

大気放射の基礎

–Liou 著 藤枝・深堀訳 (2014) の講読–

北海道大学理学部 人見祥磨

令和 2 年 2 月 4 日

放射伝達方程式の基礎

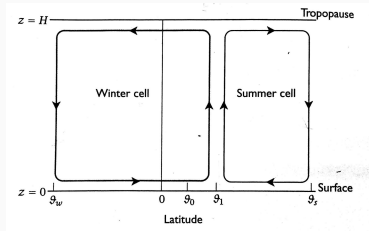
スペクトル線の広がり

大気の大気熱赤外放射伝達

相関 k 分布法

まとめ

- ゼミでハドレー循環を学んだ
- 赤道域で大気が加熱されることでハドレー循環が起る
- どのようなハドレー循環が起こるか計算をしたい
- そのために、大気の温度分布を知りたい
- 放射に関する基本的な事項の知識の確認
- 放射に関して、観測なども含めて、基礎事項を解説している Liou の教科書を読むことにした
 - 大気放射学 ―衛星リモートセンシングと気候問題へのアプローチ―
K.N.Liou (著) 藤枝 鋼、深堀 正志 (翻訳)
共立出版 (2014) 672 ページ



Vallis (2018) より

放射伝達方程式の基礎

放射とは電磁波のことで、大気中のエネルギー輸送を担う重要な過程である。したがって、大気の温度分布を知るために、大気がどのように加熱されるかを知るためには、放射がどこで吸収され射出されるかを考えなければならない。

そのために、放射が伝達する際、どのように増減するかを記述する放射伝達方程式を導く。

放射伝達方程式

単色の放射強度 I_λ を面積 dA を横切り、 dA の法線からなす角 θ の方向にある微小立体角 $d\Omega$ から入射する、ある波長区間 $\lambda \sim \lambda + d\lambda$ における、微小時間 dt の間の微小放射エネルギー量 dE_λ で定義する。

$$I_\lambda = \frac{dE_\lambda}{\cos[\theta] dA d\Omega d\lambda dt}$$

放射伝達強度の変化 dI_λ を物質との相互作用による減少 dI_λ^d と、射出と多重散乱による増加 dI_λ^s に分けて考える

$$dI_\lambda = dI_\lambda^d + dI_\lambda^s$$

放射伝達方程式

- dI_{λ}^d について、放射の伝搬方向に厚さ ds で密度 ρ の媒質を横切った後に、放射強度が減少したとする

$$dI_{\lambda}^d = -k_{\lambda}\rho I_{\lambda} ds$$

k_{λ} は吸収係数と呼ばれる

- dI_{λ}^s について、放射源係数 j_{λ} を導入して次の式で表されるとする。

$$dI_{\lambda}^s = j_{\lambda}\rho ds$$

以上の式より、 $dI_{\lambda} = dI_{\lambda}^d + dI_{\lambda}^s = -k_{\lambda}\rho I_{\lambda} ds + j_{\lambda}\rho ds$

式のかたちを揃えるために放射源関数 $J_{\lambda} \equiv j_{\lambda}/k_{\lambda}$ を導入すると、

$$\frac{dI_{\lambda}}{k_{\lambda}\rho ds} = -I_{\lambda} + J_{\lambda} \quad \text{.....放射伝達方程式}$$

スペクトル線の広がり

k_λ は媒質がどれだけのエネルギーを吸収するかを表すパラメーターである。

単色の放射は現実には観測されない。単色の放射は原子や分子への外部からの影響と、射出の際のエネルギー損失といった相互作用のため、エネルギー遷移する間にエネルギー準位が僅かに変化し、非単色となり、有限の幅を持つスペクトル線となる。

スペクトル線の広がり、 k_λ の関係について記述する。

ローレンツ線形

ローレンツ線形 気体分子の衝突によって広げられた線形

ドップラー線形 ドップラー効果によって広げられた線形

ローレンツ線形を表す式

$$k_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} = Sf[\nu - \nu_0]$$

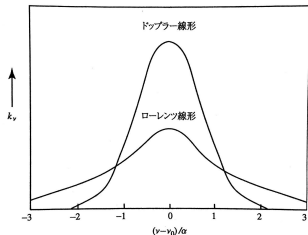


図 1.11 同じ吸収線強度と吸収線の幅を持ったローレンツ線形とドップラー線形。

Liou (2014) より

k_ν : 吸収係数 ; ν_0 : 理想的な単色の吸収線の波数;

f : 形状因子 (shape factor); $S = \int_{-\infty}^{\infty} k_\nu d\nu$: 線強度

$\alpha = \alpha_0(p/p_0)(T_0/T)^n$: 吸収線の半値半幅

大気の熱赤外放射伝達

放射伝達方程式

$$-\frac{1}{k_{\nu}\rho_a} \frac{dI_{\nu}}{ds} = I_{\nu} - J_{\nu}$$

を解いて、大気の放射フラックス密度を形式的に得る。ここでは、平行平面大気を仮定し、大気のパラメーターと放射強度は鉛直方向にしか変化しないと仮定する。

スペクトル線は広がるので、大気の放射フラックス密度を得るためには、波数空間にわたって積分をしなければならない。

放射束の放射強度: I_{ν} ; 吸収係数: k_{ν} ; 吸収気体の密度: ρ_a ; 光路長: s ; 放射源関数: J_{ν}

放射強度は天頂角と鉛直位置のみの関数

プランク放射強度 $B_v[z] = B_v[T[z]]$ を放射源関数とする

$$-\mu \frac{dI_v[z, \mu]}{k_v \rho_a dz} = I_v[z, \mu] - B_v[z]$$

光学的深さ τ を導入 ($q = \rho_a/\rho$ は気体の混合比)

$$\tau = \int_z^{\text{TOA}} k_v[z] \rho_a[z] dz = \int_0^p k_v[p] q[p] \frac{dp}{g}$$
$$d\tau = -k_v[z] \rho_a[z] dz = k_v[p] q[p] dp/g$$

放射伝達方程式を τ 座標に変換

$$\mu \frac{dI_v[\tau, \mu]}{d\tau} = I_v[\tau, \mu] - B_v[\tau]$$

境界条件：地球表面からの射出と大気上端 (TOA) からの射出が
等方性となる

全光学的厚さ： τ_*

地球表面は赤外で黒体と仮定 $I_\nu[\tau_*, \mu] = B_\nu[\tau_*]$

大気上端では $I_\nu[0, -\mu] = B[\text{TOA}] \simeq 0$ と仮定

放射強度の形式解

単色の透過率 $T_v[\tau/\mu] = e^{-\tau/\mu}$ を定義

放射強度の形式解は

$$I_v^{\uparrow}[\tau, \mu] = B_v[\tau_*] T_v\left[\frac{\tau_v - \tau}{\mu}\right] - \int_{\tau}^{\tau_*} B_v[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_v\left[\frac{\tau' - \tau}{\mu}\right] d\tau'$$
$$I_v^{\downarrow}[\tau, -\mu] = \int_0^{\tau} B_v[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_v\left[\frac{\tau - \tau'}{\mu}\right] d\tau'$$

大気の加熱率の計算に必要な放射フラックス密度は、上半球と下半球の放射強度の和

$$F_v^{\uparrow\downarrow}[\tau] = 2\pi \int_0^1 I_v^{\uparrow\downarrow}[\tau, \pm\mu] \mu d\mu$$

大気の放射フラックス密度

角度方向の積分を考慮するため、拡散透過率 T_v^f を導入

$$T_v^f[\tau] = 2 \int_0^1 T_v \left[\frac{\tau}{\mu} \right] \mu d\mu$$

$$F_v^\uparrow[\tau] = \pi B_v[\tau_*] T_v^f[\tau_* - \tau] - \int_\tau^{\tau_*} \pi B_v[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_v^f[\tau' - \tau] d\tau'$$

$$F_v^\downarrow[\tau] = \int_0^\tau \pi B_v[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_v^f[\tau - \tau'] d\tau'$$

放射フラックスの波数積分は、 τ が波数の関数なので、

$$F^{\uparrow\downarrow}[z] = \int_0^\infty F_v^{\uparrow\downarrow}[z] dv$$

光学的深さに沿った波数積分を必ず含む

赤外放射伝達の計算をする際は、プランク関数の変動が無視しうるような小さな波数区間で放射パラメーターを決めることが有効

放射強度と放射フラックスの方程式における基本的な放射パラメーターとして、平均波数の添字 $\bar{\nu}$ のついた分光透過率を定義する

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-\tau] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_{\Delta\nu} \exp \left[- \int_u \sum_j k_{\nu,j}[u] du \right] \frac{d\nu}{\Delta\nu}$$

相関 k 分布法

均質な大気では分光透過率は吸収係数 k の順序に依存しないので
波数積分は k 空間での積分に置き換えることができる

相関 k 分布法は、気体の分光透過率を吸収係数 k_v に応じてグループとして扱い積分空間を置換する方法である

波数区間 $\Delta\nu$ における k_ν に対する正規化確率密度関数が $f[k]$ で与えられ、その最大値と最小値がそれぞれ $k_{\min} \rightarrow 0$ 、 $k_{\max} \rightarrow \infty$ だとすると、分光透過率は

$$T_\nu[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-k_\nu u] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_0^\infty \exp[-ku] f[k] dk$$

確率密度関数 f は分光透過率のラプラス逆変換であるとわかる

$$f[k] = \mathcal{L}^{-1}[T_\nu[u]]$$

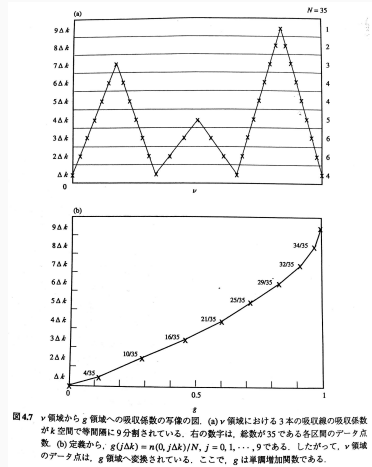
累積確率分布関数を定義する

$$g[k] = \int_0^k f[k] dk$$

$g[0] = 0$, $g[k \rightarrow \infty] = 1$, $dg = f dk$
 より、分光透過率は次で表すことができる

$$T_v[u] = \int_0^1 \exp[-k[g]u] dg$$

$$\simeq \sum_j \exp[-k[g_j]u] \Delta g_j$$



Liou (2014) より

相関 k 分布法は ν 積分を g 積分で置き換える
吸収係数が一定であると仮定している

現実大気では、吸収係数は圧力に応じて変化するので、鉛直方向
の吸収係数の変化を考えなければならない

$$T_{\nu}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp\left[-\int_u k_{\nu} du\right] \frac{d\nu}{\Delta\nu} \stackrel{?}{=} \int_0^1 \exp\left[-\int_u k[g] du\right] dg$$

波数区間 $-\Delta\nu/2$ から $\Delta\nu/2$ で単一の吸収線を考える

吸収線の中心では $\nu[k_{\max}] = 0$ 、吸収線の端では $|\nu[k_{\min}]| = \Delta\nu/2$ となり、累積密度関数は以下になる

$$g[k] = \int_0^k f[k] dk = \frac{2}{\Delta\nu} \int_{k_{\min}}^k \left| \frac{d\nu}{dk} \right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\Delta\nu} \nu[k] - 1$$

すなわち、単一の吸収線の場合は ν 積分を g 積分に置き換えることができる

波数区間 $\Delta\nu$ 内で周期的に生起される吸収線を考える

吸収線の間隔が δ であるとする、

$$g[k] = \int_0^k f[k] dk = \frac{2}{\delta} \int_{k_{\min}}^k \left| \frac{d\nu}{dk} \right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\delta} \nu[k] - 1$$

したがって、この場合も ν 積分を g 積分に置き換えることができる

まとめ

- 大気放射フラックス密度を計算する方法について学んでいる
 - 大気放射フラックス密度から温度分布を求めることができる
 - F を z で偏微分すれば熱が収束する場所がわかる
 - その結果、大気の温度分布がわかる
- 相関 k 分布法は v 積分を g 積分に置換し、計算量を少なくすることができる

今後の展望

- 相関 k 分布法で計算をする手順を学んでいるので、実際にそれを用いた計算を行いたい