

线性代数B1
2021年秋季学期
中国科学技术大学

授课老师: 陈效群
笔记整理: 黄家辉

教学周: 第四周
笔记 1

Exercise 1: 例题1

设行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ 求第四行各元素余子式之和

Solution: \implies

我们需要计算 $M_{41} + M_{42} + M_{43} + M_{44} = -A_{41} + A_{42} - A_{43} + A_{44}$,
由行列式计算公式

$$\det(A) = \sum_{i=1}^n (-1)^{k+i} a_{ki} M_{ki} = \sum_{i=1}^n a_{ki} A_{ki}$$

我们重新构造行列式 $D' = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

则 $M_{41} + M_{42} + M_{43} + M_{44} = -A_{41} + A_{42} - A_{43} + A_{44} = |D'|$

其中 $|D'| = (-7) \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -28$

故求第四行各元素余子式之和为-28



Exercise 2: 例题2

设行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 求

1. $A_{31} + A_{32} + A_{33}$

2. $A_{34} + A_{35}$

Solution: \implies

我们可以看到，第二行的前三个数相同，后两个数相同，同例题1，我们将第三行换成1 1 1 3 3，则 $\det(D') = 0$ ，即 $A_{31} + A_{32} + A_{33} + 3(A_{34} + A_{35}) = 0$

同样的，第四行的前三个数相同，后两个数相同，我们将第三行换成2 2 2 1 1，则 $\det(D'') = 0$ ，即 $2(A_{31} + A_{32} + A_{33}) + A_{34} + A_{35} = 0$

故 $A_{31} + A_{32} + A_{33} = A_{34} + A_{35} = 0$ ■

Exercise 3: 例题3

设行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ 求 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$

Solution: \implies

同例题2，我们将第四行换成1 1 1 1，则 $\det(D') = 0$ ，即 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} = 0$

■

总结：

$$\det(A') = \sum_{i=1}^n a_{ki} A_{ji} = 0, \text{ where } j \neq k$$

¹The template is from Prof. Jie Wang, USTC