



## 簡単な高速化の例(先週の続き)

```
for(i =0;i <=8; i ++){  
w0[i]= exp ( -2* ccj *( ih*is[i][j] -4)/ temp );  
}
```

```
for( istep =1; istep <= mcs + irlx ; istep ++){  
  for(i=0;i< lsize ;i ++){  
    for(j=0;j< lsize ;j ++){  
      hogehoge  
      w=w0[ih*is[i][j ]+4];  
      hogehoge  
    }  
  }  
}
```

# 統計力学基礎 第11回

## ベイズ統計入門

---

Norikazu Todoroki

轟木 義一



# ベイズ統計入門

- $A$  と  $B$  が同時に起こる確率 :  $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$B$ が起こったときに $A$ が起こる確率 $P(A|B)$ と,  $B$ が起こる確率 $P(B)$ の積

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

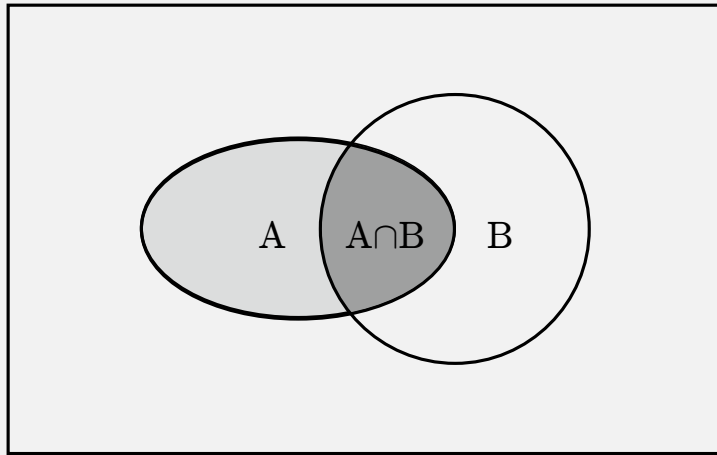
$A$ が起こったときに $B$ が起こる確率 $P(B|A)$ と,  $A$ が起こる確率 $P(A)$ の積

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

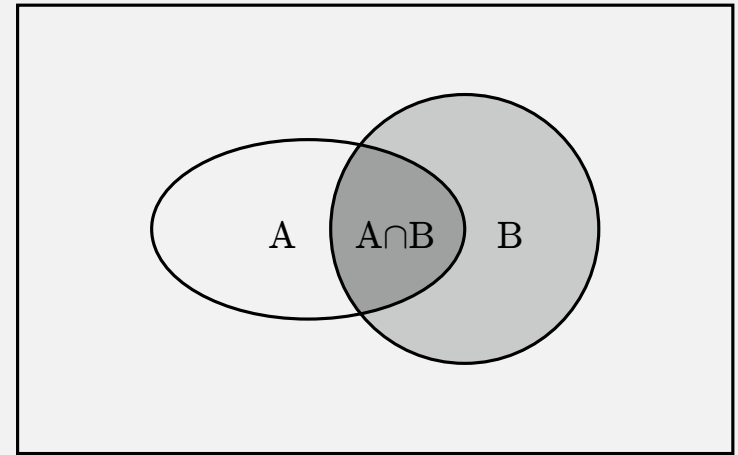


# ベイズ統計入門

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$



$P(B|A)P(A)$



$P(A|B)P(B)$

$P(B|A)$  は  $A$  についての尤度といい、  
 $P(B)$  のは事前確率という



# ベイズの定理

$$P(X|Y) = \frac{P(Y|X)P(X)}{P(Y)}$$

$$\propto P(Y|X)P(X)$$



# モンティホール問題

- 1 番目のカードを選んだあと, ディーラーが2 番目のカードをオープンした

$$P(\heartsuit = 1) = \frac{1}{4}, \quad P(\heartsuit = 2) = \frac{1}{4}$$

$$P(\heartsuit = 3) = \frac{1}{4}, \quad P(\heartsuit = 4) = \frac{1}{4}$$

- 2番目のカードのヒントを出す確率

$$P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 1) = \frac{1}{3}, \quad P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 2) = 0$$

$$P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 3) = \frac{1}{2}, \quad P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 4) = \frac{1}{2}$$



# モンティホール問題

$$\begin{aligned}P(\text{開} = 2) &= P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 1)P(\heartsuit = 1) \\&\quad + P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 2)P(\heartsuit = 2) \\&\quad + P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 3)P(\heartsuit = 3) \\&\quad + P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 4)P(\heartsuit = 4) \\&= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + 0 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$



# モンティホール問題

$$\begin{aligned} P(\heartsuit = 1 | \text{開} = 2) &= \frac{P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 1)P(\heartsuit = 1)}{P(\text{開} = 2)} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\heartsuit = 3 | \text{開} = 2) &= \frac{P(\text{開} = 2 | \heartsuit = 3)P(\heartsuit = 3)}{P(\text{開} = 2)} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$





# ベイズ統計と統計力学

## ベイズ統計

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\sum_A P(B|A)P(A)}$$

## 統計力学（イジング模型）

$$P(\{\sigma\}|\{J\}) = \frac{e^{-\beta E(\{J\},\{\sigma\})}}{\sum_{\sigma} e^{-\beta E(\{J\},\{\sigma\})}}$$

スピン間の相互作用 $\{J\}$ が  
与えられたときのスピン  
状態 $\{\sigma\}$ が実現する確率