

Ejercicios de la Sesión 3

Inteligencia Artificial

1 Lista de ejercicios

1. ¿Cuáles de las siguientes son traducciones semánticas y sintácticamente correctas de No dog bites a child of its owner?

- (a) $\forall x \text{ Dog}(x) \Rightarrow \neg \text{Bites}(x, \text{Child}(\text{Owner}(x)))$
- (b) $\neg \exists x, y \text{ Dog}(x) \wedge \text{Child}(y, \text{Owner}(x)) \wedge \text{Bites}(x, y)$
- (c) $\forall x \text{ Dog}(x) \Rightarrow (\forall y \text{ Child}(y, \text{Owner}(x)) \Rightarrow \neg \text{Bites}(x, y))$
- (d) $\neg \exists x \text{ Dog}(x) \Rightarrow (\exists y \text{ Child}(y, \text{Owner}(x)) \wedge \text{Bites}(x, y))$

2. Una expresión proposicional 2 – CNF es una conjunción de cláusulas, cada una de las cuales contiene exactamente 2 literales, por ejemplo:

$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (\neg B \vee D) \wedge (\neg C \vee G) \wedge (\neg D \vee G).$$

- Demuestra usando resolución que la oración anterior implica G .
 - Dos cláusulas son semánticamente distintas si no son lógicamente equivalentes. ¿Cuántas cláusulas 2-CNF semánticamente distintas se pueden construir a partir de n símbolos de proposiciones?
 - Usando tu respuesta anterior, demuestra que la resolución proposicional siempre termina en tiempo polinomial en n dada una oración 2-CNF como entrada que contiene no más de n símbolos distintos.
 - Explica por qué el argumento anterior no se aplica a 3 – CNF.
3. ¿Es más o menos probable que una oración 4 – CNF generada aleatoriamente con n símbolos y m cláusulas tenga solución con respecto a una oración 3 – CNF generada aleatoriamente con n símbolos y m cláusulas? Explica tu respuesta.
4. Una base de conocimiento lógico representa el mundo utilizando un conjunto de oraciones sin estructura explícita. Una representación analógica, en cambio, tiene una estructura física que corresponde directamente a la estructura de un 'objeto' representado. Considera una hoja de ruta de nuestro país como una representación analógica de hechos. Representa los hechos con un lenguaje mapa. La estructura bidimensional del mapa corresponde a la superficie bidimensional del área.
- Proporciona cinco ejemplos de símbolos en el lenguaje mapa.
 - Una oración explícita es una oración que el creador de la representación realmente escribe. Una oración implícita es una oración que resulta de oraciones explícitas debido a las propiedades de la representación analógica. Presenta tres ejemplos, cada uno de oraciones implícitas y explícitas en el lenguaje mapa.
 - Proporciona tres ejemplos de hechos sobre la estructura física de nuestro país que no se puedan representar en el lenguaje mapa.

- Proporciona tres ejemplos de hechos que sean mucho más fáciles de expresar en el lenguaje mapa que en la lógica de primer orden.
 - Proporciona dos ejemplos de representaciones analógicas útiles. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada uno de estos lenguajes?
5. Considera una base de conocimiento que contiene solo dos oraciones: $P(a)$ y $P(b)$. ¿Esta base de conocimientos implica $\forall x P(x)$? Explica tu respuesta en términos de modelos.
6. Suponga que una base de conocimientos contiene solo una oración, $\exists x AsHighAs(x, Everest)$. ¿Cuáles de los siguientes son resultados legítimos de aplicar la Instanciación Existencial (Existential Instantiation)?
- $AsHighAs(Everest, Everest)$.
 - $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest)$.
 - $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest) \wedge AsHighAs(BenNevis, Everest)$
7. Para cada par de oraciones atómicas, indica el unificador más general si existe:
- $P(A, B, B), P(x, y, z)$.
 - $Q(y, G(A, B)), Q(G(x, x), y)$.
 - $Older(Father(y), y), Older(Father(x), John)$.
 - $Knows(Father(y), y), Knows(x, x)$.
8. Escribe representaciones lógicas para las siguientes oraciones, adecuadas para su uso con Modus Ponens generalizado:
- Los caballos, las vacas y los cerdos son mamíferos.
 - El hijo de un caballo es un caballo.
 - Bluebeard es un caballo.
 - Bluebeard es el padre de Charlie.
 - El hijo y padre son relaciones inversas.
 - Todo mamífero tiene un padre.
9. Supongamos que se te dan los siguientes axiomas:
- (P_1) $0 \leq 3$.
- (P_2) $7 \leq 9$.
- (P_3) $\forall x \quad x \leq x$.
- (P_4) $\forall x \quad x \leq x + 0$.
- (P_5) $\forall x \quad x + 0 \leq x$.
- (P_6) $\forall x, y \quad x + y \leq y + x$.
- (P_7) $\forall w, x, y, z \quad w \leq y \wedge x \leq z \Rightarrow w + x \leq y + z$.
- (P_8) $\forall x, y, z \quad x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$.
- Proporciona una prueba de encadenamiento hacia atrás de la oración $7 \leq 3 + 9$. Muestra solo los pasos que conducen al objetivo, no los pasos irrelevantes.
 - Proporciona una prueba de encadenamiento hacia adelante de la oración $7 \leq 3 + 9$. Nuevamente, muestra solo los pasos que conducen al objetivo.

10. Supongamos que una base de conocimientos contiene solo las siguientes cláusulas Horn de primer orden:

$$\begin{aligned} & \text{Ancestor}(\text{Mother}(x), x) \\ & \text{Ancestor}(x, y) \wedge \text{Ancestor}(y, z) \Rightarrow \text{Ancestor}(x, z) \end{aligned}$$

Considera un algoritmo de encadenamiento hacia adelante que, en la j -ésima iteración, termina si la KB contiene una oración que se unifica con la consulta; de lo contrario, agrega a la KB cada oración atómica que se pueda inferir de las oraciones que ya están en la KB después de la iteración $j - 1$.

- (a) Para cada una de las siguientes consultas, indica si el algoritmo (1) dará una respuesta (si es así, escriba esa respuesta), o (2) termina sin una respuesta o (3) nunca termina.
- $\text{Ancestor}(\text{Mother}(y), \text{John})$
 - $\text{Ancestor}(\text{Mother}(\text{Mother}(y)), \text{John})$
 - $\text{Ancestor}(\text{Mother}(\text{Mother}(\text{Mother}(y))), \text{Mother}(y))$
 - $\text{Ancestor}(\text{Mother}(\text{John}), \text{Mother}(\text{Mother}(\text{John})))$
- (b) ¿Puede un algoritmo de resolución probar a partir de la base de conocimientos original que $\neg \text{Ancestor}(\text{John}, \text{John})$? Explica brevemente tu respuesta.
- (c) Supongamos que el KB se aumenta con la afirmación de $\neg(\text{Mother}(x) = x)$ y que el algoritmo de resolución incluye reglas de inferencia para la igualdad. ¿Cuál es la respuesta a la pregunta anterior?.