Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-2**

[Cod: CM4F1, Sección: A, B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Dirigida $\mathcal{N}^o$ 1

1. Encuentre la expresión decimal de los números binarios 11,11 y $111.1\overset{\frown}{01}$.

2. Encuentre la expresión binaria de los números decimales 0,1 y $5.\overset{\frown}{3}$

3. Suponga que tiene un ordenador que almacena los números en base 10 con tan sólo dos dígitos de mantisa. Se quiere calcular con esta máquina la menor raíz de la ecuación $x^2 - 20x + 1 = 0$.

   a) ¿Qué valor obtiene al calcular como $10 - \sqrt{99}$

   b) idem al calcular como $\frac{1}{10+\sqrt{99}}$

4. Se considera el problema de sumar tres números reales $x, y, z \in \mathbb{R}$ con el algoritmo $(x + y) + z$, es decir, se suman los dos primeros y al resultado obtenido se le suma el tercero. Demuestre que este algoritmo es regresivamente estable.

5. Arquímides $(278 - 212$ a.C.) obtuvo las siguientes acotaciones del número π, $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$.
   Determine los errores absolutos y relativos cometidos en esas aproximaciones.

6. Algunos ordenadores utilizan, en lugar del sistema binario, el sistema hexadecimal, es decir, utilizan como base el 16 y los dígitos que se emplean son $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, A,B,C,D,E,F.

   Encuentre la expresión decimal de los números hexadecimales E, 1A, A9B.A1 y $\mathrm{A}.\overset{\frown}{\mathrm{A}}$, así como su expresión binaria. Compruebe lo cómodo que resulta expresar números hexadecimales en binario y viceversa.

7. Halle en representación de coma flotante estándar en precición simple de:

   a) Los números máquina de los problemas 1 y 2.

   b) El redondeo de los números de los problemas 1 y 2 que no son números máquina.

8. Halle el número de condición para las siguientes funciones: $f(x) = x^\alpha$ $\alpha \in \mathbb{R}$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = e^x$.

9. Sean las funciones $f = f(x)$ y $g = g(x)$. Demuestre que

   a) $f = o(1)$ cuando $x \to x_0$ si y sólo si $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$.

   b) Si $f = o(g)$ cuando $x \to x_0$, entonces $f = \mathcal{O}(g)$ cuando $x \to x_0$ (pero no viceversa).

   c) $\mathcal{O}(\mathcal{O}(f)) = \mathcal{O}(f)$.

   d) $\mathcal{O}(fg) = \mathcal{O}(f).\mathcal{O}(g)$.

   e) $\mathcal{O}(f) + \mathcal{O}(f) = \mathcal{O}(f)$.

   f) $o(f) + \mathcal{O}(f) = \mathcal{O}(f)$.

   g) $\mathcal{O}(o(f)) = o(\mathcal{O}(f)) = o(f)$

10. Demuestre que si las funciones $f(x)$ y $g(x)$ satisfacen $f = \mathcal{O}(g)$ si $x \to x_0$ para todo $x_0 \in \mathbb{R}$ entonces $\left|\int_{x_0}^{x} f(t)dt\right| = \mathcal{O}\left(\int_{x_0}^{x} |g(t)|\,dt\right)$, $x \to x_0$

11. Responda adecuadamente a los siguientes ítems:

    a) ¿En qué consiste la inestabilidad numérica?

    b) ¿Qué errores se presentan en la resolución de problemas desde un contexto real dado en las ciencias e ingeniería?

    c) De una diferencia y una semejanza entre los conceptos de error absoluto y relativo.

    d) ¿Es cierto que $\delta_{\frac{a}{bc}} = \delta_a + \delta_b + \delta_c$?

12. Se tienen diez medidas de laboratorio que se nos permitirá calcular el promedio simple, para ello se proponen los dos procedimientos:

    - Procedimiento 1: Cada valor se redondea a la milésima y se suman luego se divide entre 10, finalmente se redondea a la milésima.
    - Procedimiento 2: Se suman los valores y se dividen por 10 y luego se redondea a la milésima.

    ¿Cuál de los procedimientos le parece mejor? ¿porqué?

13. Se define $I_n = \int_0^1 t^n (t+5)^{-1} dt$

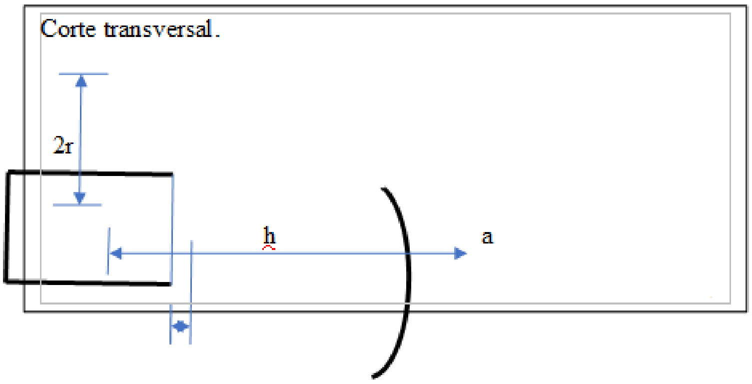
    a) Demuestre que $I_0 = \ln(1{,}2)$

    b) Demuestre que $I_n = n^{-1} - 5I_{n-1}$ para $n = 1, 2, 3, \ldots$

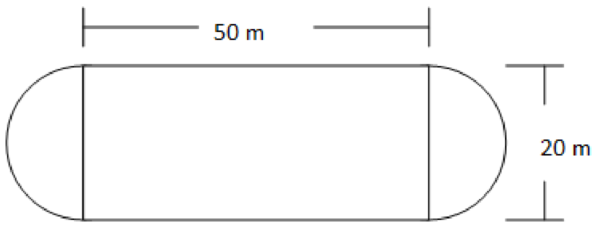
    c) Halle $I_0, I_1, I_2, \ldots$ y de una estimación de la precisión de I_{10}

14. El radio de una bola esférica se mide en 10 pulgadas con cierto error máximo por determinar. Halle la precisión con que se debe medir dicho radio para garantizar un error máximo de 1 pulgada cúbica en el volumen calculado.

15. Se construye un tanque cilíndrico de radio r y altura h coronado en un extremo por un casquete esférico (ver figura). El material empleado es latón de espesor adecuado. Si las medidas pueden tener un error del 0,1 %. Determine el rango en que se encuentra la cantidad de material empleado siendo r = 25cm, h = 100cm, a = 5cm.



16. Un ingeniero civil desea construir una loza cuya forma es un rectángulo coronado por semidisco. (ver figura).



Si en las medidas lineales se cometen errores no superiores a 0,03m y considerando π con tres cifras decimales exactos.

a) Encuentre el error máximo cometido al determinar el valor numérico del perímetro y del área.

b) Encuentre el intervalo donde está el valor exacto del área.

Los Profesores
UNI, 11 de noviembre de 2020.