EXERCICES COMPLÉMENTAIRES SUR LE PIVOT DE GAUSS SYSTÈMES PARAMÉTRIQUES

Exercice 1

1. Résoudre le système suivant en appliquant la méthode du Pivot de Gauss

$$(S1)\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x - y + 4z = 6 \\ x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

Solution unique : $\{(9, -1, \_1)\}$

2. Résoudre le système suivant en appliquant le Pivot de Gauss (on pourra discuter en fonction de m) :

$$(S2)\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x + my + 4z = 6 \\ x + 2y + (m+2)z = 6 \end{cases}$$

$m = 1$ *: pas de solution*
$m = 2$ *: infinité de solutions* $\{(-2y - 2, y, 2)\ \ y \in \mathbb{R}\}$
$m \in \mathbb{R} - \{1,2\}$ *: solution unique* $\left\{\left(\frac{4m-14}{m-1}, \frac{2}{m-1}, \frac{2}{m-1}\right)\right\}$

Exercice 2

Résoudre le système suivant en appliquant la méthode du Pivot de Gauss (on pourra discuter en fonction de m)

$$(S3)\begin{cases} x + my = -3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$$

$m = 2$ *: pas de solution*
$m = -2$ *: infinité de solutions* $\{(2y - 3, y)\ \ y \in \mathbb{R}\}$
$m \in \mathbb{R} - \{-2,2\}$ *: solution unique* $\left\{\left(\frac{6}{m-2}, \frac{3}{2-m}\right)\right\}$

Exercice 3

1. Résoudre le système suivant en appliquant la méthode du Pivot de Gauss.

$$(S4)\begin{cases} x + y - 2z = 5 \\ 4x - y + 2z = 0 \\ 2x - 3y + 3z = 5 \end{cases}$$

Solution unique $\{(1, -6, -5)\}$

2. Résoudre le système suivant en appliquant la méthode du Pivot de Gauss (on pourra discuter en fonction de m)

$$(S4)\begin{cases} x + y + (1-m)z = m + 2 \\ (1+m)x - y + 2z = 0 \\ 2x - my + 3z = m + 2 \end{cases}$$

$m = 2$ *: pas de solution*
$m = -2$ *: infinité de solutions* $\{(-y, y, 0)\ \ y \in \mathbb{R}\}$
$m = 0$ *: infinité de solutions* $\{(4 - 3y, y, 2y - 2)\ \ y \in \mathbb{R}\}$
$m \in \mathbb{R} - \{0, -2, 2\}$ *: solution unique* $\left\{\left(\frac{1}{m-2}, \frac{m+3}{2-m}, \frac{m+2}{2-m}\right)\right\}$

Exercice 4

Résoudre le système suivant en appliquant la méthode du Pivot de Gauss (on pourra discuter en fonction de m)

$$(S4)\begin{cases} x + y + mz = m \\ x + my - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$m = -1$ *: pas de solution*
$m = 1$ *: infinité de solutions* $\{(1 - y, y, 0)\ \ y \in \mathbb{R}\}$
$m \in \mathbb{R} - \{-1,1\}$ *: solution unique* $\left\{\left(\frac{2m}{m+1}, 0, \frac{m-1}{m+1}\right)\right\}$