UNI
FC_EPM

Análisis de Modelamiento Numérico
PD6
Ciclo 2020_01

Parte I.- En el contexto de Valores y Vectores Propios

Problema 1

Utilizando el teorema de Gerschgorin, obtener una cota superior de $cond_2(A) = ||A||_2\,||A^{-1}||_2$ para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5.2 & 0.6 & 2.2 \\ 0.6 & 6.4 & 0.5 \\ 2.2 & 0.5 & 4.7 \end{pmatrix}.$$

Problema 2

Usar el teorema de Gerschgorin para determinar cotas para los valores propios de las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Problema 3

Dada la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix},$$

calcula:
(a) Valores propios. Radio espectral.
(b) Vectores propios asociados.
(d) Diagonaliza la matriz $\mathbf{A}$.

Problema 4 (Método de la potencia)

Aproxima el valor propio dominante y un vector propio asociado de la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Inicia las iteraciones con

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Problema 5 (Método de la potencia inversa)

Sabemos que la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix},$$

tiene un valor propio $\lambda \cong 2.8$*. Calcula el valor de* λ *y determina un vector propio asociado. Empieza las iteraciones con el vector*

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Dada la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -18 & 40 \\ -12 & 26 \end{pmatrix}.$$

(a) Calcula el valor propio de módulo mínimo y un vector propio asociado. Toma como vector inicial

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Verifica el resultado.

Problema 6 (Método de la potencia inversa desplazada)

Sabemos que la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix},$$

tiene un valor propio $\lambda \cong 2.8$*. Calcula el valor de* λ *y determina un vector propio asociado. Empieza las iteraciones con el vector*

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Parte II.- En el contexto de Interpolación

USANDO EL POLINOMIO DE LAGRANGE:

1. Partiendo de la tabla que proporciona el calor específico (en cal/ mol ºK), de la plata, a distintas temperaturas (en ºK):

Temperatura (ºK)	8	10	12	14	16
Calor esp. (cal/mol ºK)	0.0236	0.0475	0.0830	0.1736	0.2020

Calcula el polinomio interpolador de grado 4 para estos puntos y estima el calor específico de la plata a 13ºK. Sol:

2. La viscosidad del agua varía con la temperatura según la tabla

Temperatura (ºC)	0	10	20
Viscosidad	17.94	13.10	10.09

Calcula, aproximadamente, la viscosidad del agua a 50 ºC. Sol: 12.04

3. En la tabla siguiente se indica la cilindrada (en cc) y la velocidad máxima (en km/h) de dos motos. Si tenemos una moto de 600 cc de cilindrada, ¿cuál será su velocidad máxima, usando los datos de la tabla?

Cilindrada (ºC)	249	749
Velocidad	111	175

Sol: 155.93 km/h

Parte III

USANDO DIFERENCIAS DIVIDIDAS (NEWTON):

4. La solubilidad del cloruro amónico en el agua es de 42 gramos por cada 100 gramos de agua para 30ºC de temperatura, y para 40ºC es de 46. ¿Cuál será la solubilidad para 32.5ºC?

Sol: 43

5. Aproxima f(0.05) mediante los siguientes datos

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8
f(x)	1	1.22140	1.49182	1.82212	2.22554

Sol: 1.05126

6. Para una función f(x), conocemos los siguientes valores

x	0	1	3	5
f(x)	1	2	3	4

Aproxima f(6) usando el polinomio interpolador de grado máximo. Sol: 5