

数字逻辑设计

张春慨
计算机科学与技术学院
ckzhang@hit.edu.cn

数制和码制（编码）

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
 - BCD码（BCD code）
 - 余3码（Excess-3 code）
 - 格雷码（Gray code）
 - 文字编码

数制——数字的表示

- 十进制数的表示

9 8 7 6 0 5.4 3 2 1

$$D = d_{p-1}d_{p-2} \dots d_1d_0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{-n+1}d_{-n}$$

$$= \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times 10^i$$

- LSB(least significant bit) : 最低有效位 d_{-n}
- MSB(most significant bit): 最高有效位 d_{p-1}

按位计数制

- 任意 r 进制数 R 可表示如下:

$$R = d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0 \cdot d_{-1} d_{-2} \dots d_{-n} = \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$$

- r 是计数制的**基数**（**Base or Radix**）， r^i 为第 i 位的**权**；
- **基数**确定可用数符的**个数**。如十进制的数符为：0——9，个数为10；二进制的数符为：0、1，个数为2
- 逢**基数**进一

十一二转换（整数）

$$R_{10}=d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0$$

$$=d_{p-1}2^{p-1}+d_{p-2}2^{p-2} +\dots +d_12^1 +d_02^0$$

$$=2(d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots +d_12^0) + d_0$$

$$\text{除2得商: } d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots +d_12^0$$

$$= 2(d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots) +d_1$$

除2直到商为0

$$\text{例: } 87=(? \dots\dots ?)_2$$

$$=(1010111)_2$$

		余数	
2	87	1	d_0
2	43	1	d_1
2	21	1	d_2
2	10	0	d_3
2	5	1	d_4
2	2	0	d_5
	1	1	d_6
	0		

十一二转换（小数）

$$R_{10}=0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{-n}$$

$$=d_{-1}2^{-1}+d_{-2}2^{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+1}+d_{-n}2^{-n}$$

$$=2^{-1}(d_{-1}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1})$$

乘2，去掉整数部分

$$\textcolor{red}{d_{-1}}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1}$$

$$=2^{-1}(d_{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+3}+d_{-n}2^{-n+2})$$

乘2，去掉整数部分，直到剩余部分为0

整数

		0.4375	*2
d_{-1}	0	.875	*2
d_{-2}	1	.75	*2
d_{-3}	1	.5	*2
d_{-4}	1	.0	

例：0.375=(? ?)₂

$$=(0.0111)_2$$

二进制与八进制和十六进制之间的转换

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
八进制	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

码制（编码）

- 扑克牌玩法很多，但本质上，就是有限的牌在不同游戏规则下的**组合**而已
- 学号、班号、寝室号等
- 二进制编码
 - BCD码（Binary-Coded Decimal）
 - 余3码（Excess-Three Code）
 - 格雷码（Gray Code）
 - 编法很多，**就是0和1在不同编码规则下的组合而已。**



BCD码 (Binary-Coded Decimal)

- 也叫二——十进制编码，用4位二进制数表示1位十进制数
- 4位二进制码共有 $2^4=16$ 种码组，可以任选10种来表示10个十进制数码
- 每位二进制数都带有权值，根据权值不同，有
 - 8421BCD
 - 2421BCD
 - 4221BCD
 - ...

几种BCD码

十进制	8421 BCD	2421 BCD	4221 BCD	5421 BCD
0	0000	0000 (0000)	0000 (0000)	0000 (0000)
1	0001	0001 (0001)	0001 (0001)	0001 (0001)
2	0010	0010 (1000)	0010 (0100)	0010 (0010)
3	0011	0011 (1001)	0011 (0101)	0011 (0011)
4	0100	0100 (1010)	0110 (1000)	0100 (0100)
5	0101	1011 (0101)	1001 (0111)	1000 (0101)
6	0110	1100 (0110)	1100 (1010)	1001 (0110)
7	0111	1101 (0111)	1101 (1011)	1010 (0111)
8	1000	1110 (1110)	1110 (1110)	1011 (1011)
9	1001	1111 (1111)	1111 (1111)	1100 (1100)

余三码—— 一种无权码

Decimal	8421BCD	Excess-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

- 每一位是无权的
- 8421码+3

格雷码 (Gray Code)

- 由贝尔实验室的Frank Gray在1940年代提出的，1953年获得批准的专利“Pulse Code Communication”，当初是为了通信，后来则常用于模拟—数字转换中。
- 在一组数的编码中，若任意两个相邻的代码只有一位二进制数不同，则称这种编码为格雷码 (Gray Code)
- 另外由于最大数与最小数之间也仅一位数不同，即“首尾相连”，因此又称循环码或反射码。
- 格雷码有多种编码形式——典型格雷码。

典型格雷码 (Gray code)

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

Decimal	Binary	Gray code
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

任何两位相邻编码
只有1位码元不同

卡诺图采用的编码

怎样获得任意给定的二进制数对应的典型格雷码？

1) 算法

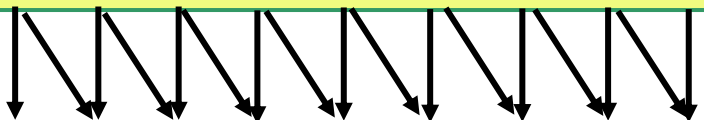
- 复制最高位
- 从最高位开始，俩俩比较相邻位：
 - 二者相同取 0
 - 二者不同取 1
- 转换前后数据的位宽不变

Binary:

1 0 1 1 0 1 1 0 1

Gray Code:

1 1 1 0 1 1 0 1 1

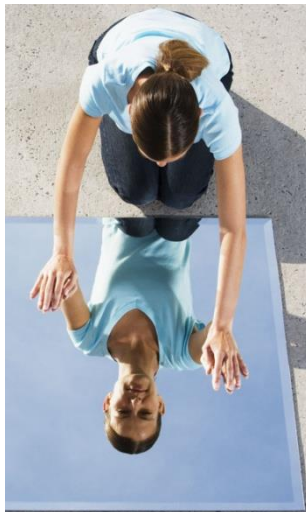


如何写典型格雷码

- 2) 反射法

1位	0
	1

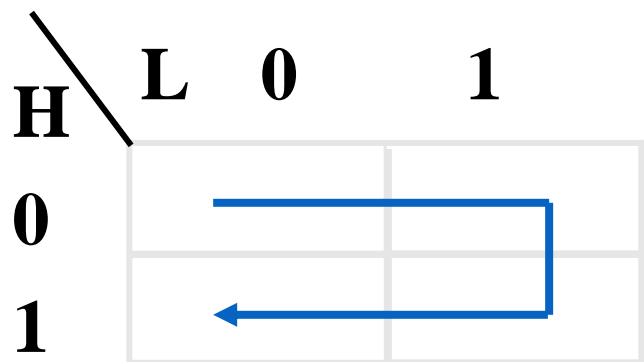
2位	0	0
	0	1
	1	1
	1	0



3位	0	0	0
	0	0	1
	0	1	1
	0	1	0
	1	1	0
	1	1	1
	1	0	1
	1	0	0

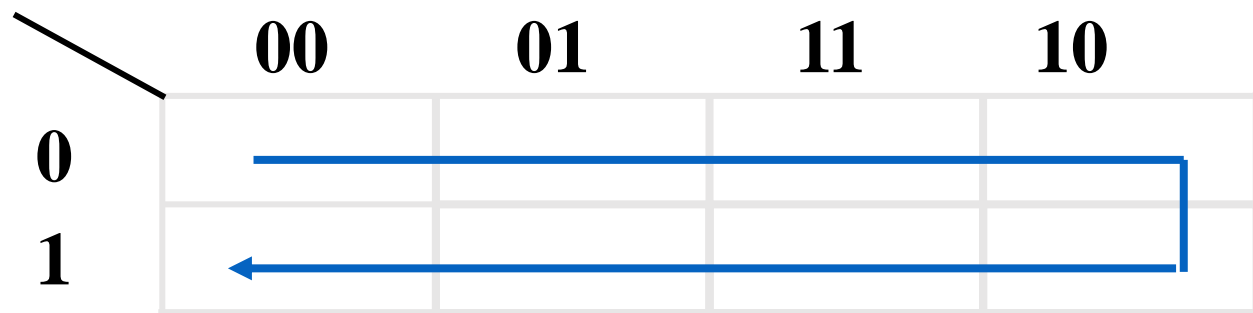
如何写n位典型格雷码

3) 图形法



2位格雷码

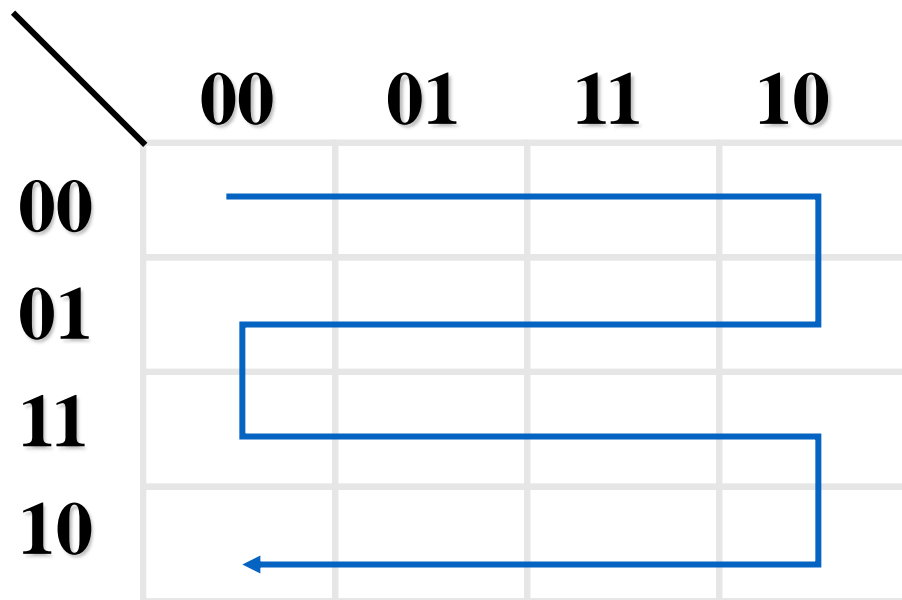
00、01、11、10



3位格雷码

000、001、011、010、
110、111、101、100

如何写n位典型格雷码



4位格雷码

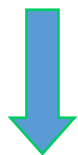
0000、0001、0011、0010、0110、0111、0101、0100、
1100、1101、1111、1110、1010、1011、1001、1000

格雷码的优点

十进制: 3→4

8421BCD

3 0011

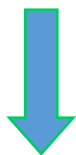


4 0100

3 位码元改变

典型格雷码

0010



0110

1 位码元改变

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

格雷码 —— 连续变化时, 比较可靠

文字编码

- ASCII 编码是最简单的西文编码方案
 - American Standard Code for Information Interchange
 - 8位
- GB2312、GBK、GB18030 是汉字字符编码方案的国家标准
- Unicode 是全球字符编码的国际标准

ASCII码表

ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符
32(20H)	(space)	64(40H)	@	96	`
33	!	65(41H)	A	97(61H)	a
34	"	66	B	98	b
...
48(30H)	0	80	P	112	p
...
57(39H)	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
...
63	?	95	_	127	DEL

数制和编码小结

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
 - BCD码（BCD code）
 - 余3码（Excess-3 code）
 - 格雷码（Gray code）
 - 文字编码：ASCII、Unicode等