第1章　ST-FMR測定における各物理量の計算式のまとめ

1.1　A single sample

damping-like torque と field-like torque の有効磁場を $H_L \propto \xi_{\mathrm{DL}} J_e(\hat{\sigma} \times \hat{m})$ と $H_T \propto \xi_{\mathrm{FL}} J_e \hat{\sigma}$ のように定義すると

$$\xi_{\mathrm{DL(FL)}}(T) = \left(\frac{2e}{\hbar}\right) 4\pi M_s(T) t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}} \left(\frac{H_{L(T)}}{J_e}\right) \tag{1.1}$$

これらの有効磁場は，面内に磁場を印加して，電流を x 軸に流しているとすると [1]

$$V_{\mathrm{sym}} = \frac{I\Delta R}{2} A_{\mathrm{sym}} H_{\mathrm{L}} \cos\theta \sin 2\theta \tag{1.2}$$

$$V_{\mathrm{asy}} = \frac{I\Delta R}{2} A_{\mathrm{asy}} \left(H_y \cos\theta - H_x \sin\theta\right) \sin 2\theta \tag{1.3}$$

普通は H_x(電流に並行な方向にスピン偏極した角運動量が磁化に受け渡されるってこと) はないので，$H_y = H_{\mathrm{T}}$ となる．このとき

$$A_{\mathrm{sym}} = \frac{\gamma\left(H_{\mathrm{res}} + H_1\right)\left(H_{\mathrm{res}} + H_2\right)}{\omega \Delta H \left(2H_{\mathrm{res}} + H_1 + H_2\right)} \tag{1.4}$$

$$A_{\mathrm{asy}} = \frac{\left(H_{\mathrm{res}} + H_1\right)}{\mu_0 \Delta H \left(2H_{\mathrm{res}} + H_1 + H_2\right)} \tag{1.5}$$

である．磁気的な自由エネルギー F を

$$\begin{aligned} F[\theta,\phi] = \quad & F_{\mathrm{Zeeman}}[\theta,\phi] + F_{\mathrm{surf}}[\theta,\phi] + F_{\mathrm{shape}}[\theta,\phi] \\ & + F_U[\theta,\phi] + F_{\mathrm{exch}}[\theta,\phi] \qquad (1.6) \\ = \quad & \mu_0 \left(H + H_{\mathrm{rot}}\right) M d_F \left(\sin\phi \sin\phi_H \cos\left(\theta - \theta_H\right)\right. \\ & \left. + \cos\phi \cos\phi_H\right) + \left(\mu_0 M^2 d_F/2 - K_S\right)\cos^2\phi \\ & - K_U d_F \sin^2\phi \cos^2\left(\theta - \theta_{\mathrm{uni}}\right) \\ & - \mu_0 M d_F H_{\mathrm{ex}} \cos\left(\theta - \theta_{\mathrm{exch}}\right) \sin\phi \qquad (1.7) \end{aligned}$$

としたとき，共鳴条件

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \frac{1}{M^2 d_F^2 \sin^2\theta} \left[\left(\frac{\partial^2 F}{\partial\theta^2}\right)\left(\frac{\partial^2 F}{\partial\phi^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial\phi\partial\theta}\right)^2\right] \tag{1.8}$$

を考えると，

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \mu_0^2 \left(H + H_1\right)\left(H + H_2\right) \tag{1.9}$$

となる．ただし

$$\begin{aligned} H_1 &= H_{\mathrm{rot}} + M_{\mathrm{eff}} + H_{\mathrm{exch}} \cos\left(\theta - \theta_{\mathrm{exch}}\right) + H_U \cos^2\left(\theta - \theta_U\right) && (1.10) \\ H_2 &= H_{\mathrm{rot}} + H_{\mathrm{exch}} \cos\left(\theta - \theta_{\mathrm{exch}}\right) + H_U \cos\left[2\left(\theta - \theta_U\right)\right] && (1.11) \end{aligned}$$

である．さらに，H_1 が H_{res} に対して小さい場合，$H_{\mathrm{res}} + H_1 \approx M_{\mathrm{eff}}$ とできて，共鳴条件は

$$\begin{aligned} \mu_0 H_{\mathrm{res}} = & \left(\tfrac{\omega}{\gamma}\right)^2 \tfrac{1}{\mu_0 M_{\mathrm{eff}}} - \mu_0 H_{\mathrm{rot}} - \mu_0 H_{\mathrm{exch}} \cos\left(\theta - \theta_{\mathrm{exch}}\right) \\ & - \mu_0 H_U \cos\left[2\left(\theta - \theta_U\right)\right] && (1.12) \end{aligned}$$

と書ける．ただ，通常反強磁性体を使用していない限り exchange bias H_{exch} はなく（元論文は反強磁性体 IrMn を使用しているため [1]），一軸異方性 H_U もなく，回転磁気異方性 H_{rot}（元論文では多結晶 IrMn のグレインが Py と結合することによって生じている [1]）もないので，結局 Py/Pt などの試料では $H_1 = M_{\mathrm{eff}}$ で，$H_2 = 0$ となる．

結局，A_{sym} と A_{asy} は

$$A_{\mathrm{sym}} = \frac{\gamma\left(H_{\mathrm{res}} + M_{\mathrm{eff}}\right) H_{\mathrm{res}}}{\omega \Delta H \left(2H_{\mathrm{res}} + M_{\mathrm{eff}}\right)} \tag{1.13}$$

$$A_{\mathrm{asy}} = \frac{\left(H_{\mathrm{res}} + M_{\mathrm{eff}}\right)}{\mu_0 \Delta H \left(2H_{\mathrm{res}} + M_{\mathrm{eff}}\right)} \tag{1.14}$$

と簡単になり，これを使えばいい..

1.2 Multipul samples

ST-FMR 測定の SA 比から分かる ξ_{FMR} は

$$\xi_{\mathrm{FMR}} = \frac{S}{A}\left(\frac{e}{\hbar}\right) 4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}} d_{\mathrm{NM}} \sqrt{1 + \left(4\pi M_{\mathrm{eff}}/H_0\right)} \tag{1.15}$$

のようになり，この S,A をあらわに書くと

$$S = \frac{\hbar}{2e} \frac{\xi_{\mathrm{DL}} J_e^{\mathrm{rf}}}{4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}} \tag{1.16}$$

$$\begin{aligned} A &= \left(H_T + H_{\mathrm{Oe}}\right)\sqrt{1 + \left(4\pi M_{\mathrm{eff}}/H_0\right)} \\ &= \left(\frac{\hbar}{2e} \frac{\xi_{\mathrm{FL}} J_e^{\mathrm{rf}}}{4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}} + \frac{J_e^{\mathrm{rf}} d_{\mathrm{NM}}}{2}\right)\sqrt{1 + \left(4\pi M_{\mathrm{eff}}/H_0\right)} && (1.17) \end{aligned}$$

となるので，ここから強磁性体の依存性は

$$\frac{1}{\xi_{\mathrm{FMR}}} = \frac{1}{\xi_{\mathrm{DL}}}\left(1 + \frac{\hbar}{e}\frac{\xi_{\mathrm{FL}}}{4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}} d_{\mathrm{NM}}}\right) \tag{1.18}$$

となる [2]．また，常磁性体の抵抗率 ρ_{NM} が分かっていれば

$$\frac{1}{\xi_{\mathrm{FMR}}} = \frac{1}{\xi_{\mathrm{DL}}^{E}}\left(\frac{1}{\rho_{\mathrm{NM}}} + \frac{\hbar}{e}\frac{\xi_{\mathrm{FL}}^{E}}{4\pi M_{\mathrm{s}} t_{\mathrm{FM}} t_{\mathrm{NM}}}\right) \tag{1.19}$$

と書き換えられる．$\xi_{\mathrm{DL,FL}}^{E}$ は試料に印加された電場あたりの SOT 変換効率と考えられ，単位が spin-Hall conductivity と同じになる．さらに，spin-Hall angle と ξ_{DL} の関係が $G_{\mathrm{NM}} \equiv \sigma_{\mathrm{NM}}/\lambda_{\mathrm{s,NM}}$ であることを考えて，

$$\begin{aligned}\xi_{\mathrm{DL}} &= \theta_{\mathrm{SH}}\left(2G^{\uparrow\downarrow}/G_{\mathrm{NM}}\right) / \left(1 + 2G^{\uparrow\downarrow}/G_{\mathrm{NM}}\right) \\ &= \theta_{\mathrm{SH}}\left(2G_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}/G_{\mathrm{NM}}\right) \equiv \theta_{\mathrm{SH}} T_{\mathrm{int}} \end{aligned} \tag{1.20}$$

とかけることから，

$$\xi_{\mathrm{DL}}^{E} = T_{\mathrm{int}}\sigma_{\mathrm{SH}} \tag{1.21}$$

と表せる．この T_{int} は，下で述べるように spin-mixing conductance が分かると定量できる．

さらにお得なことに，強磁性体膜厚依存性は磁化やダンピングの詳細な定量の可能性も与える．spin pumping の理論から FM の隣にある NM などの spin sink になり得る層が存在するときダンピングは FM 単層の時より増大する．これは界面における spin の受け渡されやすさ (effective spin-mixing conductance $g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}$) として表現できて，

$$g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow} = \frac{4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}}{\gamma\hbar}(\alpha - \alpha_0) = \frac{4\pi M_s t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}}{\gamma\hbar}\Delta\alpha \tag{1.22}$$

と定量できる．結局実際は ST-FMR 信号の線幅の周波数依存性から求めた α の強磁性体膜厚依存性によって

$$\alpha = \frac{\gamma\hbar g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}}{4\pi M_s}\frac{1}{t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}} + \alpha_0 \tag{1.23}$$

この傾きから計算できる．この α_0 は FM の intrinsic なダンピングである．さらに，effective spin-mixing conductance $G_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}$ は

$$G_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow} = \frac{e^2}{h} g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow} \tag{1.24}$$

となる.(実際はGの方が先に定義されて，ダンピングから出てくるgが後から定義される.）参考までに，これはPt/CoFeとかだと，gは10^{19} m^{-2}弱，Gは10^{15} $\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-2}$弱くらいの大きさ．さらに，NMの拡散長$\lambda_{\mathrm{NM}}$がわかれば，

$$G^{\uparrow\downarrow}=\frac{\frac{\sigma_{\mathrm{P}_\uparrow}}{2\lambda_{\mathrm{S,NM}}}\left(\frac{e^2}{h}\right)g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}}{\frac{\sigma_{\mathrm{NM}}}{2\lambda_{\mathrm{s,NM}}}-\left(\frac{e^2}{h}\right)g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}\coth\left(\frac{d_{\mathrm{NM}}}{\lambda_{\mathrm{s,NM}}}\right)}=\frac{G_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}}{1-2G_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}/G_{\mathrm{NM}}} \tag{1.25}$$

という関係から，spin back flowの存在も考慮したbareなspin-mixing conductance $G^{\uparrow\downarrow}$を求めることができる.

また，この$G^{\uparrow\downarrow}$が分かると，spin transparency T_{int}を

$$T_{\mathrm{int}}=\frac{G^{\uparrow\downarrow}\tanh\left(\frac{d_{\mathrm{NM}}}{2\lambda_{NM}}\right)}{G^{\uparrow\downarrow}\coth\left(\frac{d_{\mathrm{NM}}}{\lambda_{\mathrm{NM}}}\right)+\frac{G_{\mathrm{NM}}}{2}} \tag{1.26}$$

のように求めることができる [3]．これはもちろん0以上1以下である．以上の中ではSMLを考慮していない．SMLの簡単な考慮の仕方はeffective spin-mixing conductanceに取り込み

$$g_{\mathrm{eff}}^{\uparrow\downarrow}\quad=G^{\uparrow\downarrow}\left[1-(1-\delta)^2\varepsilon\right] \tag{1.27}$$

と書き換える方法である [4]．ただし

$$\varepsilon\quad=G^{\uparrow\downarrow}/\left[G^{\uparrow\downarrow}+\frac{2}{3}k_{\mathrm{F}}^2\frac{l_{\mathrm{mf}}}{\lambda_{\mathrm{NM}}}\tanh\left(\frac{t_{\mathrm{N}}}{\lambda_{\mathrm{NM}}}\right)\right] \tag{1.28}$$

である．ϵがspin back flowを表現していて，δがSMLを表していて0がSMLがなく，1が完全に界面でlossするということを考えている．k_{F}やl_{mf}はHall測定で求める．それは次の章でまとめる.

また，飽和磁化と界面の磁気異方性も求められて，ST-FMR信号の共鳴磁場の周波数依存性からKittelの式によって有効的な飽和磁化$\mu_0 M_{\mathrm{eff}}$を得られるが，それの強磁性体膜厚依存性により

$$\mu_0 M_{\mathrm{eff}}=\mu_0 M_{\mathrm{s}}-\frac{2K_{\mathrm{s}}}{M_{\mathrm{s}}t_{\mathrm{FM}}^{\mathrm{eff}}} \tag{1.29}$$

という関係を使える．K_{s}は界面の垂直磁気異方性エネルギーでPt/Coだと1 mJ/m^{2}程度である.

第2章　Hall effect による物理量の定量

膜厚 d の試料に磁束密度 B，電流 I を流したときに測定した Hall 電圧 V_{H} は

$$V_{\mathrm{H}} = \frac{R_{\mathrm{H}} I}{d} B \tag{2.1}$$

とかける．この比例係数 R_{H} を Hall 定数と呼び，キャリアの電荷 q(電子ならマイナス，正孔ならプラス) と電子密度 n で

$$R_{\mathrm{H}} = \frac{1}{qn} \tag{2.2}$$

とかけるから，Hall 効果を測れば電荷密度を見積もれる．さらに伝導率 σ が分かっていれば，緩和時間 τ は

$$\tau = \frac{\sigma m}{q^2 n} \tag{2.3}$$

と計算できる．ここで $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg である．フェルミ面付近の電子が伝導を担っていると考えられる系だと，フェルミ速度 v_{F} を計算できる．これはフェルミ波数 k_{F} を用いて

$$v_{\mathrm{F}} = \frac{\hbar k_{\mathrm{F}}}{m} \tag{2.4}$$

となる．ただし，$k_{\mathrm{F}} = (3\pi^2 n)^{1/3}$ と計算する．これらから平均自由行程 l_{mf} も定量できて，

$$l_{\mathrm{mf}} = v_{\mathrm{F}} \times 2\tau \tag{2.5}$$

となる．

追加した文章

関連図書

[1] V. Tshitoyan, C. Ciccarelli, A. P. Mihai, M. Ali, A. C. Irvine, T. A. Moore, T. Jungwirth, and A. J. Ferguson. Electrical manipulation of ferromagnetic nife by antiferromagnetic irmn. *Phys. Rev. B*, 92:214406, Dec 2015.

[2] Chi-Feng Pai, Yongxi Ou, Luis Henrique Vilela-Leão, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman. Dependence of the efficiency of spin Hall torque on the transparency of Pt/ferromagnetic layer interfaces. *Phys. Rev. B*, 92:064426, 2015.

[3] Weifeng Zhang, Wei Han, Xin Jiang, See-Hun Yang, and Stuart S. P. Parkin. Role of transparency of platinum–ferromagnet interfaces in determining the intrinsic magnitude of the spin hall effect. *Nature Physics*, 11:496 EP –, 04 2015.

[4] Xinde Tao, Qi Liu, Bingfeng Miao, Rui Yu, Zheng Feng, Liang Sun, Biao You, Jun Du, Kai Chen, Shufeng Zhang, Luo Zhang, Zhe Yuan, Di Wu, and Haifeng Ding. Self-consistent determination of spin hall angle and spin diffusion length in pt and pd: The role of the interface spin loss. *Science Advances*, 4(6), 2018.