大気放射の基礎
–Liou 著 藤枝・深堀訳 (2014) の講読–

北海道大学理学部 人見祥磨

令和 2 年 1 月 27 日

目次

動機

動機

- 惑星大気の熱輸送について興味があった
- 惑星大気について、自転周期や地軸の傾きによって、どのように熱輸送が変化するかシミュレーションしたい
- そのために、大気の温度分布を知りたい
- 放射に関する基本的な事項の知識の確認
- 放射に関して、観測なども含めて、基礎事項を解説している Liou の教科書を読むことにした
    - 大気放射学 —衛星リモートセンシングと気候問題へのアプローチ—
K.N.Liou（著）藤枝 鋼、深堀 正志（翻訳）
共立出版 (2014) 672 ページ

放射伝達方程式の基礎

放射伝達方程式

放射伝達強度 I_λ^d が、放射の伝搬方向に厚さ ds で密度 ρ の媒質を横切った後に、$I_\lambda^d + dI_\lambda^d$ になるとする

$$dI_\lambda^d = -k_\lambda \rho i_\lambda \, ds$$

k_λ は質量消散断面積と呼ばれる

射出と多重散乱による放射強度の増加が以下で与えられるように、放射源係数 j_λ を定義する

$$dI_\lambda^s = j_\lambda \rho \, ds$$

放射伝達方程式

ふたつの式を関連付けて、

$$dI_\lambda = dI_\lambda^d + dI_\lambda^s = -k_\lambda \rho I_\lambda \, ds + j_\lambda \rho \, ds$$

放射源関数 $J_\lambda \equiv j_\lambda / k_\lambda$ を導入すると、

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho \, ds} = -I_\lambda + J_\lambda \quad \text{……放射伝達方程式}$$

スペクトル線の広がり

単色の放射は、相互作用により非単色となり、有限の幅を持つスペクトル線となる

スペクトル線の広がり

単色の射出は現実には観測されない

原子や分子への外部からの影響と、射出の際のエネルギー損失のため、エネルギー遷移する間にエネルギー準位が僅かに変化する

その結果、非単色の放射となり、有限の幅を持つスペクトル線が観測される

ローレンツ線形

ローレンツ線形　衝突によって広げられたスペクトル線の線形

$$k_\nu = \frac{S}{\pi}\frac{\alpha}{(\nu-\nu_0)^2+\alpha^2} = Sf[\nu-\nu_0]$$

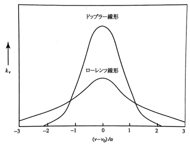

図 1.11　同じ吸収線強度と吸収線の幅を持ったローレンツ線形とドップラー線形.

k_ν: 吸収係数；　ν_0: 理想的な単色の吸収線の波数;
α: 吸収線の半値半幅（圧力と温度の関数）；
f: 形状因子 (shape factor);　$S = \int_{-\infty}^{\infty} k_\nu \, d\nu$: 線強度

大気の熱赤外放射伝達

放射伝達方程式から、大気の放射フラックス密度を形式的に得る

大気の熱赤外放射伝達

放射に関してのバランス方程式
ステファン・ボルツマンの法則から

$$S \cdot \pi {a_e}^2 (1 - \bar{r}) = \sigma {T_e}^4 \cdot 4\pi {a_e}^2$$

アルベド： $\bar{r}$**；　地球半径：** a_e**；**
太陽定数： $S = 1366\,\mathrm{W\,m^{-2}}$**；　地球大気系の平衡温度：** T_e

バランス方程式より、

$$T_e = \sqrt[4]{S \frac{1 - \bar{r}}{4\sigma}} \sim 255\,\mathrm{K}$$

放射伝達のための一般的な方程式

放射束の放射強度：I_ν；　吸収係数：k_ν；
吸収気体の密度：ρ_a；　光路長：s；　放射源関数：J_ν

$$-\frac{1}{k_\nu \rho_a}\frac{dI_\nu}{ds} = I_\nu - J_\nu$$

放射強度 時間に依存しないと仮定

平行平面大気 放射強度と大気パラメーターは鉛直方向にのみ変化

τ 座標に変換

放射強度は天頂角と鉛直位置のみの関数

$B_\nu[z] = B_\nu[T[z]]$ **はプランク放射強度**

$$-\mu \frac{dI_\nu[z,\mu]}{k_\nu \rho_a \, dz} = I_\nu[z,\mu] - B_\nu[z]$$

光学的深さ τ を導入（$p = \rho_a/\rho$ は気体の混合比）

$$\tau = \int_z^{TOA} k_\nu[z]\rho_a[z] \, dz = \int_0^p k_\nu[p] q[p] \frac{dp}{g}$$

$$d\tau = -k_\nu[z]\rho_a[z] \, dz = k_\nu[p] q[p] dp/g$$

放射伝達方程式を τ 座標に変換

$$\mu \frac{dI_\nu[\tau,\mu]}{d\tau} = I_\nu[\tau,\mu] - B_\nu[\tau]$$

境界条件

境界条件: 地球表面からの射出と大気上端 (TOA) からの射出が等方性となる

全光学的厚さ: τ_*

地球表面は赤外で黒体と仮定 $I_\nu[\tau_*, \mu] = B_\nu[\tau_*]$

大気上端では $I_\nu[0, -\mu] = B[\mathrm{TOA}] \simeq 0$ と仮定

放射強度の型式解

単色の透過率 $T_\nu[\tau/\mu] = e^{-\tau/\mu}$ を定義

放射強度の型式解は

$$I_\nu^\uparrow[\tau,\mu] = B_\nu[\tau_*]T_\nu\left[\frac{\tau_\nu-\tau}{\mu}\right] - \int_\tau^{\tau_*} B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T_\nu\left[\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right]d\tau'$$

$$I_\nu^\downarrow[\tau,-\mu] = \int_0^\tau B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T_\nu\left[\frac{\tau-\tau'}{\mu}\right]d\tau'$$

大気の加熱率の計算に必要な放射フラックス密度は、上半球と下半球の放射強度の和

$$F_\nu^{\uparrow\downarrow}[\tau] = 2\pi\int_0^1 I_\nu^{\uparrow\downarrow}[\tau,\pm\mu]\mu\,d\mu$$

大気の放射フラックス密度

角度方向の積分を考慮するため、拡散透過率 T^f_ν を導入

$$T^f_\nu[\tau] = 2\int_0^1 T_\nu\left[\frac{\tau}{\mu}\right]\mu\, d\mu$$

$$F^{\uparrow}_\nu[\tau] = \pi B_\nu[\tau_*]T^f_\nu[\tau_* - \tau] - \int_\tau^{\tau_*} \pi B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T^f_\nu[\tau' - \tau]d\tau'$$

$$F^{\downarrow}_\nu[\tau] = \int_0^\tau \pi B_\nu[\tau']\frac{d}{d\tau'}T^f_\nu[\tau - \tau']d\tau'$$

放射フラックスの波数積分は、τ が波数の関数なので、

$$F^{\uparrow\downarrow}[z] = \int_0^\infty F^{\uparrow\downarrow}_\nu[z]\, d\nu$$

光学的深さに沿った波数積分を必ず含む

ラインバイライン積分

ある与えられた波数と分子種には、さまざまな吸収線の吸収係数が透過率へ寄与する

$$\tau = \sum_j \tau_j = \int_u \sum_j k_{\nu,j}[u]\,du$$

したがって、吸収係数は吸収線強度と吸収線形の式で表すことができる

$$k_\nu[p,T] = \sum_j S_j[T] f_{\nu,j}[p,T]$$

分光透過率

赤外放射伝達の計算をする際は、プランク関数の変動が無視しうるような小さな波数区間で放射パラメーターを決めることが有効

放射強度と放射フラックスの方程式における基本的な放射パラメーターとして、平均波数の添字 $\bar{\nu}$ のついた分光透過率を定義する

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-\tau] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_{\Delta\nu} \exp\left[-\int_u \sum_j k_{\nu,j}[u]\, du\right] \frac{d\nu}{\Delta\nu}$$

相関 k 分布法

気体の分光透過率を吸収係数 k_ν に応じてグループとして扱う

均質な大気では分光透過率は吸収係数 k の順序に依存しない
波数積分は k 空間での積分に置き換えることができる

相関 k 分布法

波数区間 $\Delta\nu$ における k_ν に対する正規化確率密度関数が $f[k]$ で与えられ、その最大値と最小値がそれぞれ $k_{min} \to 0$、$k_{max} \to \infty$ だとすると、分光透過率は

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp[-k_\nu u] \frac{d\nu}{\Delta\nu} = \int_0^\infty \exp[-ku] f[k]\, dk$$

確率密度関数 f は分光透過率のラプラス逆変換であるとわかる

$$f[k] = \mathscr{L}^{-1}[T_{\bar{\nu}}[u]]$$

相関 k 分布法

累積確率分布関数を定義する

$$g[k] = \int_0^k f[k]\, dk$$

$g[0] = 0,\ g[k \to \infty] = 0,\ dg = f\, dk$ より、分光透過率は次で表すことができる

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_0^1 \exp[-k[g]u]\, dg \simeq \sum_j \exp[-k[g_j]u]\, \Delta g_j$$

不均質大気

相関 k 分布法は ν 積分を g 積分で置き換える
吸収係数が一定であると仮定している

現実大気では、吸収係数は圧力に応じて変化するので、鉛直方向の吸収係数の変化を考えなければならない

$$T_{\bar{\nu}}[u] = \int_{\Delta\nu} \exp\left[-\int_{u} k_{\nu}\, du\right] \frac{d\nu}{\Delta\nu} \overset{?}{=} \int_{0}^{1} \exp\left[-\int_{u} k[g]\, du\right] dg$$

不均質大気への応用

波数区間 $-\Delta\nu/2$ から $\Delta\nu/2$ で単一の吸収線を考える

吸収線の中心では $\nu[k_{max}] = 0$、吸収線の端では $|\nu[k_{min}]| = \Delta\nu/2$ となり、累積密度関数は以下になる

$$g[k] = \int_0^k f[k]\, dk = \frac{2}{\Delta\nu} \int_{k_{min}}^k \left| \frac{d\nu}{dk} \right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\Delta\nu}\nu[k] - 1$$

すなわち、単一の吸収線の場合は ν 積分を g 積分に置き換えることができる

不均質大気への応用

波数区間 $\Delta\nu$ 内で周期的に生起される吸収線を考える

吸収線の間隔が δ であるとすると、

$$g[k] = \int_0^k f[k]\,dk = \frac{2}{\delta}\int_{k_{min}}^{k} \left|\frac{d\nu}{dk}\right|_{k=k'} dk' = \frac{2}{\delta}\nu[k] - 1$$

したがって、この場合も ν 積分を g 積分に置き換えることができる

まとめ

まとめと今後の展望

- 大気放射フラックスを計算する方法について学んでいる
- 相関 k 分布法は ν 積分を g 積分に置換し、計算量を少なくすることができる

- 相関 k 分布法で計算をする手順を学んでいるので、実際にそれを用いた計算を行いたい