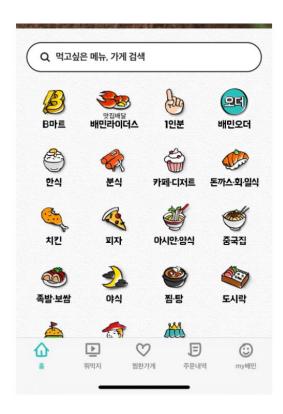
# 2021-2 알고리즘

해시 테이블

한남대학교 컴퓨터공학과







#### SUMMARY: TOP PRIORITY (RANKED 1ST)

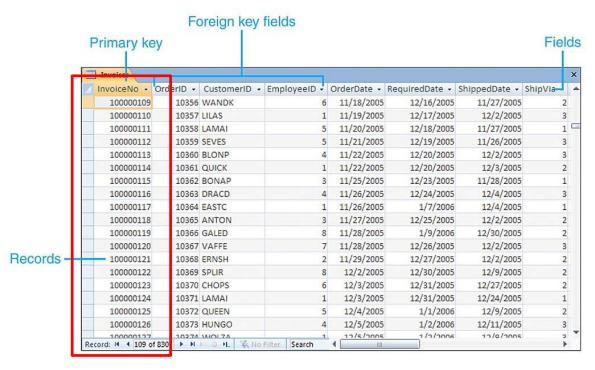
	Manu & N. Res.	Media/ Comm	Svcs	Gov.	Edu	Retail	Banking	Insur	Health- care	Trans- portation
Enhanced customer experience	20%	37%	20%	15%		46%	24%	41%	20%	31%
Process efficiency	27%	11%	15%	23%	42%	8%	3%	11%	40%	38%
New products / new business models	15%	11%	24%		25%	8%	3%	11%	10%	31%
More targeted marketing	15%	21%	19%	8%	8%	31%	21%	15%		
Cost reduction	11%	5%	2%	15%	17%	8%	13%	4%	10%	
Improved risk management	5%		7%	8%	8%		11%		10%	
Regulatory compliance	4%	5%	3%	8%			18%	7%	10%	
Monetize information directly	2%	5%	8%	8%			3%	4%		
Enhanced security capabilities		5%	3%	12%			5%	4%		
n=	55	19*	114	26*	12*	13*	38	27*	10*	13*

<sup>\*</sup>Base < 30; results are directional 0.7014 Garner, Inc. and in a stillation. All option reserved.

- 일상 생활에서의 검색 searching in the real life
  - 검색 키워드keyword → 키워드와 연관성 있는 결과"들"
- 자료 구조에서의 검색 searching in a data structure
  - 일상 생활에서의 검색 문제를 구현하려면
  - DB, 웹, 분산 스토리지 등 다양한 영역에 걸쳐 있어 훨씬 더 어려운 주제

#### • 예시)

- 주문 정보를 DB table에 저장
- 각 레코드record는 **유일한** 키(unique key, primary key)를 가짐
- 입력: primary key, 출력: a reocrd
- Primary key를 저장, 검색하기 위한 자료 구조는?



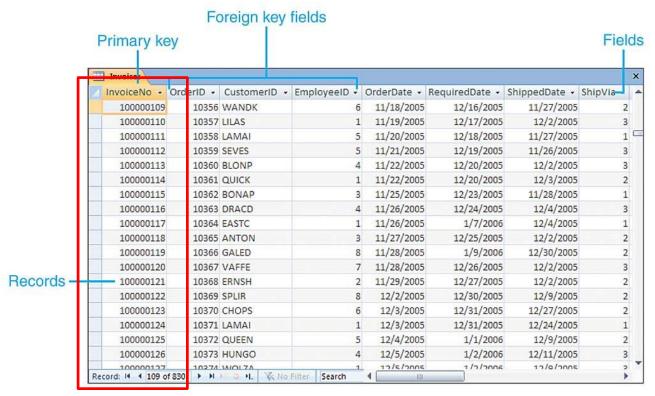
- CRUD
  - Create
  - Read
  - Update
  - Delete
- 9~10장에서 다루는 문제
  - Read (검색) Create, Update 까지 포함
  - Delete (삭제)

#### • 검색 문제

– 입력: a primary key

- 출력: a record

- Primary key를 저장, 검색하기 위한 자료 구조는?



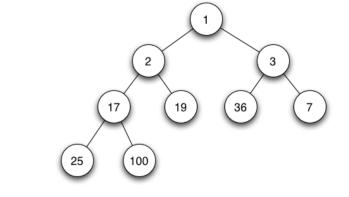
- primary key를 저장하기 위한 선택지들
- case 1: 배열에 입/출력 순서대로 저장 → sequential search
  - Insert: *O*(1)
  - Search: avg. O(n)

0609 0215 0714 • • • 0320

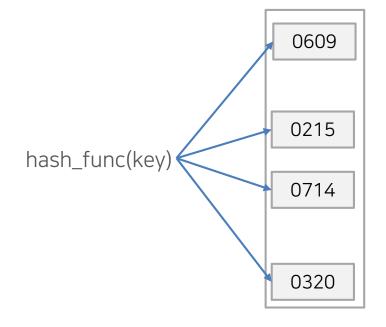
- case 2: sorted array → binary search
  - Search: avg.  $O(\log n)$
  - Insert: O(?)

0215 0320 0609 • • • 0714

- case 3: Heap
  - Insert:  $O(\log n)$
  - Min(Max) Search: O(1)
  - Search: O(?)



- case 4: Hash table
  - Insert: *O*(1)
  - Search: *O*(1)



- 자료 구조를 선택할 때 고민해야할 부분
  - 각 자료구조를 사용할 때의 장점과 단점은?
  - 이 문제에서는 어떤 자료 구조가 더 적합한가?
- 좀 더 일반적인 문제
  - 입력: 검색 조건
  - 출력: 조건에 맞는 레코드들record's'

- 9~10장에서 다루는 문제
  - 입력: 검색 키key
  - 출력: key에 해당되는 레코드record

### 9~10장 구성

- Searching 검색 문제
- Map
- 해시테이블 Hash Table
- · 충돌 Collision
- 충돌 해결 Collision Resolution
- Search Tree
  - (Internal) Binary Search Tree
  - (Internal, Balanced) Red-Black Tree
  - (External) B-tree
  - (Multi-Dimentional) KD-Tree, etc.

### **MAP**

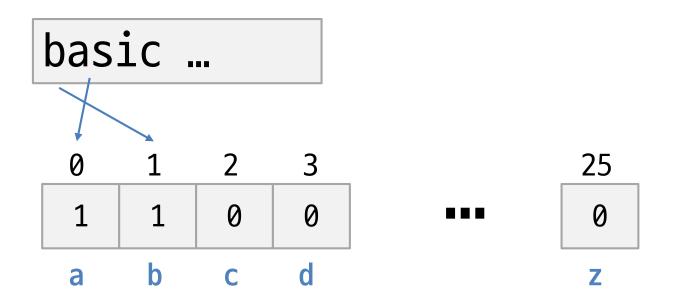
#### • 예시)

- 아래와 같은 문장을 입력 받고, 사용되지 않은 알파벳을 출력
- 소문자만 입력된다고 가정

the basic outfit of traditional inuit clothing consisted of a parka, pants, mittens, inner footwear, and outer boots, historically made from animal hide and fur. the inuit are a group of culturally related indigenous peoples inhabiting the arctic areas of the united states, canada, and greenland.

### Mapping

- 크기 26 배열을 준비, 0으로 초기화
- 'a'  $\cdots$  'z'  $\rightarrow$   $0 \cdots 26$
- 사용된 알파벳에 대해 해당 위치의 값을 1로 바꿔준다.



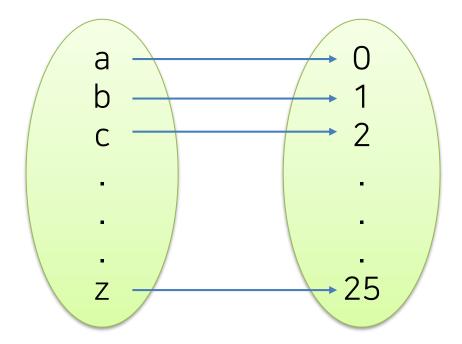
#### Solution in C

```
void print_unused_alphabets(char* str, int length) {
        int used[26] = \{0\};
        for (i = 0;, i < length; i++) {
                if (!('a' <= str[i] && str[i] <= 'z'))
                        continue;
                int ascii = str[i];
                int key = ascii - 'a';
                used[key] = 1;
        for (i = 0; i < 26; i++) {
                char ch = i + 'a';
                if (!used[i]) printf("%c\n", ch);
        }
}
```

# Map, Mapping: 함수Function

```
int ascii = str[i];
int key = ascii - 'a';
```

```
f(char) : \{'a', \dots, 'z'\} \rightarrow \{0, \dots, 25\}
```



1:1 대응 1-to-1 correspondence

- Python: built-in method map()
  - Python의 대표적인 **함수형** 프로그래밍 도구
  - One of the **functional** programming features in Python
- collection의 각 원소에 매핑 함수mapping fuction을 적용
  - 예) 리스트의 각 원소를 3으로 나눈 나머지

```
def div3_func(x):
    return x % 3

data = [1, 2, 3, 4, 5]
print(*map(div3_func, data))
```

1 2 0 1 2

- Python: built-in method map()
  - 예) 앞의 알파벳 문제에서 알파벳을 정수로 변환

```
def map_func(alpha): 알파벳 소문자를 0..25 사이 정수로 매핑하는 함수 ascii = ord(alpha) return ascii - ord('a')

alphabets = [x.isalpha() for x in str] keys = list(map(map_func, alphabets))
```

### 연습문제

- 아래와 같은 리스트(배열)이 주어질 때,
- map()을 사용해서 아래 함수를 매핑해 보자.

$$-y = 2x^2 + 5x - 20$$

1 2	2 3	4	5
-----	-----	---	---

-13 -2 13 32 55

- 참고) map(), filter() 등을 능숙하게 사용하려면 iterator의 개념을 정확히 알고 있어야 함
- https://dojang.io/mod/page/view.php?id=2406

### 연습문제

- N명의 키(cm)가 아래와 같이 주어진다.
- map()을 사용해서 키(m)로 출력해 보자.

179.5 162.0	167.3	191.2	183.5
-------------	-------	-------	-------

1.795 1.620 1.673 1.912 1.835

### **HASH TABLE**

### Map과 HashMap

- Map
  - 종종 Key → Value 형식으로 표현된다.



- HashMap: OOP 언어에서 map을 해시 함수로 구현한 클래스(해시테이블)
  - hash\_map(C++ STL), HashMap(Java, Kotlin), Array(JS, JSON),
     Dictionary(Python)



### 해시 함수와 해시 테이블

### Hash Function

- 입력된 키값을 제한된 공간으로 매핑 Map a key into a restricted value space
- Hash Table, Checksum 등에 사용된다.
- 여러 가지 방법이 있으나 가장 대표적인 것은 나누기 방법과 곱하기 방법이다.
- 원시적인 해시 함수의 예 primitive hash function (example)

hash(key) = key % TABLE\_SIZE

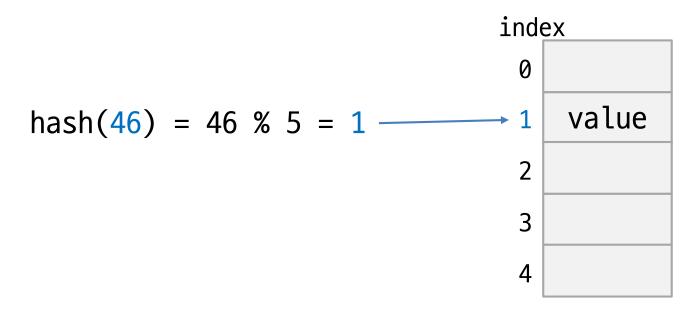
소수prime number

- 해시 함수에 요구되는 특징 A hash func. should be...
  - 입력 원소가 해시 테이블에 고루 저장되어야 한다. even distribution
  - 계산이 간단해야 한다. simple to compute

### 해시 함수와 해시 테이블

### Hash Table

- 원소가 저장될 위치가 그 값에 의해 결정된다.
- 해시 함수 사용
- 원시적인 해시 테이블의 예 primitive hash table (example)



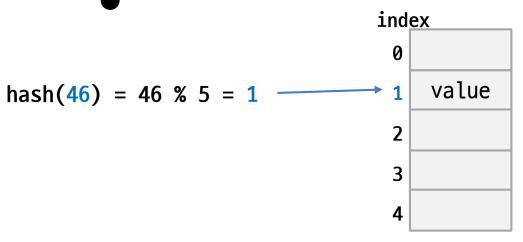
### 크기 13인 해시 테이블에 5 개의 원소가 저장된 예

입력: 25, 13, 16, 15, 7

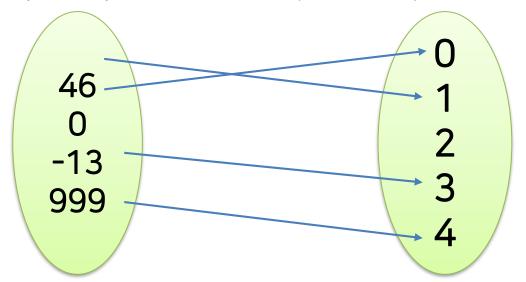
0	13
1	
2	15
3	16
4	
5	
6	
7	7
8	
9	
10	
11	
12	25

해시함수 h(x) = x mod 13

### 해시 함수와 해시 테이블

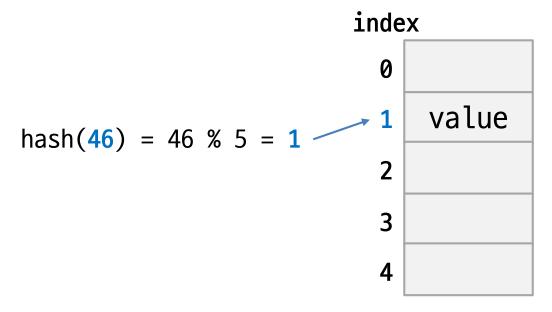


input keys  $\rightarrow$  hash(key)  $\rightarrow$  output values



### 해시 함수와 해시 테이블

- Hash table의 압도적인 장점
  - 평균 상수 시간 검색(삽입, 삭제) avg. *O*(1) search



- (수행시간 관점에서) 단점
  - 다른 자료구조와 비교해서 생각해 보기

### **Dictionary in Python**

- 앞의 알파벳 문제를 해시 테이블(dictionary)로 구현

```
import string
                           used = {'a': False, 'b':, False, ..., 'z': False}
def print_unused_alphabets(inpstr):
    used = {x:False for x in string.ascii_lowercase}
                                    "abcdefg...xyz"
    for ch in inpstr:
        used[ch] = True
    for key in used:
        if not used[key]:
             print(key)
```

### 연습문제

- Python의 집합set은 사전dictionary과 마찬가지로 해시 테이블의 일종이다.
- 앞의 문제를 집합을 사용해서 구현해 보자.
- 달라진 점은 무엇인가?
- set" in python is a sort of hash table as "dictionary".
- Solve the alphabet problem using "set" intead of "dictionary".
- What's the difference?

### 연습문제

#### • 해시 테이블과 순서

- 이전 버전의 python에서는 "삽입한 순서를 기억하는 해시 테이블 "
   OrderedDict 자료 구조가 따로 있었으며, 현재는 dictionary의 기본 기능으로 통합되었다.
- In previous version of Python, "dictionary" was not a ordered data structure.
   Currently, "dictionary" is ordered in the latest version of Python.

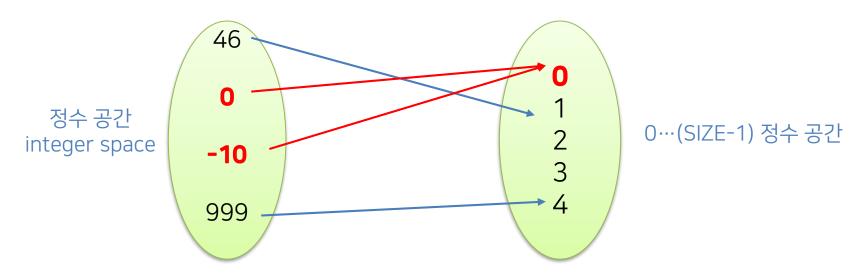
### • 현재 dictionary의 내부 구현이 어떻게 되어 있을지 추정해 보자.

- 해시 테이블에서 값이 삽입된 순서를 기억하기 위해서는 어떤 방법이 필요한가?
- Guess the internal implementation of the current "dictionary".
- What do you need to implement an **ordered** hash table?

### **COLLISION**

### 충돌 Collision

- 해시 테이블의 자체의 문제점
  - -N:1 대응 N-to-1 correspondence



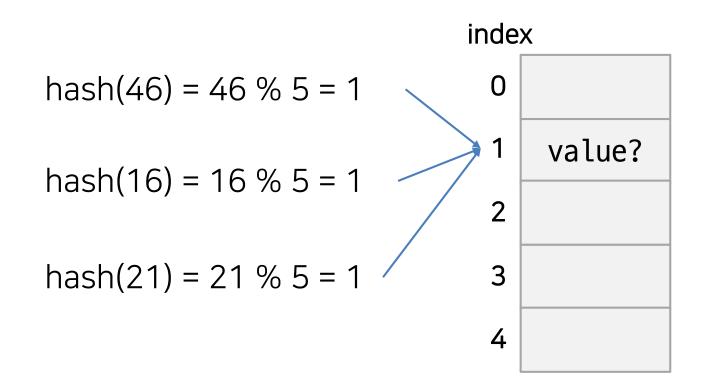
- 비교) 앞의 알파벳 문제는 1:1 대응

['a', 'b', 'c', ..., 'z'] 
$$\longrightarrow$$
 [0, 1, 2, ..., 26] ascii(ch) – ascii('a')

### 충돌 Collision

### · 해시 테이블의 충돌collision

- 서로 키들이 같은 공간slot으로 사상되는 경우
- different keys mapped to a single slot
- 최악의 경우, 테이블 크기보다 더 많은 키가 같은 공간으로 사상될 수도 있음



### 충돌의 예

입력: 25, 13, 16, 15, 7

0	13
1	
2	15
3	16
4	
5	
6	
7	7
8	
9	
10	
11	
12	25

$$h(29) = 29 \mod 13 = 3$$

29를 삽입하려 하자 이미 다른 원소가 차지하고 있다!

해시함수  $h(x) = x \mod 13$ 

### 충돌 Collision

### · 충돌 회피 collision avoidance

- 충돌이 발생할 확률을 낮춘다.
- 1) 신중한 해시 함수 설계 design your hash function carefully
  - 나머지 연산에 소수를 사용 modulo operation prime number
  - 아주 조금 덜 원시적인 해시 함수의 예

```
hash(key) = (key % p1) % p2
```

p1, p2: prime numbers p1 >> p2

- 잘 알려진 해시 함수들 well-known hash functions
  - MD5, SHA-1, SHA-256, …

### 충돌 Collision

### · 충돌 회피 collision avoidance

- 2) Rehashing
  - 적재율이 임계값을 넘으면 더 큰 해시 테이블로 이전
  - load factor > threshold → migrate stored values to a bigger hash table
  - 적재율(load factor): occupied slots / SIZE
    - 검색 효율(충돌 확률)과 밀접한 관련이 있음

value1

value1

value2

적재율 25%

적재율 50%

## 충돌 Collision

## • 충돌 해결 Collision Resolution

- 충돌이 발생했을 때 해시 테이블에 원소를 저장하는 방법

#### ・ 체이닝 Chaining

- 같은 주소로 해싱되는 원소를 모두 하나의 연결 리스트linked list로 관리

#### ・ 개방주소 방법 Open Addressing

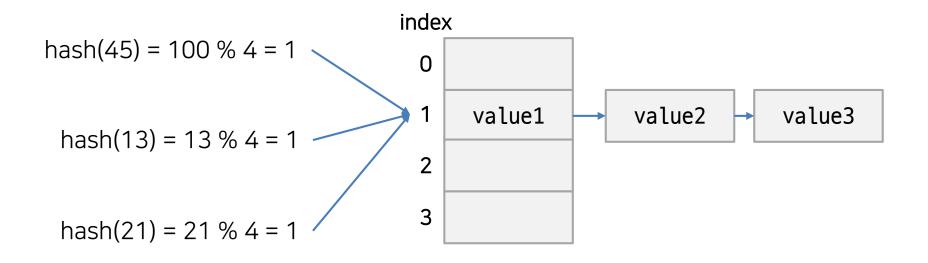
- 충돌이 일어나더라도 어떻게든 주어진 테이블 공간에서 해결
- 추가적인 공간이 필요하지 않다.
- 선형 조사, 이차원 조사, 더블 해싱

# COLLISION RESOLUTION

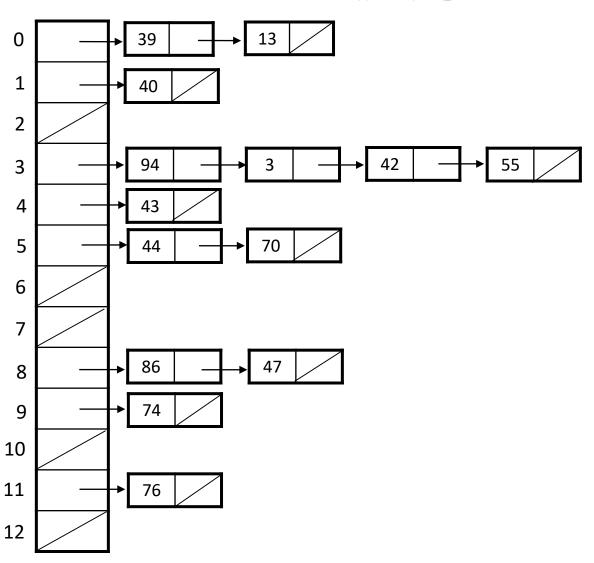
## **Collision Resolution**

#### Chaining

- 가장 무난한 방법
- slot에 연결 리스트linked list를 만들어 저장
- 추가 공간 필요



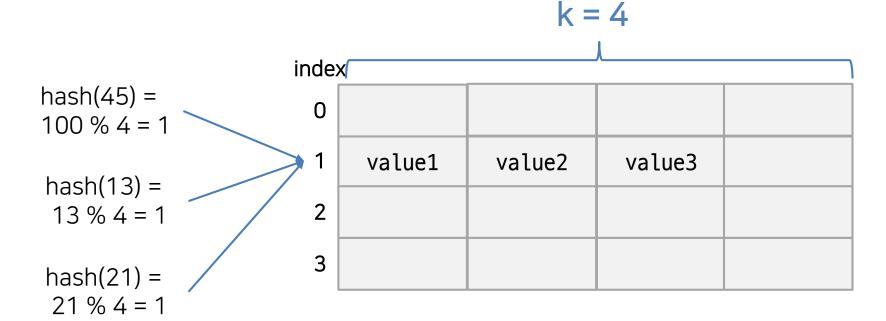
## 체이닝



## **Collision Resolution**

## Chaining (Array Implementation)

- Chaining을 SIZE x k 배열로 구현
- 공간이 부족하면 rehashing
- 연결리스트 구현보다 속도가 빠르지만 공간의 낭비가 심함



## **Collision Resolution**

## · 개방주소 방법 Open Addressing

- 충돌이 발생하면 빈자리가 생길 때까지 해시값을 계속 만들어 낸다.
- $-h_0(x), h_1(x), h_2(x), h_3(x), \cdots$

## • 개방주소 방법 Open Addressing Methods

- 선형 조사 Linear Probing
- 이차원 조사 Quardatic Probing
- 더블 해싱 Double Hashing

## 선형 조사Linear Probing

 $h_i(x) = (h(x) + i) \bmod m$ 

예: 입력 순서 25, 13, 16, 15, 7, 28, 31, 20, 1, 38

		_
0	13	
1		
2	15	
3	16	1
4	28	ľ
5		
6		
7	7	
8		
9		
10		
11		
12	25	

		-
0	13	
1		
2	15	
3	16	
4	28	
5	31	
6		
7	7	1
8	20	V
9		
10		
11		
12	25	

0	13	
1	1	
2	15	1
3	16	
4	28	
5	31	
6	38	•
7	7	
8	20	
9		
10		
11		
12	25	•

 $h_i(x) = (h(x) + i) \bmod 13$ 

#### 선형 조사는 1차군집에 취약하다

1차군집: 특정 영역에 원소가 몰리는 현상

0			
1			
2	15		
3	16		
4	28	-	1차군집의 예
5	31		
6	44		
7			
8			
9			
10			
11	37		
12			

### 이차원 조사Quadratic Probing

$$h_i(x) = (h(x) + c_1 i^2 + c_2 i) \mod m$$

예: 입력 순서 15, 18, 43, 37, 45, 30

0	
1	
2	15
3	
4	43
5	18
6	45
7	
8	30
9	
10	
11	37
12	

index: 
$$4 + 2^2$$

$$h_i(x) = (h(x) + i^2) \mod 13$$

#### 이차원 조사는 2차군집에 취약하다

2차군집: 여러 개의 원소가 동일한 초기 해시 함수값을 갖는 현상

0	
1	
2	15
3	28
4	
5	54
6	41
7	
8	21
9	
10	
11	67
12	

◢ 2차군집의 예

### 더블 해싱Double Hashing

$$h_i(x) = (h(x) + i f(x)) \mod m$$

예: 입력 순서 15, 19, 28, 41, 67

0	
1	
2	15
3	67
4	
5	
6	19
7	
8	28
9	
10	41
11	
12	

$$h_0(15) = h_0(28) = h_0(41) = h_0(67) = 2$$

$$h_1(67) = 3$$

$$h_1(28) = 8$$

$$h_1(28) = 8$$
 $h_1(41) = 10$ 
 $h(x) = x \mod 13$ 
 $f(x) = x \mod 11$ 
 $h_i(x) = (h(x)+i f(x)) \mod 13$ 

### 삭제시 조심할 것

0	13
1	1
2	15
3	16
4	28
5	31
6	38
7	7
8	20
9	
10	
11	
12	25

		Q
0	13	
1		V
2	15	
3	16	
4	28	
5	31	
6	38	
7	7	
8	20	
9		
10		
11		
12	25	•

		Ŋ
0	13	
1	DELETED	K
2	15	K
3	16	K
4	28	K
5	31	アンイン
6	38	V
7	7	
8	20	
9		
10		
11		
12	25	

(a) 원소 1이 삭제된다

(b) 38 검색, 문제발생 (c) 표식을 해두면 문제없다

## 생각해 볼 것

- 적재율이 아주 낮으면 각 조사 방법들이 차이가 많이 나는가?
- 성공적인 검색과 삽입의 관계는?