



[Cod: CM4F1, Sección: A, B]

[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada 6

1. Dado el sistema

$$\begin{aligned}2x + y^2 + x^2y^2 &= 9 \\ x^3 - y^2 + xy &= 5\end{aligned}$$

a partir del punto $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Mediante el método de Newton halle la quinta iteración, halle su respectivo error relativo (teniendo en cuenta la norma infinita).

[2.5 puntos]

b) Mediante el método de punto fijo halle la séptima iteración, halle su respectivo error absoluto (teniendo en cuenta la norma infinita).

[2.5 puntos]

2. Dada la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Halle los valores y vectores propios de la matriz.

[4 puntos]

b) Halle el radio espectral.

[1 punto]

3. Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{pmatrix}$$

se sabe que tiene un autovalor cercano a 0,5. Implemente el método de la potencia para obtener este autovalor de A y su correspondiente autovector.

[5 puntos]

4. Sea D un dominio cerrado y la aplicación $y = G(x)$ una aplicación sobreyectiva o contractiva. En tal caso, si para el proceso de iteración

$$x^{(k+1)} = G(x^{(k)}),$$

todas las aproximaciones sucesivas $x^{(k)}$ están en D ($k = 0, 1, 2, \dots$), demuestre que

a) independientemente de la elección de la aproximación inicial $x^{(0)}$ el proceso de la iteración dada anteriormente genera aproximaciones sucesivas convergentes, es decir existe el límite $p = \lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)}$

b) el vector límite p es la única solución de la ecuación $x = G(x)$ en el dominio D

c) se cumple la estimación

$$\|p - x^{(k)}\| \leq \frac{q^k}{1 - q} \|x^{(1)} - x^{(0)}\|$$

[5 puntos]

Los Profesores
UNI, 3 de febrero de 2021.