

1. 计算下面两个  $n \times n$  矩阵的行列式。

$$\begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$$

2. 计算

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -ab & ac & ae \\ bd & -cd & de \\ bf & cf & -ef \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} x^2 & (x+1)^2 & (x+2)^2 & (x+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

3. 令  $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$  为四个关于  $x$  的二次函数，计算

$$\begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) & f_4(x) \\ f_1(b) & f_2(b) & f_3(b) & f_4(b) \\ f_1(c) & f_2(c) & f_3(c) & f_4(c) \\ f_1(d) & f_2(d) & f_3(d) & f_4(d) \end{vmatrix}$$

4. 证明

$$\begin{vmatrix} a_1+b_1 & b_1+c_1 & c_1+a_1 \\ a_2+b_2 & b_2+c_2 & c_2+a_2 \\ a_3+b_3 & b_3+c_3 & c_3+a_3 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

5. 计算

$$\begin{vmatrix} a & & & & b \\ & a & & & b \\ & & c & b & \\ & & b & c & \\ & b & & & a \\ b & & & & a \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$