

ĐỀ TỰ LUYỆN TẬP MÔN GIẢI TÍCH HÀM MỘT BIẾN

(Thời gian 90 phút)

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{x} + 9\sqrt[3]{x} - 5x - 8}{(x-1)^2}$.

Câu 2. a) Giả sử: $\frac{1}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-1}$. Hãy xác định A và B .

b) Sử dụng dạng phân tích thành tổng trên, hãy tính đạo hàm cấp một, cấp hai, cấp ba và từ đó suy ra công thức đạo hàm cấp n của hàm số: $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$.

Câu 3. Tính nguyên hàm $J = \int \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$.

Câu 4. Dùng **phương pháp vỏ**, tính thể tích của một khối tròn xoay do miền phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x}$, $y = 0$, $x = 0$ quay quanh Oy .

Câu 5. . Xác định tính chất hội tụ hay phân kỳ của chuỗi số sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{n}.$$

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-1)}{a(x-1)}, & x > 1 \\ x^2 + ax - 1, & x \leq 1 \end{cases}$.

Tìm giá trị a để hàm số liên tục với mọi giá trị x .

Câu 2. Cho y là hàm ẩn của x xác định từ phương trình $\ln y - x^2 - 2xy + 4x = 0$ (C).

Hãy tìm đạo hàm của y theo x , từ đó viết phương trình tiếp tuyến với đường cong (C) tại điểm M có tung độ $y_M = 1$.

Câu 3. Tính tích phân suy rộng bằng định nghĩa $K = \int_0^{+\infty} \frac{x}{\sqrt[3]{(x^2+1)^4}} dx$.

Câu 4. . Cho miền D giới hạn bởi các đường $y^2 = 3x$; $x = 2y - 3$ và Ox .

a) Vẽ miền D .

b) Tính diện tích miền D .

Câu 5. Tính bán kính hội tụ và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{2n}}$.

ĐỀ SỐ 3

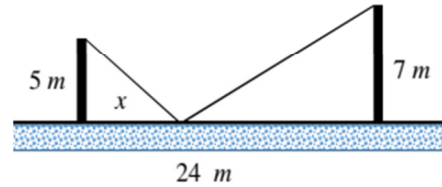
Câu 1. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 2^x}{5^x - 4^x}$.

Câu 2. Chứng minh rằng hàm số $y = (\arctan x)^2$ thỏa mãn phương trình sau với $\forall x$:

$$(1 + x^2)^2 y'' + 2x(1 + x^2)y' = 2.$$

Câu 3. Tính nguyên hàm $J = \int \frac{x^2 - x + 2}{x^3 - 2x^2} dx$

Câu 4. Hai cái cột có chiều cao 5 (m) và 7 (m), cách nhau 24 (m). Một sợi dây buộc căng từ hai đỉnh cột và neo xuống đất ở điểm nằm trên đoạn thẳng nối 2 chân cột và cách chân cột thấp là x (m).



(a) Chứng minh rằng độ dài L của sợi dây là :

$$L = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{x^2 - 48x + 625}.$$

(b) Sử dụng kết quả trên, tìm giá trị nhỏ nhất của L .

Câu 5. Cho chuỗi số $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(2n-1)(2n+1)}$

a) Tính tổng riêng thứ n .

b) Từ đó xét tính hội tụ của chuỗi số.

ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức

$$A = (x^2 + 2)y'' + xy' \quad \text{không phụ thuộc vào } x.$$

Câu 3. Tính nguyên hàm $J = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{4(1 + \sqrt[4]{x^3})} dx$.

Câu 4. Cho D là miền phẳng giới hạn bởi các đường: $x = y^2$, $x = 0$, $y = 1$.

a) Vẽ miền D .

b) Dùng **phương pháp đĩa** để tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh trục Ox .

Câu 5. Tính bán kính hội tụ và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{2n} x^n$.