Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-I**

[Cod: CM4F1]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Calificada $\mathcal{N}^o$ 4

1. Sea $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y sea $x \in I$. Demuestre que las siguientes afirmaciones son equivalentes
   a) La función f es continua en el punto x.
   b) Si $\{x_n\}$ es una sucesión monótona de puntos de I con $\{x_n\} \to x$, entonces $\{f(x_n)\} \to f(x)$.
   c) Para cada $\varepsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que, si $y \in I$ verifica que $\left|y - x\right| < \delta$, entonces $\left|f(y) - f(x)\right| < \varepsilon$.

   Es decir,
   $\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0 : y \in I, \left|y - x\right| < \delta \Rightarrow \left|f(y) - f(x)\right| < \varepsilon.$ [4 puntos]

2. Demuestre que si una sucesión $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es convergente, entonces cualquier subsucesión de dicha sucesión converge al mismo límite.

   [4 puntos]

3. Sea $f : [a,b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que:
   a) $f([a,b]) \subset (a,b)$,
   b) $\max\limits_{x\in[a,b]} |f'(x)| < 1$.

   Demuestre que existe un único $t \in [a,b]$ tal que $f(t) = t$, y además para todo $x_0 \in [a,b]$, la sucesión $\{x_n\}$ generada por la iteración $x_{n+1} = f(x_n)$ converge a t. [4 puntos]

4. Dada la ecuación $x = 2\tan(4x)$. Halle los intervalos disjuntos que contienen a la octava y decima raíz positiva. [4 puntos]

5. La ecuación que permite determinar la frecuencia de la viga empotrada en un extremo, y libre en el otro extremo, está dada por $\cos(ux)\cosh(ux) + 1 = 0$,

   donde:
   $u^2 = \frac{p}{a}$, $a^2 = \frac{EIg}{A\gamma}$.
   p = Frecuencia circular natural de la viga, rad/s.
   $x = 300\,\text{cm}$ (longitud de la viga.)
   $I = 7000\,\text{cm}^4$ (momento de inercia del área del material de la viga.)
   $E = 2 \times 10^5 \text{kg}/\text{cm}^2$ (módulo de elasticidad del material de la viga.)
   $\gamma = 0{,}002\,\text{kg}/\text{cm}^3$ (densidad del material de la viga.)
   $A = 200\,\text{cm}^2$ (área de la sección transversal de la viga.)
   g = Aceleración de la gravedad, cm/s^2.
   Encuentre los intervalos que contienen a las tres primeras raíces positivas. [4 puntos]

Los Profesores
UNI, 12 de agosto de 2020.