

Индивидуальное задание РСПН

Романцова Н.В.

Разработка ПО составления расписания работы измерительной системы

Ограничения, накладываемые на постановку задачи. Обоснование независимости пространства поиска

Одной из простейших эвристик, часто применяемых при решении различных задач, является так называемая *жадная* эвристика. В жадном алгоритме производится локально оптимальный выбор в надежде, что он приведет к оптимальному решению глобальной задачи. Условием оптимального решения задачи жадным алгоритмом, в соответствии с теоремой Радо-Эдмондса, является возможность представления ее в виде матроида [20, 21].

Матроидом называют произвольную пару $M=(E, J)$, где E – конечное множество, $J \subseteq p(E)$ семейство, удовлетворяющее условиям:

- $\emptyset \in J$. Множество J непустое. Даже если исходное множество E было пусто — $E = \emptyset$, то J будет состоять из одного элемента — множества, содержащего пустое. $J = \{\{\emptyset\}\}$.

Если $A \in J$ и $B \subseteq A$, то $B \in J$. Любое подмножество любого элемента множества J также будет элементом этого множества.

- Для произвольных $A, B \in J$, таких что $|B|=|A|+1$, существует элемент $e \in B \setminus A$, такой что $A \cup \{e\} \in J$. Если множества A и B принадлежат множеству J , а также известно, что размер A меньше B , то существует какой-нибудь элемент e из B , не принадлежащий A , такое что объединение e и A будет принадлежать множеству J . Говорят, что структура M удовлетворяет свойству замены [20, 21].

Реализация жадного алгоритма:

```
Sort(X)           //сортировка по весу
B ← ∅             // пустое множество
```

for $I \leftarrow 0$ to $|X|-1$

if $B \cup X[i] \in I$ then //если подходит

$B \leftarrow B \cup X[i]$ //то включаем в множество

Для некоторых задач, например, задачи по составлению оптимального расписания *единичных заданий*, о лесе максимального веса, о выборе заявок, жадный алгоритм фактически позволяет найти оптимальное решение. Постановка задачи составления оптимального расписания *единичных заданий*, выполняющихся на одном процессоре [21], имеет ряд общих черт с рассматриваемой в работе задачей составления расписания работы измерительной системы: однопроцессорность; кратность срока выполнения задания и его конечность, принадлежность задач к теории составления расписаний [21, 22]. Также имеются принципиальные различия, которые не позволяют применять способ решения первой задачи ко второй: отсутствие запрета на существование просроченных заданий в первой задаче; периодичность опроса каналов во второй задаче; многомодульность измерительной системы.

В работах [3, 5, 6, 16] было показано, что пространство возможных решений задачи выбора номенклатуры измерительных средств, является матроидом, вследствие этого задачи обеспечения минимального времени измерения в условиях неограниченных аппаратных затрат, минимизации аппаратных затрат, минимизация времени измерения с учетом многоканальности модулей решаются оптимальным образом жадным алгоритмом.

В более трудных случаях жадная эвристика позволяет получать гарантированные оценки точности получаемого с ее помощью решения. Решение жадным алгоритмом гарантирует решения задачи «Покрытие множества» с точностью $(1+m)$, задачи «K-покрытие» с точностью $(1 - e^{-1})$, задачи о «рюкзаке» с точностью 2 [23]. Точность приближенного алгоритма характеризует мультипликативная ошибка, которая показывает, в какое

максимально возможное число раз может отличаться полученное решение от оптимального (по значению заданной целевой функции). Мультипликативная ошибка может быть константой или зависеть от параметров входной задачи.

Выражение для расчета погрешности $R_A(I)$ приближенного алгоритма A решения задачи Π дано в [1, 3, 21, 23], где Π — задача минимизации (соответственно максимизации), а I — произвольная индивидуальная задача из множества индивидуальных задач D_n . Отношение $R_A(I)$ представлено следующим образом:

$$R_A(I) = \frac{A(I)}{OPT(I)}, \quad (\text{соответственно } R_A(I) = \frac{OPT(I)}{A(I)}),$$

где $OPT(I)$ — оптимальное решение задачи по выбранному критерию.

$$R_A = \inf\{r \geq 1 : R_A(I) \leq r, \text{ для всех индивидуальных задач } I \in D_n\}$$

Асимптотическая погрешность приближенного алгоритма A :

$$R_A^\infty = \inf\{r \geq 1 : \text{найдется } N \in \mathbb{Z}^+, \text{ такое, что } R_A(I) \leq r \text{ для всех } I \in D_n, \text{ для которых выполнено соотношение } OPT(I) \geq N\}$$

Таким образом, чтобы определить погрешность жадного алгоритма необходимо найти те начальные условия задачи, при которых алгоритм работает хуже всего, доказать что задание является худшим для ЖА, и рассчитать погрешность по формулам приведенным выше.

В задачах оптимизации ИИС существуют различные способы построения матрицы потенциальных возможностей A . Их организация зависит от выбранного критерия эффективности. Для случаев критерия минимума аппаратных затрат [2,3,4] или освобождения такта синхронизации для предобработки результатов, матрица представляла собой двумерный массив, по столбцам которого располагались сигналы, по строкам — измерительные каналы или модули. В рамках данной задачи, когда необходимо обеспечить минимизацию погрешности датирования [16], по строкам матрицы предлагается разместить ИК (ИМ), а по столбцам — такты синхронизации измерительной части системы. Предполагается, что частота

синхронизации процессора многократно превосходит частоту синхронизации измерительной части системы. Функция штрафа вычисляется по формуле.

$$P = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^J p_{j-1,l} + p_{j,l} \times \frac{f_j}{f_{\max}}}{l_{\max} \sum_{j=1}^J (j-1)}, \quad (1)$$

где f_{\max} – частота сигнала с наиболее жесткой привязкой ко времени, l – такт синхронизации, $p_{j,l}$ вычисляется в соответствии с выражением

$$p_{j,l} = \begin{cases} 1, & \tau_{j,l} = \tau_{j-1,l} \\ 0, & \tau_{j,l} \neq \tau_{j-1,l} \end{cases}, p_{1,l} = 0$$

Правило $p_{1,l} = 0$ означает, что сигнал, запущенный на такте с номером l первым имеет минимальную погрешность датирования и, соответственно, нулевой штраф.

Расписание работы измерительной системы составляется для ИИС, структура которой приведена на рисунке.

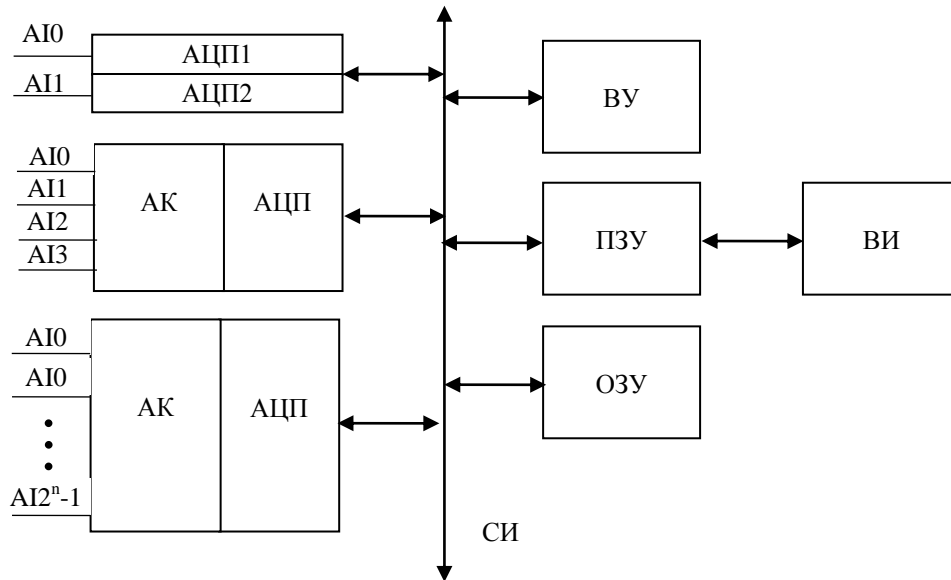


Рисунок 1 – Структура измерительной системы

где AI – аналоговый вход, АК – аналоговый коммутатор, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, ВУ – вычислительное устройство, ПЗУ – постоянное запоминающее устройство, ОЗУ – оперативная память, СИ –

системный интерфейс, ВИ – внешний интерфейс с подсистемой верхнего уровня или оператором.

Множество возможных решений R образовано элементами b , которое представляет собой одномерные битовые массивы, образованные множеством занятых и свободных тактов синхронизации в расписании работы одного измерительного канала. Предположим, что задача в принципе разрешима, т.е. количество занятых тактов в массивах $b_{11} \dots b_{mk}$ не превышает суммы

$$N_t = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k L,$$

где m – количество модулей в итоговой конфигурации системы, k – количество каналов в каждом модуле.

Элементом множества занятости является битовый массив b_s размерности L , элементы которого принимают значение «0» в том случае, если на данном такте синхронизации системы модуль i по каналу j на измерение не запускается и «1», если запускается. При частоте f сигнала, равной максимальной частоте из множества S , канал и модуль заняты полностью, количество единиц в массиве равно L .

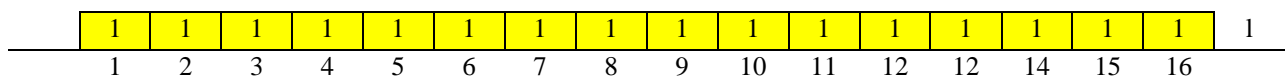


Рисунок 2

При частоте f сигнала вдвое меньшей максимальной частоты сигналов из множества S , канал имеет 50% свободных тактов ($L/2$).

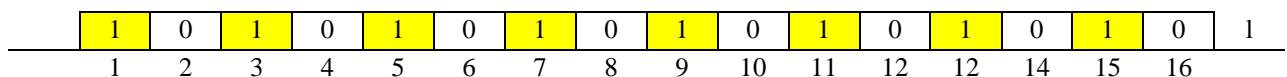


Рисунок 3

И так далее, до сигнала в множестве S с наименьшей частотой. В качестве примера приведем фрагмент таблицы занятости тактов:

модуль / канал	Номер такта															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
M1/K0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M2/K0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
M2/K1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
M3/K0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
M3/K1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
M3/K2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
M3/K3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
M4/K0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
M4/K1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
M4/K2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
M4/K3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
M4/K4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
M4/K5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
M4/K6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
M4/K7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Рисунок 4 – Фрагмент таблицы занятости тактов

Предположим, что в случае, если частоты всех сигналов, количество сигналов с одинаковой частотой и количество входов измерительных модулей кратны степени 2 при условии упорядочения задания по частоте сигналов, а множества возможных решений по возрастанию количества входов модулей, алгоритм направленного поиска находит решение, оптимальное с точки зрения критерия эффективности за полиномиальное время.

Для того, чтобы алгоритм направленного поиска нашел оптимальное решение, необходимо, чтобы пара множеств A и R образовывали матроид [21].

Рассмотрим семейство подмножеств $R \subseteq A$ и функцию, вычисляющую штраф за увеличение погрешности датирования – нормированная функция штрафов P с коэффициентом уменьшения штрафа за задержку измерения сигнала с меньшей частотой опроса [21,24]. Для минимизации значения данного критерия, очевидно, что в первую очередь должны быть введены в расписание наиболее высокочастотные сигналы. Для того, чтобы не исчерпать аппаратный ресурс (множество M), следует выдвинуть требование упорядочения модулей по возрастанию количества входов, таким образом,

высокочастотные сигналы, которые «расходуют измерительный ресурс», занимая все время работы модуля, будут назначены на модули с меньшим количеством входов, и для сигналов с количеством занятых тактов $L/2$, $L/4$, $L/8$... останутся ИМ с большим количеством входов. Собственно говоря, это не противоречит «физическим принципам» – наиболее быстродействующие ИМ как правило, 1 – 2 канальные, с аппаратным дублированием АЦП. На них следует назначать сигналы с частотой $f = F_{\max}$ и $f = F_{\max}/2$.

Сигналы множества S упорядочиваются по уменьшению частоты опроса (уменьшению количества запусков за $T_{\text{и}}$). Действительно, аппаратный ресурс в виде большого количества мультиплексируемых каналов удастся использовать только при измерении сигналов с $f \ll f_{\max}$.

Введем следующие обозначения [6]:

$T_{\text{и}}$ – период эксперимента, причем $T_{\text{и}} = 1/f_{\min}$ – минимальная частота сигнала из множества S (в случае постоянного сигнала частота его опроса принимается минимальной f_{\min} и он измеряется один раз за период эксперимента). f_{\max} – максимальная частота сигнала из множества S . $T_{\min} = 1/f_{\max}$. $N_{\text{и}} = T_{\text{и}}/T_{\min}$ – количество тактов в эксперименте. Для того, чтобы выполнить требование кратности $N_{\text{и}}$ степени «2», возможно следует завязать f_{\max} по сравнению с f_{\max}^3 из задания на измерительный эксперимент. В случае, если частота $f_j^3 > f_{\max}/2^n$, то f_j в множестве S должна быть завышена до ближайшей большей частоты, кратной степени 2, т.е.

$$f_j = f_{\max}/2^{n-1}.$$

Таким образом, частоты опроса из задания на измерительный эксперимент модифицируются в сторону увеличения и строится множество S .

Обозначим сочетанием td дискретную единицу времени эксперимента, а tb – номер начального такта серии измерений. При минимальной частоте опроса $tb \in \{1 \dots N_{\text{и}}\}$. Множество занятых тактов (единиц в битовом массиве b_{mk}^1). При максимальной частоте опроса

количество единиц в битовом массиве занятости канала $n1$ (и модуля) равно $Nи$. При отличии частоты от максимальной $n1j = (Nи \times ff) / fmax$. Номер начального такта в этом случае может принимать значения $tb \in \{1 \dots tdj\}$. $tdj = fmax / fj$. Номера последующих тактов примут значения $tb + l \times tdj$, где l – номер измерения j сигнала, $l \in \{0 \dots n1j - 1\}$. Таким образом для сигнала с частотой ff в два раза меньше $fmax$, это будет последовательность тактов 1, 3, 5, 7... или 2, 4, 6, 8... Битовый массив занятости канала k модуля m при измерении сигнала j заполняется следующим образом:

$$b_{mkj}^1 = \bigcup_{l=0}^{n_j^1-1} \text{sign}(tb + l \times td_j) \quad \text{или}$$

$$b_{mkj}^1 = \bigcup_{l=0}^{n_j^1-1} \text{sign}\left(tb + l \times \frac{f_{\max}}{f_j}\right).$$

Битовый массив занятости модуля m образуется объединением множеств занятых тактов при измерении сигналов, назначенных на этот модуль.

$$b_m^1 = \bigcup_{j \in m} \left(\bigcup_{l=0}^{n_j^1-1} \text{sign}\left(tb_j + l \times \frac{f_{\max}}{f_j}\right) \right).$$

Для того, чтобы доказать возможность применения жадного алгоритма, необходимо проверить выполнение следующих правил [21]:

M1: $\emptyset \in R$ и если $C \in R$ и $D \subseteq C$, то $D \in R$;

M2: $\forall C, D \in R$, таких, что $|D| = |C| + 1$, \exists элемент $b \in D \setminus C$, такой что $C \cup \{b\} \in R$.

Правило M1 введено, чтобы исключить случай $R = \emptyset$. Для того, чтобы выполнялось правило M2 необходимо выполнение следующих условий:

У1: модуль i типа m имеет K входов, причем $K = 2n$;

У2: число сигналов g из S , имеющих $f = fmax/K$ должно быть меньше или равно $n \times K$, причем количество доступных модулей данного типа должно быть не менее $\lceil g/(n \times K) \rceil$;

У3: множество S упорядочивается по невозрастанию частот опроса ff ;

У4: строки матрицы A упорядочиваются по убыванию количества входов ИМ.

Выполнение перечисленных условий обеспечивает выполнение правила М2, что достаточно для того, чтобы A и R образовали матроид и жадный алгоритм [21] нашел оптимальное решение. Фактически выполнение этих требований обеспечивает достаточное количество входов системы для измерения всех сигналов из S , а также неухудшение пространства поиска при расходовании аппаратного ресурса. Назначение сигнала на канал k модуля m не снижает потенциальных возможностей A . Жадный алгоритм находит оптимальное решение, если множество S содержит только сигналы без жесткой привязки ко времени ($\tau = 0$ [6]). Наличие в множестве S сигналов с $\tau \neq 0$, т.е. таких которые распределяются по ИК раньше, чем сигналы, запуск на измерение которых может быть сдвинут на $1 \dots tb$ тактов, приводит к отклонению решения от оптимального. Оценка сверху этого отклонения вычисляется следующим образом:

$$P = \frac{\sum_{j=1}^J \left(n_j^{-1} \times p_j \times \frac{f_j}{f_{\max}} \right)}{l_{\max} \sum_{j=1}^J (j-1)} \quad p_j = \begin{cases} 1, & \tau_j \neq 0 \\ 0, & \tau_j = 0 \end{cases}$$

При подстановке $n_j = (N_{\text{и}} \times f_j) / f_{\max}$ получим:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{\sum_{j=1}^J \left(n_j^1 \times p_j \times \frac{f_j}{f_{\max}} \right)}{l_{\max} \sum_{j=1}^J (j-1)} = \frac{\sum_{j=1}^J \left(\frac{N_{\text{и}} f_j}{f_{\max}} \times p_j \times \frac{f_j}{f_{\max}} \right)}{l_{\max} \sum_{j=1}^J (j-1)} = \\
&= \frac{\sum_{j=1}^J \left(\frac{N_{\text{и}} f_j^2}{f_{\max}^2} \times p_j \right)}{l_{\max} \sum_{j=1}^J (j-1)} \quad p_j = \begin{cases} 1, & \tau_j \neq 0 \\ 0, & \tau_j = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

В данном выражении вторая степень при значениях частот получилась из-за того, что учитывается количество измерений за $T_{\text{и}}$ и снижение штрафа за задержку запуска низкочастотных сигналов.

Таким образом, предложен метод решения задачи составления расписания работы измерительных модулей многоканальной ИИС, доказано, что при этом алгоритмом направленного поиска [24] находится оптимальное или квазиоптимальное решение и рассчитано отклонение этого решения от оптимального.

Алгоритмы составления оптимальных расписаний

Рассмотрим этапы алгоритма составления расписания:

1. Анализ характеристик сигналов S_j .

В первую очередь измерительные сигналы разделяют по физической природе носителя информации. Затем, анализируя векторы параметров сигналов в каждой группе, определяют сигнал с минимальной требуемой частотой измерений $f_{j\min}$, минимальное время, обеспечивающее требование синхронизации по точности $\Delta t_{\text{и}}$ и период проведения измерительного эксперимента $T_{\text{и}} = 1 / f_{j\min}$. Таблица измерительных сигналов упорядочивается в соответствии с частотой опроса ИК и возможностям аппаратных средств. Упорядочивание производится по алгоритмам сортировки, имеющим

логарифмическую вычислительную сложность и дающим хороший результат при большом объеме входных данных.

2. Анализ характеристик ИС.

На данном этапе происходит определение шага дискретизации во времени (синхронизация работы системы) $\Delta\tau \leq \Delta T \leq \Delta t_{\text{И}}$, где $\Delta\tau$ – интервал времени, соответствующий частоте синхронизации системы; ΔT – интервал времени – шаг, принятый при составлении расписания. Шаг ΔT для ИС, имеющих в своем составе многоканальные ИМ, должен быть выбран исходя из условия:

$$\Delta T \geq \max(t_{Mij} + t_{iy}), \quad (3.4)$$

где t_{Mij} – время измерения i -го ИК сигнала j ; t_{iy} – время управления i -го ИК, которое складывается из задания режима работы ИК, пуска, анализа готовности, чтения результата измерения и записи его в массив измерительных данных.

Выполняется проверка возможности измерения всех сигналов при этом, для каждого ИК должно выполняться условие:

$$T \geq \sum_{j \in J_i} (t_{Mij\min} + t_{ij}) \quad (3.5)$$

где J_i – сигналы, которые могут быть измерены измерительным каналом i ; $t_{Mij\min}$ – время измерения i -го ИК, сигнала j , для которого оно является минимальным; t_{iy} – время управления i -го ИК.

Выполняется проверка возможностей контроллера – пропускной возможности информационного канала системы:

$$T \geq \sum_{j=1}^J t_{iy\max}, \quad (3.6)$$

где $t_{iy\max}$ – максимальное время управления ИК системы при измерении сигнала j , которое складывается из промежутков времени задания режима работы ИК, пуска, анализа готовности, чтения результата измерения и записи его в массив измерительных данных.

Если условия (3.4 - 3.6) выполняются и не выполняются условия отсутствия решения задачи, можно приступить к составлению расписания.

3. Построение матрицы потенциальных возможностей.

Матрица потенциальных возможностей строится следующим образом. Столбцы соответствуют перечню сигналов. Строки определяют ИМ, способные измерить хотя бы один из сигналов. Число строк определяется числом ИК, способных участвовать в организации измерительной структуры системы.

Каждый элемент матрицы $P=\{p_{ij}\}$ находится на пересечении столбца, соответствующего j -му сигналу (S_j) и строки, соответствующей i -му ИМ (IM_i). Если IM_i не может измерить сигнал S_j , то $p_{ij} = 0$. Если же вектор параметров IM_i удовлетворяет требованиям вектора параметров S_j , элементу матрицы P присваивается значение $P_{ij} = \{M_i, NM, C_i, V_i\}$, где M_i – номер ИМ в базе измерительных данных; NM – число входов ИМ; C_i – код режима работы ИМ, в котором наилучшим образом удовлетворяются требования к измерению сигнала S_j ; V_i – характеристика ИМ отображающая количество свободных тактов синхронизации [25].

4. Распределение сигналов по ИМ, определение времени измерения и места размещения результата в массиве выходных данных.

Для выполнения этого этапа необходимо произвести назначение измерительного сигнала на вход измерительного канала; определить режим работы измерительного канала; задать время начала измерения и времени выхода на связь с контроллером [2, 5, 6, 16, 17, 242, 5, 6, 16, 17, 24].

При этом формируются таблицы расписания работы контроллера R каждого измерительного канала R_i . Таблица R содержит управляющую информацию для контроллера: какой ИК необходимо включить и в каком режиме или какой ИК необходимо опросить и куда записать результат измерения. Таблица R объединяет результаты составления расписания для контроллера. Распределение начинается с сигналов, имеющих наибольший вес или наименьшее число степеней свободы. Если сигнал распределяется на i -м ИК, необходимо определить время запуска (номер такта синхронизации) ИК на измерение $l_{ij} = \tau_j / \Delta T$; определить время работы ИК в заданном режиме

$\Delta l_{ij} = t_{ijp} / \Delta T$, где Δl_{ij} – число позиций таблицы R_i , которые соответствуют времени работы ИК и не должны быть заняты другими сигналами, т.е. позиции с l_{ij} по $l_{ij} + \Delta l_{ij}$ распределяются на время измерения сигнала j . Если сигнал назначен на измерение на какой-либо ИК, корректируется матрица, отвечающая за занятость ИК, т.е. параметр числа входов ИК k_i во всех элементах, соответствующих этому ИК, уменьшается на единицу [25].

Назначение сигналов S_j на ИК происходит после переупорядочивания ИМ в соответствии с V_i . Такой порядок действий позволяет распределить запуски процедуры измерения на измерительных модулях системы равномерно.

Алгоритм составления расписания работы ИИС при отсутствии в задании косвенных измерений и сигналов с $\tau \neq 0$ (алгоритм 1)

1) Инициализация переменных.

Оператор задает способ формирования заданий, количество заданий, количество ИК в ИМ, периоды опроса каналов T_j , продолжительность измерительного эксперимента. Массив с периодами опроса каналов упорядочивается по не возрастанию. Вычисляется количество тактов синхронизации в кадре измерительного эксперимента. Выявляется минимальный период опроса канала T_{\min} и число тактов занимаемых опросом наиболее высокочастотного сигнала l_{\max} . Инициализируется матрица потенциальных возможностей, представляющая собой массив, элементами которого является структура разнотипных элементов: V_i – весовая характеристика ИМ, отображающая количество свободных тактов синхронизации, вычисляемая как отношение $V_i = \frac{l_{\text{своб}}}{k_{\text{своб}}}$ (вещественный тип данных); $k_{\text{своб}}$ – количество свободных измерительных каналов в ИМ (целочисленный тип данных); $l_{\text{своб}}$ – количество свободных тактов синхронизации на кадр ИЭ для ИМ (целочисленный тип данных); $k_{\text{ис}}$ – количество измерительных каналов в ИМ (целочисленный тип данных); [TF] – вектор занятости тактов синхронизации ИМ (массив булевых

переменных); [Ra] – порядок запуска измерительных каналов (массив целочисленных переменных). Количество элементов в МПВ, соответствует количеству ИМ в ИИС. Массив структур сортируется по первому элементу структуры, причем первым элементом является V_i - весовой коэффициент. Выделяется память под два массива $[P_1]$, $[P_2]$ значений функции штрафа, рассчитанных по формулам критериев эффективности, в виде функций штрафов. Инициализируется номер такта синхронизации $l_{ij} = 0$, номер ИМ $M = 0$ на которые назначают сигнал, а также $l_{ij} = 0$, $M = 0$.

- 2) Разница между четвертым и третьим элементами структуры нулевого члена МПВ определяет номер первого свободного ИК в ИМ $k_i = k_{i\text{ис}} - k_{i\text{своб}}$, на который будет назначен сигнал.

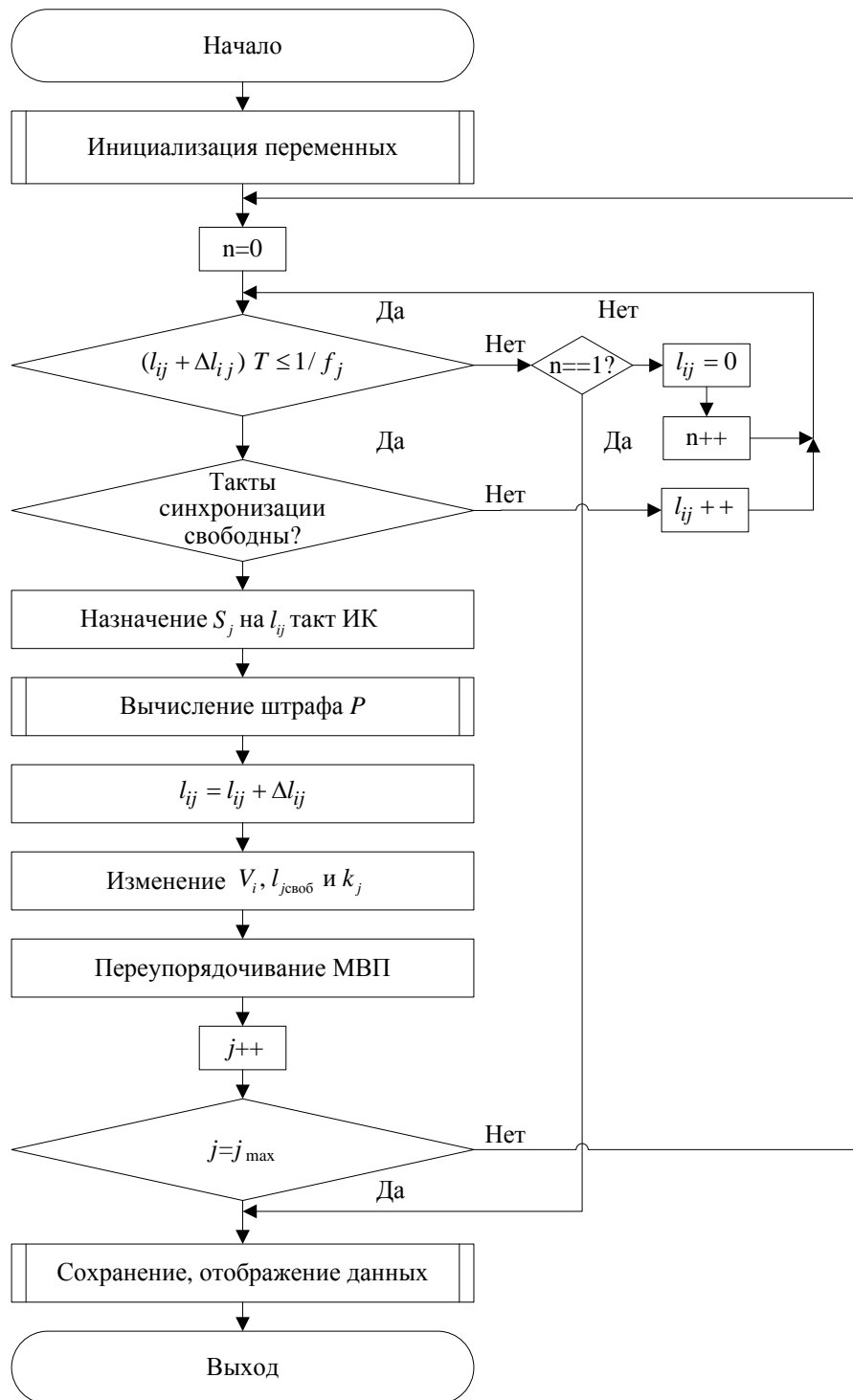


Рисунок 5 – Алгоритм составления расписания

- 3) Проверка на соблюдение неравенства $(l_{ij} + \Delta l_{ij}) \cdot \Delta T \leq 1 / f_j$. Если неравенство дает значение истина, программа выполняет следующий блок инструкций. При ложном значении выражения переменная l_{ij} обращается в 0, счетчик n инкрементируется программа переходит к выполнению блока инструкций. Счетчик введен для исключения ситуации закливания и при достижении значения $n = 2$, программа

завершает выполнение работы, не составив расписание работы ИИС. Такой результат работы алгоритма решения задачи, предполагает изменение задания на измерительный эксперимент.

- 4) Проверка занятости такта l_{ij} осуществляется просмотром соответствующего элемента вектора занятости тактов синхронизации ИМ [TF]. Если на l_{ij} -й такт синхронизации был занят на предыдущих шагах выполнения программы, значение l_{ij} увеличивается на единицу, выполняется блок программы 3. В случае если l_{ij} -й такт синхронизации оказался свободным выполнение программы продолжается с блока 5.
- 5) Назначение j -го задания приводит к уменьшению количества свободных тактов синхронизации ИМ на число $\sim \frac{T_j}{l}$, где l – количество тактов синхронизации в кадре измерительного эксперимента. Элементы вектора занятости тактов синхронизации ИМ [TF] начиная l_{ij} -го такта и через период $\sim \frac{T_j}{l}$ изменяют свое значение на соответствующее занятому такту (TRUE).
- 6) Определяется количество свободных тактов $l_{\text{своб}}$, количество свободных каналов ИМ $k_{\text{своб}}$, вычисляется новое значение весовой характеристики ИМ V_i и заносятся в МПВ. Значение l_{ij} изменяется на $l_{ij} + \Delta l_{ij}$.
- 7) Вычисляется значение функции штрафа P_1 и P_2 .

Описание алгоритма вычисления значений функций штрафа для j -го назначения:

От $l = 0$ до $(l_{\text{max}} - 1)$ делай:

Если $[TF]_l == \text{TRUE}$, тогда:

Если $[\text{bit}]_l == \text{TRUE}$, тогда:

$$[p_1]_l = [p_1]_l + 1;$$

$$[p_2]_l = [p_2]_l + \frac{T_{\text{min}}}{T_j};$$

иначе $[\text{bit}]_l = \text{TRUE}$;

$$l = l + 1$$

От $j = 0$ до $(J - 1)$ делай:

$sum = sum + 1;$

$j = j + 1$

$$P_1 = \frac{\sum_l p_5}{l_{\max} \cdot sum};$$

$$P_2 = \frac{\sum_l p_6}{l_{\max} \cdot sum}.$$

- 8) Пересортировка МПВ по невозрастанию весовой функции V_i . Сортировка происходит путем перемещения лишь одного элемента МПВ, чьи характеристики были изменены в течение текущей итерации цикла.
- 9) Инкрементирование индекса j элемента массива сигналов .
- 10) Проверка условия завершения цикла $j == j_{\max}$. В случае истинности выражения программа переходит к следующему блоку инструкций, иначе выполняется блок 2.
- 11) Построение, представление и сохранение таблиц расписания, запись данных о штрафах p_1 , p_2 , P_1 и P_2 .
- 12) Завершение работы программы.

Алгоритм составления расписания работы ИИС при наличии в задании сигналов с $\tau=0$, $\tau \neq 0$ и отсутствием косвенных измерений (2).

Bit_l – бит занятости ИК для l -го такта,

$[TF]_l$ – бит занятости ИМ для l -го такта, $B_l = \bigcap Bit_l$,

- 1) Инициализация переменных.

Основное отличие данного блока алгоритма (2) от одноименного блока алгоритма (1) содержится в способе упорядочивания заданий. Преимуществом обладают задания с $\tau \neq 0$, которые сортируются по невозрастанию первого элемента МПВ, первым элементом является V_i - весовой коэффициент. Количество заданий с $\tau \neq 0$ подсчитывается при упорядочивании и именуется $N_{\tau \neq 0}$. Задания с $\tau = 0$ следуют в МПВ за заданиями с $\tau \neq 0$. Задания с $\tau = 0$ также упорядочиваются по невозрастанию весового коэффициента V_i . Дополнительно объявляются следующие

переменные: $[GB]$ – вектор занятости тактов МПВ, где GB_l – бит занятости МПВ для l -го такта и $GB_l = \cap [TF]_l$; NTZ – число запусков ИК за время измерительного эксперимента; NT – число тактов в периоде опроса ИК; m – номер ИМ. $[GB]$, NTZ , NT и m инициализируются нулями.

2) Проверка на незанятость такта синхронизации МПВ.

Номер такта первого запуска ИК, на который назначено задание с $\tau \neq 0$, должен соответствовать значению τ , поэтому необходимо выполнять проверку на существования ИМ со свободными тактами $\tau \dots \tau + \Delta l_{ij}$. При отсутствии свободных тактов с номерами $\tau \dots \tau + \Delta l_{ij}$, в случае если существует возможность уменьшения в два раза такта синхронизации расписания измерительной системы $\Delta t_w/2$, параметры задания на измерительный эксперимент подлежат изменению (2б) в соответствии с новым значением такта синхронизации ИС, иначе продолжение процесса составления расписания невозможно до коррекции задания на измерительный эксперимент (2в).

3) Поиск первого ИМ в МПВ с незанятыми тактами синхронизации под номерами $\tau \dots \tau + \Delta l_{ij}$, путем перебора от ИМ с максимальным значением весового коэффициента V_i к ИМ с минимальным значением V_i .

4) Назначение j -го задания на ИК. Назначение приводит к уменьшению количества свободных тактов синхронизации ИМ на число $\sim \frac{T_j}{l}$, где l – количество тактов синхронизации в кадре измерительного эксперимента. Элементы вектора занятости тактов синхронизации ИМ $[TF]$ начиная с такта под номером τ_j и через период $\sim \frac{T_j}{l}$ изменяют свое значение на соответствующее занятому такту (TRUE).

5) Вычисляется значение функции штрафа P_1 и P_2 (выполняется аналогично пункту 7 описания алгоритма 1).

6) Определяется количество свободных тактов $l_{\text{своб}}$, количество свободных каналов ИМ $k_{\text{своб}}$, вычисляется новое значение весовой

характеристики ИМ V_i , пересчитывается значение вектора занятости тактов МПВ [GB]. Вычисленные значения заносятся в МПВ.

- 7) Переупорядочивание МПВ по не возрастанию значения весовой характеристики ИМ V_i .
- 8) Инкрементирование индекса j элемента массива сигналов.
- 9) Проверка условия завершения цикла $j == N_{tay}$, или другими словами: все ли задания с $\tau \neq 0$ назначены на ИК. В случае истинности выражения программа переходит к следующему блоку инструкций, иначе выполняется блок 2.

Описанная ниже часть алгоритма выполняет назначения заданий с $\tau = 0$ на ИК. Основное отличие от действий, приведенных в алгоритме 1, заключено в необходимости для каждого задания выполнять проверки на занятость тактов синхронизации на всем периоде измерения $T_{и}$, а также выбирать на данном шаге такт с наименьшим значением функции штрафа.

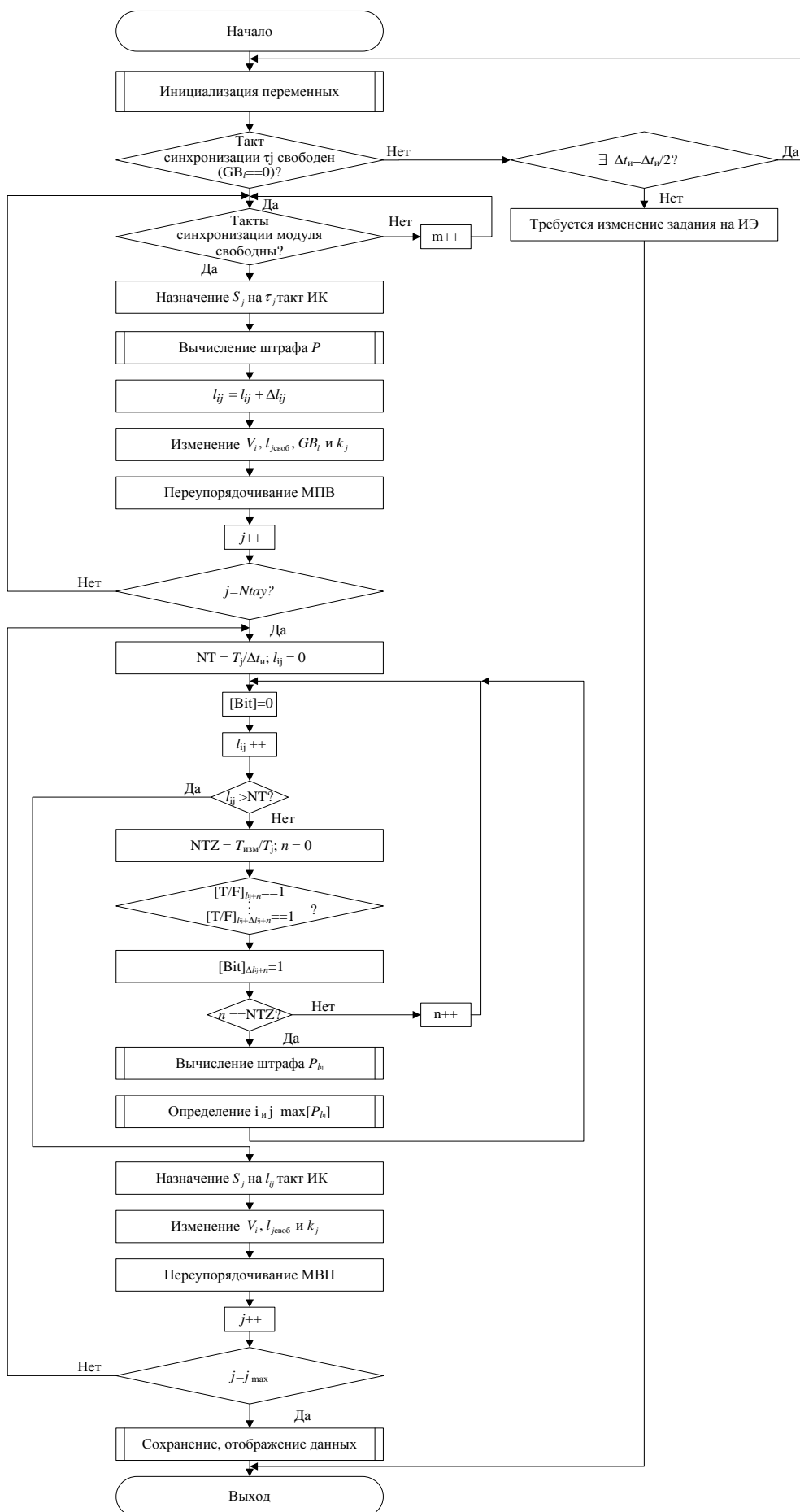


Рисунок 6 – Алгоритм составления расписания

Вычислительная сложность. Вычислительная сложность – число шагов, выполняемых алгоритмом в худшем случае как функция размерности задачи, представленной входными данными [21]. Определенная таким образом сложность является временной сложностью. Можно считать размерностью задачи составления расписания измерительного эксперимента число измерительных каналов $|K|$ и число измерительных сигналов $|S|$, тогда вычислительной сложностью является функция двух переменных $f(n, m)$, равная наибольшему числу шагов, выполняемому алгоритмом для ИС с n – измерительными каналами и заданием на измерительный эксперимент, включающий в себя m – сигналов. Шагами алгоритма называют выполнение таких операций, как арифметические операции, условные переходы, операции косвенной переадресации и т.д. Таким образом, вычислительная сложность зависит от программной реализации алгоритма, поэтому в дальнейшем будем говорить об асимптотической вычислительной сложности.

Рассмотрим случай, при котором любой сигнал из S может быть назначен на любой ИК из K , в этом случае число всех однозначных функций $f: S \rightarrow K$ равно:

$$O(p)_{\text{п}} = nN_1 * (n - 1)N_2 * (n - 2)N_3 * \dots * (n - i + 1)N_i * \dots * (n - m + 1)N_m = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{j=1}^m N_j, \quad (3.7)$$

где $N_j = T_{\text{и}} f_j$ – возможное увеличение фазового сдвига начального измерения для j -го измерительного сигнала.

Вычислительная сложность алгоритма, блок-схема которого изображена на рисунке, имеет вычислительную сложность равную:

$$O(p) = m \log m + n \log n + mn + \sum_{j=1}^m N_j, \quad (3.8)$$

Таким образом, алгоритм имеет полиномиальную вычислительную сложность (3.8) и позволяет сократить время подготовки измерительного эксперимента.

Проведение экспериментальных исследований

Проверка работоспособности программно-алгоритмического обеспечения

В качестве теоретической задачи для проверки предложенного метода решения задачи составления расписания работы измерительной системы рассматривается ряд тестовых заданий, для которых оптимальное решение известно. Работа программного средства оценивается по величине функции штрафов, рассчитанного по формуле (1) для каждого $\{S_j\}$.

Пример №1: Заданы сигналы $\{S_j\}$ с частотами опроса измерительных каналов $\{f_1=f_{\max}, f_2=f_{\max}/2, f_3=f_{\max}/2, f_4=f_{\max}/4, f_5=f_{\max}/4, f_6=f_{\max}/4, f_7=f_{\max}/4, f_8=f_{\max}/8, f_9=f_{\max}/8, f_{10}=f_{\max}/8, f_{11}=f_{\max}/8, f_{12}=f_{\max}/8, f_{13}=f_{\max}/8, f_{14}=f_{\max}/8, f_{15}=f_{\max}/8, f_{16}=f_{\max}/16, f_{17}=f_{\max}/16, f_{18}=f_{\max}/16, f_{19}=f_{\max}/16, f_{20}=f_{\max}/16, f_{21}=f_{\max}/16, f_{22}=f_{\max}/16, f_{23}=f_{\max}/16, f_{24}=f_{\max}/16, f_{25}=f_{\max}/16, f_{26}=f_{\max}/16, f_{27}=f_{\max}/16, f_{28}=f_{\max}/16, f_{29}=f_{\max}/16, f_{30}=f_{\max}/16, f_{31}=f_{\max}/16\}$, измерительная система включает 6 измерительных модулей, 1 – одноканальный, один – 2-канальный, один – 4-канальный и три – 8-канальных. Расписание работы ИС представлено в таблице 1.

Таблица 1.

№ канала	Номер такта																ИМ	Штраф
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0,000000
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0		0,000538
2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1		0,000538
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0		0,000269
2	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0		0,000269
3	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0		0,000269
4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1		0,000269
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		0,000134
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		0,000134
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0		0,000134
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		0,000134
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0,000134
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		0,000134
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0		0,000134
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1		0,000134
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		0,000067
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0		0,000067
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		0,000067
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0,000067
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		0,000067
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		0,000067
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		0,000067
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000067
465	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		0,004301

Пример №2: Заданы сигналы $\{S_j\}$ с частотами опроса измерительных каналов $\{f_1=f_{\max}, f_2=f_{\max}/2, f_3=f_{\max}/4, f_4=f_{\max}/4, f_5=f_{\max}/4, f_6=f_{\max}/8, f_7=f_{\max}/8, f_8=f_{\max}/8, f_9=f_{\max}/8, f_{10}=f_{\max}/8, f_{11}=f_{\max}/8, f_{12}=f_{\max}/8, f_{13}=f_{\max}/16, f_{14}=f_{\max}/16, f_{15}=f_{\max}/16, f_{16}=f_{\max}/16, f_{17}=f_{\max}/16, f_{18}=f_{\max}/16, f_{19}=f_{\max}/16, f_{20}=f_{\max}/16, f_{21}=f_{\max}/16, f_{22}=f_{\max}/16, f_{23}=f_{\max}/16, f_{24}=f_{\max}/16, f_{25}=f_{\max}/16, f_{26}=f_{\max}/16, f_{27}=f_{\max}/16, f_{28}=f_{\max}/16\}$,

измерительная система включает 6 измерительных модулей, 1 – одноканальный, один – 2-канальный, один – 4-канальный и три – 8-канальных. Расписание работы ИС представлено в таблице 2.

Таблица 2.

№ канала	Номер такта																ИМ	Штраф
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0,000000
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0		0,000661
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000000
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0		0,000165
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0		0,000331
3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1		0,000165
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000000
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		0,000083
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		0,000083
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		0,000083
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0,000083
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		0,000083
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0		0,000165
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1		0,000083
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000000
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000083
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		0,000041
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		0,000041
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0		0,000041
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0		0,000041
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0,000041
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		0,000041
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		0,000083
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		0,000041
465	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	5	4		0,002728

Список литературы

1. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. / М. Гэри., Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982.– 466 с.
2. Gens, G.V. Approximation algorithms for certain universal problems in scheduling theory / Gens G.V., Levner E.V. // Engineering Cybernetics 1978. – Vol. 16 – с. 31–36.
3. Алексеев, В. В. Основы структурного проектирования измерительно-вычислительных систем. / В. В. Алексеев, П. Г. Королев, Н. С. Овчинников, Е. А. Чернявский.– СПб.: Энергоатомиздат, 1999.– 110 с.
4. Виттих, В. А. Оптимизация бортовых систем сбора и обработки данных / В. А. Виттих, А. Ц. Цыбатов ; под. ред. Л. П. Ярославского. – М.: Наука, 1985. – 176 с.
5. Королев, П.Г. Применение задач теории расписаний для проектирования измерительных систем / П.Г. Королев // Известия ЭТИ, вып. 469 с.36-40.– С.Пб.: СПбГЭТУ 1994.
6. Алексеев, В.В. Оптимизация режимов и составление расписания работы модулей измерительной системы / Алексеев В.В., Королев П.Г. // Санкт-Петербургск. электротехн. ун-т. СПб.: 1993. – 25 с. Деп в Информприбор 10.08.93, N5132-пр.93.
7. Шнитман В. Информационно-аналитические материалы Центра Информационных Технологий.: Современные высокопроизводительные компьютеры. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.citforum.ru/hardware/svk/contents.shtml>, свободный.
8. Авдеев, Б.Я. Некоторые оценки производительности вычислительных средств для ИИС реального времени/ Б.Я. Авдеев, К.О. Комшилова // Вестн. метрологич. академии. – СПб., 2006 – Вып.17. – С.78-83
9. Воеводин, В.В. Параллельные вычисления / Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608с.

10. FUJITSU Supercomputer PRIMEHPC FX10. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.fujitsu.com/global/services/solutions/tc/hpc/products/primehpc/>, свободный.
11. Top 500 the List. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.top500.org/lists/2012/11/>, свободный.
12. Суперкомпьютеры Top 50: Текущий рейтинг. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://top50.supercomputers.ru/?page=rating>, свободный.
13. Intel: Processors: Active Products. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.intel.com/p/en_US/support/processors, свободный.
14. AMD: Процессоры : Процессоры для настольных ПК. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.amd.com/>, свободный.
15. Intel: Developer Zone: Intel® Math Kernel Library – LINPACK Download. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://software.intel.com/en-us/articles/intel-math-kernel-library-linpack-download/>, свободный.
16. Алексеев, В. В. Задача составления расписания многоканальных средств измерений с автоматической коррекцией. Критерии эффективности / В. В. Алексеев, А. М. Боронахин, Е. Ю. Закемовская, П. Г. Королёв, Н. В. Романцова // Приборы. 2011. № 7. С. 45-49.
17. Алексеев, В.В. Измерительно-вычислительные системы./ В.В.Алексеев, Б.Г.Комаров, П.Г.Королев. – СПб.: СПбГЭТУ, 2008. – 140 с.
18. Цукерман, В.А. Источники коротковолновых рентгеновских вспышек для исследования быстропротекающих процессов./ В. А. Цукерман, М. А. Манакова// ЭТФ. 1957, т.27, вып.2, с.391-403.
19. Златин, Н.А.Физика быстропротекающих процессов / Перевод под ред. Златина Н. А. – М.: Мир, 1971, том I, с. 519
20. 100-гигабитный Ethernet. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.tssonline.ru/articles2/fix-op/100gigabitnii-ethernet>, свободный.
21. Липский, В. Комбинаторика для программистов. / В. Липский. – М.:Мир, 1988. – 213 с.

22. Кормен, Т. Алгоритмы. Построение и анализ. / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн. – М.: Вильямс, 2005. – 1296с.
23. Кузюрин, Н. Н. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений. / Н. Н. Кузюрин С. А. Фомин. – М.: МФТИ, 2007.– 326 с.
24. Грубо, Е.О. Алгоритм неполного перебора составления расписания работы измерительной системы. / Е.О. Грубо, П.Г. Королев, Н.В. Романцова, А.В. Утушкина.// СПб., Известия СПбГЭТУ, №2/2013 с. 66 – 71.
25. Романцова, Н. В. Разработка алгоритмов перераспределения ресурсов в измерительно-вычислительных системах. / Н.В. Романцова. // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: Сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф., Пенза, 19–22 апр. 2011. / Пенз. гос. унив. Пенза, 2011. Т.1. С. 132-135