

Niklas von Hirschfeld

BINÄRSYSTEM

EINE ERLÄUTERUNG UND VERGLEICH

2024-08-12

Inhaltsverzeichnis

Aufbau	1
1.1 Definition und Darstellung	1
Unterschied zum Dualsystem	2
Rechengesetze	3
3.1 Beispiel: Addition	3
3.2 Beispiel: Division	3
Darstellung im Coputer	5
Bibliographie	6

Aufbau

Binär kommt von „zwei zuständen“¹. Diese können beliebig ausgewählt werden, üblicherweise werden sie aber mit „0“ und „1“ dargestellt. Auf einer CPU sind sie durch physische Gatter abgebildet, welche entweder auf oder zu sind und so Strom durch lassen, oder nicht. Diese werden mit logik Gattern, wie AND und OR, erweitert um komplexere Rechnungen durchzuführen.

1.1 Definition und Darstellung

Bei der Darstellung werden die Ziffern, ähnlich wie auch bei dem Dezimalsystem, ohne Trennzeichen aufgeschrieben. Anders als bei dem Dezimalsystem, bei dem der Stellenwert der passenden Zehnerpotenz entspricht, entspricht er beim Binärsystem der passenden Zweierpotenz².

Der Werte³ der Binärzahl ergibt sich durch die Addition der einzelnen Ziffern. Definiert wird das wie folgt:

$$W = \sum_{i=-n}^m z_i \cdot 2^i$$

Im vergleich dazu die Berechnung des Wertes für das Dezimalsystem:

$$W = \sum_{i=-n}^m z_i \cdot 10^i$$

Beispiel:

Die folgenden Ziffern 0110 würden im Dezimalsystem den Wert $[110]_{10}$ angeben. Im Binärsystem allerdings $[6]_2$.

$$[0110]_2 = 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = [6]_{10}$$

¹ 3.3. Binary and Its Advantages CS160 Reader, <https://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/Binary/Binary.html> (2022). ([Online; accessed 12. Aug. 2024])

² Duales Zahlensystem (Dualzahlen Binär Dualsystem Binärsystem), <https://www.elektronik-kompodium.de/sites/dig/0208051.htm> (2024). ([Online; accessed 19. Aug. 2024])

³ Im Dezimalsystem angegeben

Unterschied zum Dualsystem

Das **Binärsystem** ist ein allgemeiner Begriff für jedes System, das nur zwei Zustände oder Symbole verwendet, diese müssen nicht 0 und 1 sein⁴. Es wird nicht nur in der Mathematik angewendet, sondern auch in der Informatik und Elektronik⁵. Die zwei Zustände können zum Beispiel durch Stromfluss, Schalter, Gatter, Lampen oder beliebige zwei verschiedene Symbole dargestellt werden.

Das **Dualsystem** ist ein Begriff, der speziell in der Mathematik und auch in der Informatik, das Zahlensystem zur Basis 2 bezeichnet.

⁴ A. Brzesowsky, *Binäre Codes*, <https://web.archive.org/web/20121124010632/http://www.oszkim.de/materi/edemi/codes.html> (2024). ([Online; accessed 26. Aug. 2024])

⁵ *Binärcode :: binary code :: BC :: ITWissen.info*, <https://web.archive.org/web/20150910180020/http://www.itwissen.info/definition/lexikon/Binaercode-BC-binary-code.html> (2012). ([Online; accessed 26. Aug. 2024])

Rechengesetze

Wie in den meisten Zahlensystemen gibt es Rechengesetze. Es wird jeweils stellenweise gerechnet.

Die Addition kann, ähnlich wie bei dem Dezimalsystem, schriftlich und **stellenweise** durchgeführt. Dafür gibt es vier Fälle, je nachdem, welche zwei Ziffern addiert werden⁶.

Addition	Subtraktion	Multiplikation	Division
$0 + 0 = 0$	$0 - 0 = 0$	$0 \times 0 = 0$	$0 \div 0 = \text{Nicht Definiert}$
$0 + 1 = 1$	$0 - 1 = 1$ Übertrag ⁷ -1	$0 \times 1 = 0$	$0 \div 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 - 0 = 1$	$1 \times 0 = 0$	$1 \div 0 = \text{Nicht Definiert}$
$1 + 1 = 0$ Übertrag 1	$1 - 1 = 0$	$1 \times 1 = 1$	$1 \div 1 = 1$

3.1 Beispiel: Addition

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +100 \\ \hline = 1101 \end{array}$$

Die Addition kann Stellenweise erfolgen, da wir die Zahlen in **Summanden zerlegen können**:

$$\begin{array}{rcl} 1001 & \rightarrow & 1000+000+00+1 \\ +100 & \rightarrow & 100+00+0 \\ & \rightarrow & 1000+100+00+1 \\ & \rightarrow & 1101 \\ & = & 1101 \end{array}$$

3.2 Beispiel: Division

Die Division durch 0 ist, wie auch beim Dezimalsystem, **nicht** Definiert.

⁶ Khe+hsc+jpe, Grundrechenarten und Logik mit binären Zahlen - Hilfe & Service von EDV-Fachleuten, HSc (2024).

⁷ Die Zahl wird an die nächste Stelle weitergegeben

$$\begin{array}{r}
 1000010 \div 11 = 010110 \\
 \underline{- 0} \\
 100 \\
 \underline{- 11} \\
 10 \\
 \underline{- 0} \\
 100 \\
 \underline{- 11} \\
 11 \\
 \underline{- 11} \\
 00 \\
 \underline{- 0} \\
 0
 \end{array}$$

Im ersten Schritt können wir die 11 nicht durch 1 oder 10 teilen und somit ein 0 schreiben und mit 00 subtrahieren. Damit erhalten wir die zusätzliche Stelle und können nun 11 durch 100 rechnen. Die 11 passt genau 1 mal in die 100. Wir ziehen also 11, schreiben den Rest (1) herunter und fahren wie gewohnt fort.

Darstellung im Computer

Vorstellung nächste Stunde

https://de.wikipedia.org/wiki/IEEE_754

<https://www.cuemath.com/numbers/binary-division/>

<https://www.matheretter.de/wiki/binarzahlen-division>

Bibliographie

- [1] *3.3. Binary and Its Advantages CS160 Reader*, <https://computerscience.chemeketa.edu/cs160Reader/Binary/Binary.html> (2022). ([Online; accessed 12. Aug. 2024])
- [2] *Duales Zahlensystem (Dualzahlen Binär Dualsystem Binärsystem)*, <https://www.elektronik-kompodium.de/sites/dig/0208051.htm> (2024). ([Online; accessed 19. Aug. 2024])
- [3] A. Brzesowsky, *Binäre Codes*, <https://web.archive.org/web/20121124010632/http://www.oszkim.de/mater> (2024). ([Online; accessed 26. Aug. 2024])
- [4] *Binärcode :: binary code :: BC :: ITWissen.info*, <https://web.archive.org/web/20150910180020/http://www.sen.info/definition/lexikon/Binaercode-BC-binary-code.html> (2012). ([Online; accessed 26. Aug. 2024])
- [5] Khe+hsc+jpe, Grundrechenarten und Logik mit binaeren Zahlen - Hilfe & Service von EDV-Fachleuten, *HSc* (2024).