Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-I**

[Cod: CM4F1]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada $\mathcal{N}^o$ 3

1. Sean $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^n$ y $x_1 = |x_1| e^{i\theta}$. Demuestre que si existen vectores unitarios $u_1, u_2 \in \mathbb{C}^n$ tales que $Q_{u_i} = \left(I_n - 2u_i u_i^*\right)$, $i = 1, 2$, entonces $Q_{u_1} x = +\|x\|_2 \, e^{i\theta} e_1$ y $Q_{u_2} x = -\|x\|_2 \, e^{i\theta} e_1$. [4 puntos]

2. Dados los puntos del plano de coordenadas (x_k, y_k) con $k = 1, 2, \ldots, n$, la recta de regresión de y sobre x es la recta de ecuación $y = mx + p$, cuya pendiente m y ordenada en el origen p minimizan la expresión

$$\sum_{k=1}^{n} (y_k - mx_k - p)^2.$$

   a) Deduzca la expresión explícita de los coeficientes m y p. [2 puntos]
   b) Halle la recta de regresión de los puntos $(2,1)$, $(4,2)$, $(6,3)$, $(8,1)$, $(10,2)$. [2 puntos]

3. Resuelva el sistema lineal

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

   por medio de la factorización QR de Householder. [4 puntos]

4. Encuentre la matriz de rotación que al vector $\vec{x} = (2, -3, -4, -1)$ lo transforme en un vector cuya tercera componente sea cero, deje invariante la primera y cuarta coordenadas y preserve la norma.
   [4 puntos]

5. Explique detalladamente que realiza el siguiente algoritmo

$$
\begin{array}{l}
\textbf{for } j = 1 \textbf{ to } n \\
\quad e(1:m, j) \leftarrow a(1:m, j) \\
\quad \textbf{for } i = 1 \textbf{ to } j-1 \\
\qquad u(i,j) \leftarrow e(1:m, i)^T \cdot a(1:m, j) \\
\qquad e(1:m, j) \leftarrow e(1:m, j) - u(i,j) \cdot e(1:m, i) \\
\quad \textbf{end} \\
\quad u(j,j) \leftarrow \sqrt{\displaystyle\sum_{k=1}^{m} e(k,j)^2} \\
\quad e(1:m, j) \leftarrow e(1:m, j)/u(j,j) \\
\textbf{end}
\end{array}
$$

   Luego de analizar el algoritmo se podría mejorar a fin de no perder cifras significativas? [4 puntos]

Los Profesores
UNI, 15 de julio de 2020.