Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática   Ciclo 2020−I

[Cód: CM4F1A - CM4F1B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]
[Temas: Normas vectoriales y matriciales. Sistemas de ecuaciones lineales: método directo.]

Práctica Dirigida $\mathcal{N}^\circ$ 2

1. Para las matrices

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 14 & 12 & 15 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Calcule $\| * \|_1$, $\| * \|_\infty$, $\| * \|_2$, $\| * \|_F$.

2. Si $\mathbf{Q}$ es una matriz unitaria, entonces $\| \mathbf{QA} \|_F = \| \mathbf{A} \|_F$. Análogo para el producto a la derecha.

3. Para la matriz

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

calcule el valor de todas las normas que conozca.

4. Use la factorización $\mathbf{LU}$ de $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 20 & -7 & 12 \\ -8 & 13 & 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \mathbf{LU}$$

para despejar $\mathbf{x}$ del sistema

$$\mathbf{Ax} = \begin{pmatrix} 11 \\ 70 \\ 17 \end{pmatrix} = \mathbf{b}$$

5. Determine una factorización $\mathbf{LU}$ de la matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -6 & -6 & 5 \\ 4 & 18 & 6 \\ -2 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

6. Aplique el algoritmo de Gauss a la matriz:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 2 & 4 & -8 & 0 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \end{array}\right]$$

7. Aplique el algoritmo de Gauss-Jordan a la matriz:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & -9 & 3 \\ 2 & 4 & -8 & 0 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \end{array}\right]$$

8. Una matriz $\mathbf{A}$ de $n \times n$ es diagonalmente dominante (estrictamente) por filas si

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |a_{ij}| > 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Demuestre que $\mathbf{A}$ es invertible, es decir, existe su inversa $\mathbf{A}^{-1}$.

9. Dado el sistema lineal

$$1{,}01x + 0{,}99y = 2, \quad 0{,}99x + 1{,}01y = 2.$$

Calcule

a) La solución exacta del problema.

b) La solución usando solamente dos cifras decimales y redondeo.

c) La inversa de la matriz de coeficientes: $\mathbf{A}^{-1}$ con dos cifras decimales y redondeo.

d) El número de condición de $\mathbf{A}$ para el apartado *d*).

e) El residuo obtenido en *b*).

10. Resuelva el sistema

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 3z &= 1 \\ x + y + z &= 2 \\ 2x + y + 2z &= 3, \end{aligned}$$

con el método de eliminación de Gauss, y calcule las matrices de permutación que le sean necesarias. Explique lo que hace y porque lo hace. Resuelva dicho sistema por el método de factorización $\mathbf{LU}$.

Los profesores del curso.
UNI, 24 de junio 2020.