



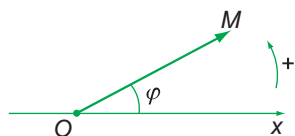
# TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ CÙNG PHƯƠNG, CÙNG TẦN SỐ

## PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ FRE-NEN

Trong chương sau, ta sẽ gặp nhiều trường hợp một vật chịu tác động đồng thời của nhiều dao động. Chẳng hạn như màng nhĩ của tai, màng rung của micrô... thường xuyên nhận được nhiều dao động gây ra bởi các sóng âm. Hay như khi các sóng cùng truyền tới một điểm của môi trường thì điểm đó nhận được cùng một lúc các dao động gây ra bởi các sóng. Trong những trường hợp ấy, vật sẽ dao động như thế nào ?

Trong bài này, ta chỉ xét hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số.

### I - VECTƠ QUAY



Hình 5.1

Ở bài 1 ta đã biết, khi điểm  $M$  chuyển động tròn đều thì vectơ vị trí  $\overrightarrow{OM}$  quay đều với cùng tốc độ góc  $\omega$ . Khi ấy  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$  là phương trình của hình chiếu của vectơ quay  $\overrightarrow{OM}$  lên trục  $x$ . Dựa vào đó người ta đưa ra cách biểu diễn phương trình của dao động điều hoà bằng một vectơ quay được vẽ tại thời điểm ban đầu (H.5.1). Vectơ quay có những đặc điểm sau đây :

- Có gốc tại gốc toạ độ của trục  $Ox$  ;
- Có độ dài bằng biên độ dao động,  $OM = A$  ;
- Hợp với trục  $Ox$  một góc bằng pha ban đầu (chọn chiều dương là chiều dương của đường tròn lượng giác).

**C1** Hãy biểu diễn dao động điều hoà  $x = 3\cos(5t + \frac{\pi}{3})$  (cm) bằng một vectơ quay.



### II - PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ FRE-NEN

#### 1. Đặt vấn đề

Giả sử ta phải tìm li độ của dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số sau đây :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Ta có thể tìm được li độ của dao động tổng hợp bằng cách tính tổng đại số hai li độ của hai dao động thành phần :  $x = x_1 + x_2$ . Cách tính này chỉ dễ dàng nếu  $A_1 = A_2$ . Vì thế trong trường hợp  $A_1 \neq A_2$ , người ta thường dùng một phương pháp khác thuận tiện hơn, gọi là *phương pháp giản đồ Fre-nen*, do nhà vật lí Fre-nen đưa ra.

## 2. Phương pháp giản đồ Fre-nen

a) Ta lần lượt vẽ hai vector quay  $\overrightarrow{OM_1}$  và  $\overrightarrow{OM_2}$  biểu diễn hai li độ  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  tại thời điểm ban đầu. Sau đó ta vẽ vector  $\overrightarrow{OM}$  là tổng của hai vector trên. Vì hai vector  $\overrightarrow{OM_1}$  và  $\overrightarrow{OM_2}$  có cùng một tốc độ góc  $\omega$  nên hình bình hành  $OM_1MM_2$  không biến dạng và quay với tốc độ góc  $\omega$ . Vector đường chéo  $\overrightarrow{OM}$  cũng là một vector quay với tốc độ góc  $\omega$  quanh gốc tọa độ  $O$  (H.5.2).

Vì tổng các hình chiếu của hai vector  $\overrightarrow{OM_1}$  và  $\overrightarrow{OM_2}$  lên trục  $Ox$  bằng hình chiếu của vector tổng  $\overrightarrow{OM}$  lên trục đó, nên vector quay  $\overrightarrow{OM}$  biểu diễn phương trình dao động điều hoà tổng hợp  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

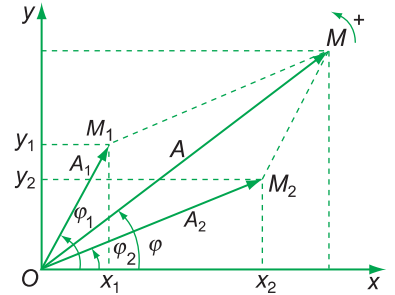
**Vậy, dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số là một dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số với hai dao động đó.**

b) Độ lớn của vector quay  $\overrightarrow{OM}$  bằng biên độ dao động tổng hợp, còn góc  $\varphi$  mà vector  $\overrightarrow{OM}$  hợp với trục  $Ox$  là pha ban đầu của dao động tổng hợp.


Trong trường hợp tổng quát, biên độ và pha ban đầu được tính bằng các công thức sau đây :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (5.1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (5.2)$$



Hình 5.2

 Hãy tìm lại hai công thức (5.1) và (5.2).

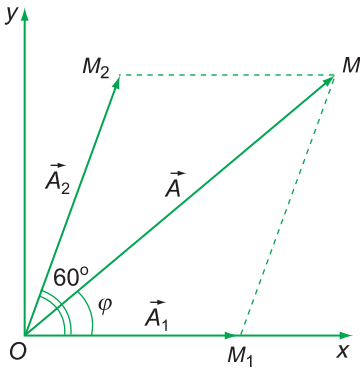


### 3. Ảnh hưởng của độ lệch pha

Từ công thức (5.1) ta thấy biên độ của dao động tổng hợp phụ thuộc vào các biên độ  $A_1, A_2$  và độ lệch pha ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) của các dao động thành phần.

Nếu các dao động thành phần *cùng pha*, tức  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$ , ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), thì biên độ dao động tổng hợp là lớn nhất và bằng tổng hai biên độ :  $A = A_1 + A_2$ .

Nếu hai dao động thành phần *ngược pha*, tức  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi$ , ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), thì biên độ dao động tổng hợp là nhỏ nhất và bằng trị tuyệt đối của hiệu hai biên độ :  $A = |A_1 - A_2|$ .



Hình 5.3

### 4. Ví dụ

Cho hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số :

$$x_1 = 3\cos(5\pi t) \text{ (cm)}$$

$$x_2 = 4\cos(5\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}$$

Tìm phương trình của dao động tổng hợp.

*Giải :* Ta vẽ hai vectơ quay  $\overrightarrow{OM_1}$  và  $\overrightarrow{OM_2}$  biểu diễn hai dao động thành phần tại thời điểm ban đầu (H.5.3).

Áp dụng hai công thức (5.1) và (5.2), ta được :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$A = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ} = 6,08 \approx 6,1 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{0 + 4 \sin 60^\circ}{3 + 4 \cos 60^\circ} = 0,6928$$

$$\Rightarrow \varphi = 34,7^\circ \approx 0,19\pi$$

Vậy phương trình của dao động tổng hợp là :

$$x = 6,1\cos(5\pi t + 0,19\pi) \text{ (cm)}$$

**Mỗi dao động điều hoà được biểu diễn bằng một vectơ quay. Vectơ này có gốc tại gốc toạ độ của trục Ox, có độ dài bằng biên độ dao động A và hợp với trục Ox một góc bằng pha ban đầu  $\varphi$ .**

**Phương pháp giản đồ Fre-nen :** Lần lượt vẽ hai vectơ quay biểu diễn hai phương trình dao động thành phần. Sau đó vẽ vectơ tổng của hai vectơ trên. Vectơ tổng là vectơ quay biểu diễn phương trình của dao động tổng hợp.

**Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp được tính bằng các công thức sau đây :**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP



- Nêu cách biểu diễn một dao động điều hoà bằng một vectơ quay.
- Trình bày phương pháp giản đồ Fre-nen để tìm dao động tổng hợp của hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số.
- Nêu ảnh hưởng của độ lệch pha  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  đến biên độ của dao động tổng hợp trong các trường hợp :
  - Hai dao động thành phần cùng pha.
  - Hai dao động thành phần ngược pha.
  - Hai dao động thành phần có pha vuông góc
- Xét một vectơ quay  $\overrightarrow{OM}$  có những đặc điểm sau :
  - Có độ lớn bằng hai đơn vị chiều dài.
  - Quay quanh  $O$  với tốc độ góc  $1 \text{ rad/s}$ .
  - Tại thời điểm  $t = 0$ , vectơ  $\overrightarrow{OM}$  hợp với trục  $Ox$  một góc  $30^\circ$ .

Hỏi vectơ quay  $\overrightarrow{OM}$  biểu diễn phương trình của dao động điều hoà nào ?

- $x = 2\cos(t - \frac{\pi}{3})$ .
- $x = 2\cos(t + \frac{\pi}{6})$ .
- $x = 2\cos(t - 30^\circ)$ .
- $x = 2\cos(t + \frac{\pi}{3})$ .

- Chọn đáp án đúng.

Hai dao động là ngược pha khi :

- $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$ .
- $\varphi_2 - \varphi_1 = n\pi$ .
- $\varphi_2 - \varphi_1 = (n - 1)\pi$ .
- $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n - 1)\pi$ .

- Cho hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số góc  $\omega = 5\pi \text{ rad/s}$ , với các biên độ :

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}, A_2 = \sqrt{3} \text{ cm và các pha}$$

$$\text{ban đầu tương ứng } \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ và } \varphi_2 = \frac{5\pi}{6}.$$

Tìm phương trình dao động tổng hợp của hai dao động trên.