Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-2**

[Cod: CM4F1, Sección: A, B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada $\mathcal{N}^{o}$ 2

1. Dado el sistema lineal

$$\begin{aligned} 1{,}01x + 0{,}99y &= 2 \\ 0{,}99x + 1{,}01y &= 2 \end{aligned}$$

   Calcule

   a) La solución exacta del problema.
   [1 punto.]

   b) La solución usando solamente dos cifras decimales y redondeo.
   [1 punto.]

   c) La inversa de la matriz de coeficientes A^{-1} con dos cifras decimales y redondeo.
   [1 punto.]

   d) El residuo obtenido en (b)
   [1 punto.]

2. En la resolución de un sistema, demuestre que

   a) Si A es invertible y δb es una perturbación de b, entonces $\frac{\|\delta u\|}{\|u\|} \leq \mathrm{cond}(A)\frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$.
   [2 puntos.]

   b) Si se perturba la matriz, entonces $\frac{\|\triangle u\|}{\|u+\triangle u\|} \leq \mathrm{cond}(A)\frac{\|\triangle A\|}{\|A\|}$.
   [2 puntos.]

3. (Estructura tridiagonal de la factorización de Cholesky). Consideremos la matriz tridiagonal simétrica de dimensión $n \times n$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

   a) ¿Es A una matriz definida positiva?
   [2 puntos.]

   b) Compruebe que con valores $n = 3$ y $n = 4$ la factorización de Cholesky de A mantiene la estructura tridiagonal.
   [2 puntos.]

4. La pérdida de peso de una persona que sigue una determinada dieta, en el transcurso del tiempo, viene dada por la siguiente tabla

Tiempo (meses)	1	2	3	4	5
Pérdida de Peso (kg)	9	7.5	4.2	3	2.1

Con el objetivo de estudiar la pérdidda de peso en función del tiempo, ajuste a dichos datos una recta y una parábola de segundo grado por el método de mínimos cuadrados, y estudie cuál de los dos ajustes es más preciso. ¿Qué pérdida de peso se tenía cuando habian pasado 2 meses y medio?

[4 puntos.]

5. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Determine la norma 1, norma infinita, norma 2 y el número de condición de la matriz dada.

[4 puntos.]

Los Profesores
UNI, 09 de diciembre de 2020.