Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática — Ciclo 2020-I

[Cod: CM4F1A-CM4F1B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada $\mathcal{N}^o$ 1

1. Dada la integral $I_n = \int_0^1 x^n e^{x-1} dx$

   a) Es cierto que $I_n = 1 - nI_{n-1}$, $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ $(*)$

   b) Usando I_0 valor calculado usando la integral. Halle $I_1, I_2, ..., I_n, ...$, $n \geq 15$, observe que sucede en algunos de sus resultados encontrados.

   c) Es el algoritmo de recurrencia $(*)$ inestable o estable para el problema?

   d) Si $I_{n-1} = \frac{1-I_n}{n}$ y $I_{20} = 0$. $(**)$
   Determine $I_{19}, I_{18}, ..., I_1$.
   Observe la coherencia e incoherencias de los resultados.
   Es el algoritmo de recurrencia $(**)$ inestable o estable para el problema?.

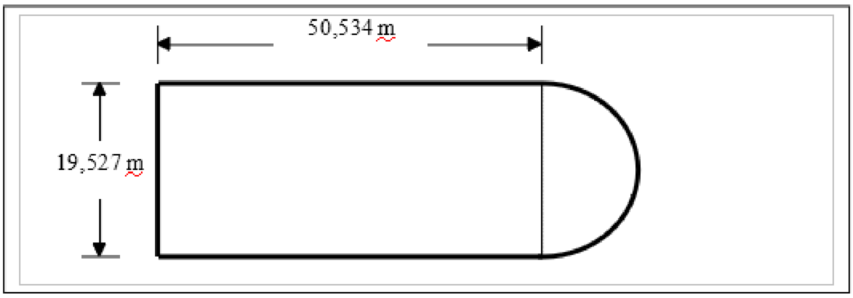
2. Suppose that $fl(y)$ is a $k-$digit rounding approximation to y. Show that

$$\left|\frac{y-fl(y)}{y}\right| \leq 0{,}5 \times 10^{-k+1}$$

[*Hint:* If $d_{k+1} < 5$, then $fl(y) = 0.d_1.d_2...d_k \times 10^n$. If $d_{k+1} \geq 5$, then $fl(y) = 0.d_1.d_2...d_k \times 10^n + 10^{n-k}$.]

3. La velocidad del flujo de salida de un fluido ideal por un orificio en el lado de un tanque está dada por $v = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$.
   Si los errores relativos máximo cometidos en la medición de v y P son del orden del 0,1 %, y 0,3 % respectivamente.
   Determine una cota máxima de error en la medición de ρ.

4. Un ingeniero civil desea construir un parque cuya forma es como se da en la figura (rectángulo coronado por una semicircunferencia). Si las medidas lineales a lo largo fueron realizadas con un error no superior al 0,20 % a lo ancho fue realizado con un error no superior al 0,15 %



   a) Determinar el error que se puede cometer al calcular el área del terreno.

   b) En qué rango se encuentra el valor exacto del área?.

5. Suppose that as x approaches zero,
   $F_1(x) = L_1 + O(x^\alpha)$ and $F_2(x) = L_2 + O(x^\beta)$.
   Let c_1 and c_2 be nonzero constants, and define
   $F(x) = c_1F_1(x) + c_2F_2(x)$ and $G(x) = F_1(c_1x) + F_2(c_2x)$.
   Show that if $\gamma = \text{minimum}\{\alpha, \beta\}$, then as x approaches zero,

a) $F(x) = c_1 L_1 + c_2 L_2 + O(x^\gamma)$

b) $G(x) = L_1 + L_2 + O(x^\gamma)$

Los Profesores.

UNI, 17 de junio de 2020.