

## Viết phương trình dao động của Con lắc đơn

### A. Phương pháp & Ví dụ

#### 1. Phương pháp

Phương trình dao động con lắc đơn:  $S = S_0 \cos(\omega t + \Phi)$  hoặc  $a = a_0 \cos(\omega t + j)(\text{rad})$

Bước 1: Tìm  $t$

Chú ý:  $t = 0$ , vật đi theo chiều (+) thì và ngược lại nếu vật đi theo chiều (-) thì  $\varphi > 0$

Bước 2: Tìm  $\omega > 0$  nếu các đáp án khác nhau về  $\omega$

Bước 3: Tìm  $S_0 > 0$  nếu các đáp án khác nhau về  $S_0$ .

#### 2. Ví dụ

**Ví dụ 1:** Con lắc đơn có  $T = 2\text{s}$ . Trong quá trình dao động, góc lệch cực đại của dây là  $0,04 \text{ rad}$ . Chọn gốc thời gian là lúc vật có li độ là  $\alpha = 0,02 \text{ rad}$  và đang chuyển động về VTCB. Phương trình dao động của con lắc là

- A.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t + \pi/3)(\text{rad})$ .      B.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t - \pi/3)(\text{rad})$ .  
C.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t + 2\pi/3)(\text{rad})$ .      D.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t - 2\pi/3)(\text{rad})$ .

**Hướng dẫn:**

$t = 0 \Rightarrow$

Vật đang ở li độ góc dương đi về VTCB tức là đi theo chiều (-)

$\Rightarrow \varphi = \pi/3 > 0$

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn được kích thích và để cho dao động tự do với biên độ góc nhỏ trong điều kiện lực cản không đáng kể thì dao động điều hòa với tần số  $0,25\text{Hz}$ . Con lắc dao động với biên độ  $4\text{cm}$ . Chọn gốc thời gian là lúc con lắc qua VTCB theo chiều dương thì biểu thức li độ góc  $\alpha$  là

- A.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t - \pi/2) (\text{rad})$ .      B.  $\alpha = 0,01 \cos(\pi t - \pi/2) (\text{rad})$ .  
C.  $\alpha = 0,16 \cos(\pi t) (\text{rad})$ .      D.  $\alpha = 0,04 \cos(\pi t) (\text{rad})$ .

**Hướng dẫn:**

### B. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 16 \text{ cm}$ . Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $9^\circ$  rồi thả nhẹ. Bỏ qua mọi ma sát, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Chọn gốc thời gian lúc thả vật, chiều dương cùng chiều với chiều chuyển động ban đầu của vật. Viết phương trình dao động theo li độ góc tính ra rad.

- A.  $\alpha = 0,157 \cos(2,5\pi + \pi) \text{ rad}$   
B.  $\alpha = 0,314 \cos(2,5\pi + \pi/2) \text{ rad}$   
C.  $\alpha = 0,314 \cos(5\pi - \pi/2) \text{ rad}$   
D.  $\alpha = 0,157 \cos(5\pi + \pi) \text{ rad}$

**Lời giải:**

Ta có:

Chọn A

**Câu 2.** Một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T = 2 \text{ s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ dài. Biết rằng tại thời điểm ban đầu vật có li độ góc  $\alpha = 0,05 \text{ rad}$  và vận tốc  $v = -15,7 \text{ cm/s}$

- A.  $s = 5\sqrt{2} \cos(2\pi t - \pi/4) \text{ cm}$

- B.  $s = 5\cos(\pi t + 3\pi/4)$  cm  
 C.  $s = 5\cos(2\pi t - \pi/4)$  cm  
 D.  $s = 5\sqrt{2}\cos(\pi t + \pi/4)$  cm

**Lời giải:**

Ta có:

Chọn D

**Câu 3.** Một con lắc đơn treo một vật nặng có khối lượng 100 g, chiều dài dây treo là 1 m, treo tại nơi có  $g = 9,86 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0$  rồi thả không vận tốc đầu. Biết con lắc dao động điều hòa với năng lượng  $W = 8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ . Lập phương trình dao động điều hòa của con lắc, chọn gốc thời gian lúc vật nặng có li độ cực đại dương. Lấy  $\pi^2 = 10$

- A.  $s = 2\cos\pi t$  cm  
 B.  $s = 4\cos(\pi t + \pi)$  cm  
 C.  $s = 4\cos\pi t$  cm  
 D.  $s = 2\cos(\pi t + \pi/3)$  cm

**Lời giải:**

Phương trình dao động:  $s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc  $\omega = \sqrt{g/l} = \sqrt{9,86} = \pi \text{ rad}$

Từ  $W = (m\omega^2 S_0^2)/2$  suy ra biên độ dao động  $S_0$

Tìm  $\varphi$  :  $t = 0, s = S_0 \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ . Vậy  $s = 4\cos\pi t$  cm. Chọn C.

**Câu 4.** Một con lắc đơn dài  $l = 20 \text{ cm}$  treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi phương thẳng đứng một góc bẻ 0,1 rad về phía bên phải rồi chuyển cho một vận tốc 14 cm/s theo phương vuông góc với dây về phía vị trí cân bằng. Coi con lắc dao động điều hòa, viết phương trình dao động đối với li độ dài của con lắc. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ vị trí cân bằng sang phía bên phải, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Cho gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- A.  $s = 2\cos(7t + \pi/3)$  cm  
 B.  $s = 2\cos(7t + \pi/2)$  cm  
 C.  $s = 2\sqrt{2}\cos(7t + \pi/2)$  cm  
 D.  $s = 2\sqrt{3}\cos(7t - \pi/2)$  cm

**Lời giải:**

Phương trình dao động:  $s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc:

Từ

Với  $s = al, v = 14 \text{ cm/s} \Rightarrow S_0 = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ .

Tại thời điểm  $t = 0$  lúc con lắc qua vị trí cân bằng lần thứ nhất nên  $s = 0, v < 0$ :

Vậy phương trình dao động của con lắc là:  $s = 2\sqrt{2}\cos(7t + \pi/2)$  cm. Chọn C

**Câu 5.** Một con lắc đơn đang nằm yên tại vị trí cân bằng, truyền cho nó một vận tốc  $v_0 = 40 \text{ cm/s}$  theo phương ngang thì con lắc đơn dao động điều hòa. Biết rằng tại vị trí có li độ góc  $\alpha = 0,1\sqrt{3} \text{ rad}$  thì nó có vận tốc  $v = 20 \text{ cm/s}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chọn gốc

thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật, chiều dương cùng chiều với vận tốc ban đầu. Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ dài.

A.  $s = 8\sqrt{2}\cos(5t - \pi/2)$  cm

B.  $s = 8\cos(5t + \pi/2)$  cm

C.  $s = 8\sqrt{2}\cos(5t - \pi/2)$  cm

D.  $s = 8\cos(5t - \pi/2)$  cm

**Lời giải:**

Ta có:

Chọn D

**Câu 6.** Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì  $T = \pi/5$  s. Biết rằng ở thời điểm ban đầu con lắc ở vị trí biên, có biên độ góc  $\alpha_0$  với  $\cos\alpha_0 = 0,98$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ góc.

A.  $\alpha = 0,2\cos 10t$  rad.

B.  $\alpha = 0,1\cos 10t$  rad.

C.  $\alpha = 0,2\cos(10t + \pi)$  rad.

D.  $\alpha = 0,1\cos(10t + \pi)$  rad.

**Lời giải:**

Ta có:  $\omega = 2\pi/T = 10 \text{ rad/s}$ ;  $\cos\alpha_0 = 0,98 = \cos 11,48^\circ \Rightarrow \alpha_0 = 11,48^\circ = 0,2 \text{ rad}$

$\cos\varphi = \alpha/\alpha_0 = \alpha_0/\alpha_0 = 1 = \cos 0 \Rightarrow \varphi = 0$ . Vậy  $\alpha = 0,2\cos 10t$  rad. Chọn A

**Câu 7.** Một con lắc đơn gồm quả cầu nặng 200 g, treo vào đầu sợi dây dài  $l$ . Tại nơi có  $g = 9,86 \text{ m/s}^2$  con lắc dao động với biên độ nhỏ và khi qua vị trí cân bằng có vận tốc  $v_0 = 6,28 \text{ cm/s}$  và khi vật nặng đi từ vị trí cân bằng đến li độ  $\alpha = 0,5\alpha_0$  mất thời gian ngắn nhất là  $1/6$  s. Viết phương trình dao động của con lắc, biết tại  $t = 0$  thì  $\alpha = \alpha_0$ , đồng thời quả cầu đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng. Bỏ qua ma sát và sức cản không khí.

A.  $s = 2\cos(\pi t + \pi/3)$  cm

B.  $s = 2\sqrt{2}\cos(\pi t + \pi/3)$  cm

C.  $s = 2\cos(\pi t - \pi/3)$  cm

D.  $s = 2\sqrt{2}\cos(\pi t - \pi/3)$  cm

**Lời giải:**

Dùng liên hệ chuyển động tròn đều và dao động điều hòa ta tính được thời gian vật nặng đi từ vị trí cân bằng đến li độ  $\alpha = 0,5\alpha_0$  (hay  $s = 0,5S_0$ ) mất thời gian ngắn nhất là  $T/12 = 1/6 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$

Chiều dài của con lắc

Phương trình dao động của con lắc là  $s = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc:  $\omega = \pi \text{ rad/s}$ .

Vận tốc con lắc khi qua vị trí cân bằng  $v_{\max} = \omega S_0 = 6,28 \Rightarrow S_0 = 2 \text{ cm}$

Tại thời điểm  $t = 0$ ,  $\alpha = 0,5\alpha_0 \Rightarrow s = 0,5S_0$ , quả cầu đang chuyển động ra xa vị trí cân bằng nên khi đó quả cầu đi theo chiều dương ( $v > 0$ ):

Vậy phương trình dao động của con lắc  $s = 2\cos(\pi t + \pi/3)$  cm. Chọn C

**Câu 8.** Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 40 \text{ cm}$ , được treo tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua sức cản không khí. Đưa con lắc lệch khỏi VTCB một góc  $0,1 \text{ rad}$  rồi truyền cho vật nặng vận tốc  $20 \text{ cm/s}$  theo phương vuông góc với dây hướng về VTCB. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật nặng, gốc thời gian lúc gia tốc của vật nặng tiếp tuyến với quỹ đạo lần thứ nhất. Viết phương trình dao động của con lắc theo li độ cong

A.  $8\cos(25t + \pi)$  cm

B.  $4\sqrt{2}\cos(25t + \pi)$  cm

C.  $4\sqrt{2}\cos(25t + \pi/2)$  cm

D.  $8\cos(25t)$  cm

**Lời giải:**

Phương trình dao động của con lắc theo li độ cong có dạng:  $s = S_{\max}\cos(\omega t + \varphi)$

Gọi  $\alpha_m$  là biên độ góc của dao động của con lắc đơn

Khi đo biên độ của tọa độ cong  $S_{\max} = \alpha_m \cdot l \rightarrow \alpha_0 = 0,1$  rad

Theo ĐL bảo toàn năng lượng ta có :

Tần số góc của dao động  $\omega = \sqrt{g/l} = 25$  rad/s

Gốc thời gian  $t = 0$  khi gia tốc của vật nặng tiếp tuyến với quỹ đạo lần thứ nhất tức là gia tốc hướng tâm  $a_{ht} = 0 \rightarrow v = 0$ : tức là lúc vật ở biên âm (ở điểm A).

Khi  $t = 0$ ,  $s = -S_{\max} \rightarrow \varphi = \pi$

Vậy:  $s = 4\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi)$  (cm). Chọn đáp án B

**Câu 9.** Treo một con lắc đơn tại nơi có gia tốc  $g = \pi^2$  m/s<sup>2</sup>, chiều dài của dây treo là 1 m và bỏ qua tác dụng của lực cản. Kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc 6° rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc thời gian là lúc buông vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật ngay khi buông vật. Phương trình dao động của vật nhỏ là:

A.  $s = (\pi/30)\cos(\pi t + \pi)$  m

B.  $s = (\pi/30)\cos(\pi t)$  m

C.  $s = 0,06\cos(\pi t)$  m

D.  $s = 0,06\cos(\pi t + \pi)$  m

**Lời giải:**

Biên độ của dao động  $s = l \cdot \varphi = l \cdot (\pi/30) = \pi/30$  rad

Tần số góc của dao động  $\omega = \sqrt{g/l} = \pi$  rad/s

Vậy  $s = (\pi/30)\cos(\pi t + \pi)$  m. Chọn A

**Câu 10.** Con lắc đơn dao động điều hòa theo thời gian có li độ góc mô tả theo hàm cosin với biên độ góc  $\alpha_0$ , tần số góc  $\omega$  và pha ban đầu  $\varphi$ . Chiều dài dây treo là  $l$ . Phương trình li độ góc biến thiên theo thời gian có dạng

A.  $\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$

B.  $\alpha = \omega\alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$

C.  $\alpha = \omega^2\alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$

D.  $\alpha = l\alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$

**Lời giải:**

Phương trình li độ góc biến thiên theo quy luật  $\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$ . Chọn A.

**Câu 11.** (Minh họa – 2017) Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, được treo tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2$  m/s<sup>2</sup>. Giữ vật nhỏ của con lắc ở vị trí có li độ góc  $-9^\circ$  rồi thả nhẹ vào lúc  $t = 0$ . Phương trình dao động của vật là

A.  $s = 5\cos(\pi t + \pi)$  cm

B.  $s = 5\cos(2\pi t)$  cm

C.  $s = 5\pi\cos(\pi t + \pi)$  cm

D.  $s = 5\pi\cos(2\pi t)$  cm

**Lời giải:**

Tần số góc của dao động  $\omega = \sqrt{g/l} = \sqrt{(\pi^2)/l} = \pi$  rad/s

Biên độ cong của dao động  $s_0 = l\alpha_0 = l \cdot (9^\circ/180^\circ) \cdot \pi = 5\pi$  cm

Ban đầu vật ở vị trí biên âm, do vậy phương trình dao động sẽ là  $s = 5\pi\cos(\pi t + \pi)$  cm. Chọn C