代数学 I 第 4 回レポート課題 (提出期限:6月5日 17:00*)

担当:大矢 浩徳 (OYA Hironori)

学籍番号:

氏名:

問題 1. 一般線型群

$$GL_2(\mathbb{C}) := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{C}, ad - bc \neq 0 \right\}$$

を考える. 次の部分集合 G_1,G_2,G_3,G_4 が、それぞれ $GL_2(\mathbb{C})$ の

(a) 部分群となる

(b) 部分群とならない

のどちらになるかを選び、その理由を説明せよ.

$$(1) G_{1} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL_{2}(\mathbb{C}) \middle| a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$(2) G_{2} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL_{2}(\mathbb{C}) \middle| a, b, c, d \in \mathbb{Z}, ad - bc = 1 \right\}.$$

$$(3) G_{3} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL_{2}(\mathbb{C}) \middle| a, b, c, d \in \mathbb{C}, ad \neq 0, bc = 0 \right\}.$$

$$(4) G_{4} = \left\{ A \in GL_{2}(\mathbb{C}) \middle| tAA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$