

# Thuật toán A\*

- ▶ Trường hợp đặc biệt :  $h(u) = 0$  với mọi  $u$ 
  - ▶  $f(u) = g(u) + h(u) = g(u)$
  - ▶ Khi đó,  $A^*$  là TK tốt nhất đầu tiên với hàm đánh giá  $g(u)$
- ▶ Định lý: Nếu  $h(u)$  là chấp nhận được, thì  $A^*$  là TK tối ưu
- ▶ Chứng minh:
  - ▶ Giả sử OPEN chứa:
    - . Đích tối ưu cục bộ  $G'$  và
    - . Trạng thái  $u$  nằm trên đường tới đích tối ưu toàn cục  $G$
  - ▶ Ta có:  $g(u) + h(u) < g(u) + h^*(u)$  vì  $h$  là chấp nhận được
  - ▶ Suy ra  $f(u) < g(G)$
  - ▶ Mà  $g(G) < g(G')$  vì  $G'$  là tối ưu cục bộ
  - ▶ Suy ra  $f(u) < g(G')$
  - ▶ Hay  $f(u) < f(G')$  vì  $h(G') = 0$
  - ▶  $A^*$  không bao giờ chọn  $G'$  để phát triển

# Thuật toán nhánh cận

- ▶ Branch-and-bound search
- ▶ Thuật toán nhánh cận là sự cải tiến của thuật toán tìm kiếm leo đồi
  - TK leo đồi: gặp nghiệm thì dừng tìm kiếm. Kết quả là 1 tối ưu cục bộ
  - TK nhánh cận: gặp nghiệm thì vẫn tiếp tục tìm kiếm nghiệm tốt hơn. Kết quả là nghiệm tối ưu
- ▶ Mục đích: chuyển từ tìm kiếm nghiệm tối ưu cục bộ sang tìm kiếm tốt nhất toàn cục

# Thuật toán nhánh cận

Khi sử dụng hàm đánh giá  $h(u)$  chấp nhận được, dọc theo 1 đường đi,  $f$  luôn tăng dần

Thật vậy, ta có :

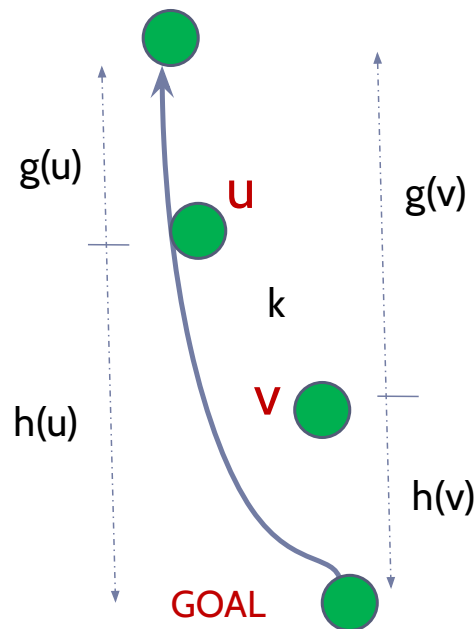
$$\text{Mà } h(u \rightarrow \text{GOAL}) \leq h(u \rightarrow v) + h(v \rightarrow \text{GOAL})$$

$$\text{Tức } h(u) \leq k + h(v)$$

$$\Leftrightarrow g(u) + h(u) \leq g(u) + k + h(v)$$

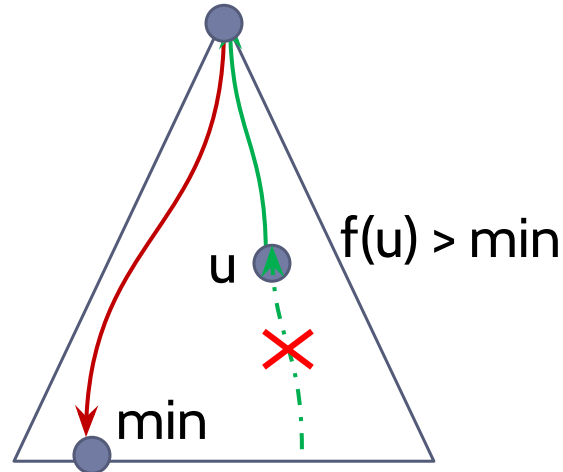
$$\Leftrightarrow g(u) + h(u) \leq g(v) + h(v)$$

$$\Leftrightarrow f(u) \leq f(v)$$



# Thuật toán nhánh cận

- ▶ min : chi phí ngắn nhất tạm thời tìm thấy từ lúc bắt đầu tìm kiếm
- ▶ Khi xét nút  $u$ , nếu  $f(u) > \text{min}$  thì sẽ cắt bỏ nhánh con của  $u$ 
  - Toàn bộ các nút con/cháu  $v$  của  $u$  đều có  $f(v) > f(u) > \text{min}$  nên không thể là nghiệm tốt hơn (tối ưu hơn)
- ▶ Nếu tìm thấy 1 đường đi mới tốt hơn đường đi tốt nhất tạm thời (có chi phí min), cập nhật lại min và đường đi tốt nhất tạm thời đó



# Thuật toán nhánh cận

- ▶ Branch-and-bound search
- ▶ Thuật toán nhánh cận là sự cải tiến của thuật toán tìm kiếm leo đồi
  - TK leo đồi: gặp nghiệm thì dừng tìm kiếm. Kết quả là 1 tối ưu cục bộ
  - TK nhánh cận: gặp nghiệm thì vẫn tiếp tục tìm kiếm nghiệm tối ưu. Kết quả là nghiệm tối
- ▶ Mục đích: chuyển từ tìm kiếm nghiệm tối ưu cục bộ sang tìm kiếm tốt nhất toàn cục

# Thuật toán nhánh cận

begin

1. Khởi tạo danh sách OPEN chỉ chứa trạng thái ban đầu;

Gán giá trị ban đầu cho  $\min \leftarrow +\infty$ ;

2. loop do

2.1 if OPEN rỗng then stop;

2.2 Loại trạng thái u ở đầu danh sách OPEN;

2.3 if u là trạng thái kết thúc then

if  $f(u) < \min$  then  $\{\min \leftarrow f(u); \text{Quay lại 2.1}\};$  // cập nhật lại min

2.4 if  $f(u) > \min$  then Quay lại 2.1; //cắt bỏ nhánh con

2.5 for mỗi trạng thái v kề u do

{  $g(v) \leftarrow g(u) + k(u,v);$

$f(v) \leftarrow g(v) + h(v);$

Đặt v vào danh sách L

}

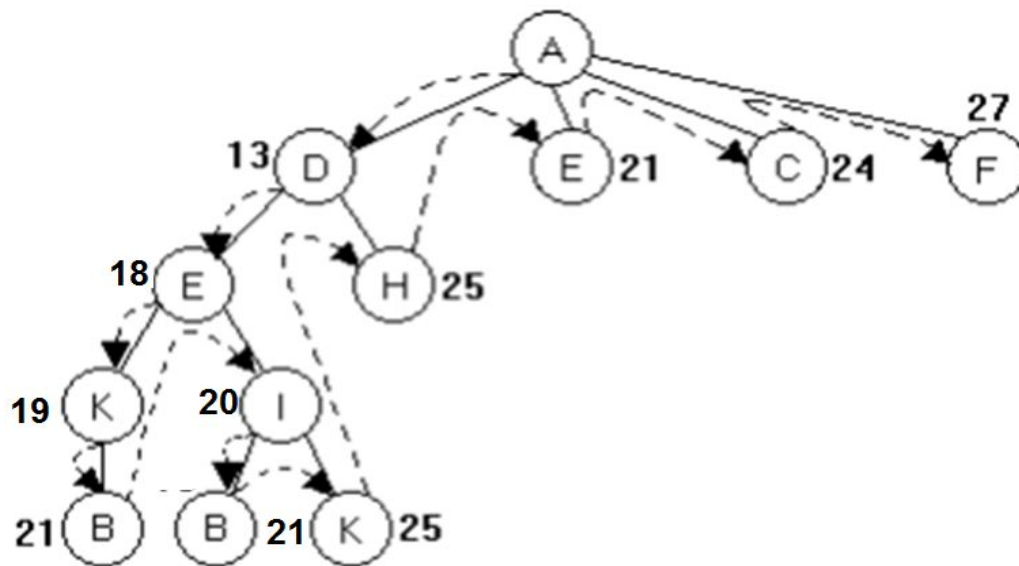
2.6 Sắp xếp L theo thứ tự tăng của hàm f;

2.7 Chèn L vào đầu danh sách OPEN

end;

# Thuật toán nhánh cận

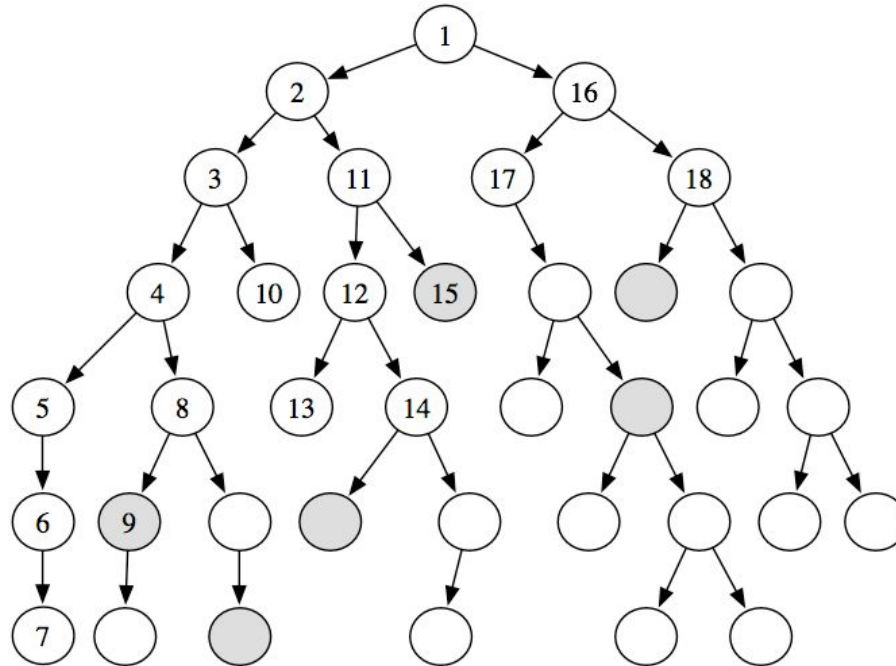
Khuyết  $h(u)$ . Thông tin trên mỗi nút là chi phí  $g(u)$



*Đinh Mạnh Tường, Trí tuệ nhân tạo, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật, 2002*

# Thuật toán nhánh cận

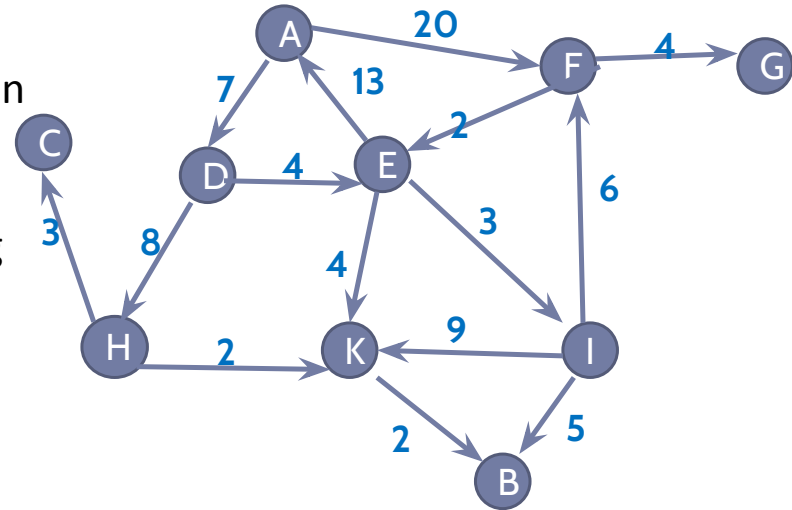
Khuyết  $h(u)$ . Thông tin ghi trên mỗi nút là chi phí tổng chi phí  $g(u)$  từ nút start đến  $u$ .





# Thuật toán nhánh cận

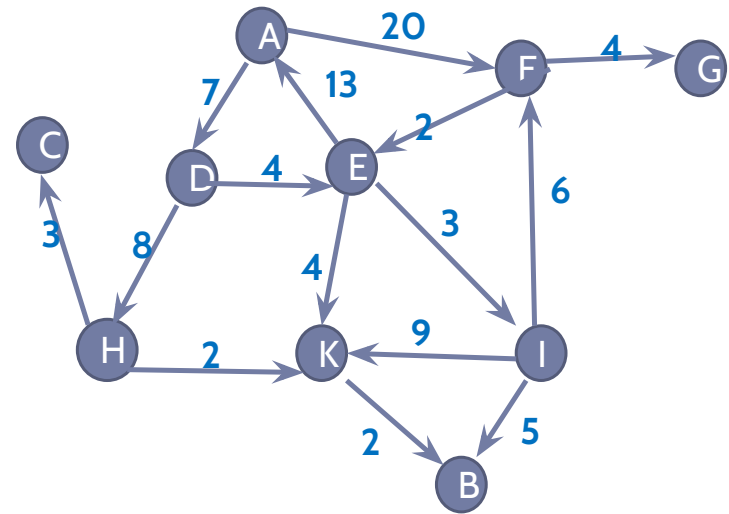
- Tìm đường đi từ A  $\rightarrow$  B bằng giải thuật nhánh cận
  - Thông tin trên các cạnh là  $k_{uv}$
  - Thuật toán nhánh cận cũng thường áp dụng với bài toán chỉ có thông tin g



Bước	u	Kề(u)	$g(v)=g(u)+k(u,v)$	$f(v)=g(v)+h(v)$	L	Open	Min
0						A	$+\infty$
1	A	D F	$g(D)=7$ $g(F)=20$	$f(D)=7$ $f(F)=20$	D7 F20	D7 F20	$+\infty$
2	.....						

# Thuật toán nhánh cận

Bước	u	Kề(u)	$g(v)=g(u)+k(u,v)$	$f(v)=g(v)+h(v)$	L	Open	Min
0						A	$+\infty$
1	A	D F	$g(D)=7$ $g(F)=20$	$f(D)=7$ $f(F)=20$	D7 F20	D7 F20	$+\infty$
2	D	E H	$G(E)=g(D)+k(D,E)=11$ $G(H)=15$	$F(E)=11$ $F(H)=15$	E11 H15	E H F	$+\infty$
3	E	K I	$G(K)=15$ $G(I)=11+3=14$	$F(K)=15$ $F(I)=14$	I14 K15	K H F	$+\infty$
4	I	FBK	$G(F)=14+6=20$ $g(B)=14+5=19$ $G(K)=14+9=23$	$F(F)=20$ $F(B)=19$ $F(K)=23$	B19 F20 K23	BFKH	$+\infty$
5	B					FKH	19
6	F	EG	$G(E)=20+2=22$ $g(G)=20+4=24$	$F(E)=22$ $F(G)=24$	E22 G24	KH	19
7	K	B	$G(B)=15+2=17$		B	BH	19
	B					H	17
8	H	CK	$G(C)=15+3=18$ $G(K)=15+2=17$		K17 C18	KC	17



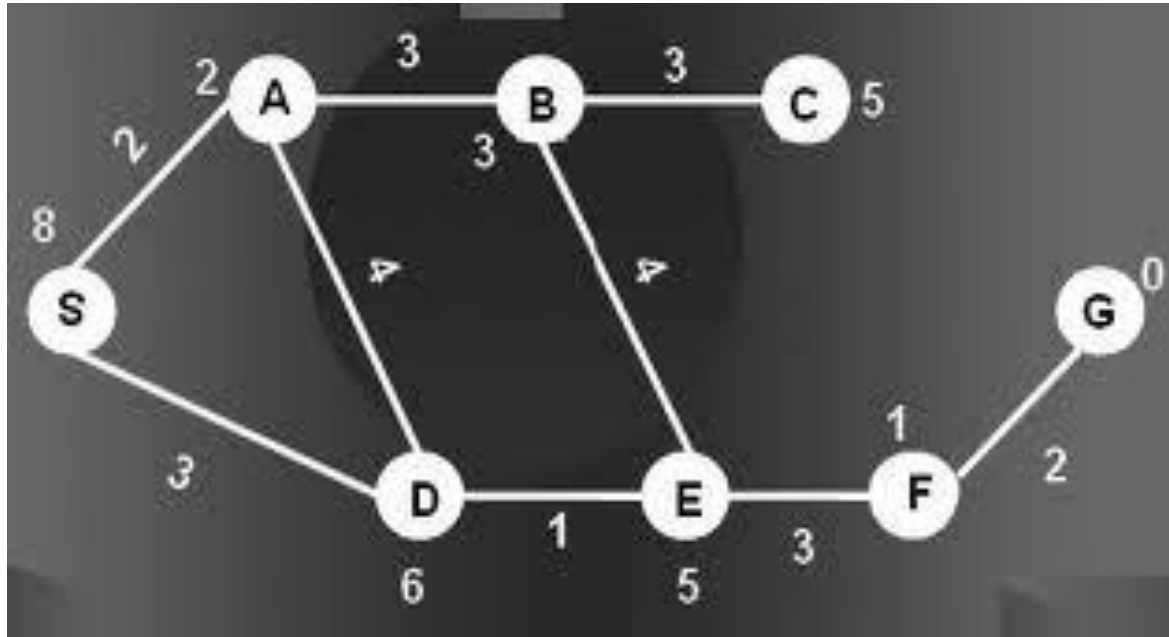
► Tìm đường đi từ A → B bằng giải thuật nhánh cận

- Thông tin trên các cạnh là  $k_{uv}$
- Thuật toán nhánh cận cũng thường áp dụng với bài toán chỉ có thông tin  $g$

B ← K ← E ← D ← A

# Thuật toán nhánh cận

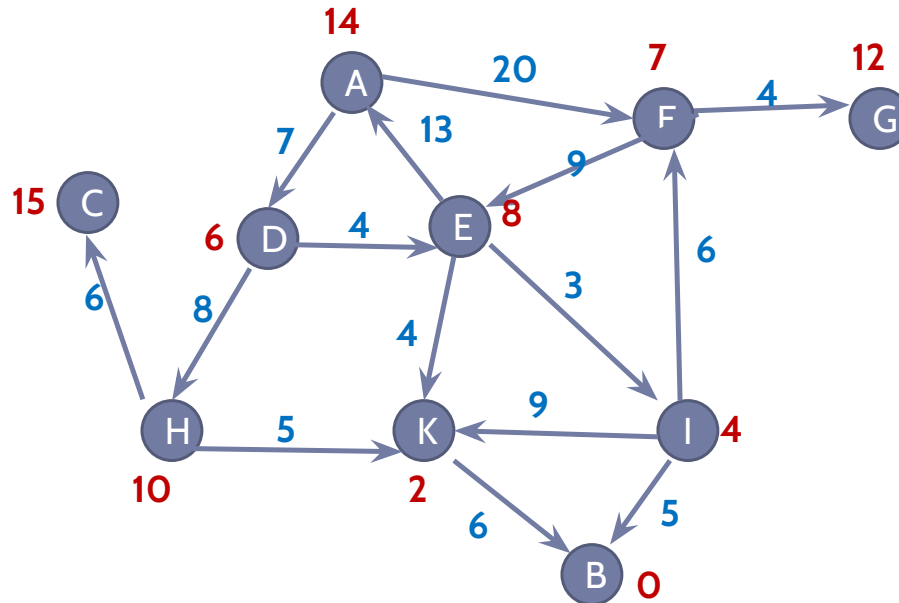
Bài tập 2: Cho sơ đồ nối các thành phố. Tìm đường đi từ S tới G bằng thuật toán nhánh cận



# Thuật toán nhánh cận

Tìm đường đi từ A  $\rightarrow$  B bằng giải thuật nhánh cận

Có thêm thông tin  $h(u)$  gắn tại các đỉnh



# Thuật toán nhánh cận

A*	Nhánh cận
<input type="checkbox"/> Tìm thấy thì dừng	<input type="checkbox"/> Tìm thấy thì vẫn tiếp tục tìm các phương án khác để so sánh
<input type="checkbox"/> Phương án tìm được là tối ưu chỉ khi hàm $h$ là hàm chấp nhận được	<input type="checkbox"/> Luôn tối ưu
<input type="checkbox"/> Khi hàm $h$ không phải là chấp nhận được, phương án tìm được chỉ là phương án tìm thấy đầu tiên, chưa chắc đã là tối ưu nhất	<input type="checkbox"/> Kết hợp đánh chặn (chặt bỏ) trước các nhánh không tốt ngay khi có thể ( <i>phát hiện ra nhánh không tốt so với đường đi tốt nhất tạm thời tìm được</i> )
	<input type="checkbox"/> Cập nhật lại đường đi tốt nhất tạm thời nếu tìm thấy có đường đi khác tốt hơn