

LUYỆN TẬP LẬP TRÌNH THUẬT TOÁN

DUYỆT – THAM LAM – NHÁNH CẬN – CHIA VÀ TRỊ - QUY HOẠCH ĐỘNG

NGĂN XẾP – HÀNG ĐỢI

Contents

A. XÂU NHỊ PHÂN CÓ K BIT 1.....	1
B. XÂU AB.....	2
C. SẮP XẾP QUÂN HẬU 1.....	2
D. SẮP XẾP QUÂN HẬU 2.....	2
E. NGƯỜI DU LỊCH.....	2
F. ĐỔI TIỀN.....	2
G. SẮP XẾP CÔNG VIỆC.....	3
H. CHUYỂN ĐỔI TRUNG TỐ - HẬU TỐ	3
I. DƯ THỪA DẤU NGOẶC.....	3
J. LŨY THỪA.....	3
K. GẤP ĐÔI DÃY SỐ.....	3
L. DÃY XÂU FIBONACI.....	4
M. SỐ BDN.....	4
N. BIẾN ĐỔI SỐ NGUYÊN TỐ.....	4
O. TÌM KIẾM NHỊ PHÂN	4
P. GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT	4
Q. SỐ NHỊ PHÂN.....	5
R. NGE.....	5
S. DẤU NGOẶC.....	5
T. SỐ FIBONACCI THỨ N	5
U. LŨY THỪA MA TRẬN.....	5
V. QUAY HÌNH VUÔNG.....	6
W. HÌNH CHỮ NHẬT LỚN NHẤT	6
X. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT	6
Y. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT	7
Z. DÃY CON CÓ TỔNG BẰNG S.....	7

A. XÂU NHỊ PHÂN CÓ K BIT 1

Hãy in ra tất cả các xâu nhị phân độ dài N, có K bit 1 theo thứ tự từ điển tăng dần.

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 2 số nguyên N, K ($1 \leq K \leq N \leq 16$).

Output: Với mỗi test, in ra đáp án tìm được, mỗi xâu in ra trên một dòng.

Input	Output
1	0011
4 2	0101
	0110
	1001
	1010
	1100

B. XÂU AB

Một chuỗi ký tự $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ được gọi là chuỗi AB độ dài n nếu với mọi $s_i \in S$ thì s_i hoặc là ký tự A hoặc s_i là ký tự B. Ví dụ chuỗi $S = "ABABABAB"$ là một chuỗi AB độ dài 8. Cho số tự nhiên N và số tự nhiên K ($1 \leq K < N \leq 15$ được nhập từ bàn phím), hãy viết chương trình liệt kê tất cả các chuỗi AB có độ dài N chứa **duy nhất** một dãy K ký tự A liên tiếp.

Dữ liệu vào chỉ có một dòng ghi hai số N và K .

Kết quả: Dòng đầu tiên ghi lại số các chuỗi AB tìm được. Những dòng kế tiếp, mỗi dòng ghi lại một chuỗi AB thỏa mãn. Các chuỗi được ghi ra theo thứ tự từ điển.

INPUT	OUTPUT
5 3	5 AAABA AAABB ABAAA BAAAB BBAAA

C. SẮP XẾP QUÂN HẬU 1

Cho một bàn cờ vua có kích thước $n * n$, ta biết rằng quân hậu có thể di chuyển theo chiều ngang, dọc, chéo. Vấn đề đặt ra rằng, có n quân hậu, bạn cần đếm số cách đặt n quân hậu này lên bàn cờ sao cho với 2 quân hậu bất kỳ, chúng không “ăn” nhau.

Input: Một số n duy nhất (không quá 10)

Output: Số cách đặt quân hậu.

Input	Output
4	2

D. SẮP XẾP QUÂN HẬU 2

Cho một bàn cờ 8×8 , mỗi ô có một giá trị $A[i][j]$ nhất định ($0 \leq A[i][j] \leq 100$), tương ứng với điểm số đạt được nếu như bạn đặt một quân cờ vào đó.

Nhiệm vụ của bạn là đặt 8 quân hậu lên bàn cờ, sao cho không có 2 quân nào ăn nhau, và số điểm đạt được là lớn nhất.

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 8 dòng, mỗi dòng 8 số nguyên mô tả bàn cờ.

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Input	Output
1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 48 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64	260

E. NGƯỜI DU LỊCH

Cho n thành phố đánh số từ 1 đến n và các tuyến đường giao thông hai chiều giữa chúng, mạng lưới giao thông này được cho bởi mảng $C[1 \dots n, 1 \dots n]$ ở đây $C[i][j] = C[j][i]$ là chi phí đi đoạn đường trực tiếp từ thành phố i đến thành phố j .

Một người du lịch xuất phát từ thành phố 1, muốn đi thăm tất cả các thành phố còn lại mỗi thành phố đúng 1 lần và cuối cùng quay lại thành phố 1. Hãy tính chi phí ít nhất mà người đó phải bỏ ra.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên là số nguyên n ($n \leq 15$); n dòng sau, mỗi dòng chứa n số nguyên thể hiện cho mảng 2 chiều C .

Kết quả: Chi phí mà người đó phải bỏ ra.

INPUT	OUTPUT
4 0 20 35 10 20 0 90 50 35 90 0 12 10 50 12 0	117

F. ĐỔI TIỀN

Chuẩn bị đi nước ngoài, Tí phải thực hiện đổi tiền. Tại ngân hàng có các mệnh giá bằng 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000. Tổng số tiền mà Tí mang đi đổi có giá trị bằng N .

Tí không muốn cầm nhiều tờ tiền. Các bạn hãy xác định xem Tí có ít nhất bao nhiêu tờ tiền sau khi đổi tiền?

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 50$). Mỗi test gồm 1 số nguyên N ($1 \leq N \leq 100\,000$).

Input:	Output
2	2
70	3
121	

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

G. SẮP XẾP CÔNG VIỆC

Bạn được giao cho N công việc, công việc thứ i có thời gian bắt đầu là $A[i]$ và kết thúc tại $B[i]$. Tại một thời điểm, bạn chỉ có thể làm một công việc.

Bạn hãy lựa chọn các công việc một cách tối ưu sao cho số công việc làm được là nhiều nhất.

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).

Mỗi test gồm 1 số nguyên N ($1 \leq N \leq 100\,000$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số $A[i]$ và $B[i]$ ($0 \leq A[i] < B[i] \leq 10^6$).

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Giải thích test: Lựa chọn công việc 2, 3, 5, 6.

Input	Output
1	4
6	
5 9	
1 2	
3 4	
0 6	
5 7	
8 9	

H. CHUYỂN ĐỔI TRUNG TỔ - HẬU TỔ

Có ba dạng biểu diễn cho các biểu thức số học và logic:

Infix (trung tố): Biểu diễn biểu thức dưới dạng trung tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt giữa hai toán hạng. Ví dụ $(A+B) * (C-D)$.

Prefix (tiền tố): Biểu diễn biểu thức dưới dạng tiền tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt trước hai toán hạng. Ví dụ $*+AB-CD$ (tương ứng với biểu thức trung tố $(A+B)*(C-D)$).

Postfix (hậu tố): Biểu diễn biểu thức dưới dạng hậu tố là phép biểu diễn biểu thức trong đó phép toán được đặt sau hai toán hạng. Ví dụ $AB+CD*$ (tương ứng với biểu thức trung tố $(A+B)*(C-D)$).

Hãy viết chương trình chuyển đổi biểu thức biểu diễn dưới dạng **trung tố** về dạng **hậu tố**.

Input: Gồm nhiều dòng, mỗi dòng là một biểu thức trung tố, trong đó các toán hạng là các chữ cái tiếng anh in thường

Output: Mỗi dòng in ra một biểu thức hậu tố tương ứng

Input	Output
$(a + (b + c))$	$abc++$
$((a * b) + c)$	$ab * c +$

I. DƯ THỪA DẤU NGOẶC

Cho biểu thức số học, hãy cho biết biểu thức số học có dư thừa các cặp ký hiệu ‘(,’ hay không?

Input: Gồm nhiều dòng, mỗi dòng là một biểu thức số học.

Output: Với mỗi biểu thức, nếu dư thừa các cặp kí hiệu ‘(’, ‘)’ thì in ra ‘Yes’, ngược lại in ra ‘No’.

Input	Output
$((a+b))$	Yes
$(a + (b) / c)$	Yes
$(a + b * (c-d))$	No

J. LŨY THỪA

Cho số nguyên dương N và K . Hãy tính N^K modulo 10^9+7 .

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 1 số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 1000, 1 \leq K \leq 10^9$).

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Input:	Output
2	8
2 3	16
4 2	

K. GẤP ĐÔI DÃY SỐ

Một dãy số tự nhiên bắt đầu bởi con số 1 và được thực hiện $N-1$ phép biến đổi “gấp đôi” dãy số như sau:

Với dãy số A hiện tại, dãy số mới có dạng A, x, A trong đó x là số tự nhiên bé nhất chưa xuất hiện trong A .

Ví dụ với 2 bước biến đổi, ta có $[1] \rightarrow [1\ 2\ 1] \rightarrow [1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1]$.

Các bạn hãy xác định số thứ K trong dãy số cuối cùng là bao nhiêu?

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$). Mỗi test gồm số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 50$, $1 \leq K \leq 2^N - 1$).

Input	Output
2	2
3 2	4
4 8	

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

L. DÃY XÂU FIBONACI

Một dãy xâu ký tự G chỉ bao gồm các chữ cái A và B được gọi là dãy xâu Fibonacci nếu thỏa mãn tính chất: $G(1) = A$; $G(2) = B$; $G(n) = G(n-2) + G(n-1)$. Với phép cộng (+) là phép nối hai xâu với nhau. Bài toán đặt ra là tìm ký tự ở vị trí thứ i (tính từ 1) của xâu Fibonacci thứ n.

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên N và i ($1 \leq N \leq 93$). Số i đảm bảo trong phạm vi của xâu G(N) và không quá 18 chữ số.

Kết quả: Ghi ra màn hình kết quả tương ứng với từng bộ test.

Input	Output
2	A
6 4	B
8 19	

M. SỐ BDN

Ta gọi số nguyên dương K là một số BDN nếu các chữ số trong K chỉ bao gồm các 0 hoặc 1 có nghĩa. Ví dụ số K = 1, 10, 101. Cho số tự nhiên N ($N \leq 2^{63}$). Hãy cho biết có bao nhiêu số BDN không lớn hơn N. Ví dụ N=100 ta có 4 số BDN bao gồm các số: 1, 10, 11, 100.

Input: Dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên T ($T \leq 100$) là số lượng bộ test. T dòng kế tiếp mỗi dòng là một số tự nhiên N ($1 \leq N \leq 2^{63}$).

Output: Với mỗi số N in ra kết quả trên một dòng là số các số BDN không lớn hơn N.

Input	Output
3	2
10	4
100	7
200	

N. BIẾN ĐỔI SỐ NGUYÊN TỐ

Cho cặp số S và T là các số nguyên tố có 4 chữ số (Ví dụ S = 1033, T = 8197 là các số nguyên tố có 4 chữ số). Hãy viết chương trình tìm cách dịch chuyển S thành T thỏa mãn đồng thời những điều kiện dưới đây:

- Mỗi phép dịch chuyển chỉ được phép thay đổi một chữ số của số ở bước trước đó (ví dụ nếu S=1033 thì chuyển S thành 1733);
- Số nhận được cũng là một số nguyên tố có 4 chữ số (ví dụ nếu S=1033 thì phép dịch chuyển S thành 1833 là không hợp lệ, và S dịch chuyển thành 1733 là hợp lệ);
- Số các bước dịch chuyển là ít nhất.

Ví dụ số các phép dịch chuyển ít nhất để S = 1033 thành T = 8179 là 6 bao gồm các phép dịch chuyển như sau:

8179 ← 8779 ← 3779 ← 3739 ← 3733 ← 1733 ← 1033

Input: Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T ($1 \leq T \leq 100$) là số lượng bộ test. T dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên tố có 4 chữ số S, T.

Output: Với mỗi bộ test in ra trên một dòng số cách biến đổi ít nhất để chuyển S thành T. Dữ liệu đảm bảo luôn có cách biến đổi.

Input	Output
2	6
1033	5
8179	
1033	
8779	

O. TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Cho dãy số A[] gồm có N phần tử đã được sắp xếp tăng dần và số K. Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem số K có xuất hiện trong dãy số hay không. Nếu có hãy in ra vị trí trong dãy A[], nếu không in ra "NO".

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$). Mỗi test bắt đầu bằng số nguyên N và K ($N \leq 100\,000$, $0 \leq K \leq 10^6$). Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] ($0 \leq A[i] \leq 10^6$), các phần tử là riêng biệt.

Output: Với mỗi test in ra trên một dòng đáp án tìm được.

Input:	Output
2	3
5 3	NO
1 2 3 4 5	
6 5	
0 1 2 3 9 10	

P. GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Cho xâu ký tự S[] bao gồm các ký tự in hoa ['A', 'B', ..., 'Z']. Ta định nghĩa giá trị của xâu S[] là tổng bình phương số lần xuất hiện mỗi ký tự trong xâu. Ví dụ với xâu S[] = "AAABBCD" ta có $F(S) = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 = 15$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của xâu S[] sau khi loại bỏ K ký tự trong xâu.

Input	Output
2	2
2	3
ABCC	

Input: Dòng đầu tiên gồm một số nguyên T ($1 \leq T \leq 100$) là số lượng bộ test. Mỗi bộ test có dạng như sau:

1	
ABCC	

- Dòng thứ nhất gồm một số nguyên dương K ($1 \leq K \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm chuỗi ký tự S ($1 \leq |S| \leq 10^5$).

Output: Với mỗi bộ test in ra trên một dòng là giá trị nhỏ nhất của chuỗi S sau khi loại bỏ đi K ký tự trong chuỗi.

Giải thích: Ở bộ test đầu, ta bỏ đi 2 ký tự 'C'.

Q. SỐ NHỊ PHÂN

Cho số tự nhiên N .

Hãy in ra tất cả các số nhị phân từ 1 đến N .

Input: Dòng đầu tiên ghi lại số lượng test T ($T \leq 100$). Mỗi test là một số tự nhiên N được ghi trên một dòng ($N \leq 500$).

Output: Đưa ra kết quả mỗi test trên một dòng.

Input	Output
2	1 10
2	1 10 11 100 101 110
5	

R. NGE

Ta gọi $NGE(i)$ của một mảng $A[]$ là phần tử lớn hơn $A[i]$ đầu tiên bên phải $A[i]$; $NGE(i) = -1$ nếu i là phần tử cuối cùng của mảng hoặc bên phải $A[i]$ không có phần tử nào lớn hơn $A[i]$. Cho mảng $A[]$ gồm n phần tử, hãy in ra $NGE(i)$ của mỗi phần tử.

Input: Dòng đầu tiên gồm một số nguyên t ($1 \leq t \leq 10$) là số lượng bộ test. Mỗi bộ test có định dạng như sau:

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$) là số lượng phần tử trong dãy A .
- Dòng tiếp theo gồm n số A_1, A_2, \dots, A_n ($0 \leq A_i \leq 10^5$).

Output: Một dòng gồm n số trong đó số thứ i là $NGE(i)$.

Input	Output
2	-1 12 12 -1
4	6 -1 3 -1
13 7 6 12	
4	
5 6 2 3	

S. DẤU NGOẶC

Cho biểu thức exp độ dài n chứa đựng một số ký tự '(', ')'. Hãy in ra số thứ tự của các cặp '(', ')', khi phân tích biểu thức.

Input: Gồm nhiều dòng, mỗi dòng gồm một biểu thức exp ($1 \leq |exp| \leq 10^5$). Đảm bảo tuân thủ đúng quy tắc về đóng mở ngoặc.

Output: Mỗi dòng in ra số thứ tự của các cặp '(', ')', khi phân tích biểu thức tương ứng.

Input	Output
(a+(b*c))+(d/e)	1 2 2 1 3 3
(())(())	1 2 3 3 2 4 5 5 4 1

T. SỐ FIBONACCI THỨ N

Dãy số Fibonacci được xác định bằng công thức như sau:

$F[0] = 0, F[1] = 1;$

$F[n] = F[n-1] + F[n-2]$ với mọi $n \geq 2$.

Các phần tử đầu tiên của dãy số là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định số Fibonacci thứ n . Do đáp số có thể rất lớn, in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 1000$). Mỗi test bắt gồm một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Output: Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Input:	Output
3	1
2	8
6	6765
20	

U. LŨY THỪA MA TRẬN

Cho ma trận vuông A kích thước $N \times N$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính ma trận $X = A^K$ với K là số nguyên cho trước. Đáp số có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

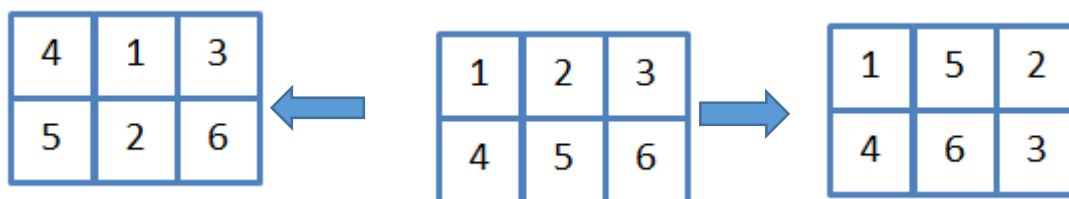
Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$). Mỗi test bắt gồm một số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10$, $1 \leq K \leq 10^9$) là kích thước của ma trận và số mũ.

Output: Với mỗi test, in ra kết quả của ma trận X.

Input:	Output
2	8 5
2 5	5 3
1 1	597240088 35500972 473761863
1 0	781257150 154135232 527013321
3 1000000000	965274212 272769492 580264779
1 2 3	
4 5 6	
7 8 9	

V. QUAY HÌNH VUÔNG

Có một chiếc bảng hình chữ nhật với 6 miếng ghép, trên mỗi miếng ghép được điền một số nguyên trong khoảng từ 1 đến 6. Tại mỗi bước, chọn một hình vuông (bên trái hoặc bên phải), rồi quay theo chiều kim đồng hồ.



Yêu cầu: Cho một trạng thái của bảng, hãy tính số phép biến đổi ít nhất để đưa bảng đến trạng thái đích.

Input: Dòng đầu tiên chứa 6 số là trạng thái bảng ban đầu (thứ tự từ trái qua phải, dòng 1 tới dòng 2).

Dòng thứ hai chứa 6 số là trạng thái bảng đích (thứ tự từ trái qua phải, dòng 1 tới dòng 2).

Output: In ra một số nguyên là đáp số của bài toán.

Input	Output
1 2 3 4 5 6 4 1 2 6 5 3	2

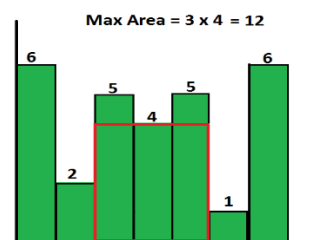
W. HÌNH CHỮ NHẬT LỚN NHẤT

Cho N cột, mỗi cột có chiều cao bằng $H[i]$. Bạn hãy tìm hình chữ nhật lớn nhất bị che phủ bởi các cột?

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$). Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ($N \leq 100\,000$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $H[i]$ ($1 \leq H[i] \leq 10^9$).

Output: Với mỗi test, in ra diện tích hình chữ nhật lớn nhất tìm được.



Input	Output
2	12
7	6
6 2 5 4 5 1 6	
3	
2 2 2	

X. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Xâu ký tự X được gọi là xâu con của xâu ký tự Y nếu ta có thể xóa đi một số ký tự trong xâu Y để được xâu X.

Input	Output
abc1def2ghi3 abcdefghijkl23	10

Cho hai chuỗi ký tự A và B dài không quá 1000 ký tự (chữ cái viết thường hoặc chữ số), hãy tìm chuỗi ký tự C có độ dài lớn nhất và là con của cả A và B.

Input: Dòng 1: chứa chuỗi A. Dòng 2: chứa chuỗi B

Output: Chỉ gồm một dòng ghi độ dài chuỗi C tìm được

Y. Dãy con tăng dài nhất

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử $A[1], A[2], \dots, A[N]$.

Biết rằng dãy con tăng đơn điệu là 1 dãy $A[i_1], \dots, A[i_k]$

thỏa mãn $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ và $A[i_1] < A[i_2] < \dots < A[i_k]$.

Hãy cho biết dãy con tăng đơn điệu dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

Input: Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ($1 \leq N \leq 1000$). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên $A[1], A[2], \dots, A[N]$ ($1 \leq A[i] \leq 10000$).

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng đơn điệu dài nhất.

Input	Output
6 1 2 5 4 6 2	4

Z. Dãy con có tổng bằng S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$. Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

Input: Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S ($0 < N \leq 200$) và S ($0 < S \leq 40000$). Các dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số A_1, A_2, \dots, A_N ($0 < A_i \leq 200$).

Output: Nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO". Nếu bài toán có nghiệm thì in ra "YES"

Input	Output
5 6 1 2 4 3 5	YES