

Parcial: Sánchez Saúne.

- ② Si tienen los mismos lados, entonces se han rotado, trasladado, o ambos.

⇒ Los vértices del tetraedro inicial son:

$$(1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$

$$M = M_{\text{rotac.}} M_{\text{trasl.}}$$

hay 3 posibles rotaciones (una por cada eje), y también el orden entre la traslación y la rotación afectaría la matriz final M .

⇒ Consideremos que sólo se rota alrededor del eje x un ángulo θ y se traslada (a, b, c) respecto al origen.

llevando a coordenadas homogéneas

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & b\cos\theta - c\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & b\sin\theta + c\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si tenemos otro conjunto de vértices $V_1^{(2)}, V_2^{(2)}, V_3^{(2)}, V_4^{(2)}$ solo sería necesario multiplicar M por cada uno de los vectores del tetraedro inicial $(V_1^{(1)}, V_2^{(1)}, V_3^{(1)}, V_4^{(1)})$ para obtener los vértices $V_i^{(2)}, 1 \leq i \leq 4$.

Ahora, para hallar θ y (a, b, c) , es necesario hallar M^{-1} .

$$V_i^{(1)} = M^{-1} V_i^{(2)} \quad 1 \leq i \leq 4$$

igualando variables se consigue θ y (a, b, c)

Notar que M necesariamente debe conservar el volumen del tetraedro (podría ser una forma más rápida para hallar M si usamos este enfoque).

Parcial: Sánchez Saúne Cristhian

③ teóricamente

$$M_{w \rightarrow \vec{u}} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z & -\vec{u} \cdot \vec{t} \\ v_x & v_y & v_z & -\vec{v} \cdot \vec{t} \\ w_x & w_y & w_z & -\vec{w} \cdot \vec{t} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En el ejercicio 5.3 tenemos que:

$$M_{w \rightarrow \vec{u}} = \begin{pmatrix} - & - & - & -0.02 \\ - & - & - & \\ - & - & - & \\ - & - & - & \end{pmatrix}$$

como \vec{t} es dato $\vec{t} = (10, 12, 18)$
 y $\vec{u}_c = \frac{\vec{v} \times \vec{w}_c}{|\vec{v} \times \vec{w}_c|}$

$$\Rightarrow -\vec{u}_c \cdot \vec{t} = \frac{-\vec{v} \times \vec{w}_c \cdot \vec{t}}{|\vec{v} \times \vec{w}_c|} = \frac{-\vec{t} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}_c)}{|\vec{v} \times \vec{w}_c|}$$

Usando propiedad de vectores $\vec{t} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{t} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$

$$\Rightarrow -\vec{u}_c \cdot \vec{t} = \frac{-(\vec{t} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}_c}{|\vec{v} \times \vec{w}_c|}$$

pero como $\vec{t} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{t} \times \vec{v} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \text{teóricamente } -\vec{u}_c \cdot \vec{t} = \frac{-\vec{0}}{|\vec{v} \times \vec{w}_c|} \cdot \vec{w}_c = 0$$