

# ĐỀ TỰ LUYỆN TẬP MÔN GIẢI TÍCH HÀM MỘT BIỂN

(Thời gian 90 phút)

## ĐỀ SỐ 1

**Câu 1.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{x} + 9\sqrt[3]{x} - 5x - 8}{(x-1)^2}$ .

**Câu 2.** a) Giả sử:  $\frac{1}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-1}$ . Hãy xác định  $A$  và  $B$ .

b) Sử dụng dạng phân tích thành tổng trên, hãy tính đạo hàm cấp một, cấp hai, cấp ba và từ đó suy ra công thức đạo hàm cấp  $n$  của hàm số:  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ .

**Câu 3.** Tính nguyên hàm  $J = \int \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$ .

**Câu 4.** Dùng **phương pháp vỏ**, tính thể tích của một khối tròn xoay do miền phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = \sqrt{4-x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  quay quanh  $Oy$ .

**Câu 5.** . Xác định tính chất hội tụ hay phân kỳ của chuỗi số sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n}{n}.$$

## ĐỀ SỐ 2

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-1)}{a(x-1)}, & x > 1 \\ x^2 + ax - 1, & x \leq 1 \end{cases}$ .

Tìm giá trị  $a$  để hàm số liên tục với mọi giá trị  $x$ .

**Câu 2.** Cho  $y$  là hàm ẩn của  $x$  xác định từ phương trình  $\ln y - x^2 - 2xy + 4x = 0$  (C).

Hãy tìm đạo hàm của  $y$  theo  $x$ , từ đó viết phương trình tiếp tuyến với đường cong (C) tại điểm  $M$  có tung độ  $y_M = 1$ .

**Câu 3.** Tính tích phân suy rộng bằng định nghĩa  $K = \int_0^{+\infty} \frac{x}{\sqrt[3]{(x^2 + 1)^4}} dx$ .

**Câu 4.** Cho miền  $D$  giới hạn bởi các đường  $y^2 = 3x$ ;  $x = 2y - 3$  và  $Ox$ .

- Vẽ miền  $D$ .
- Tính diện tích miền  $D$ .

**Câu 5.** Tính bán kính hội tụ và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{2n}}$ .

### ĐỀ SỐ 3

**Câu 1.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x + 2^x}{5^x - 4^x}$ .

**Câu 2.** Chứng minh rằng hàm số  $y = (\arctan x)^2$  thỏa mãn phương trình sau với  $\forall x$ :

$$(1+x^2)^2 y'' + 2x(1+x^2)y' = 2.$$

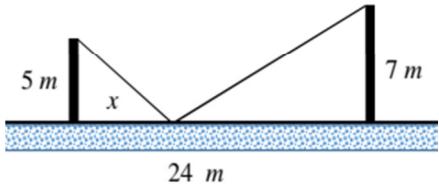
**Câu 3.** Tính nguyên hàm  $J = \int \frac{x^2 - x + 2}{x^3 - 2x^2} dx$

**Câu 4.** Hai cái cột có chiều cao 5 (m) và 7 (m), cách nhau 24 (m). Một sợi dây buộc căng từ hai đỉnh cột và neo xuống đất ở điểm nằm trên đoạn thẳng nối 2 chân cột và cách chân cột thấp là  $x$  (m).

(a) Chứng minh rằng độ dài  $L$  của sợi dây là :

$$L = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{x^2 - 48x + 625}.$$

(b) Sử dụng kết quả trên, tìm giá trị nhỏ nhất của  $L$ .



**Câu 5.** Cho chuỗi số  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{(2n-1)(2n+1)}$

- a) Tính tổng riêng thứ  $n$ .
- b) Từ đó xét tính hội tụ của chuỗi số.

## ĐỀ SỐ 4

**Câu 1.** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 2}\right)$ . Chứng minh rằng giá trị của biểu thức

$$A = (x^2 + 2)y'' + xy' \quad \text{không phụ thuộc vào } x.$$

**Câu 3.** Tính nguyên hàm  $J = \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{4(1 + \sqrt[4]{x^3})} dx$ .

**Câu 4.** Cho  $D$  là miền phẳng giới hạn bởi các đường:  $x = y^2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 1$ .

a) Vẽ miền  $D$ .

b) Dùng **phương pháp đĩa** để tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay miền  $D$  quanh trục  $Ox$ .

**Câu 5.** Tính bán kính hội tụ và tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{2n} x^n$ .