## THỬA ĐẤT LỚN NHẤT

Bờm lại thắng Phú ông trong một cuộc đánh cược và theo thỏa thuận từ trước, Phú ông buộc phải cho Bờm một thửa đất trong phần đất đai rộng lớn của mình. Bản đồ phần đất của Phú ông có thể coi là một mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxy$ trên đó đánh dấu $n$ ($n \geq 3$) cột mốc hoàn toàn phân biệt và không đồng thời thẳng hàng, cột mốc thứ $i$ có tọa độ $(x_i, y_i)$. Bờm được chọn ba cột mốc trong số đó để nhận thửa đất có dạng hình tam giác có ba đỉnh là vị trí ba cột mốc được chọn.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Bờm chọn ba cột mốc để nhận được thửa đất có diện tích lớn nhất.

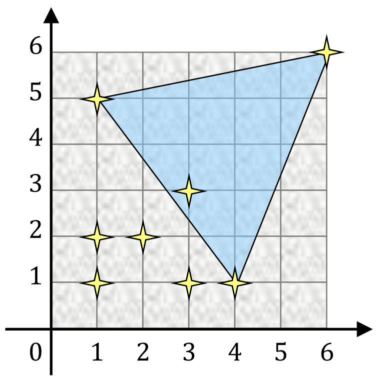
**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản TRILAND.INP

- Dòng 1 chứa số nguyên dương $n$ ($3 \leq n \leq 3000$)
- $n$ dòng tiếp theo, dòng thứ $i$ chứa hai số nguyên $x_i, y_i$ ($\forall i: |x_i|, |y_i| \leq 10^9$) cách nhau bởi dấu cách

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản TRILAND.OUT diện tích của thửa đất Bờm sẽ nhận theo phương án tìm được. Diện tích này phải ghi dưới dạng số thực với đúng 1 chữ số sau dấu chấm thập phân.

**Ví dụ:**

| TRILAND.INP | TRILAND.OUT |
|---|---|
| 8<br>1 1<br>1 2<br>1 5<br>2 2<br>3 1<br>3 3<br>4 1<br>6 6 | 11.5 |




# Thuật toán

Thuật toán xét tất cả bộ 3 điểm rồi tính diện tích tam giác ($O(n^3)$) có thể đạt 50% số điểm. Chú ý phải tính diện tích tam giác bằng tích chéo hoặc theo kiểu diện tích hình thang, dùng công thức Heron dính sai số nhiều và chậm.

Với $n$ lớn, có thể cầu may bằng cách làm chừng 1 đến 10 triệu lần, mỗi lần lấy ngẫu nhiên 3 điểm, ghi nhận lại diện tích tam giác lớn nhất trong các lần thử đó.

Cách chuẩn:

Tìm bao lồi của $n$ điểm, một nhận xét quan trọng đó là tam giác có diện tích lớn nhất phải có 3 đỉnh là 3 đỉnh của bao lồi. Thuật toán thực hiện như sau:

Đánh số các đỉnh của đa giác lồi theo chiều thuận (ngược chiều kim đồng hồ),

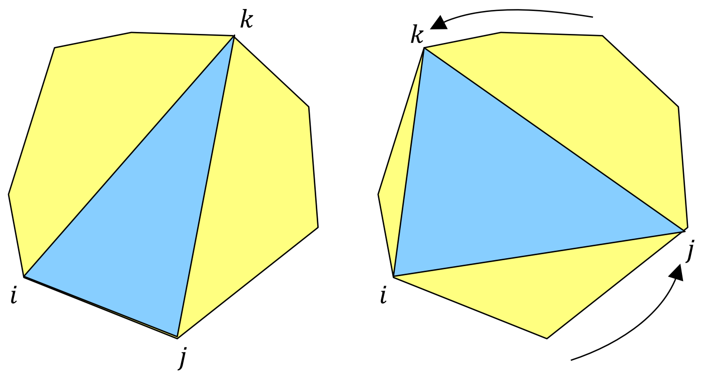
Xét mọi cặp điểm $i, j$, $(i < j)$ với mỗi cặp, tìm điểm $k$ $(j < k)$ tạo ra diện tích tam giác $(i, j, k)$ lớn nhất và ghi nhận lại. Giả sử bao lồ có $m$ đỉnh:

```
for i := 1 to m - 2 do
  for j := i + 1 to m - 1 do
    «Tìm k: Diện tích tam giác (i, j, k) lớn nhất và ghi nhận»;
```

Bây giờ ta tìm cách xác định nhanh chỉ số $k$ ứng với mỗi giá trị $j$ chạy từ $i + 1$ tới $m - 1$.

Với giá trị $j$ đầu tiên bằng $i + 1$, nếu ta xét lần lượt $k = j + 1, j + 2, \ldots, m$ thì diện tích tam giác $(i, j, k)$ tăng dần lên giá trị cực đại rồi giảm dần xuống. Lý do là $k$ đi xa dần đường thẳng $i - j$ rồi lại đi gần về đường thẳng $(i, j)$ khi $k$ chạy trên bao lồi. Vậy giá trị $k$ ứng với vị trí $j = i + 1$ có thể tìm như sau: Đặt $k \coloneqq j + 2$, chừng nào điểm $k + 1$ tạo ra diện tích lớn hơn diện tích $(i, j, k)$ ta tăng $k$ lên 1 đơn vị (Hình bên trái).

Với giá trị $j'$ tiếp theo (bằng $j + 1$), $k'$ tương ứng với nó được tìm bằng cách tương tự, từ vị trí $k$ của bước trước, tăng dần $k$ lên chừng nào thấy diện tích vẫn tăng lên, ta thu được giá trị $k'$ sau vòng lặp (hình bên phải)




Thuật toán có thể viết:

```
for i := 1 to m - 2 do
  begin
    k := i + 2;
    for j := i + 1 to m - 1 do
      begin
        while (k < m) and («Tăng k lên cho diện tích không nhỏ hơn») do
          k := k + 1;
        «Ghi nhận diện tích tam giác (i, j, k)»;
      end;
  end;
«In ra diện tích lớn nhất trong các lần ghi nhận»;
```

Độ phức tạp tính toán có thể đánh giá qua số lần thực hiện phép toán $k \coloneqq k + 1$, với mỗi giá trị $i$, $k$ được khởi tạo bằng $i + 2$ và không bao giờ vượt quá $m$, tức là với mỗi giá trị $i$, số lần tăng $k$ không quá $m - i - 2$. Vì $i$ chạy từ 1 tới $m - 2$. Độ phức tạp của thuật toán là $O(m^2)$.