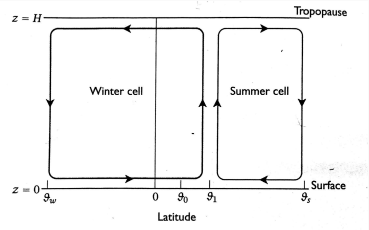
大気放射の基礎
–Liou 著 藤枝・深堀訳 (2014) の講読–

北海道大学理学部 人見祥磨

令和２年２月４日

動機

- 研究室の読書会でハドレー循環を学んだ
- 赤道域で大気が加熱されることでハドレー循環が起こる
- どのようなハドレー循環が起こるか計算をしたい



Vallis (2018) より

- そのために、大気の温度分布を知りたい
- 放射に関する基本的な事項の知識の確認
- 放射に関して、観測なども含めて、基礎事項を解説している Liou の教科書を読むことにした
  - 大気放射学 —衛星リモートセンシングと気候問題へのアプローチ—
    K.N.Liou（著）藤枝 鋼、深堀 正志（翻訳）
    共立出版 (2014) 672 ページ

放射とは

放射とは電磁波のことで、大気中のエネルギー輸送を担う重要な過程である。したがって、大気の温度分布を知るために、大気がどのように加熱されるかを知るためには、放射がどこで吸収され射出されるかを考えなければならない。

単色の放射強度 I_λ を面積 dA を横切り、dA の法線からなす角 θ の方向にある微小立体角 $d\Omega$ から入射する、ある波長区間 λ ~ $\lambda + d\lambda$ における、微小時間 dt の間の微小放射エネルギー量 dE_λ で定義する。

$$I_\lambda = \frac{dE_\lambda}{\cos[\theta]\, dA\, d\Omega\, d\lambda\, dt}$$

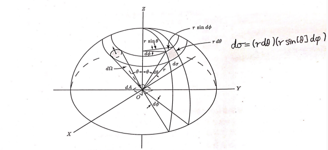


図1.3 極座標で表された微小立体角の図．説明のため，立体角 $d\Omega$ で限定された方向の面積 dA を通る放射束が示されている．そのほかの記号は，本文で定義されている．

Liou (2014) より

放射伝達方程式

放射伝達強度の変化 $\mathrm{d}I_\lambda$ を、媒質との相互作用による減少 $\mathrm{d}I_\lambda^d$ と射出と多重散乱による増加 $\mathrm{d}I_\lambda^s$ のふたつに分けて考える。

$$\mathrm{d}I_\lambda = \mathrm{d}I_\lambda^d + \mathrm{d}I_\lambda^s$$

- 媒質との相互作用による減少 $\mathrm{d}I_\lambda^d$ について、放射の伝搬方向に厚さ $\mathrm{d}s$ で密度 ρ の媒質を横切った後に、放射強度が減少したとする。k_λ は吸収係数と呼ばれる。

$$\mathrm{d}I_\lambda^d = -k_\lambda \rho I_\lambda \,\mathrm{d}s$$

- 射出と多重産卵による増加 $\mathrm{d}I_\lambda^s$ について、放射源係数 j_λ を導入して次の式で表されるとする。

$$\mathrm{d}I_\lambda^s = j_\lambda \rho \,\mathrm{d}s$$

放射伝達方程式

以上の式より、

$$\mathrm{d}I_\lambda = \mathrm{d}I_\lambda^d + \mathrm{d}I_\lambda^s = -k_\lambda \rho I_\lambda \,\mathrm{d}s + j_\lambda \rho \,\mathrm{d}s$$

放射源関数 $J_\lambda \equiv j_\lambda / k_\lambda$ を導入すると、

$$\frac{\mathrm{d}I_\lambda}{k_\lambda \rho \,\mathrm{d}s} = -I_\lambda + J_\lambda \quad \text{……放射伝達方程式}$$

スペクトル線の広がり

k_λ は媒質がどれだけのエネルギーを吸収するかを表すパラメーターである。

単色の放射は現実には観測されない。単色の放射は原子や分子への外部からの影響と、射出の際のエネルギー損失といった相互作用のため、エネルギー遷移する間にエネルギー準位が僅かに変化し、非単色となり、有限の幅を持つスペクトル線となる。

スペクトル線の広がりと、k_λ の関係について記述する。

ローレンツ線形

ローレンツ線形 気体分子の衝突によって広げられた線形
ドップラー線形 ドップラー効果によって広げられた線形

ローレンツ線形を表す式

$$k_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} = Sf[\nu - \nu_0]$$

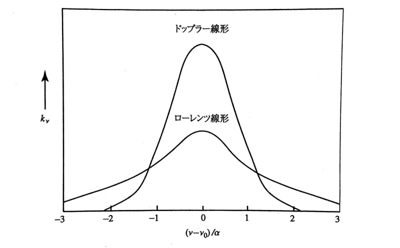


図 1.11 同じ吸収線強度と吸収線の幅を持ったローレンツ線形とドップラー線形.

Liou (2014) より

k_ν: 吸収係数； ν_0: 理想的な単色の吸収線の波数;
f: 形状因子 (shape factor); $S = \int_{-\infty}^{\infty} k_\nu \, d\nu$: 線強度
$\alpha = \alpha_0 (p/p_0)(T_0/T)^n$: 吸収線の半値半幅

大気の熱赤外放射伝達

放射伝達方程式

$$-\frac{1}{k_\nu \rho_a}\frac{dI_\nu}{ds} = I_\nu - J_\nu$$

を解いて、大気の放射フラックス密度を形式的に得る。ここでは、平行平面大気を仮定し、大気のパラメーターと放射強度は鉛直方向にしか変化しないと仮定する。

スペクトル線は広がるので、大気の放射フラックス密度を得るためには、波数空間にわたって積分をしなければならない。

τ 座標に変換

放射強度は天頂角と鉛直位置のみの関数となる。プランク放射強度 $B_\nu[z] = B_\nu[T[z]]$ を放射源関数とする。

$$-\mu \frac{dI_\nu[z,\mu]}{k_\nu \rho_a \, dz} = I_\nu[z,\mu] - B_\nu[z]$$

光学的深さ τ を導入する。($q = \rho_a/\rho$ は気体の混合比)

$$\tau = \int_z^{TOA} k_\nu[z]\rho_a[z] \, dz = \int_0^p k_\nu[p]q[p]\frac{dp}{g}$$
$$d\tau = -k_\nu[z]\rho_a[z] \, dz = k_\nu[p]q[p]dp/g$$

放射伝達方程式を τ 座標に変換する。

$$\mu \frac{dI_\nu[\tau,\mu]}{d\tau} = I_\nu[\tau,\mu] - B_\nu[\tau]$$

境界条件

境界条件: 地球表面からの射出と大気上端 (TOA) からの射出が等方性となる

全光学的厚さ: τ_*

地球表面は赤外で黒体と仮定 $I_\nu[\tau_*, \mu] = B_\nu[\tau_*]$

大気上端では $I_\nu[0, -\mu] = B[\mathrm{TOA}] \simeq 0$ と仮定

単色の透過率 $T_\nu[\tau/\mu] = e^{-\tau/\mu}$ を定義する。

放射強度の形式解は

$$I_\nu^{\uparrow}[\tau, \mu] = B_\nu[\tau_*] T_\nu\left[\frac{\tau_\nu - \tau}{\mu}\right] - \int_\tau^{\tau_*} B_\nu[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_\nu\left[\frac{\tau' - \tau}{\mu}\right] d\tau'$$

$$I_\nu^{\downarrow}[\tau, -\mu] = \int_0^\tau B_\nu[\tau'] \frac{d}{d\tau'} T_\nu\left[\frac{\tau - \tau'}{\mu}\right] d\tau'$$

大気の加熱率の計算に必要な放射フラックス密度は、上半球と下半球の放射強度の和である。

$$F_\nu^{\uparrow\downarrow}[\tau] = 2\pi \int_0^1 I_\nu^{\uparrow\downarrow}[\tau, \pm\mu] \mu \, d\mu$$

大気の放射フラックス密度

単色の透過率 T_ν を角度方向に積分した、拡散透過率 T^f_ν を導入する。

$$T^f_\nu[\tau] = 2\int_0^1 T_\nu\left[\frac{\tau}{\mu}\right]\mu\,d\mu$$

$$F^\uparrow_\nu[\tau] = \pi B_\nu[\tau_*]T^f_\nu[\tau_* - \tau] - \int_\tau^{\tau_*}\pi B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T^f_\nu[\tau' - \tau]d\tau'$$

$$F^\downarrow_\nu[\tau] = \int_0^\tau \pi B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T^f_\nu[\tau - \tau']d\tau'$$

全放射フラックス密度は、放射フラックス密度の波数積分で、

$$F^{\uparrow\downarrow}[z] = \int_0^\infty F^{\uparrow\downarrow}_\nu[z]\,d\nu$$

光学的深さに沿った波数積分を必ず含むこととなる。

分光透過率

赤外放射伝達の計算をする際は、プランク関数の変動が無視しうるような小さな波数区間に分割することが有効である。

放射強度と放射フラックスの方程式における基本的な値として、平均波数の添字 $\bar{\nu}$ のついた分光透過率を定義する。

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-\tau] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_{\Delta\nu} \exp\left[-\int_u \sum_j k_{\nu,j}[u]\, du \right] \frac{d\nu}{\Delta\nu}$$

相関 k 分布法

均質な大気では分光透過率は吸収係数 k の順序に依存しないので波数積分は k 空間での積分に置き換えることができる。

相関 k 分布法は、気体の分光透過率を吸収係数 k_ν に応じてグループとして扱い、累積確率密度関数へと積分空間を置換する方法である。

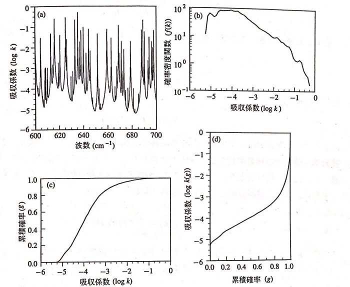


図 4.5 (a) 水蒸気 (H_2O) の回転帯の波数に対する吸収係数 k_ν（単位: $(\mathrm{atm\,cm})^{-1}$，波数分解能: $0.01\,\mathrm{cm}^{-1}$，$p = 600\,\mathrm{hPa}$，$T = 260\,\mathrm{K}$），(b) 吸収係数の確率密度関数 $f(k)$，(c) (b) に示した $f(k)$ の累積確率分布関数を k の関数としてプロット，(d) 吸収係数の値が g の関数として表されているほかは (c) と同じ.

Liou (2014) より

相関 k 分布法

波数区間 $\Delta\nu$ における k_ν に対する正規化確率密度関数が $f[k_\nu]$ で与えられ、f の最大値と最小値がそれぞれ $k_{min} \to 0$、$k_{max} \to \infty$ だとすると、分光透過率は

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-k_\nu u] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_0^\infty \exp[-ku] f[k]\, dk$$

確率密度関数 f は分光透過率のラプラス逆変換であるとわかる。

$$f[k] = \mathscr{L}^{-1}[T_{\bar{\nu}}[u]]$$

相関 k 分布法

累積確率分布関数を定義する

$$g[k] = \int_0^k f[k]\,dk$$

$g[0] = 0, \ g[k \to \infty] = 1, \ dg = f\,dk$

より、分光透過率は次で表すことができる

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_0^1 \exp[-k[g]u]\,dg$$

$$\simeq \sum_j \exp[-k[g_j]u]\,\Delta g_j$$

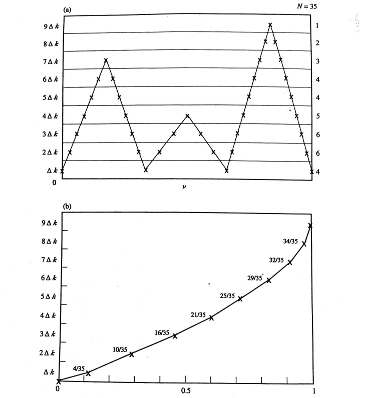


図 4.7 ν 領域から g 領域への吸収係数の写像の図．(a) ν 領域における 3 本の吸収線の吸収係数が k 空間で等間隔に 9 分割されている．右の数字は，総数が 35 である各区間のデータ点数．(b) 定義から，$g(j\Delta k) = n(0, j\Delta k)/N$, $j = 0, 1, \cdots, 9$ である．したがって，ν 領域のデータ点は，g 領域へ変換されている．ここで，g は単調増加関数である．

Liou (2014) より

不均質大気への応用

相関 k 分布法は ν 積分を g 積分で置き換える手法であるが、吸収係数が一定であると仮定している

現実大気では、吸収係数は圧力に応じて変化するので、鉛直方向の吸収係数の変化を考えなければならない

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp\left[-\int_u k_\nu \, du\right] \frac{d\nu}{\Delta\nu} \stackrel{?}{=} \int_0^1 \exp\left[-\int_u k[g] \, du\right] dg$$

不均質大気への応用

波数区間 $-\Delta\nu/2$ から $\Delta\nu/2$ で単一の吸収線を考える。

吸収線の中心では $\nu[k_{max}] = 0$、吸収線の端では $|\nu[k_{min}]| = \Delta\nu/2$ となり、累積密度関数は以下になる。

$$g[k] = \int_0^k f[k]\, dk = \frac{2}{\Delta\nu} \int_{k_{min}}^{k} \left| \frac{d\nu}{dk} \right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\Delta\nu}\nu[k] - 1$$

すなわち、単一の吸収線の場合は ν 積分を g 積分に置き換えることができる。

不均質大気への応用

波数区間 $\Delta\nu$ 内で周期的に生起される吸収線を考える。

吸収線の間隔が δ であるとすると、

$$g[k] = \int_0^k f[k]\,dk = \frac{2}{\delta}\int_{k_{min}}^{k} \left|\frac{d\nu}{dk}\right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\delta}\nu[k] - 1$$

したがって、この場合も ν 積分を g 積分に置き換えることができる。

放射フラックス密度から温度分布を求める

ここまでの議論で、大気放射フラックス密度を求めた。大気放射フラックス密度から大気の温度分布を求める。

大気が動かないと仮定すると、大気の局所的な気温の温度変化率は次の式で与えられる。

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{放射}} = -\frac{\partial}{\partial z} (F_{\text{太陽放射}} - F_{\text{熱赤外放射}})$$

ここで、C_p は定圧比熱、F は正味の放射フラックス密度である。

まとめ

- 大気放射フラックス密度を計算する方法について学んでいる
  - 大気放射フラックス密度から温度分布を求めることができる
  - F を z で偏微分すれば熱が収束する場所がわかる
  - その結果、大気の温度分布がわかる
- 相関 k 分布法は ν 積分を g 積分に置換し、計算量を少なくすることができる

今後の展望

- 相関 k 分布法で計算をする手順を学んでいるので、実際にそれを用いた計算を行いたい