Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-2**

[Cod: CM4F1, Sección: A, B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada 4

1. Demuestre que la sucesión de vectores $\left\{x^{(k)}\right\}$ converge a x en $\mathbb{R}^n$ respecto a $\|\cdot\|_\infty$ si y sólo si
$$\lim_{k\to\infty} x_i^{(k)} = x_i$$
para cada $i = 1, 2, \dots, n$. [4 puntos.]

2. Demuestre que si A es una matriz estrictamente diagonal dominante por filas, los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel son convergentes.
[4 puntos.]

3. Halle un valor aproximado de la solución del sistema
$$\begin{aligned} 9x - 2y &= 5 \\ -2x + 4y - z &= 1 \\ -y + z &= -\frac{5}{6} \end{aligned}$$
trabajando con cuatro cifras decimales únicamente, tomando $x^{(0)} = y^{(0)} = z^{(0)} = 0$ y aplicando tres veces, según
   a) el método de Jacobi [2 puntos.]
   b) el método de Gauss-Seidel [2 puntos.]
   c) el método de relajación con $\omega = 1{,}2$ [2 puntos.]

4. Considere el siguiente sistema de ecuaciones
$$\begin{aligned} x + ay &= 1 \\ x + y + z &= 1 \\ by + z &= 1 \end{aligned}$$
   a) Determine los valores de a y b para que el sistema tenga solución única.
   [1.5 puntos.]
   b) Determine los valores de a y b para asegurar la convergencia del método de Gauss-Jacobi para la resolución de dicho sistema.
   [1.5 puntos.]
   c) Determine los valores de a y b para asegurar la convergencia del método de Gauss-Seidel.
   [1.5 puntos.]
   d) Analice la convergencia de los métodos anteriores y el método de Cholesky para los valores de a y b para los que la matriz de los coeficientes del sistema es simétrica.
   [1.5 puntos.]

Los Profesores
UNI, 6 de enero de 2021.