Niklas von Hirschfeld

# ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER EBENE

## EINFUEHRUNG

**2024-08-12**

# All my contents

1 Aufgaben . . . . . 2
1.1 S. 214 . . . . . 2

**Bibliography . . . . . 5**

# 1 Aufgaben

## 1.1 S. 214

### 1.1.1 Nr. 1

Bestimmen Sie die Koordinaten des Lotfusspunktes F des Lots durch $A(3|-1|7)$, $B(6|8|19)$ und $C(-3|-3|-4)$ auf der Ebene $E : \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Den Normalenverktor können wir jetzt in die Gleichung mit einsetzten. Hier setzen wir die Ebenen mit unserer Gerade (Punkt + t * Normalenverktor) gleich, um den Schnittpunkt zu berechnen.

$$r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

Nun müssen nurnoch die Ortsvektoren der Punkte in die gleichung eingegeben. Mit dem Wert für $t$ können wir den Ortsvektor des Punktes auf der Ebene berechnen, welcher unserem Ausgangspunkt am nächsten liegt.

$$f = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

| Punkt | Distanz |
|---|---|
| A | 5 |
| B | 25 |
| C | 5 |

### 1.1.2 A2

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E : \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

| Punkt | Distanz zu $E : \vec{x}$ | Distanz zu $E : \vec{y}$ |
|---|---|---|
| $A(0\ \|2\ \|1)$ | 2 | $\approx 0.41$ |
| $B(1\ \|3\ \|5)$ | $\approx 5.13$ | $\approx 0.8085$ |
| $C(-3\ \|1\ \|-1)$ | $\approx 4.64079$ | $\approx 2.45$ |

### 1.1.3 A4

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$P(3|5|7)$$

Distanz $= 4.2$

### 1.1.4 A6

| Koordinatenebene | Entfernung des Punktes $P(1\|-2\|-3)$ |
|---|---|
| x1x2 | 3 |
| x1x3 | 2 |
| x2x3 | 1 |

Die drei Werte des Punktes $x_1$, $x_2$ und $x_3$ geben so gesehen die Entfernung zu der jeweiliegen Koordinatenebene ein. Der Punkt $P(x|y|10)$ ist immer 10 entfernt von der $x_1x_2$-Koordinatenebenen.

### 1.1.5 A13

Idee: Von beliebigen Punkt aus in die Richtung des Normalenverktors und dort Ebene Spannen. Punkt haben wir und auch die Spannung mit der Koordinatengleichung der gegebenen.

$$E : 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 6$$

Dies trifft zu für $x_1 = 2.5, x_2 = 1, x_3 = 1$. Damit können wir anfangen, die Normalenform der Gleichung bestimmen:

$$E : \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix})$$

Damit können wir eine Ebene Aufspannen, welche den selben Normalenverktor hat und so also parrallel verläuft. Um einen Abstand von $d$ zu erhalten müssen wir nun nur noch eine Gleichung aufstellen.

Mit dem C.A.S.:

$$solve(nrom(\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - (\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix})) = d, t)$$

Damit ergibt sich $t \approx \pm 0.44$. Und dies können wir in die Parametergleichung mit eingeben.

# Bibliography