

# 湖南大学

HUNAN UNIVERSITY

## 期末大作业

课 程 名 称	有限元方法及应用
案 例 题 目	基于 MATLAB 的二维四边形 单元位移、应力的有限元分析
学 生 姓 名	刘纪元
学 生 学 号	S230200245
专 业 班 级	研 2304 班
学 院 名 称	机械与运载工程学院

2024 年 02 月 24 日

## 前言

有限元法是一种求解偏微分方程边值问题近似解的数值技术。求解时对整个问题区域进行分解，划分为一系列的基本单元，通过对基本单元的求解进而扩展到整个问题区域，最终实现对整个问题区域的计算求解。虽然得到的求解结果不是准确解，而是近似解，但是这种方法类似于连接多段微小直线逼近圆的思想，针对多数难以得到准确解的实际问题，可以获得较为精确的近似解，而且能适应工程实际中各种复杂的形状，是一种非常有效的工程技术手段。

本次有限元大作业采用二维四边形单元对简单的平面模型进行位移、应力的计算，并将计算结果与 **abaqus** 软件分析结果进行了对比。

针对同一模型进行了不同尺寸的网格划分，将 **abaqus** 软件获得的结果作为精确解，对比了两种尺寸网格 **matlab** 编程计算结果的准确性。

# 一、二维四边形单元的位移、应力计算

## 1.1 平面模型的建立

建立一个简单的平面模型，其形状、尺寸如图所示：

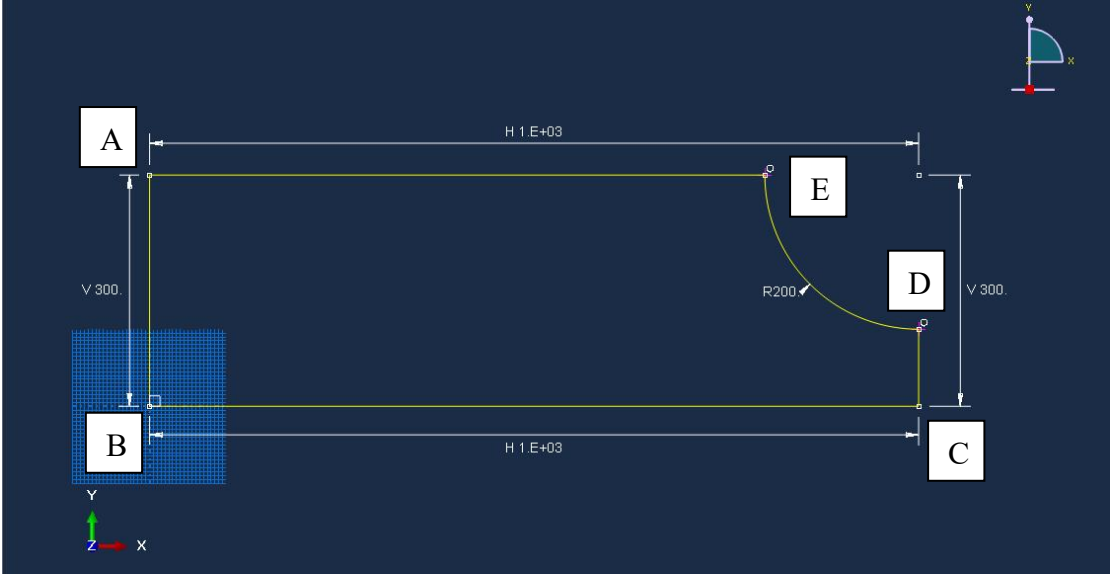


图 1 平面问题模型

### 问题描述：

如图 1 所示，该平面模型左侧边界 AB 被固定，在右侧 D 点受到向下的集中载荷作用。已知集中力大小为 100kN，模型材料的弹性模量为 210GPa，泊松比为  $\nu=0.3$ ，求其变形和受力状况。

## 1.2 平面模型的 abaqus 分析

### 1.2.1 网格划分

在 abaqus 中建立平面模型并进行网格划分，通过给定模型边界单元数目，自动生成四边形网格，模型网格划分如下图所示：

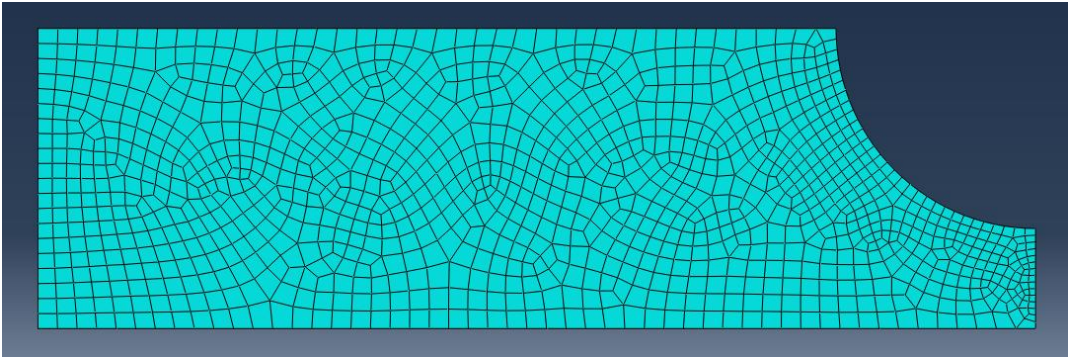


图 2 平面模型网格划分（四边形单元）

### 1.2.2 施加约束与载荷

在 abaqus 中建立模型并画好网格后，对模型施加约束，限制左侧 AB 边界在 x、y 方向的位移均为 0；接着对模型圆弧与右侧边界相交的点施加向下 100kN 的集中载荷，具体操作如下图所示。

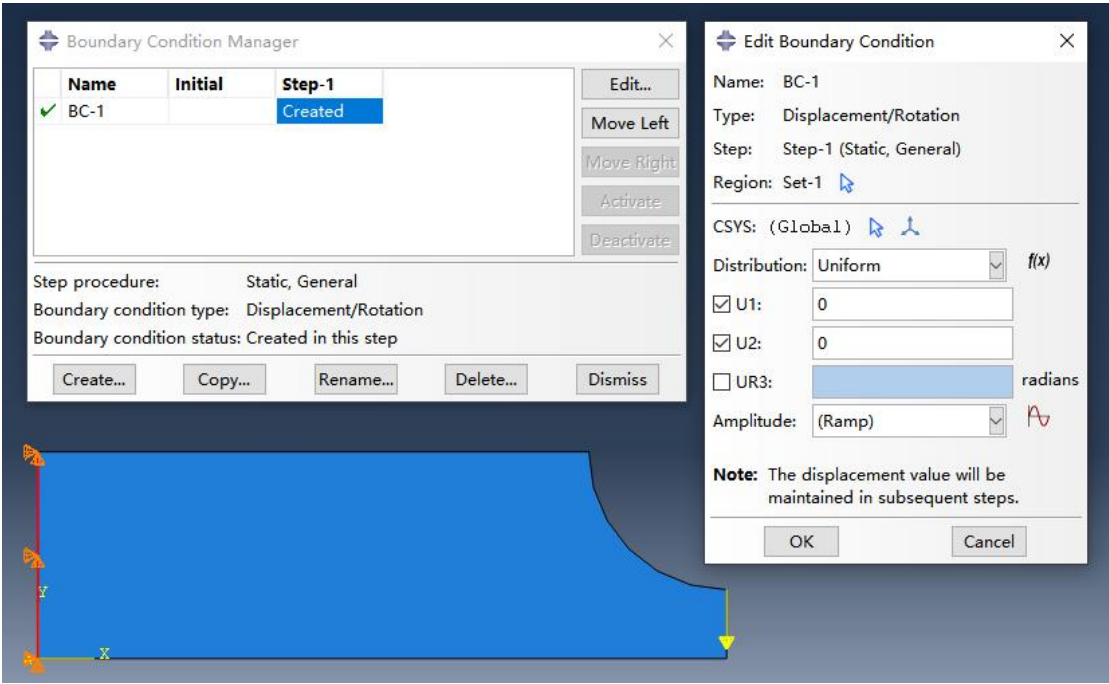


图 3 abaqus 边界约束设置

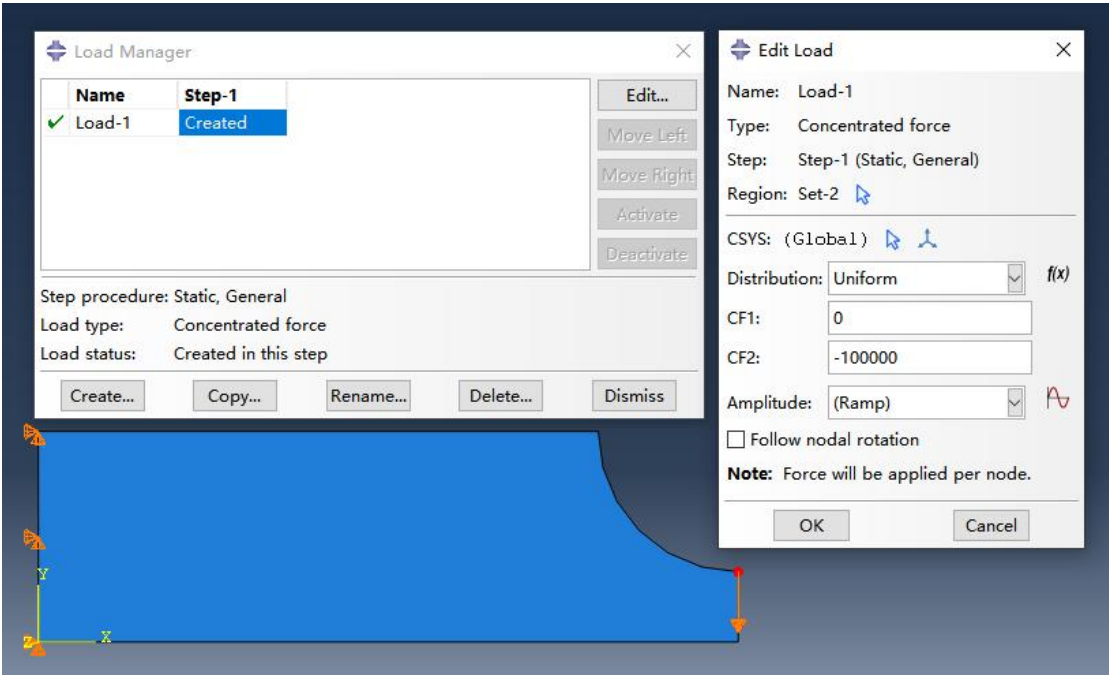


图 4 abaqus 载荷设置

### 1.2.3 abaqus 位移、应力分析计算

将 abaqus 中处理好的模型提交分析，获得分析模型的位移、应力状况，具体结果如下图所示：

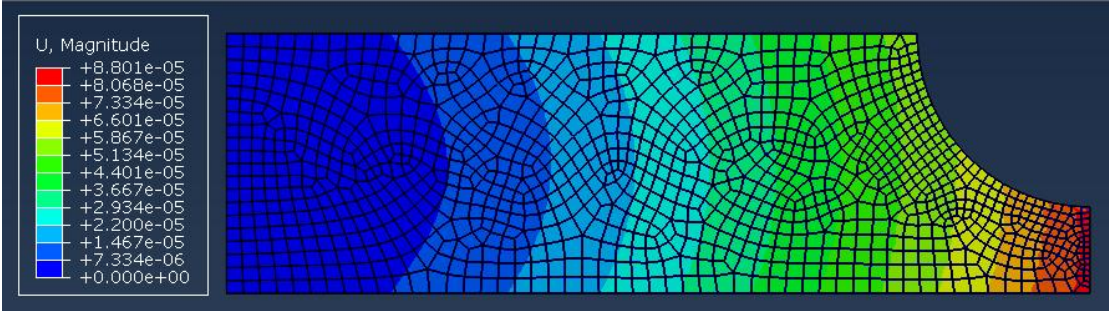


图 5 abaqus 分析合位移云图

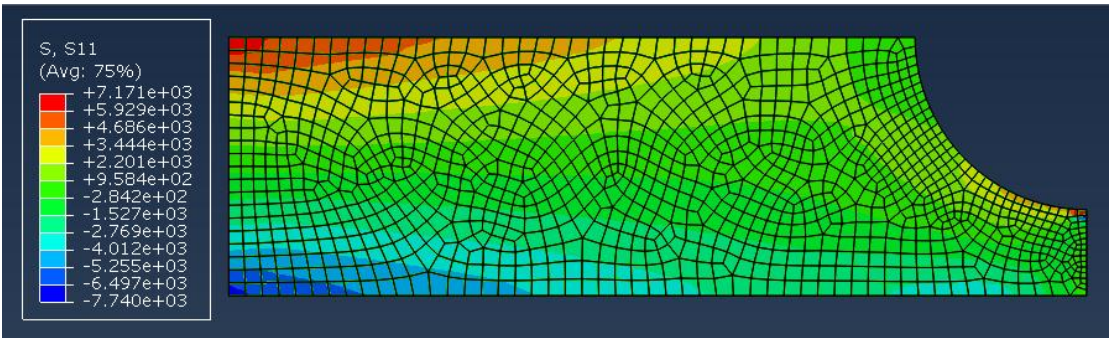


图 6 abaqus 分析 x 轴应力云图

### 1.3 平面模型的 matlab 编程计算

#### 1.3.1 abaqus 网格相关信息获取

从 abaqus 中生成的 inp 文件中提取节点信息（文件：x0.txt）、单元信息（文件：nodes.txt），从 abaqus 中导出约束边界节点的编号（文件：bc\_number.txt），确认施加力的节点编号（文件：fload\_number.txt）。

#### 1.3.2 matlab 程序及计算结果

运行主程序（文件：main1.m）获取节点位移、应力信息（文件：uu.txt、stress\_node.txt），然后运行后处理文件（文件：hou\_processing1.m），可以获得相应的节点位移、应力云图。具体结果如下图所示：

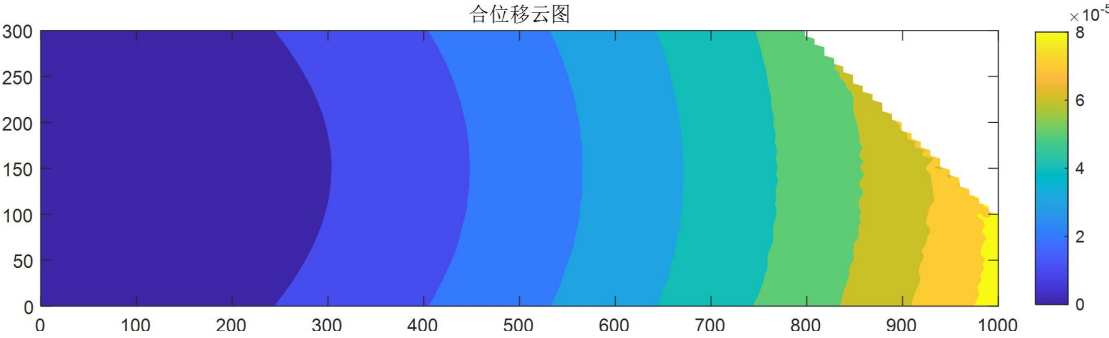




图 7 matlab 计算得到的合位移云图

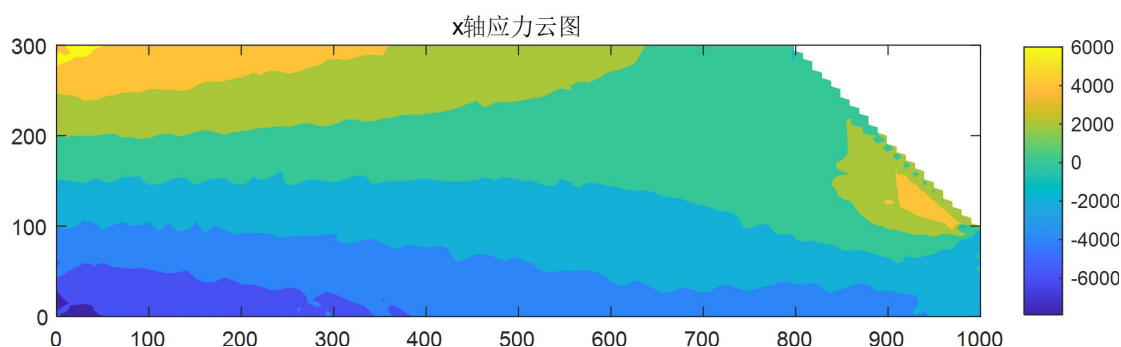


图 8 matlab 计算得到的 x 轴应力云图

## 1.4 abaqus 与 matlab 计算结果对比

从 abaqus 中导出 rpt 文件, 获取节点位移、应力信息(文件: uu.txt、s\_node.txt), 从 matlab 计算结果中提取节点位移、应力信息(文件: U\_fem.txt、stress\_node.txt)。运行 bijiao1.m 文件, 获得二者之间的误差值, 部分结果如图所示:

1	matlab 计算		abaqus 分析	
2	合位移	x 轴应力	合位移	x 轴应力
3	-1.85E-05	-1025.636748	-1.89E-05	-1236.76
4	-7.51E-05	-2278.61468	-7.52E-05	-2030.75
5	-1.84E-05	-2981.584064	-1.83E-05	-3138.29
6	-7.21E-05	-3425.211191	-7.27E-05	-3398.25
7	-1.78E-05	-3283.019331	-1.78E-05	-3265.48
8	-6.62E-05	-3134.509466	-6.67E-05	-3095.75
9	-1.71E-05	-2796.228215	-1.72E-05	-2769.3
10	-6.09E-05	-2548.06846	-6.13E-05	-2536.51
11	-1.64E-05	-2796.567094	-1.65E-05	-2469.97
12	-5.61E-05	-2722.902518	-5.65E-05	-2430.38
13	-1.61E-05	-2175.85561	-1.61E-05	-2488.59
14	-5.38E-05	-2907.963331	-5.38E-05	-2546
15	-1.55E-05	-2721.811266	-1.55E-05	-2730.22
16	-4.95E-05	-2930.63846	-4.95E-05	-2956.02
17	-1.49E-05	-3180.819926	-1.49E-05	-3189.25
18	-4.54E-05	-3295.714825	-4.54E-05	-3313.62
19	-1.47E-05	-3522.958237	-1.48E-05	-3561.52
20	-4.34E-05	-3762.291052	-4.37E-05	-3803.51
21	-1.42E-05	-4388.992176	-1.43E-05	-3927.63
22	-3.95E-05	-4657.91358	-3.98E-05	-4175.69
23	-1.37E-05	-3846.908796	-1.38E-05	-4398.63
24	-3.58E-05	-5126.183221	-3.60E-05	-4498.79
25	-1.35E-05	-4678.817717	-1.35E-05	-4698.23
26	-3.39E-05	-5017.682679	-3.40E-05	-4999.8
27	-1.29E-05	-5295.704914	-1.30E-05	-5293.49
28	-3.04E-05	-5414.314618	-3.04E-05	-5417.38
29	-1.24E-05	-5641.088591	-1.24E-05	-5640.79
30	-2.69E-05	-5922.275718	-2.70E-05	-5878.29
31	-1.18E-05	-6124.804103	-1.18E-05	-6049.6
32	-2.36E-05	-33.65887523	-2.37E-05	12.9364
33	-1.14E-05	-5482.404519	-1.15E-05	-7199.84
34	-2.21E-05	-90.01861861	-2.22E-05	112.384

图 9 部分节点位移、应力数据对比

通过上图简单对比, 可以发现 matlab 计算得到的位移结果与 abaqus 分析所得结果较为接近, 而二者之间的应力数据存在较大差别。运行 bijiao.m 文件, 获得合位移的平均误差为 3.31%, 基本满足要求。而 x 轴应力即使是平均误差也是较大的。

## 二、探究网格大小对分析结果的影响

为了使得 matlab 计算得到的位移结果与 abaqus 软件分析得到的结果更为接近，尝试将网格划分的更小，以期使得二者误差值更小。

### 2.1. 小网格模型

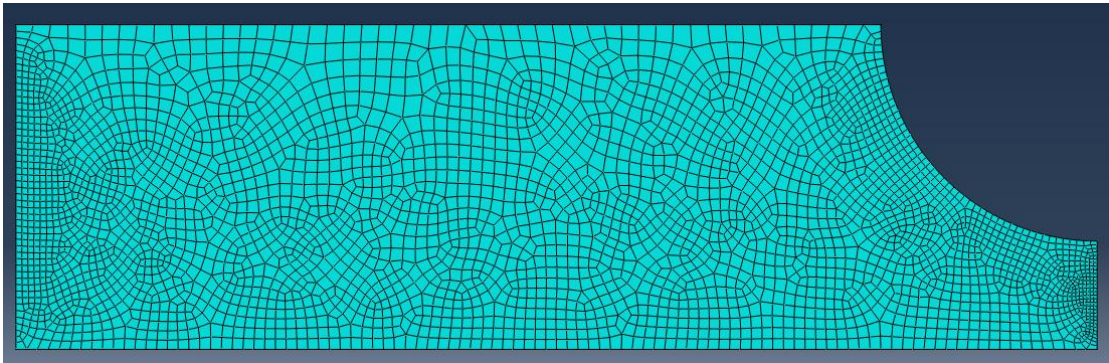


图 10 细密网格划分

### 2.2. 对比结果

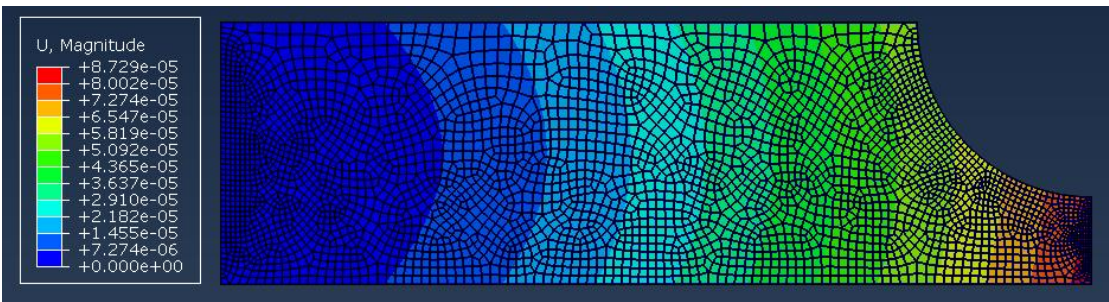


图 11 abaqus 细密网格情况下合位移云图

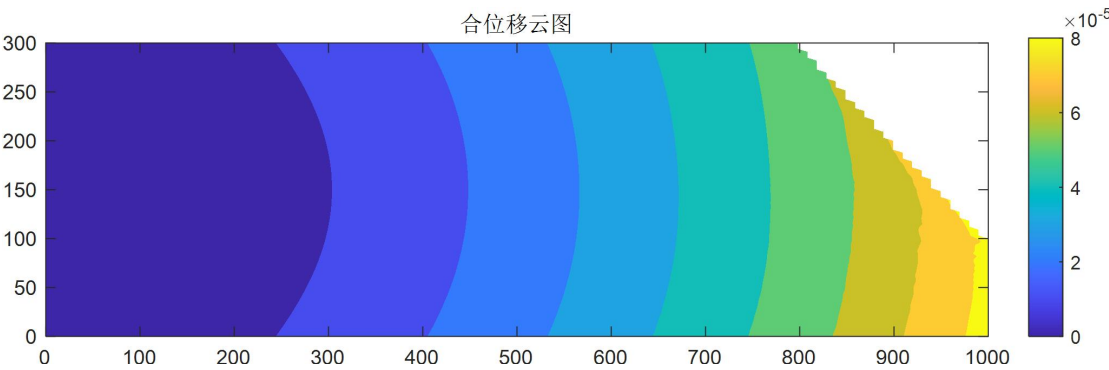


图 12 matlab 细密网格情况下合位移云图

通过以上两图的比较，可以发现，细密网格情况下，matlab 获得的位移云图与 abaqus 分析获得的云图效果很接近。接着通过计算细密网格情况下的合位移

数据之间的误差，除了边界约束处的位移数据二者相差很大外，其余位移数据均很小，而且除去边界处节点的情况下，计算其余节点的位移误差平均值近似为 0。所以可以通过这个例子简单证明网格细化对于 **matlab** 计算精度的提高有一定效果。



### 三、学习心得与感悟

通过本次有限元课程学习,除了对于基本的有限元问题以及基本单元有了一定了解,有限元相关的思想以及其中求解问题的方法都使我对于我所要研究的方向产生了一些启发。比如希望借鉴有限元的思想去研究点云识别相关的内容,希望可以借鉴有限单元法逆向应用去实现图像识别的建模问题,希望借鉴有限元中形函数的相关内容去研究模式识别分类器的构建。这些想法可能有些不切实际,但是确实为我的研究生阶段的研究方向提供了一些比较新颖的启发,希望自己在研究生阶段,能够在这些有想法的方向做出一点成果。

有限元课程确实很难,但是在完成最终的作业的过程中,真的让自己对于有限元的相关内容掌握得更好一些了,收获很大。