Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2020-2**

[Cod: CM4F1, Sección: A, B]
[Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Dirigida 5

1. Responder adecuadamente a los siguientes ítems:
   a) Un cero de una función $f(x)$ se encuentra en el intervalo $[271;275]$, si aplica el método de Bisección ¿cuántas iteraciones se deben realizar para determinar dicho cero, con un error de la milésima.
   b) ¿Explique geométricamente el método de Newton?
   c) ¿En qué consiste la inestabilidad numérica?
   d) ¿Cuál es la diferencia conceptual entre el método de secante y Newton?

2. Dada la ecuación $x^2 = \exp(-x)$.
   a) ¿Cómo verificaría que la raíz positiva está en el intervalo $[0;1]$?
   b) Proponga una función $g(x)$ tal que $x = g(x)$ nos genere un algoritmo el cual nos aproxima a la raíz positiva, según el método de punto fijo.
   c) Usando el algoritmo encontrado en (b) realice tres iteraciones e indique el error.
   d) Aplicando el método de Newton realice 3 iteraciones cercanas a la raíz positivas e indique el error respectivo.

3. Una ecuación simplificada para determinar las frecuencias naturales de vibraciones de una varilla sujeta en ambos extremos es como sigue: $\tan x = x$
   a) Verificar que la tercera solución positiva de la ecuación está en el intervalo $\left(\frac{3\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right)$.
   b) Teniendo en cuanta el ítem (a) y usando el método de aproximación sucesiva, halle la solución con seis dígitos exactos.
   c) Si deseara calcular la quinta solución positiva, ¿qué método recomienda? Justifique su elección.

4. La ecuación $e^{-x} - 3\sin(2x) = 0$ tiene una solución en el intervalo $[3;4]$.
   a) Proponga dos algoritmos diferentes de aproximación sucesiva que permite calcular dicha solución.
   b) Empleando uno de los algoritmos propuesto halle la solución con dos decimales exactos.
   c) Aplique el método de la secante y determine la solución que se encuentra en dicho intervalo con tres decimales exactos.

5. Dada la ecuación $x.\exp(-x^2) = x.\tan(3x)$
   a) ¿En qué intervalo se encuentra la tercera raíz positiva?
   b) Teniendo en cuenta el ítem (a) halle la raíz con seis cifras decimales exactos según el método de newton.

c) Teniendo en cuenta el ítem (a) halle la raíz con seis cifras decimales exactos según el método de aproximación sucesiva.

6. Dada la ecuación $e^{0,5x}\cos(4x) = x^2 - 70$ tiene una solución en el intervalo $[8;9]$

   a) Proponer dos algoritmos diferentes de aproximación sucesiva que permita calcular la solución anterior.

   b) Empleando uno de los algoritmos propuestos calcular la solución con dos decimales exactos.

7. Dada la ecuación $\sinh x - 3\sin(3x).\cosh x + 5 = 0$

   a) Halle con dos decimales exactos, la solución que se encuentra en el intervalo $[6;7]$ empleando el método de aproximación sucesiva (no el vago).

   b) Halle la solución que está en el intervalo $[8;7]$ empleando el método de secante modificado.

8. La función $f(x) = 75\left(2e^{-0,2x} - e^{-0,8x}\right) - 88$ tiene una raíz en $[0;1]$ y otra raíz en $[1;2]$

   a) Proponer un algoritmo de aproximación sucesiva para calcular cada raíz (no algoritmo del vago).

   b) Halle dichas raíces con dos decimales exactos empleando los algoritmos del item a.

   c) Determine la 1ra raíz empleando Secante modificado y la 2da raíz empleando Newton, precisión calculadora.

9. En cierto problema vibratorio encontramos la siguiente ecuación $e^{-0,25t}\sin(3t) = 0,2$ por otra parte sabemos que hay una solución en el intervalo $[4,6;5,6]$. Empleando el método de aproximación sucesiva (no el vago) determine dicha solución con una precisión de 3 decimales exactos.

10. Determinar las ordenes de convergencia de los métodos realizados en clase en el contexto de la resolución numérica de ecuaciones no lineales.

11. Suponga que, $p \geq 1$ es un número natural $g \in C^p[a,b]$ y $x_0 \in [a,b]$ un valor inicial de la sucesión $x_{n+1} = g(x_n)$, $n \geq 0$ convergente a $\alpha \in (a,b)$. Si

$$g(\alpha) = \alpha,\ g'(\alpha) = g''(\alpha) = \cdots = g^{(p-1)}(\alpha) = 0, \text{ y } g^{(p)}(\alpha) \neq 0$$

    entonces $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ converge a α con orden de convergencia igual a p. Además,

    $\lim_{n\to\infty} \frac{e_{n+1}}{e_n^p} = \frac{g^{(p)}(\alpha)}{p!}$, donde $e_n = x_n - \alpha$ para cada $n \in \mathbb{N}$.

12. A partir de $f(x) = 0$ como poder determinar un g adecuado de tal forma que el método iterativo $x = g(x)$ nos origine una sucesión de valores reales que converjan al cero de f.

Los Profesores
UNI, 6 de enero de 2021.