



CÁC DẠNG BÀI TẬP

Chương 1. Logic

1



Dạng 1 : Các phép tính cơ bản :

Một anh cán bộ đang vận động bầu cử tuyên bố: “Nếu tôi được làm bộ trưởng, tôi sẽ thưởng cho anh em trong bộ tháng lương thứ 13”. Thế rồi anh ta lên làm bộ trưởng thật, nhưng không cho nhân viên lương tháng 13. Thế là anh ấy sai! Nhà Toán học Fermat nói: “Cứ n là số tự nhiên thì $F_n = 2^{2n} + 1$ là một số nguyên tố”. Mới đầu do tính bằng tay, ai cũng ngại, nên cứ cho là đúng. Mãi về sau: Tuy nhiên đến năm 1732, Euler đã phủ định dự đoán trên bằng cách chứng minh F_5 là hợp số. Sau đó, người ta còn thấy với $n = 5..9$ là số tự nhiên thật, mà F_n lại không phải là số nguyên tố. Do vậy Giả thuyết của ông Fermat không phải là định luật được!

Chương 1. Logic

2



Dạng 2 : Biểu thức tường minh

Ví dụ 1:

Từ bảng giá trị của một hàm hai biến A và B như dưới đây, tìm biểu thức tường minh $f(A,B)$?

A B $f(A,B)$

0 0 0

0 1 1 $\rightarrow A \cdot B$

1 0 1 $\rightarrow A \cdot B$

1 1 0

Chương 1. Logic

3



Dạng 2 : Biểu thức tường minh

Ví dụ 2. Thiết kế hai công tắc cầu thang A và B để khi đèn đang tối thì bật công tắc nào cũng sáng và đang sáng thì bật công tắc nào cũng tắt.

Ví dụ 3. Tìm biểu thức mạch điện tử cho ba công tắc A, B và C cho một phòng lớn có ba cửa ra vào sao cho khi bật một trong ba công tắc thì đèn S đổi trạng thái

Ví dụ 4. Tìm biểu thức mạch điện tử cho bốn công tắc A, B, C và D cho một phòng lớn có bốn cửa ra vào sao cho khi bật một trong bốn công tắc thì đèn S đổi trạng thái. Khái quát hóa bài toán!

Chương 1. Logic



Dạng 3 : Một số bài tập Logic bằng toán mệnh đề

Bài tập 1. Trong một cuộc điều tra có 3 nhân chứng A, B và C cùng ngồi với nhau và nghe ý kiến của nhau. Cuối cùng ban điều tra hỏi lại từng người để tìm xem ai nói đúng. Kết quả là: A và B đối kháng nhau, B và C đối lập nhau và C thì bảo A và B đều nói sai. Vậy ban điều tra tin ai?

Bài tập 2. Có 2 làng A và B ở 2 bên đường. Dân làng A thì luôn nói thật, hỏi điều đúng thì gật đầu, sai thì lắc đầu. Dân làng B luôn nói dối, hỏi điều đúng thì lắc đầu, sai thì gật đầu. Một người khách lạ đến một trong hai làng đó, nhưng không biết mình đang ở làng nào, gặp một người dân, không biết dân làng nào, vì họ hay qua lại giữa hai làng. Người khách muốn hỏi chỉ một câu để người dân cứ gật đầu thì biết mình đang ở làng A, lắc thì biết mình đang ở làng B. Bạn hãy giúp người khách này với!

Chương 2. Quan hệ

6



Dạng 1: Cho R là quan hệ trên $\{1, 2, 3, 4\}$. Hãy xét R có những tính chất nào?

- a) $R = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$
- b) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- c) $R = \{(2, 4), (4, 2)\}$
- d) $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
- e) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- f) $R = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$

Chương 2. Quan hệ



Dạng 2: Cho $S = \{a, b, c, d, e, f\}$.

- a) Viết tập hợp R nếu R là quan hệ tương đương trên S có 3 lớp tương đương là $\{a, d, f\}$, $\{c, e\}$ và $\{b\}$.
- b) Trên S có bao nhiêu quan hệ tương đương chia S thành 3 lớp tương đương có số phần tử của các lớp lần lượt là 3, 2, 1 (tương tự như quan hệ tương đương R)?
- c) Trên S có bao nhiêu quan hệ tương đương chia S thành 3 lớp tương đương?

Chương 2. Quan hệ



Dạng 3: Vẽ sơ đồ Hasse cho $(S, <)$ rồi toàn phần hóa (sắp xếp topo) các thứ tự bán phần $<$ sau.

- a) $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ với $d < a, b < e, g < e, h < f, i < e$ và $h < d$.
- b) $S = \{1, 2, 4, 5, 12, 15, 20\}$ với $<$ là quan hệ $|$.
- c) $S = \{2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 16\}$ với $<$ là quan hệ $. . .$
- d) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ với $<$ là quan hệ $|$.

Chương 2. Quan hệ



Dạng 4: Kiểm chứng R là một quan hệ tương đương trên $S = R$ và xác định lớp tương đương $[a]$ của $a \in R$ tương ứng (biện luận theo tham số thực a)

a) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow x^2 + 3x = y^2 + 3y$

b) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 2(x - y)$

c) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow x^3 \pm 12y = y^3 \pm 12x$ (xét riêng hai trường hợp $+$ và $-$)

d) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow x^2 y + 7x = xy^2 + 7y$

e) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow 4x + xy^2 = x^2 y + 4y$

f) $\forall x, y \in S : xRy \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - \sin(xy) \cos^2 y = 2 \cos^2 y - \sin(xy) \cos^2 x$

Chương 3. Boole

15



Dạng 1: Dạng biểu diễn hàm Boolean:

Bài 1 : Tìm các biểu diễn mở rộng tổng của tích (sum-of-products expansion) của các hàm Boolean sau:

(a) $F(x, y, z) = x + y + z$

(b) $F(x, y, z) = (x + z)y$

(c) $F(x, y, z) = x$

(d) $F(x, y, z) = x \bar{y}$

Bài 2 : Chứng minh rằng tổng Boolean $y_1 + y_2 + \dots + y_n$, với $y_i = x_i$ hoặc $y_i = \bar{x}_i$, có giá trị bằng 0 với duy nhất 1 bộ giá trị, với: $x_i = 0$ nếu $y_i = x_i$, và $x_i = 1$ nếu $y_i = \bar{x}_i$. Tổng boolean này được gọi là maxterm

Chương 3. Boole

16



Dạng 1: Dạng biểu diễn hàm Boolean:

Bài 3. Biểu diễn các hàm Boolean sau bằng các toán tử \cdot và $\bar{}$

- (a) $x + y + z$
- (b) $x + \bar{y}(\bar{x} + z)$
- (c) $\bar{x}(x + \bar{y} + \bar{z})$

Bài 4 : Chứng minh:

- (a) $\bar{\bar{x}} = x$
- (b) $xy = (x|y)|(x|y)$
- (c) $x + y = (x|x)|(y|y)$

Chương 3. Boole

17



Dạng 2 : Cổng Logic

Bài 1 : Xây dựng mạch sử dụng các bộ đảo (inverter), cổng AND và cổng OR để biểu diễn các đầu ra:

(a) $\bar{x} + y$

(b) $\bar{(x + y)}x$

(c) $xyz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

(d) $(\bar{x} + z)(y + \bar{z})$

Bài 2 . Xây dựng 1 mạch điện cho 1 chiếc đèn được điều khiển bởi 4 công tắc, sao cho khi bật 1 công tắc khi đèn tắt thì bật đèn, còn bật 1 công tắc khi đèn bật thì tắt đèn

Chương 3. Boole

18



Dạng 3 : Bản đồ Karnaugh (K-maps)

Bài 1 : Vẽ K-map biểu diễn các mở rộng tổng của tích 2 biến sau:

a. $x^{-}y$

b. $xy + x^{-}y$

c. $xy + x^{-}y + x^{-}y + x^{-}y$

Bài 2 : Vẽ K-map biểu diễn các mở rộng tổng của tích 3 biến sau:

(a) $x^{-}y^{-}z$

(b) $x^{-}yz + x^{-}y^{-}z$

(c) $xyz + xy^{-}z + x^{-}y^{-}z + x^{-}yz$