
15	-0.56716919	-0.56713867	-0.56715393	0.000126182	5.1841E-05	6.5413E-09	2.6904E-05
16	-0.56715393	-0.56713867	-0.5671463	5.18407E-05	1.4669E-05	7.6047E-10	1.3452E-05
17	-0.5671463	-0.56713867	-0.56714249	1.46694E-05	-3.9164E-06	-5.7452E-11	6.7262E-06

1	0.33333333
2	0.2
3	0.11111111
4	0.05263158
5	0.02702703
6	0.01369863
7	0.00689655
8	0.00343643
9	0.00172117
10	0.00086133
11	0.00043048
12	0.00021519
13	0.00010761
14	5.3807E-05
15	2.6904E-05
16	1.3452E-05
17	6.7262E-06



c)



d)

Pregunta 2. Dada la matriz $A \in \mathbb{C}^{3x3}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) En la matriz.A, aplique el teorema de Gershgorin para determinar los discos Gershgorin

b) Realice un algoritmo para calcular los valores propios segun (a).
c) Implemente el algoritmo (b) también para graficar los discos de Gershgorin
d) En el grafico ubicar los valores propios y comente su conclusión al respecto.

Solución

Definición. Sea $A = [a_{ij}] \in \mathbb{C}^{n\times n}$. Para cada $i = 1, 2, \ldots, n$ consideremos los círculos cerrados del plano complejo

$$D_i = D(a_{ii}, r_i) = \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \le r_i\} \text{ con } r_i = \sum_{j\neq i} |a_{ij}| \,.$$

A tales círculos se les llama *círculos de Gershgorin*. Cada círculo D_i tiene su centro en el elemento a_{ii} de la diagonal principal y su radio es la suma de los módulos de los restantes elementos de la fila i.

a) Sea la Diagonal de A=[a_{ii}], i=1,2,3 ; d(A)=[1 4 1]

$$D_i = D(a_{ii}, r_i) = \{z \in \mathbb{C} : |z - a_{ii}| \le r_i\} \quad i=1,\ 2,\ 3$$

Teorema (De los círculos de Gershgorin). Cada valor propio de A pertenece a algún círculo de Gershgorin.

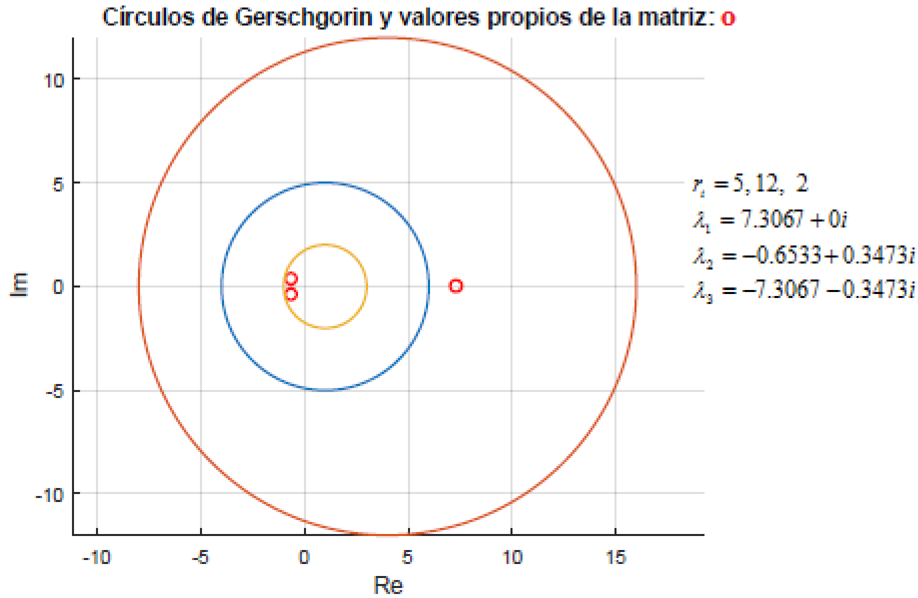
Con Matlab

```
function C = Gershgorin(A)
% Se dibujan los círculos de Gershgorin de la matriz A.
[m n] = size(A);
d = diag(A); cx = real(d); cy = imag(d);
B = A - diag(d);
r = sum(abs(B')); % Suma filas de A sin aii, diagonal
C = [cx cy r(:)];
%Grafica
t = 0:pi/100:2*pi; c = cos(t); s = sin(t);
[v d] = eig(A); % eig calcula los valores propios de A
d = diag(d); % En d valores propios
u1 = real(d);
v1 = imag(d);
hold on, grid on, axis equal
xlabel('Re'), ylabel('Im')
h1_line = plot(u1,v1,'or');
set(h1_line,'LineWidth',1.5)
for i=1:n % Se dibujan los círculos de Gershgorin
x = zeros(1,length(t)); y = zeros(1,length(t));
x = cx(i)+r(i)*c; y = cy(i)+r(i)*s;
h2_line = plot(x,y);
set(h2_line,'LineWidth',1.2)
end
fprintf('Valores propios\n');
disp([d])%Se muestran los valores propios a ubicar
hold off
title('Circulos de Gershgorin y valores propios de la matriz')
end
```

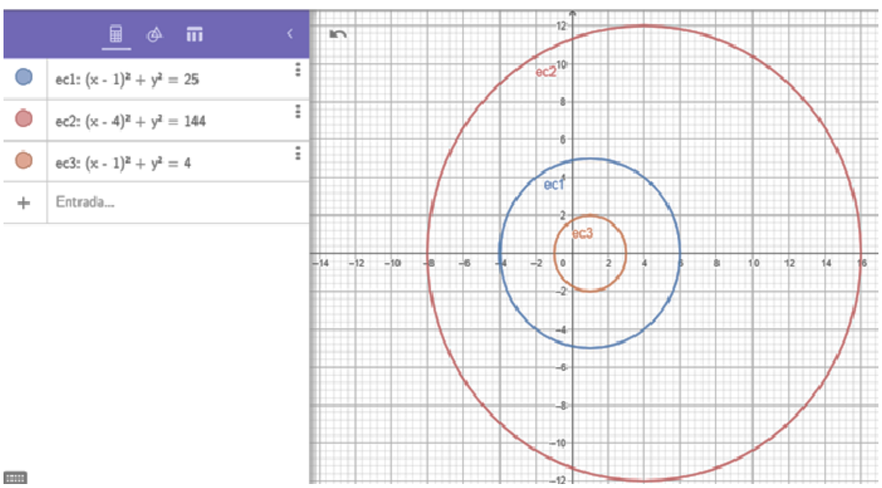
$$r_i = 5, 12, \; 2$$
$$\lambda_1 = 7.3067 + 0i$$
$$\lambda_2 = -0.6533 + 0.3473i$$
$$\lambda_3 = -7.3067 - 0.3473i$$

Los discos $D_i(a_{ii},r_i)=\{D_1(1,5), D_2(4,12), D_3(1,2)\}$, tienen como centro los elementos de la diagonal y como radios la suma de los módulos de los elementos restantes de la fila i correspondientes a la matriz dada

Según la definición y el teorema, en la ejecución del programa se cumple el teorema Gershgorin, los valores propios pertenecen a cada uno de los discos de Gershgorin.respectivamente.



Con Geogebra



Pregunta 3.-Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \qquad V^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

a) Utilice el método de la Potencia para aproximar el autovalor de mayor módulo, considerando como vector inicial $V^{(0)}$.

b) Aproximar el autovalor de menor módulo aplicando el método de la Potencia a la matriz $B = 6A^{-1}$, iniciando con el vector $W^{(0)}$.

Solución

a)

```
function [lambda,V,cnt]= potencia(A,x,tol,max1)
A=[1 1 1 1;1 2 1 1 ;1 1 3 1;1 1 1 4];

x=[1 1 1 1]';

% Método de la potencia para la obtención de un valor
% y un vector propios de A
if nargin<4 max1=100; end, if nargin<3 tol=eps; end
if nargin<2 n=length(A); x=rand(n,1); end
lambda=0;cnt=0;err=1;
while cnt<=max1 & err>tol
y=A*x;
c1=norm(y,inf);
y=y/c1;
dc=abs(lambda-c1); dv=norm(x-y); err=max(dc,dv);
x=y; lambda=c1;

fprintf('contador: %d, lambda: %f,v: \n',cnt,lambda)
disp(x/norm(x));
cnt=cnt+1;
end
V=x/norm(x);
end
```

---

contador: 0, lambda: 5.501006,v:

0.3552

0.4717

0.3879

0.7077

contador: 1, lambda: 5.716486,v:

0.3343

0.4163

0.4692

0.7034

contador: 2, lambda: 5.733952,v:

0.3316

0.4034

0.4934

0.6955

……….

contador: 41, lambda: 5.803886,v:

0.3320

0.4011

0.5066

0.6872

Valor propio de mayor modulo

ans =

5.8039

En Pyton

```
Medoto de potencia
Iter k =   0 || auto-vector = - || auto-valor -
Iter k =   1 || auto-vector = [0.57142857 0.71428571 0.85714286 1.        ] || auto-valor =   7.0
Iter k =   2 || auto-vector = [0.51162791 0.62790698 0.79069767 1.        ] || auto-valor = 6.142857142857142
Iter k =   3 || auto-vector = [0.49411765 0.6        0.76078431 1.        ] || auto-valor = 5.930232558139535
Iter k =   4 || auto-vector = [0.48760884 0.59008707 0.74748828 1.        ] || auto-valor = 5.854901960784314
Iter k =   5 || auto-vector = [0.48499483 0.58629412 0.74163505 1.        ] || auto-valor = 5.825184192900201
Iter k =   6 || auto-vector = [0.48390861 0.58476906 0.73907625 1.        ] || auto-valor = 5.8129239967804995
Iter k =   7 || auto-vector = [0.48344919 0.58413683 0.73796281 1.        ] || auto-valor = 5.807753931361884
Iter k =   8 || auto-vector = [0.48325299 0.58386998 0.73747971 1.        ] || auto-valor = 5.805548838429078
Iter k =   9 || auto-vector = [0.48316876 0.58375617 0.73727046 1.        ] || auto-valor = 5.804602677620729
Iter k =  10 || auto-vector = [0.48313249 0.58370736 0.73717992 1.        ] || auto-valor = 5.804195396391624
Iter k =  11 || auto-vector = [0.48311685 0.58368635 0.73714077 1.        ] || auto-valor = 5.804019777446008
Iter k =  12 || auto-vector = [0.4831101  0.5836773  0.73712385 1.        ] || auto-valor = 5.803943980410526
Iter k =  13 || auto-vector = [0.48310719 0.58367339 0.73711653 1.        ] || auto-valor = 5.803911249931531
Iter k =  14 || auto-vector = [0.48310593 0.5836717  0.73711337 1.        ] || auto-valor = 5.803897112449549
Iter k =  15 || auto-vector = [0.48310539 0.58367097 0.73711201 1.        ] || auto-valor = 5.803891005037948
Iter k =  16 || auto-vector = [0.48310515 0.58367066 0.73711142 1.        ] || auto-valor = 5.80388836640964
Redondeando
Autovalor dominante es 5.804
Autovector asociado es [0.483 0.584 0.737 1.   ]
```

b) Para determinar el mínimo valor propio aplicamos el método de la potencia inversa

B=6*inv(A)

En Matlab

```
function [lambda,V,cnt]= potInv(A,x,tol,max1)
% Método de la potencia inversa para la obtención
% de un valor y vector propio de A
if nargin<4 max1=110; end, if nargin<3 tol=eps; end
if nargin<2 n=length(A); x=rand(n,1); end
lambda=0;cnt=0;err=1;[l,u,p]=lu(A);
while cnt<=max1 & err>tol
z=l\(p*x);y=u\z;
c1=norm(y,inf);
y=y/c1;
dc=abs(lambda-c1); dv=norm(x-y); err=max(dc,dv);
x=y; lambda=c1;
fprintf('contador: %d, lambda: %f\n',cnt,lambda)
cnt=cnt+1;
end
V=x/norm(x);
```

```
Inv(A)= ans =


    2.8333   -1.0000   -0.5000   -0.3333
   -1.0000    1.0000         0         0
   -0.5000         0    0.5000         0
   -0.3333         0         0    0.3333
B=6*inv(A)=
B=

    17    -6    -3    -2
    -6     6     0     0
    -3     0     3     0
    -2     0     0     2
```

ans =0.9673

El valor propio de mínimo módulo de B es $u=1/0.9673=1.0337350$, el cual es equivalente a determinar también a partir de la siguiente expresión $u=6/5.8039=1.0338$ es decir a partir del mayor valor propio de A.

en Pyton

```
La matriz B es :
[[17. -6. -3. -2.]
 [-6.  6.  0.  0.]
 [-3.  0.  3.  0.]
 [-2.  0.  0.  2.]]
-----------------------------------
Medoto de potencia de B^(-1)
Iter k =   0 || auto-vector = - || auto-valor -
Iter k =   1 || auto-vector = [1. 1. 1. 1.] || auto-valor = 0.16666666666666663
Iter k =   2 || auto-vector = [0.57142857 0.71428571 0.85714286 1.        ] || auto-valor = 1.1666666666666665
Iter k =   3 || auto-vector = [0.51162791 0.62790698 0.79069767 1.        ] || auto-valor = 1.0238095238095237
Iter k =   4 || auto-vector = [0.49411765 0.6        0.76078431 1.        ] || auto-valor = 0.9883720930232556
Iter k =   5 || auto-vector = [0.48760884 0.59008707 0.74748828 1.        ] || auto-valor = 0.975816993464052
Iter k =   6 || auto-vector = [0.48499483 0.58629412 0.74163505 1.        ] || auto-valor = 0.9708640321500334
Iter k =   7 || auto-vector = [0.48390861 0.58476906 0.73907625 1.        ] || auto-valor = 0.9688206661300829
Iter k =   8 || auto-vector = [0.48344919 0.58413683 0.73796281 1.        ] || auto-valor = 0.9679589885603137
Iter k =   9 || auto-vector = [0.48325299 0.58386998 0.73747971 1.        ] || auto-valor = 0.9675914730715128
Iter k =  10 || auto-vector = [0.48316876 0.58375617 0.73727046 1.        ] || auto-valor = 0.9674337796034547
Iter k =  11 || auto-vector = [0.48313249 0.58370736 0.73717992 1.        ] || auto-valor = 0.967365899398604
Iter k =  12 || auto-vector = [0.48311685 0.58368635 0.73714077 1.        ] || auto-valor = 0.9673366295743346
Iter k =  13 || auto-vector = [0.4831101  0.5836773  0.73712385 1.        ] || auto-valor = 0.9673239967350875
Iter k =  14 || auto-vector = [0.48310719 0.58367339 0.73711653 1.        ] || auto-valor = 0.967318541655255
Iter k =  15 || auto-vector = [0.48310593 0.5836717  0.73711337 1.        ] || auto-valor = 0.9673161854082579
Iter k =  16 || auto-vector = [0.48310539 0.58367097 0.73711201 1.        ] || auto-valor = 0.9673151675063245
Iter k =  17 || auto-vector = [0.48310515 0.58367066 0.73711142 1.        ] || auto-valor = 0.9673147277349397

El autovalor de mayor modulo de B^(-1) es: 0.9673147277349397
El autovalor minimo de la matriz B es 1/0.9673147277349397 : 1.0337896977352925
```

Pregunta 4.- Aplicar el método de Broyden, el de Newton Rhapson y el de Punto fijo, para resolver el siguiente sistema

$$
\begin{aligned}
3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} &= 0 \\
x_1^2 - 81(x_2+0.1)^2 + sen(x_3) + 1.06 &= 0 \\
e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{1}{3}(10\pi - 3) &= 0
\end{aligned}
$$

luego realice una comparación de su funcionamiento, para ello, construya un programa en MATLAB o PYTON , y gráfique la curva de evolución del error en función del número de iteraciones.

Solución

$$
f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2x_3) - 0.5, \\ x_1^2 - 81(x_2+0.1)^2 + \sin(x_3) + 1.06\,, \\ e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \dfrac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix} = (0,0,0)
$$

$$
J(x,y,z) = \begin{bmatrix} 3 & x_3\sin(x_2x_3) & x_2\sin(x_2x_3) \\ 2x_1 & -162(x_2+0.1) & \cos(x_3) \\ -x_2\,e^{-x_1x_2} & -x_1\,e^{-x_1x_2} & 20 \end{bmatrix}
$$

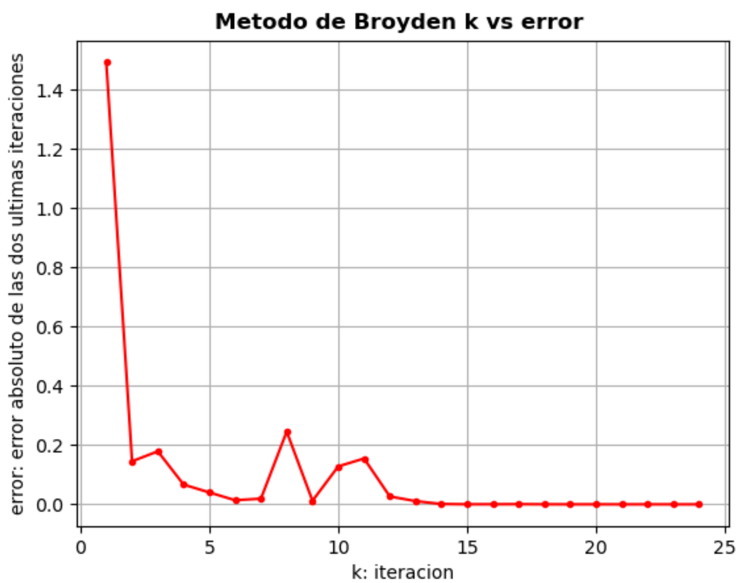
$x_0 = (0,0,0)$ valor inicial en todos los métodos

a. Método de Broyden:

Con $x_0 = (1.0, 1.0, 1.0)^t$ y un error $< 10^{-6}$

Método de Broyden

k	x			error absoluto
1	[0.34676744	0.4662821	-0.49199275]	1.4919927e+00
2	[0.49212323	0.32365279	-0.51627699]	1.4535580e-01
3	[0.67097028	0.16334781	-0.51504448]	1.7884705e-01
4	[0.72693106	0.09665774	-0.52078402]	6.6690073e-02
5	[0.74667103	0.05652596	-0.52169655]	4.0131770e-02
6	[0.74056081	0.04264248	-0.52238093]	1.3883483e-02
7	[0.72140925	0.0397357	-0.5226038]	1.9151563e-02
8	[0.47582777	-0.00260482	-0.52423321]	2.4558147e-01
9	[0.48784913	-0.00279436	-0.52377035]	1.2021352e-02
10	[0.35972683	-0.0250686	-0.52584157]	1.2812230e-01
11	[0.51442858	0.00397025	-0.52329816]	1.5470175e-01
12	[0.4877715	-0.00282735	-0.52379433]	2.6657085e-02
13	[4.98642790e-01	-2.53227619e-04	-5.23601870e-01]	1.0871294e-02
14	[4.99780254e-01	-2.47287260e-05	-5.23576375e-01]	1.1374636e-03
15	[4.99973012e-01	-5.78474839e-06	-5.23559745e-01]	1.9275851e-04
16	[5.00292653e-01	2.29479993e-05	-5.23494659e-01]	3.1964072e-04
17	[4.99679408e-01	-6.24484556e-05	-5.23635069e-01]	6.1324538e-04
18	[4.99849892e-01	-6.18249955e-05	-5.23596392e-01]	1.7048396e-04
19	[4.99845436e-01	-9.73983201e-05	-5.23588584e-01]	3.5573325e-05
20	[4.99925779e-01	-9.36967222e-06	-5.23597834e-01]	8.8028648e-05
21	[4.99952681e-01	-4.98943887e-06	-5.23598537e-01]	2.6901951e-05
22	[5.00000945e-01	-5.85424603e-08	-5.23598704e-01]	4.8264083e-05
23	[4.99999727e-01	-2.51774595e-08	-5.23598784e-01]	1.2182750e-06
24	[5.00000006e-01	2.40825188e-09	-5.23598777e-01]	2.7879719e-07

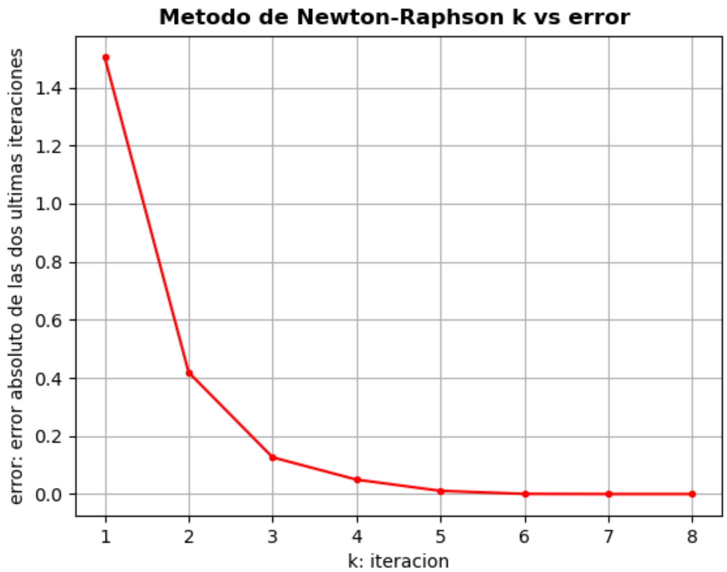


b. Método de Newton:

Con $x_0 = (1.0, 1.0, 1.0)^t$ y un error $< 10^{-6}$

Newton-Raphson method

k	x			absolute error
1	[0.91968721	0.46082246	-0.50338764]	1.5033876e+00
2	[0.50100049	0.18743348	-0.52086923]	4.1868673e-01
3	[0.50054294	0.06115345	-0.52200096]	1.2628002e-01
4	[0.50010444	0.01161711	-0.52329515]	4.9536348e-02
5	[0.50000551	0.00060562	-0.52358294]	1.1011490e-02
6	[5.00000017e-01	1.82636745e-06	-5.23598728e-01]	6.0378936e-04
7	[5.00000000e-01	1.67105150e-11	-5.23598776e-01]	1.8263507e-06
8	[5.00000000e-01	-1.65752882e-17	-5.23598776e-01]	1.6710532e-11



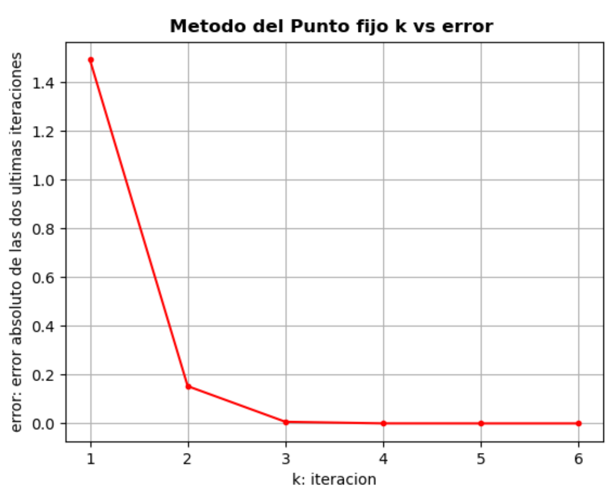
c. Punto fijo

Con $x_0 = (1.0, 1.0, 1.0)^t$ y un error $< 10^{-6}$

$$g(x_1, x_2, x_3) = \left(\begin{array}{c} \dfrac{\cos(x_2 x_3) - 0.5}{3}, \\ \dfrac{\sqrt{x_1^2 + \sin(x_3) + 1.06}}{9} - 0.1, \\ \dfrac{-e^{-x_1 x_2} - \dfrac{10\pi - 3}{3}}{20} \end{array} \right) = (x_1, x_2, x_3)$$

Punto fijo

k	x			error absoluto
1	[0.34676744	0.08926339	-0.49199275]	1.4919927e+00
2	[0.4996786	-0.00651702	-0.5220748]	1.5291117e-01
3	[4.99998071e-01	6.16529416e-05	-5.23761862e-01]	6.5786754e-03
4	[5.00000000e-01	-8.83739773e-06	-5.23597234e-01]	1.6462752e-04
5	[5.00000000e-01	8.23843131e-08	-5.23598997e-01]	8.9197820e-06
6	[5.00000000e-01	-1.18110657e-08	-5.23598774e-01]	2.2299504e-07



Pregunta 5 .-Considere la siguiente tabla con los datos que se originan de la medición de la Temperatura ($°C$) de ebullición de la acetona (C_3H_6O) a diferentes Presiones (atm).

n	0	1	2	3	4	5	6
$T(°C)$	56.5	78.6	113.0	144.5	181.0	205.0	214.5
$P(atm)$	1	2	5	10	20	30	40

Se desea conocer el comportamiento de la función aproximada temperatura T que pasa por los n puntos dados e interpole en $P = 6\ atm.$, para ello utilizar el método de Interpolación de Lagrange y con el método de diferencias divididas encuentre T en $P = 8\ atm.$

Solución

$$P(x) = -8.09 \times 10^{-6}x^6 + 8.821 \times 10^{-4}x^5 - 0.035x^4 + 0.69x^3 - 6.7041x^2 + 37.89x + 24.6579$$

```
L0 = (40/39 - x/39)*(30/29 - x/29)*(20/19 - x/19)*(10/9 - x/9)*(5/4 - x/4)*(2 - x)
L1 = (20/19 - x/38)*(15/14 - x/28)*(10/9 - x/18)*(5/4 - x/8)*(5/3 - x/3)*(x - 1)
L2 = (8/7 - x/35)*(6/5 - x/25)*(4/3 - x/15)*(2 - x/5)*(x/4 - 1/4)*(x/3 - 2/3)
L3 = (4/3 - x/30)*(3/2 - x/20)*(2 - x/10)*(x/9 - 1/9)*(x/8 - 1/4)*(x/5 - 1)
L4 = (2 - x/20)*(3 - x/10)*(x/19 - 1/19)*(x/18 - 1/9)*(x/15 - 1/3)*(x/10 - 1)
L5 = (4 - x/10)*(x/29 - 1/29)*(x/28 - 1/14)*(x/25 - 1/5)*(x/20 - 1/2)*(x/10 - 2)
L6 = (x/39 - 1/39)*(x/38 - 1/19)*(x/35 - 1/7)*(x/30 - 1/3)*(x/20 - 1)*(x/10 - 3)

POLINOMIO:
-8.09043220340857e-6*x**6 + 0.000882197061693429*x**5 - 0.0359354052488648*x**4 + 0.6905775617
38857*x**3 - 6.70417520231835*x**2 + 37.8906753418323*x + 24.6579835973666

P(6) = 119.726693644810
```

Utilizando la interpolación de Lagrange

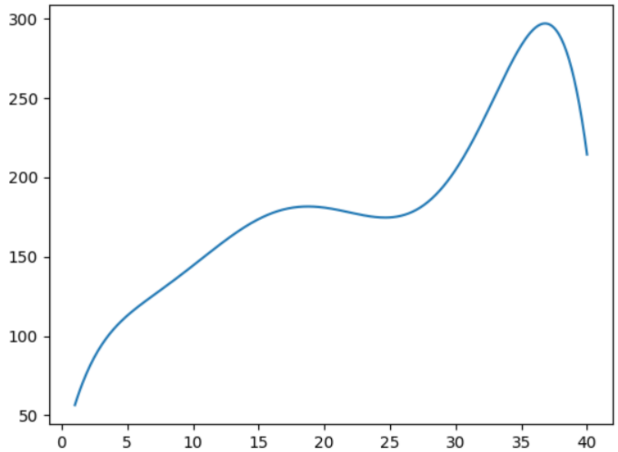
$P = 6\text{atm}$

$T = 119.727$

LAGRANGE

Usando interpolación de Lagrange para los N puntos, Hallamos T para P = 6 atm:

P = 6 atm, T = 119.72669364481052 C



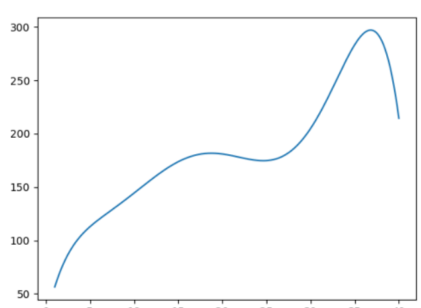
Con diferencias divididas

$$P_n(x) = f[x_0]+f[x_0,x_1](x-x_0)+f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1)$$
$$+\ldots+f[x_0,x_1,\ldots,x_n](x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{n-1}).$$

$$f[x_0,\ldots,x_n] = \frac{f[x_1,\ldots,x_n]-f[x_0,\ldots,x_{n-1}]}{x_n-x_0},$$

```
function [A,p,y]=difdiv(a,b,x,plotme)
% A partir de dos vectores columna a,b de igual tamanno
% calcula las diferencias divididas acumulandolas en una matriz
% la primera columna de la matriz son las dif. div de orden 0
% la segunda las de orden 1, etc.
% Devuelve tambien los coeficientes en la base de Newton del
% polinomio interpolador de la tabla, esto es, la primera fila de A
% Finalmente devuelve el valor del polinomio en los valores de la lista x
% Si "plotme" vale 1 entonces hace un dibujo de los datos y el polinomio
n=length(a);
A=zeros(n);
vector=b;
A(:,1)=vector;
for j=2:n
  vector=(vector(2:end)-vector(1:end-1))./(a(j:n)-a(1:n-j+1));
  A(1:n-j+1,j)=vector;
end
A
p=A(1,:);
y=zeros(size(x))+p(1);
producto=1;
for k=2:n
  producto=producto.*(x-a(k-1));
  y=y+p(k)*producto;
end

if plotme==1
  plot(a,b,'x',x,y);
end
```



Diferencias el método de diferencias divididas

$P = 8\text{atm}$

$T = 131.887$