Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-2**

[Cod: CM4F1, Sección: A, B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Examen Parcial

1. La ecuación de estado de Peng-Robinson proporciona la presión P en Pascales de un gas mediante la siguiente fórmula

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V(V+b)+b(V-b)}$$

Donde a y b son constantes, T es la temperatura absoluta a la que se encuentra el gas, V es el volumen específico y R es la constante de los gases perfectos (8,31441 J/(mol-K)). Para el CO_2 las constantes a y b toman los valores $a = 364{,}61$ y $b = 0{,}02664$. Supongamos que se desea encontrar la presión del CO_2 a una temperatura de 340 K y un volumen especifico de $0{,}168\,\mathrm{m}^3$/mol. Si V es medido con una precisión de 1 %, a y b tienen todas sus cifras decimales expresadas en forma exacta. Halle el rango coherente donde se encuentra P.

[4 puntos.]

2. Describa y resuelva con un algoritmo directo apropiado el sistema $Ax = b$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

[4 puntos.]

3. Consider the system $Ax = b$, with A nonsingular. Let δA and δb be perturbations of A and b, and assume

$$\|\delta A\| < \frac{1}{\|A^{-1}\|}$$

Then $A + \delta A$ is nonsingular. And if we define δx implicitly by

$$(A+\delta A)(x+\delta x) = b + \delta b$$

Show that

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \le \frac{\mathrm{cond}(A)}{1-\mathrm{cond}(A)\cdot\frac{\|\delta A\|}{\|A\|}} \cdot \left(\frac{\|\delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}\right)$$

[4 points.]

4. En una experiencia de laboratorio se lograron los siguientes resultados de la variable h de cada valor de la variable d

d	2	3	4	5	6	7
h	1.25	1.07	1.03	1.02	1.01	1.00

a) Determine cuál de los siguientes modelos es más adecuado para efectuar una regresión de h sobre d

$$\text{i) } h = e^{a+bd} \qquad \text{ii) } h = ab^d$$

[2 puntos.]

b) De acuerdo al modelo escogido obtenga los estimadores mínimos cuadráticos de a y b.

[2 puntos.]

5. Sea $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^n$, y denote $x_1 = |x_1|e^{i\theta}$. Demuestre que si existen vectores unitarios $u_1, u_2 \in \mathbb{C}^n$ tales que $Q_{u_i} = (I_n - 2u_i u_i^*)$, $i = 1, 2$, entonces $Q_{u_1} = +\|x\|_2\, e^{i\theta} e_1$ y $Q_{u_2} = -\|x\|_2\, e^{i\theta} e_1$

[4 puntos.]

Los Profesores
UNI, 23 de diciembre de 2020.