

# TD : 3 MATHÉMATIQUES : POLYNÔMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

**Exercice 1 :** Soit le polynôme suivant :

$$P(x) = x^4 - 5x^3 + 13x^2 - 19x + 10$$

- 1- Calculer  $P(1)$  et  $P(2)$ .
- 2- Dédurre la factorisation du polynôme  $P(x)$  dans  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 2 :**

$$P(z) = z^4 + z^3 - z^2 + 6$$

- 1- Calculer  $P(1 + i)$ .
- 2- Dédurre les solutions de  $P(z)$ .

**Exercice 3 :** Soit  $P$  un polynôme. Le reste de la division de  $P$  par  $x - 1$  est 3, et celui de  $P$  par  $x - 2$  est 2.

Quel est le reste de la division de  $P$  par  $x^3 - 3x + 2$  ?

**Exercice 4 :** Effectuer la division suivant les puissances décroissantes du polynôme  $A(x) = x^3 + 2x^2 - 5$  par le polynôme  $B(x) = x - 1$ .

Trouver les quarts coefficients réels  $a, b, c$  et  $d$  de la décomposition en éléments simples de la fonction rationnelles  $F$  :

$$F(x) = \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{x^3 + 2x^2 - 5}{x - 1} = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 1}$$

**Exercice 5 :** Décomposer les fraction rationnelles suivantes en éléments simples (par identification des coefficients et substitution)

$$f(x) = \frac{1 - 2x}{(x^2 + 1)(x + 2)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^3 - x - 1}$$

**Exercice 6 :** Déterminer l'ordre de multiplicité de la racine 1 du polynôme

$$P(x) = x^5 - 5x^4 + 14x^3 - 22x^2 + 17x - 5$$

**Exercice 7 :** Décomposer en éléments simples sur le corps des nombres réels les fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{x}{(x - 1)^3(x - 2)}$$

$$f_2(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 - 1)^3}$$