

Ich bin in: /Users/niklas/notes/schule/mathe/aufgaben/202428121828-sil\_abstand\_punkt\_einfuehrung.md

# ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER EBENE

## EINFUEHRUNG

2024-08-12

# Inhaltsverzeichnis

<b>Aufgaben</b>	.....	<b>2</b>
1.1	S. 214	2
1.1.1	Nr. 1	2
1.1.2	A2	2
1.1.3	A4	2
1.1.4	A6	3
1.1.5	A13	3

# Aufgaben

## 1.1 S. 214

### 1.1.1 Nr. 1

Bestimmen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes F des Lots durch  $A(3|-1|7)$ ,

$B(6|8|19)$  und  $C(-3|-3|-4)$  auf der Ebene  $E: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Den Normalenvektor können wir jetzt in die Gleichung mit einsetzen. Hier setzen wir die Ebenen mit unserer Gerade (Punkt + t \* Normalenvektor) gleich, um den Schnittpunkt zu berechnen.

$$r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

Nun müssen nurnoch die Ortsvektoren der Punkte in die Gleichung eingegeben. Mit dem Wert für  $t$  können wir den Ortsvektor des Punktes auf der Ebene berechnen, welcher unserem Ausgangspunkt am nächsten liegt.

$$f = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

Punkt	Distanz
A	5
B	25
C	5

### 1.1.2 A2

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Punkt	Distanz zu $E: \vec{x}$	Distanz zu $E: \vec{y}$
$A(0 2 1)$	2	$\approx 0.41$
$B(1 3 5)$	$\approx 5.13$	$\approx 0.8085$
$C(-3 1 -1)$	$\approx 4.64079$	$\approx 2.45$

### 1.1.3 A4

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$P(3|5|7)$$

Distanz = 4.2

#### 1.1.4 A6

Koordinatenebene Entfernung des Punktes $P(1 -2 -3)$	
x1x2	3
x1x3	2
x2x3	1

Die drei Werte des Punktes  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  geben so gesehen die Entfernung zu der jeweiligen Koordinatenebene ein. Der Punkt  $P(x|y|10)$  ist immer 10 entfernt von der  $x_1x_2$ -Koordinatenebenen.

#### 1.1.5 A13

Idee: Von beliebigen Punkt aus in die Richtung des Normalenvektors und dort Ebene Spannen. Punkt haben wir und auch die Spannung mit der Koordinatengleichung der gegebenen.

$$E : 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 6$$

Dies trifft zu für  $x_1 = 2.5$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 1$ . Damit können wir anfangen, die Normalenform der Gleichung bestimmen:

$$E : \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Damit können wir eine Ebene aufspannen, welche den selben Normalenvektor hat und so also parallel verläuft. Um einen Abstand von  $d$  zu erhalten müssen wir nun nur noch eine Gleichung aufstellen.

Mit dem C.A.S.:

$$\text{solve}(\text{nrom}(\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - (\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix})) = d, t)$$

Damit ergibt sich  $t \approx \pm 0.44$ . Und dies können wir in die Parametergleichung mit eingeben.