

## TD : 1 MATHÉMATIQUES : NOMBRES COMPLEXES

**Exercice 1 :** Ecrire sous la forme  $a + bi$  les nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \frac{2 - i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2i}, \quad Z_2 = \frac{(2 + i)(3 + 2i)}{2(2 - i)}, \quad Z_3 = \frac{3 + 4i}{(2 + 3i)(4 + i)}, \quad Z_4 = \left[\frac{2 + i^5}{1 + i^{15}}\right]^2$$

**Exercice 2 :** Déterminer le paramètre  $\alpha$  pour que :

$$Z = \frac{1 + \alpha i}{2\alpha + i(\alpha^2 - 1)}$$

soit purement imaginaire.

**Exercice 3 :** Déterminer les modules et les arguments des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = 1 + i, \quad Z_2 = \frac{1 - i}{1 + i}, \quad Z_3 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i}, \quad Z_4 = (1 + i)^8(1 - i\sqrt{3})^{-6}$$

**Exercice 4 :** Simplifier les expressions suivantes :

$$Z_1 = \frac{\cos \alpha + i \sin \alpha}{\cos \beta - i \sin \beta}, \quad Z_2 = \frac{(1 - i\sqrt{3})(\cos \alpha + i \sin \alpha)}{2(1 - i)(\cos \alpha - i \sin \alpha)}$$

**Exercice 5 :** Déterminer les parties réelles et les parties imaginaires des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \exp(-1 + \frac{i\pi}{6}), \quad Z_2 = \exp(2 - i), \quad Z_3 = \exp(\frac{-i\pi}{2}), \quad Z_4 = \exp(1 + i)(-2 + \frac{i\pi}{3})$$

**Exercice 6 :** a) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

$$Z^2 + Z\sqrt{3} + 1 = 0, \quad Z^2 = -8 + 6i$$

b) Dédire les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation :

$$Z^2 + (-3 + i)Z + 4 - 3i = 0$$

**Exercice 7 :** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $Z^2 + (1 - 5i)Z - 3i - 6 = 0$  sachant que l'une des solutions est imaginaire pure.

**Exercice 8 :** 1- Sachant que  $Z$  appartient au cercle trigonométrique unitaire ( $z = e^{i\theta}$ ), simplifier l'expression du complexe :  $Z = \frac{1-z}{1+z}$ . 2- Simplifier l'expression :  $A = (1 + Z)^n$  avec  $Z = e^{\frac{2i\pi}{3}}$  avec  $n \in \mathbb{C}$ .

**Exercice 9 :** Calculer les racines carrées des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = 2i, \quad Z_2 = \frac{1 + i}{1 - i}, \quad Z_3 = 1 + i$$

**Exercice 10 :** Calculer les racines cubiques des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = 1, \quad Z_2 = i, \quad Z_3 = 2 - 2i, \quad Z_4 = \frac{\sqrt{3} + i}{-\sqrt{3} + i}$$