

ABSTAND EINES PUNKTES VON EINER EBENE

EINFUEHRUNG

2024-08-12

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-----------------|----------|
| Aufgaben | 1 |
| 1.1 S. 214 | 1 |
| 1.1.1 Nr. 1 | 1 |
| 1.1.2 A2 | 1 |
| 1.1.3 A4 | 1 |
| 1.1.4 A6 | 2 |
| 1.1.5 A13 | 2 |

Aufgaben

1.1 S. 214

1.1.1 Nr. 1

Bestimmen Sie die Koordinaten des Lotfusspunktes F des Lots durch $A(3|-1|7)$,

$B(6|8|19)$ und $C(-3|-3|-4)$ auf der Ebene $E: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Den Normalenvektor können wir jetzt in die Gleichung einsetzen. Hier setzen wir die Ebenen mit unserer Gerade (Punkt + t * Normalenvektor) gleich, um den Schnittpunkt zu berechnen.

$$r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

Nun müssen nun noch die Ortsvektoren der Punkte in die Gleichung eingeben. Mit dem Wert für t können wir den Ortsvektor des Punktes auf der Ebene berechnen, welcher unserem Ausgangspunkt am nächsten liegt.

$$f = \vec{p} + t \cdot \vec{n}$$

| Punkt | Distanz |
|-------|---------|
| A | 5 |
| B | 25 |
| C | 5 |

1.1.2 A2

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

| Punkt | Distanz zu $E: \vec{x}$ | Distanz zu $E: \vec{y}$ |
|--------------|-------------------------|-------------------------|
| $A(0 2 1)$ | 2 | ≈ 0.41 |
| $B(1 3 5)$ | ≈ 5.13 | ≈ 0.8085 |
| $C(-3 1 -1)$ | ≈ 4.64079 | ≈ 2.45 |

1.1.3 A4

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$P(3|5|7)$$

Distanz = 4.2

1.1.4 A6

| Koordinatenebene Entfernung des Punktes $P(1 -2 -3)$ | |
|--|---|
| x1x2 | 3 |
| x1x3 | 2 |
| x2x3 | 1 |

Die drei Werte des Punktes x_1 , x_2 und x_3 geben so gesehen die Entfernung zu der jeweiligen Koordinatenebene ein. Der Punkt $P(x|y|10)$ ist immer 10 entfernt von der x_1x_2 -Koordinatenebenen.

1.1.5 A13

Idee: Von beliebigen Punkt aus in die Richtung des Normalenvektors und dort Ebene Spannen. Punkt haben wir und auch die Spannung mit der Koordinatengleichung der gegebenen.

$$E : 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 = 6$$

Dies trifft zu für $x_1 = 2.5$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$. Damit können wir anfangen, die Normalenform der Gleichung bestimmen:

$$E : \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Damit können wir eine Ebene aufspannen, welche den selben Normalenvektor hat und so also parallel verläuft. Um einen Abstand von d zu erhalten müssen wir nun nur noch eine Gleichung aufstellen.

Mit dem C.A.S.:

$$\text{solve}(\text{norm}(\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - (\begin{pmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix})) = d, t)$$

Damit ergibt sich $t \approx \pm 0.44$. Und dies können wir in die Parametergleichung mit eingeben.