長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目 機率與統計

18 學年度 第 2 學期 期中考 資工 系 姓名 何俊育 學號 B0729060

(1)

(1)

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{C^{90}_{10}}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_1 C^{90}_9}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_2 \times C^{90}_8}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_3 C^{90}_7}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_4 C^{90}_6}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_5 C^{90}_5}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_6 C^{90}_4}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_7 C^{90}_3}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_8 C^{90}_2}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_9 C^{90}_1}{C^{100}_{10}}$	$\frac{C^{10}_{10} C^{90}_0}{C^{100}_{10}}$
	$= 0.3304$	$= 0.4080$	$= 0.2015$	$= 0.0194$	$= 0.0075$	$= 0.0006$	$= 0.00001$				

(1) $f_X(x)$ 0.9674

0.0582 0.03 0.0030 0.001

(2) $0.4080 \times 1 + 0.2015 \times 2 + 0.0194 \times 3 + 0.0075 \times 4 + 0.0006 \times + \dots 0$

$= 0.9023$

(3)

(4) $\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

$\lambda = np \quad p = \frac{\lambda}{n}$

$= \binom{n}{x} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$

$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

$= \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$

$= \frac{\lambda^x}{x!} \frac{n!}{(n-x)!} \frac{1}{n^x} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$

$\Rightarrow e^{-\lambda}$ 當 $n \to \infty$

$\frac{n!}{(n-x)!} \frac{1}{n^x}$

$= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-x+1)\cancel{(n-x)!}}{\cancel{(n-x)!}\, n^x}$

$= \frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n} \cdots \frac{n-x+1}{n}$

$= 1 \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{x+1}{n}\right) \quad = \frac{\lambda^x}{x!}$

$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{\lambda^\lambda}{x!}$

$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

$= \frac{\lambda^x}{x!} \times 1 \times e^{-\lambda} \times 1$

$= e^{-\lambda} \lambda^x$