# 工程优化技术作业

姓名：苏凡珈 学号：S2302S0250

## 题目：用五维共轭梯度法解决参数估计和机器学习中的优化问题

假设有一个包含n个样本和m个特征的数据集X和对应的输出y，要求使用五维共轭梯度法对线性回归模型进行参数估计。

## **求解：**

此问题表示的是一个线性回归问题，其中给出了一个包含n个样本和m个特征的数据集X和对应的输出y。线性回归的目标是找到一个最佳的拟合直线或超平面来拟合数据，即求解一个参数向量，使得目标函数最小化。

具体地，线性回归模型的目标是找到一个最佳的拟合直线或超平面来拟合数据。最小二乘法是线性回归的常用方法之一，可以通过最小化残差平方和来估计模型参数。因此，将线性回归的参数估计转化为最小二乘问题，求解如下的最小化目标函数：

其中，表示模型的参数向量，表示第i个样本的特征向量，表示对应的输出值。

将上述目标函数的求解转化为梯度下降法的形式，得到如下的更新公式：

其中，表示目标函数的梯度，表示学习率。

## **Python代码求解：**

**import** numpy **as** np  
**import** matplotlib.pyplot **as** plt  
# 生成数据  
n **=** 100  
m **=** 10  
X **=** np.random.rand**(**n, m**)**y **=** np.random.rand**(**n, 1**)**# 初始化参数  
theta **=** np.random.rand**(**m, 1**)**# 定义梯度函数  
**def gradient(**theta, X, y**):** n **=** X.shape**[**0**]** diff **=** np.dot**(**X, theta**) -** y  
 **return** np.dot**(**X.T, diff**) /** n  
# 定义目标函数  
**def cost(**theta, X, y**):** n **=** X.shape**[**0**]** diff **=** np.dot**(**X, theta**) -** y  
 **return** np.sum**(**diff **\*\*** 2**) / (**2 **\*** n**)**# 五维共轭梯度法求解  
max\_iter **=** 100  
tol **=** 1e-6  
alpha **=** 0.01  
r **= -**gradient**(**theta, X, y**)**p **=** r  
**for** i **in** range**(**max\_iter**):** alpha **=** np.dot**(**r.T, r**) /** np.dot**(**p.T, np.dot**(**X.T, np.dot**(**X, p**)))** theta\_new **=** theta **+** alpha **\*** p  
 r\_new **=** r **+** alpha **\*** np.dot**(**X.T, np.dot**(**X, p**))** beta **=** np.dot**(**r\_new.T, r\_new**) /** np.dot**(**r.T, r**)** p\_new **=** r\_new **+** beta **\*** p  
 **if** np.linalg.norm**(**theta\_new **-** theta**) <** tol**:  
 break** theta **=** theta\_new  
 r **=** r\_new  
 p **=** p\_new  
print**("Final theta:"**, theta**)**#绘制拟合曲线  
x\_plot **=** np.linspace**(**0, 1, n**)**y\_plot **=** np.dot**(**X, theta**)**plt.scatter**(**x\_plot, y**)**plt.plot**(**x\_plot, y\_plot, color**='r')**plt.title**('Linear Regression with Conjugate Gradient Method')**plt.xlabel**('X')**plt.ylabel**('Y')**plt.show**()**

**求解结果如下：**

Final theta: [[-0.02100736]

[ 0.80567779]

[ 0.01940832]

[ 0.87082265]

[ 0.00437085]

[ 0.45479948]

[ 0.53066353]

[ 0.71849132]

[ 0.64530573]

[ 0.48516608]]

是一个最小化目标函数的向量，即是参数的最优解。它是一个 10×1的列向量，其中每个元素对应于每个特征对目标变量的影响权重。

**拟合曲线如下：**

