

Bài tập về phương trình sóng dừng

A. Phương pháp giải

1. Các biểu thức sóng dừng và biên độ sóng tại các điểm

a) Nếu chọn gốc tọa độ O trùng với nút sóng, gốc thời gian là lúc các phần tử sóng tại bó gần O nhất đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

+ Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

$$u_M = 2a \sin(2\pi x_n / \lambda) \cos(\omega t - \pi/2)$$

Biên độ dao động tổng hợp tại M là: $A_M = 2a |\sin(2\pi x_n / \lambda)|$

(Với x_n là khoảng cách từ điểm M cần xét đến nút chọn làm gốc).

Lưu ý: Công thức tính biên độ trên cũng đúng cho trường hợp x_n là khoảng cách từ M tới nút bất kỳ.

+ Vận tốc dao động của phần tử tại M là: $v_M = u'_{M(t)} = 2a\omega \sin(2\pi x_n / \lambda) \cos(\omega t)$

+ Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm M trên dây: $k = \tan \alpha = u'_x = 2a \cdot 2\pi / \lambda \cdot \cos(2\pi x_n / \lambda) \cos(\omega t - \pi/2)$

b) Nếu chọn gốc tọa độ O trùng với bụng sóng, gốc thời gian là lúc phần tử bụng sóng tại O đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

+ Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

$$u_M = 2a \cos(2\pi x_b / \lambda) \cos(\omega t - \pi/2)$$

+ Biên độ dao động tổng hợp tại M là: $A_M = 2a |\cos(2\pi x_b / \lambda)|$

(Với x_b là khoảng cách từ điểm M cần xét đến bụng chọn làm gốc).

Lưu ý: Công thức tính biên độ trên cũng đúng cho trường hợp x_b là khoảng cách từ M tới nút bất kỳ.

+ Vận tốc dao động của phần tử tại M là: $v_M = u'_{M(t)} = 2a\omega \cos(2\pi x_b / \lambda) \cos(\omega t)$

+ Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm M trên dây: $k = \tan \alpha = u'_x = -2a \cdot 2\pi / \lambda \cdot \sin(2\pi x_b / \lambda) \cos(\omega t - \pi/2)$

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một sóng dừng trên một sợi dây được mô tả bởi phương trình: $u = 4 \cos(\pi x / 4 + \pi/2) \cos(20\pi t - \pi/2)$ cm. Trong đó x đo bằng cm và t đo bằng giây. Tốc độ truyền sóng dọc theo dây là:

A. 80 cm/s. B. 40 cm/s. C. 60 cm/s. D. 20 cm/s.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Từ phương trình sóng $u = 4 \cos(\pi x / 4 + \pi/2) \cos(20\pi t - \pi/2)$

$$\rightarrow 2\pi x / \lambda = \pi x / 4 \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}$$

Tần số sóng: $f = 10 \text{ Hz}$.

Tốc độ truyền sóng dọc theo dây là: $v = \lambda \cdot f = 80 \text{ cm/s}$

Ví dụ 2: Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng $u = 2 \sin(\pi x / 4) \cos(20\pi t + \pi/2)$ (cm), trong đó u là li độ tại thời điểm t của một phần tử M trên dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc tọa độ O một khoảng x (x đo bằng cm, t đo bằng giây). Vận tốc dao động và hệ số góc của tiếp tuyến của phần tử trên dây có tọa độ 1cm tại thời điểm $t = 1/80 \text{ s}$ lần lượt là:

A. -6 cm/s và $\pi/4$. B. -5 cm/s và $-\pi/4$.
C. -20π cm/s và $-\pi/4$. D. -30π cm/s và $\pi/4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vận tốc dao động và hệ số góc của tiếp tuyến của phần tử trên dây được xác định bằng biểu thức sau:

$$+ v_{\text{đđ}} = u'_{(t)} = -40\pi \sin(\pi x / 4) \cos(20\pi t + \pi/2)$$

$$+ k = \tan \alpha = u'_x = 2\pi / 4 \cdot \cos \pi x / 4 \cos(20\pi t + \pi/2)$$

Thay $x = 1 \text{ cm}$, $t = 1/80 \text{ s}$ vào ta được: $v_{\text{đđ}} = -20\pi \text{ cm/s}$; $\tan \alpha = -\pi/4$

Ví dụ 3: Sóng dừng trên dây $OP = 120\text{cm}$, 2 đầu cố định. Ta thấy trên dây có 4 bó và biên độ dao động của bụng là 2cm . Tính biên độ dao động tại điểm M cách O là 65 cm .

A. $0,5\text{ cm}$ B. 1 cm . C. $0,75\text{ cm}$. D. $0,9\text{cm}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dây OP có 2 đầu cố định, trên dây có 4 bó nên $OP = 4\lambda/2 \rightarrow \lambda = 60\text{cm}$.

Biên độ dao động tại điểm M: $A_M = 2a|\sin(2\pi x_M/\lambda)| = 2|\sin(2\pi \cdot 65/60)| = 1\text{cm}$

Ví dụ 4: Một sóng dừng trên sợi dây đàn hồi với bước sóng λ . N là điểm không dao động trên dây, hai điểm P và Q ở hai bên N và có vị trí cân bằng cách N những khoảng $PN = \lambda/6$; $QN = \lambda/12$. Tỷ số li độ của P và Q tại thời điểm P, Q không đi qua vị trí cân bằng là:

A. 1. B. $\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

N không dao động nên N là nút, ta chọn N làm gốc, khi đó: $x_P = \lambda/6$, $x_Q = -\lambda/12$ (P và Q nằm ở hai bó liền kề).

Tỷ số li độ của P và Q tại thời điểm P, Q không đi qua vị trí cân bằng là:

Ví dụ 5: Một sóng dừng trên sợi dây đàn hồi với bước sóng $\lambda = 60\text{cm}$. Ba điểm theo thứ tự M, N, P trên dây ($MN = 3NP = 30\text{cm}$) trong đó N là điểm bụng. Khi vận tốc dao động tại P là $\sqrt{3}\text{ cm/s}$ thì vận tốc dao động tại M là:

A. $3\sqrt{3}\text{ cm/s}$ B. $2\sqrt{2}\text{ cm/s}$ C. $-2\sqrt{3}\text{ cm/s}$ D. $-2\sqrt{2}\text{ cm/s}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chọn bụng N làm gốc, ta có: $x_M = -30\text{cm}$; $x_P = 10\text{cm}$ (M và P nằm ở hai bó liền kề)

$$\Rightarrow v_M = -2v_P = -2\sqrt{3}\text{ cm/s}$$

d) Các điểm (không phải bụng, nút) liên tiếp có cùng biên độ.

* Hai điểm (không phải bụng, nút) liên tiếp có cùng biên độ.

Hai điểm này có cùng biên độ A_1 thì hoặc hai điểm này nằm hai bên nút hoặc nằm hai bên bụng.

Nếu chúng nằm hai bên nút thì chúng sẽ nằm trên hai bó liền kề (dao động ngược pha) và những điểm nằm giữa chúng sẽ có biên độ nhỏ hơn A_1 .

Ta có: $A_1 = 2a|\sin 2\pi x_n/\lambda| = 2a \sin \pi \Delta d/\lambda$ (Δd là khoảng cách của hai điểm đang xét)

Ví dụ 6: Một sợi dây đàn hồi có sóng dừng, biên độ tại bụng sóng là $2A$ (cm). M là một điểm nằm trên dây có phương trình $u_M = A \cdot \cos(10\pi t + \pi/3)\text{ cm}$, điểm N có phương trình $u_N = A \cdot \cos(10\pi t - 2\pi/3)\text{ cm}$, tốc độ truyền sóng trên dây là $1,2\text{ m/s}$. Khoảng cách MN nhỏ nhất là:

A. $0,02\text{ m}$. B. $0,05\text{ m}$. C. $0,04\text{ m}$. D. $0,07\text{m}$

Hướng dẫn giải:

Bước sóng: $\lambda = v/f = 1,2/5 = 0,24\text{m} = 24\text{cm}$.

Từ phương trình dao động của hai điểm m và n ta thấy chúng dao động cùng biên độ nhưng ngược pha nhau.

Hai điểm M, N gần nhau nhất thỏa mãn trạng thái dao động trên khi chúng nằm đối xứng nhau qua nút.

Ta có $A_M = A_N = A = 2A|\sin 2\pi x_n/\lambda| = 2a \sin \pi \Delta d/\lambda \Rightarrow \Delta d = \lambda/6 = 0,04\text{m}$

* Ba điểm (không phải bụng, nút) liên tiếp có cùng biên độ.

Giả sử 3 điểm liên tiếp có cùng biên độ thì trong đó phải có hai điểm (ví dụ M, N) cùng nằm trên cùng một bó (dao động cùng pha) và một điểm còn lại nằm trên bó liền kề (dao động ngược pha với hai điểm M, N). Do vậy ta có: $\lambda = 2(MN + NP)$.

Ví dụ 7: (Quốc gia – 2017) Một sợi dây căng ngang với hai đầu cố định, đang có sóng dừng. Biết khoảng cách xa nhất giữa hai phần tử dây dao động với cùng biên độ 5 mm là 80 cm, còn khoảng cách xa nhất giữa hai phần tử dây dao động cùng pha với cùng biên độ 5 mm là 65 cm. Tỷ số giữa tốc độ cực đại của một phần tử dây tại bụng sóng và tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 0,21. B. 0,41. C. 0,14. D. 0,12.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta để ý đến giả thuyết của bài toán, hai điểm dao động cùng biên độ 5 mm nhưng cùng pha nhau hai điểm này đối xứng qua một bụng.

Hai điểm khác cũng dao động với biên độ đúng bằng 5 mm nhưng lại cách xa nhau nhất mà không cùng pha vậy hai điểm này phải ngược pha nhau.

Từ hình vẽ, (1) và (2) là hai điểm dao động với cùng biên độ và cách xa nhau nhất. (3) và (4) là hai điểm dao động cùng biên độ và cùng pha, cũng cách xa nhau nhất.

Ta dễ dàng xác định được: $\lambda/2 = 80 - 65 = 15 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm}$

Biên độ của các điểm (3), (4) cách bụng một đoạn $d: 5 = a|\cos 2\pi d/\lambda|$

Thay $d = 65/2 \text{ cm}$ vào ta tìm được $a = 10/\sqrt{3} \text{ mm}$

Ta có tỉ số $\delta = \omega a/v = 2\pi a/\lambda = 0,12$

* Các điểm có cùng biên độ nằm cách đều nhau.

- Các điểm bụng có cùng biên độ $A_{\max} = 2a$ nằm cách đều nhau những khoảng $d = \lambda/2$.

- Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$ và cùng biên độ $a\sqrt{2}$.

Ví dụ 8: Trên sợi dây đàn hồi mang sóng dừng có 3 điểm M, N, P là 3 điểm liên tiếp nhau có cùng biên độ A_1 , dao động tại N cùng pha với dao động tại M. Biết $MN = 2NP = 20\text{cm}$. Cứ sau khoảng thời gian ngắn nhất là 0,04s sợi dây có dạng một đoạn thẳng và biên độ tại bụng là 10cm. Tính A_1 và tốc độ truyền sóng.

A. $5\sqrt{3} \text{ cm}$ và 60 m/s. B. 5cm và 75 cm/s.

C. $5\sqrt{2} \text{ cm}$ và 50 cm/s. D. $4\sqrt{2} \text{ cm}$ và 65 cm/s

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Khoảng thời gian ngắn nhất sợi dây có dạng một đoạn thẳng là $T/2 = 0,04\text{s} \rightarrow T = 0,08\text{s}$.

Ta có: $\lambda = (MN + NP).2 = 60\text{cm} \rightarrow v = \lambda/T = 75 \text{ cm/s}$.

Dao động tại N cùng pha với dao động tại M và có cùng biên độ nên 2 điểm cùng cách bụng gần nhất một đoạn $d = MN/2 = 10\text{cm}$.

$\Rightarrow A_1 = 2a\cos 2\pi d/\lambda = 10 \cdot \cos 2\pi 10/60 = 5 \text{ cm}$

Ví dụ 9: Một sợi dây đàn hồi có sóng dừng. Trên dây có những điểm dao động với cùng biên độ A_1 có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn d_1 và các điểm dao động với cùng biên độ A_2 có vị trí cân bằng liên tiếp cách đều nhau một đoạn d_2 . Biết $A_1 > A_2 > 0$. Biểu thức nào sau đây là đúng ?

A. $d_1 = 0,5d_2$. B. $d_1 = 4d_2$. C. $d_1 = 0,25d_2$. D. $d_1 = 2d_2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

+ Trong hiện tượng sóng dừng trên dây, các điểm dao động cùng biên độ liên tiếp cách đều nhau chỉ có thể là các điểm bụng (biên độ $A_1 = 2a$) hoặc các điểm dao động với biên độ $a\sqrt{2} = A_0\sqrt{2}/2$.

Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$.

Do vậy $d_1 = \lambda/2$; $d_2 = \lambda/4 \rightarrow d_1 = 2d_2$.

A. Phương pháp giải

2. Xác định trạng thái, khoảng thời gian dao động điều hòa của các phần tử trong sóng dừng.

a) Li độ, vận tốc và gia tốc tại các thời điểm khác nhau.

* Ta chọn gốc tọa độ trùng với nút và gốc thời gian hợp lý để xác định biểu thức sóng dừng.

Ví dụ nếu chọn gốc tọa độ O trùng với nút sóng, gốc thời gian là lúc các phần tử sóng tại bó gần O nhất đang ở biên dương (khi đó dây phồng to nhất).

Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

$$u_M = 2a \sin(2\pi x_n / \lambda) \cos(\omega t)$$

Suy ra phương trình li độ, vận tốc và gia tốc cho từng điểm cụ thể trên sợi dây. Từ đó ta xác định được các đại lượng mà bài toán yêu cầu.

* Ta có thể xác định trạng thái dao động của các phần tử sóng bằng phương pháp sử dụng vòng tròn lượng giác như trong dao động điều hòa với lưu ý là biên độ tại mỗi điểm đang xét phụ thuộc vào vị trí của phần tử đó trên dây.

Biên độ các điểm được xác định như phần trên.

Trong sóng dừng các điểm dao động chỉ có hai trường hợp xảy ra:

- dao động đồng pha (những điểm nằm trên cùng một bó hoặc ở các bó cùng số chẵn hoặc cùng số lẻ).
- dao động ngược pha (những điểm nằm ở một bó số chẵn ngược pha với những điểm nằm ở bó số lẻ).

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Trên một dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định với khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6cm, phần tử sóng dao động với tần số 5 Hz và biên độ lớn nhất là 3cm. Gọi N là vị trí của một nút sóng; C, D là hai phần tử trên dây ở hai bên của N và có vị trí cân bằng cách N lần lượt là 10,5 cm và 7 cm. Tại thời điểm t_1 , phần tử C có li độ 1,5 cm và đang hướng về vị trí biên. Vào thời điểm $t_2 = t_1 + 235/120$ s, phần tử D có li độ là:

A. -0,75 cm. B. 1,50 cm. C. -1,50 cm. D. 0,75 cm

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giải theo phương trình sóng dừng.

Bước sóng: $\lambda = 6.2 = 12$ cm.

Ta chọn gốc tọa độ O trùng với nút N, gốc thời gian là lúc các phần tử sóng tại bó bên phải gần O nhất đang ở biên dương (khi đó dây phồng to nhất).

Biểu thức sóng dừng: $u = 2a \sin(2\pi x_n / \lambda) \cos(\omega t)$ (cm)

Giả sử C bên trái N, D bên phải N, suy ra $x_C = -10,5$ cm; $x_D = 7$ cm.

Ta có:

Tại thời điểm t_1 , $u_C = 1,5$ cm và đang hướng ra biên ($v_C > 0$).

Suy ra $10\pi t_1 = -\pi/4 + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Tại thời điểm $t_2 = t_1 + 235/120$ s, phần tử D có li độ là:

$$u_D = -1,5 \cos.10\pi(t_1 + 235/120) = -1,5 \cos.(10\pi t_1 + 235\pi/12) \text{ (cm)} = 0,75 \text{ cm}$$

Ví dụ 2: Sóng dừng trên một sợi dây đàn hồi OB mô tả như hình dưới. Điểm O trùng với gốc tọa độ trục tung. Lúc $t = 0$ hình ảnh của sợi dây là (1), sau thời gian nhỏ nhất Δt và $3\Delta t$ kể từ lúc $t = 0$ thì hình ảnh của sợi dây lần lượt là (2) và (3). Tốc độ truyền sóng là 20 m/s và biên độ của bụng sóng là 4 cm. Sau thời gian $1/30$ s kể từ lúc $t = 0$, tốc độ dao động của điểm M là:

A. 10,9 m/s B. 6,3 m/s C. 4,4 m/s D. 7,7 m/s

Hướng dẫn giải:

Ta có: $2\lambda = 80\text{cm} \rightarrow \lambda = 40\text{cm}$

Xét 1 phần tử bụng B gần M nhất trên sợi dây, từ đồ thị ta thấy:

Tại thời điểm $t = 0$, B ở biên dương $u_{B1} = 4\text{cm}$. Sau thời gian ngắn nhất $t_2 = \Delta t$, B có li độ $u_{B2} = u_0$. Tại thời điểm $t_3 = 3\Delta t$, B có li độ $u_{B3} = -u_0$.

Sử dụng vòng tròn lượng giác ta có: $\beta = \omega.(t_3 - t_2) = \omega.2\Delta t$; $\alpha = \omega.\Delta t \rightarrow \beta = 2\alpha$

Mà $\beta = 2(\pi/2 - \alpha) = \pi - 2\alpha \rightarrow \beta = \pi/2$; $\alpha = \pi/4$

Suy ra

Chu kỳ sóng: $T = \lambda/v_s = 0,4/20 = 0,02\text{s}$.

M dao động đồng pha với B nên tại thời điểm $t = 0$, B ở biên dương thì M cũng ở biên dương, do đó $A_M = 2\sqrt{2}\text{ cm}$.

Khoảng thời gian $t = 1/30\text{s} = T + 2T/3$ thì M có li độ là $u_M = -A_M/2$ (dùng vòng tròn lượng giác).

Tốc độ của M khi đó là: $|v_M| = \sqrt{3}/2 \cdot \omega \cdot A_M = \sqrt{3}/2 \cdot 2\pi/T \cdot 2\sqrt{2} = 769,5\text{ cm/s} = 7,7\text{ m/s}$

Ví dụ 3: Một sợi dây đang có sóng dừng ổn định. Sóng truyền trên dây có tần số 10Hz và bước sóng 6cm. Trên dây, hai phần tử M và N có vị trí cân bằng cách nhau 8cm, M thuộc một bụng sóng dao động điều hòa với biên độ 6mm. Lấy $\pi^2 = 10$. Tại thời điểm t , phần tử M đang chuyển động với tốc độ $6\pi\sqrt{2}\text{ cm/s}$ thì phần tử N chuyển động với gia tốc có độ lớn là:

A. $6\sqrt{3}\text{ m/s}^2$. B. $6\sqrt{2}\text{ m/s}^2$. C. 6 m/s^2 . D. 3 m/s^2 .

Hướng dẫn giải:

Chọn B

M là bụng sóng, N cách bụng M một khoảng $d = 8\text{cm}$, ta thấy M và N dao động ngược pha, biên độ dao động của N là:

Tại thời điểm t , phần tử M đang chuyển động với tốc độ $|v_M| = 6\pi\sqrt{2}\text{ cm/s}$ thì có độ lớn li độ $|u_M|$ thỏa mãn:

M và N dao động ngược pha nên

Gia tốc của phần tử N có độ lớn là:

$$|a_N| = |-\omega^2 \cdot u_N| = \omega^2 \cdot |u_N| = 600\sqrt{2}\text{ cm/s}^2 = 6\sqrt{2}\text{ m/s}^2$$

b) Khoảng thời gian li độ, vận tốc lặp lại, hình dạng sợi dây lặp lại.

* Giả sử trên sợi dây ta có 3 điểm sau: N là nút, P là bụng sóng gần N nhất, Q là điểm nằm giữa N và P, biết $QN = d/4$.

Biên độ của điểm Q là: $A_Q = 2A \sin(2\pi d/4/\lambda)$

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để độ lớn li độ của P bằng biên độ của điểm Q là Δt

ứng với góc quét $\Delta\phi_1$ hoặc góc quét $\Delta\phi_2$.

Từ hình vẽ ta xác định được $\Delta\phi_1$ và $\Delta\phi_2$:

Suy ra khoảng thời gian cần xác định là: $\Delta t = \Delta\phi_1/\omega$ hoặc $\Delta t = \Delta\phi_2/\omega$.

* Trường hợp P và Q có cùng li độ chỉ xảy ra khi chúng đi qua VTGB, do vậy khoảng thời gian liên tiếp giữa hai lần P và Q có cùng li độ là $T/2$.

Ví dụ 4: (Quốc gia – 2011) Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng ổn định. Trên dây, A là một điểm nút, B là một điểm bụng gần A nhất, C là trung điểm của AB, với $AB = 10\text{ cm}$. Biết khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần mà li độ dao động của phần tử tại B bằng biên độ dao động của phần tử tại C là $0,2\text{ s}$. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 2 m/s . B. $0,5\text{ m/s}$. C. 1 m/s . D. $0,25\text{ m/s}$.

Hướng dẫn giải:

Bước sóng của sóng truyền trên dây: $\lambda = 4.AB = 40\text{ cm}$.

Biên độ của phần tử tại C:

Từ hình vẽ ta cũng tính được góc quét $\Delta\phi$ ứng với khoảng thời gian ngắn nhất li độ của B bằng biên độ của C là: $\Delta\phi_1 = 2 \arccos A_C/A_B = \pi/2 = \Delta\phi_2$ ứng với khoảng thời gian là $T/4$

Suy ra $T/4 = 0,2\text{ s} \rightarrow T = 0,8\text{ s}$.

Ta tính được tốc độ truyền sóng trên dây: $v = \lambda/T = 50\text{ cm/s} = 0,5\text{ m/s}$.

C. Bài tập vận dụng

Câu 1: Một sóng dừng trên dây có dạng $u = 2\sin(bx).\cos(10\pi t + \pi)$ (cm). Trong đó u là li độ tại thời điểm t của phần tử M trên dây, x tính bằng cm, là khoảng cách từ nút O của dây đến điểm M. Tốc độ truyền sóng trên dây là 30 cm/s . Giá trị của b là:

A. $100\pi/3$ (rad/cm). B. $0,1\pi/3$ (rad/cm). C. $\pi/3$ (rad/cm). D. $10\pi/3$ (rad/cm)

Lời giải:

Sử dụng công thức tính vận tốc truyền sóng: $v = (\text{Hệ số của } t)/(\text{Hệ số của } x)$

Ta được:

Câu 2: Một sóng dừng trên dây có dạng $u = a\sin(bx).\cos(10\pi t + \pi/2)$ (cm). Trong đó u là li độ tại thời điểm t của phần tử M trên dây, x tính bằng cm, là khoảng cách từ nút O của dây đến điểm M. Tốc độ truyền sóng trên dây là 20 cm/s . Tại điểm cách nút $0,5\text{ cm}$ có biên độ sóng 2 cm . Độ lớn của a là:

A. $3\sqrt{2}\text{ cm}$ B. $2\sqrt{2}\text{ cm}$ C. $2\sqrt{3}\text{ cm}$ D. 3 cm

Lời giải:

Chọn B

Ta có: vận tốc truyền sóng: $v = (\text{Hệ số của } t)/(\text{Hệ số của } x)$

Biên độ sóng tại điểm cách nút $d = 0,5\text{ cm}$: $A = |a\sin(bx)|$

Câu 3: Sóng dừng trên một sợi dây có biên độ ở bụng là 5 cm . Giữa hai điểm M, N có biên độ $2,5\text{ cm}$ cách nhau $x = 20\text{ cm}$ các điểm luôn dao động với biên độ nhỏ hơn $2,5\text{ cm}$. Bước sóng là.

A. 60 cm B. 12 cm C. 6 cm D. 120 cm

Lời giải:

Chọn D

Do các điểm giữa M, N đều có biên độ nhỏ hơn biên độ dao động tại M, N nên chúng là hai điểm gần nhau nhất đối xứng qua một nút sóng.

Suy ra khoảng cách từ M đến nút gần nhất là: $d = MN/2 = 20/2 = 10\text{ cm}$.

Biên độ dao động của điểm M là: $A_M = 2A.\sin 2\pi d/\lambda$

$\Leftrightarrow 2,5 = 5.\sin 2\pi 10/\lambda$

$$\Rightarrow 2\pi 10/\lambda = \pi/6$$

$$\Rightarrow \lambda = 120 \text{ cm}$$

Câu 4: Một sợi dây đàn hồi OM = 90 cm có hai đầu cố định. Khi được kích thích thì trên dây có sóng dừng với 3 bó sóng. Biên độ tại bụng sóng là 3 cm. Tại điểm N trên dây gần O nhất có biên độ dao động là 1,5 cm. ON có giá trị là :

A. 5 cm B. 15 cm C. $5\sqrt{2}$ cm D. 7,5 cm

Lời giải:

Chọn A

Dây hai đầu cố định, có sóng dừng với 3 bó sóng nên OM = 90cm = $3\lambda/2$

$$\rightarrow \lambda = 60\text{cm}.$$

Vì O là nút sóng nên biên độ của N được tính bằng công thức: $A_N = 2A \cdot \sin 2\pi ON/\lambda$

$$\Rightarrow 1,5 = 3\sin 2\pi ON/60 \Rightarrow ON = 5 \text{ cm}.$$

Câu 5: Trong thí nghiệm về sự phản xạ sóng trên vật cản cố định. Sợi dây mềm AB có đầu B cố định, đầu A dao động điều hòa. Ba điểm M, N, P không phải là nút sóng, nằm trên sợi dây cách nhau MN = $\lambda/2$; MP = l. Khi điểm M đi qua vị trí cân bằng (VTCB) thì

A. điểm N có li độ cực đại, điểm P đi qua VTCB.

B. N đi qua VTCB, điểm P có li độ cực đại.

C. điểm N và điểm P đi qua VTCB.

D. điểm N có li độ cực tiểu, điểm P có li độ cực đại.

Lời giải:

Chọn C

Vì M, P không phải nút sóng và MP = λ , do đó M và P nằm cách nhau 1 bó \rightarrow M dao động đồng pha với P.

MN = $\lambda/2 <$ MP nên N nằm giữa M và P, đồng thời N nằm ở bó giữa nên N dao động ngược pha với M và P.

Suy ra: Khi điểm M đi qua vị trí cân bằng (VTCB) thì P đi qua VTCB và N cũng đi qua VTCB theo chiều ngược lại.

Câu 6: Một dây đàn hồi AB đầu A được rung nhờ một dụng cụ để tạo thành sóng dừng trên dây, biết phương trình dao động tại đầu A là $u_A = a \cos 100\pi t$. Quan sát sóng dừng trên sợi dây ta thấy trên dây có những điểm không phải là điểm bụng dao động với biên độ b (b \neq 0) cách đều nhau và cách nhau khoảng 1m. Giá trị của b và tốc truyền sóng trên sợi dây lần lượt là:

A. $a\sqrt{2}$; v = 200m/s. B. $a\sqrt{3}$; v = 150m/s.

C. a ; v = 300m/s. D. $a\sqrt{2}$; v = 100m/s.

Lời giải:

Chọn A

Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$ và cùng biên độ .

$$\rightarrow \lambda = 4\text{m} \rightarrow v = \lambda.f = 200\text{m/s}$$

Câu 7: Một sợi dây AB = 120 cm, hai đầu cố định, khi có sóng dừng ổn định xuất hiện 5 nút sóng. O là trung điểm dây, M, N là hai điểm trên dây nằm về hai phía của O, với OM = 5cm, ON = 10 cm, tại thời điểm t vận tốc của M là 60 cm/s thì vận tốc của N là

A. $-60\sqrt{3}$ cm/s B. $60\sqrt{2}$ cm/s C. $30\sqrt{3}$ cm/s D. - 60cm/s

Lời giải:

Chọn A

Dây AB = 120 cm, hai đầu cố định, khi có sóng dừng ổn định xuất hiện 5 nút sóng nên trên dây có 4 bó sóng $\rightarrow 120\text{cm} = 4\lambda/2 \rightarrow \lambda = 60\text{cm}$.

O là trung điểm dây AB nên OA = 60cm = $2\lambda/2$ nên O là nút thứ 3 tính từ nút A.

Ta có: OM = 5cm $<$ $\lambda/4 = 15\text{cm}$; ON = 10cm $<$ $\lambda/2$ nên M và N dao động ngược pha (M và N nằm trên 2 bó liên kề).

Câu 8: Một sóng dừng trên dây có bước sóng λ và N là một nút sóng. Hai điểm P, Q nằm về 2 phía của N và có vị trí cân bằng cách N những đoạn lần lượt là $\lambda/8$ và $\lambda/12$. Ở cùng một thời điểm mà hai phần tử tại đó có li độ khác không thì tỉ số giữa li độ của P so với Q là

Lời giải:

Chọn C

Ta nhận thấy M1 và M2 dao động ngược pha.

Suy ra:

Câu 9: Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng $u = 40\sin(2,5\pi x)\cos\omega t$ (mm), trong đó u là li độ tại thời điểm t của một điểm M trên sợi dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc tọa độ O đoạn x (x tính bằng mét, t đo bằng s). Khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp để một chất điểm trên bụng sóng có độ lớn li độ bằng biên độ của điểm N cách nút sóng 10cm là 0,125s. Tốc độ truyền sóng trên sợi dây là:

A. 320cm/s B. 160cm/s C. 80cm/s D. 100cm/s

Lời giải:

Chọn B

Bước sóng của sóng truyền trên dây: $2,5\pi x = 2\pi x/\lambda \Rightarrow \lambda = 2/2,5 = 0,8\text{m} = 80\text{cm}$

Biên độ của phần tử tại N: $A_N = 40|\sin(2\pi \cdot 10/80)| = 20\sqrt{2}\text{mm}$

Từ hình vẽ ta cũng tính được góc quét $\Delta\varphi$ ứng với khoảng thời gian ngắn nhất li độ của B bằng biên độ của C là: $\Delta\varphi_1 = 2 \arccos 20\sqrt{2}/40 = \pi/2 = \Delta\varphi_2$ ứng với khoảng thời gian là $T/4$

Suy ra $T/4 = 0,125\text{s} \rightarrow T = 0,5\text{s}$.

Ta tính được tốc độ truyền sóng trên dây: $v = \lambda/T = 160\text{cm/s}$.

Câu 10: Sóng dừng xuất hiện trên sợi dây với tần số $f = 5\text{Hz}$. Gọi thứ tự các điểm thuộc dây lần lượt là O, M, N, P sao cho O là điểm nút, P là điểm bụng sóng gần O nhất (M, N thuộc đoạn OP). Khoảng thời gian giữa 2 lần liên tiếp để giá trị li độ của điểm P bằng biên độ dao động của điểm M, N lần lượt là $1/15\text{s}$ và $1/20\text{s}$. Biết khoảng cách giữa 2 điểm M, N là 0,2cm. Bước sóng của sợi dây là:

A. 5,6cm B. 4,8 cm C. 1,2cm D. 2,4cm

Lời giải:

Chọn B

Biên độ của phần tử tại M và N lần lượt là:

$A_M = 2A\sin(2\pi OM/\lambda)$; $A_N = 2A\sin(2\pi ON/\lambda)$ (1)

Vì $OM < ON < OP = \lambda/4$ nên $AM < AN$.

Sử dụng vòng tròn lượng giác biểu diễn dao động điều hòa của phần tử bụng P.

Các góc quét α, β tương ứng với các khoảng thời gian $1/15\text{s}$ và $1/20\text{s}$

$\rightarrow \alpha = \omega \cdot \Delta t_1 = 10\pi \cdot 1/15 = 2\pi/3$; $\beta = \omega \cdot \Delta t_2 = 10\pi \cdot 1/20 = \pi/2$.

Mặt khác:

Từ (1) suy ra $OM = \lambda/12$; $ON = \lambda/8$

Khoảng cách giữa 2 điểm M, N là 0,2cm $\rightarrow ON - OM = \lambda/24 = 0,2\text{cm} \rightarrow \lambda = 4,8\text{cm}$.

Câu 11: M, N, P là 3 điểm liên tiếp nhau trên một sợi dây mang sóng dừng có cùng biên độ 4cm, dao động tại P ngược pha với dao động tại M. $MN = 2NP = 20\text{cm}$. Cứ

sau khoảng thời gian ngắn nhất là 0,04s sợi dây lại có dạng một đoạn thẳng. Tính tốc độ dao động tại điểm bụng khi sợi dây có dạng một đoạn thẳng.

A. 6,28m/s B. 62,8cm/s C. 125,7cm/s D. 3,14m/s

Lời giải:

Chọn D

Vì M, N, P liên tiếp nhau có cùng biên độ, P ngược pha với M, $MN = 20\text{cm} > NP = 10\text{cm}$ nên M và N nằm trên cùng 1 bó, P nằm trên bó tiếp theo. Khi đó N và P đối xứng nhau qua nút C gần nhất ở giữa N và P.

→ $NC = CP = NP/2 = 5\text{cm}$.

N và M đồng pha trên 1 bó nên N và M đối xứng nhau qua bụng B gần nhất.

→ $NB = MB = MN/2 = 10\text{cm}$

Mặt khác $BC = NB + NC = 15\text{cm} = \lambda/4 \rightarrow \lambda = 60\text{cm}$.

Ta có biên độ sóng tại N là: $A_N = 2A \sin(2\pi NC/\lambda) = 2A \sin 2\pi \cdot 5/60 = A = 4\text{cm}$

Khoảng thời gian ngắn nhất sợi dây lại có dạng một đoạn thẳng là: $T/4 = 0,04\text{s}$

→ $T = 0,16\text{s} \rightarrow \omega = 12,5\pi \text{ rad/s}$.

Tốc độ dao động tại điểm bụng khi sợi dây có dạng một đoạn thẳng là v_{\max} .

$v_{\max} = 2A \cdot \omega = 100\pi \text{ cm/s} = 3,14\text{m/s}$.

Câu 12: Sóng dừng tạo trên một sợi dây đàn hồi có chiều dài l. Người ta thấy trên dây có những điểm dao động cách nhau l_1 thì dao động với biên độ 4 cm, người ta lại thấy những điểm cứ cách nhau một khoảng l_2 ($l_2 > l_1$) thì các điểm đó có cùng biên độ a. Giá trị của a là:

A. $4\sqrt{2} \text{ cm}$ B. 4cm C. $2\sqrt{2} \text{ cm}$ D. 2cm

Lời giải:

Chọn A

- Các điểm bụng có cùng biên độ $A_{\max} = 2A$ nằm cách đều nhau những khoảng $d = \lambda/2$.

- Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$ và cùng biên độ $A\sqrt{2}$.

Như vậy vì $l_2 > l_1$ nên $l_2 = \lambda/2$, $l_1 = \lambda/4$.

Suy ra: $a = A_{\max} = 2A$, $A\sqrt{2} = 4\text{cm} \Rightarrow A = 2\sqrt{2}\text{cm} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}\text{cm}$

Câu 13: Sóng dừng tạo trên một sợi dây đàn hồi có chiều dài l. Người ta thấy trên dây có những điểm dao động cách nhau l_1 thì dao động với biên độ a_1 người ta lại thấy những điểm cứ cách nhau một khoảng l_2 thì các điểm đó có cùng biên độ a_2 ($a_2 < a_1$) Tỷ số l_2/l_1 là:

A. 2 B. 1/2 C. 1 D. 0,25

Lời giải:

Chọn B

- Các điểm bụng có cùng biên độ $A_{\max} = 2A$ nằm cách đều nhau những khoảng $d = \lambda/2$.

- Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$ và cùng biên độ $A\sqrt{2}$.

Theo đề bài $a_2 < a_1$ nên $a_2 = A\sqrt{2}$ và $a_1 = A_{\max} = 2A$.

Suy ra $l_1 = \lambda/2$, $l_2 = \lambda/4$

$\Rightarrow l_2/l_1 = 1/2$

Câu 14: Sóng dừng tạo trên một sợi dây đàn hồi có chiều dài l với hai đầu tự do. Người ta thấy trên dây có những điểm dao động cách nhau $l_1 = 1/16$ thì dao động với biên độ a_1 người ta lại thấy những điểm cứ cách nhau một khoảng l_2 thì các điểm đó có cùng biên độ a_2 ($a_2 > a_1$) Số điểm bụng trên dây là:

A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

Lời giải:

Chọn A

- Các điểm bụng có cùng biên độ $A_{\max} = 2A$ nằm cách đều nhau những khoảng $d = \lambda/2$.

- Những điểm cách đều nhau liên tiếp (không kể bụng và nút) có cùng biên độ dao động sẽ cách nhau 1 khoảng nhỏ nhất là $\lambda/4$ và cùng biên độ $A\sqrt{2}$.

Ta có $a_2 > a_1$ nên $l_1 = l/16 = \lambda/4$; $l_2 = \lambda/2 \Rightarrow l = 4\lambda$

Sợi dây đàn hồi có chiều dài l với hai đầu tự do và $l = 4\lambda = \lambda/4 + 7\lambda/2 + \lambda/4$

Số bụng sóng trên dây (tính cả hai đầu) là $7 + 2 = 9$ bụng.

Câu 15: Một sợi dây AB đàn hồi căng ngang dài $l = 120\text{cm}$, hai đầu cố định đang có sóng dừng ổn định. Bề rộng của bụng sóng là $4a$. Khoảng cách gần nhất giữa hai điểm dao động cùng pha có cùng biên độ bằng a là 20 cm . Số bụng sóng trên AB là
A. 4. B. 8. C. 6. D. 10.

Lời giải:

Chọn A

Bề rộng của bụng sóng là $4a$ nên nguồn sóng dao động với biên độ là a .

Hai điểm gần nhau nhất dao động cùng pha có cùng biên độ bằng a là 20 cm nên hai điểm này đối xứng nhau qua bụng, do đó khoảng cách từ hai điểm này đến bụng gần nhất là:

$$d = 20/2 = 10\text{cm}.$$

$$\text{Biên độ các điểm này: } A_N = 2a \cos(2\pi \cdot 10/\lambda) = a$$

$$> 20\pi/\lambda = \pi/3 \Rightarrow \lambda = 60\text{ cm}$$

Một sợi dây AB đàn hồi có hai đầu cố định và $l = 120\text{cm} = 4\lambda/2$ nên trên dây có 4 bụng sóng.

Câu 16: Cho sợi dây một đầu cố định, một đầu còn lại gắn với cần rung phát sóng dao động với phương trình $u_o = a \cos(\omega t + \varphi)$ cm. Trên dây có sóng dừng ổn định với bước sóng λ . Hai điểm M và N trên dây cách nhau $3,75\lambda$ có biên độ lần lượt là $A_M = 6\text{cm}$; $A_N = 8\text{cm}$. Tìm biên độ của nguồn phát ra sóng đó ?

A. $a = 10\text{cm}$. B. $a = 7,5\text{cm}$. C. $a = 11\text{cm}$. D. $a = 5\text{cm}$

Lời giải:

Chọn D

Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ M, N tới đầu nút cố định, ta có: $d_1 - d_2 = 3,75\lambda$.

Biên độ của bụng sóng là $A_b = 2a$.

Biên độ sóng dừng tại M và N lần lượt là:

Do đó ta được:

Câu 17: Một sợi dây đàn hồi căng ngang, đang có sóng dừng 2 đầu cố định. Trên dây, A là một nút, B là điểm bụng gần A nhất với $AB = 15\text{cm}$. M là một điểm trên dây cách B là 10cm . Biết rằng trong một chu kỳ sóng, khoảng thời gian mà độ lớn vận tốc dao động của phần tử B lớn hơn vận tốc dao động cực đại của phần tử M là $2/3s$. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 240cm/s B. 120cm/s C. 60cm/s D. 80cm/s

Lời giải:

Chọn C

A là một nút, B là điểm bụng gần A nhất với $AB = 15\text{cm} \rightarrow \lambda/4 = 15\text{cm} \rightarrow \lambda = 60\text{cm}$.

Biên độ dao động của M là:

Vận tốc dao động cực đại của phần tử M là: $v_{\max(M)} = A_M \cdot \omega = v_{\max(B)}/2$.

Sử dụng vòng tròn lượng giác biểu diễn vận tốc dao động v_B của phần tử sóng tại B, ta thấy khoảng thời gian trong một chu kỳ dao động sóng mà độ lớn vận tốc dao động của phần tử B lớn hơn vận tốc dao động cực đại của phần tử M ứng với 2 cung quét như trên hình.

Từ hình học ta suy ra khoảng thời gian thỏa mãn là $2T/3 = 2/3s \rightarrow T = 1s$.

Tốc độ truyền sóng trên dây là: $v = \lambda/T = 60\text{cm/s}$.

Câu 18: (Quốc gia – 2014) Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định với khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp là 6 cm. Trên dây có những phần tử sóng dao động với tần số 5 Hz và biên độ lớn nhất là 3 cm. Gọi N là vị trí của một nút sóng; C và D là hai phần tử trên dây ở hai bên của N và có vị trí cân bằng cách N lần lượt là 10,5 cm và 7 cm. Tại thời điểm t_1 , phần tử C có li độ 1,5 cm và đang hướng về vị trí cân bằng. Vào thời điểm $t_2 = t_1 + 79/40s$, phần tử D có li độ là
A. -0,75 cm. B. 1,50 cm. C. -1,50 cm. D. 0,75 cm.

Lời giải:

Chọn B

Bước sóng: $\lambda = 2.6 = 12\text{cm}$; Tần số góc: $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$

Biên độ dao động của các điểm cách nút một đoạn d khi có sóng dừng được xác định bởi $A = A_b |\sin 2\pi d/\lambda|$ với A_b là biên độ dao động của điểm bụng, vậy ta có:

Hai điểm C và D thuộc các bó sóng đối xứng nhau qua nút N do vậy luôn dao động ngược pha nhau.

Thời điểm t_1 C đang ở li độ $u_C = +\sqrt{2}/2 A_c \Rightarrow u_D = -\sqrt{2}/2 A_D$

Vào thời điểm $t_2 = t_1 + 79/40s$, góc quét tương ứng giữa hai thời điểm t_1 và t_2 là:

$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t = 10\pi \cdot 79/40 = 18\pi + \pi + 0,75\pi \text{ (rad)}$.

\rightarrow li độ sóng tại C ở thời điểm t_2 là: $u_C = A_c = 1,5 \text{ cm}$.

Vì C và D dao động ngược pha nên khi đó $u_D = -A_D = -1,5\text{cm}$

Câu 19: (QG-2015): Trên một sợi dây OB căng ngang, hai đầu cố định đang có sóng dừng với tần số f xác định. Gọi M, N và P là ba điểm trên dây có vị trí cân bằng cách B lần lượt là 4 cm, 6 cm và 38 cm. Hình vẽ mô tả hình dạng sợi dây tại thời điểm t_1 (đường 1) và $t_2 = t_1 + 11/12f$ (đường 2). Tại thời điểm t_1 , li độ của phần tử dây ở N bằng biên độ của phần tử dây ở M và tốc độ của phần tử dây ở M là 60 cm/s. Tại thời điểm t_2 , vận tốc của phần tử dây ở P là
A. 60 cm/s. B. $20\sqrt{3}$ cm/s. C. $-20\sqrt{3}$ cm/s. D. - 60 cm/s.

Lời giải:

Chọn D

Theo hình vẽ ta có: $\lambda = 24 \text{ cm}$.

Tính biên độ dao động của các điểm M, N, P: $A = A_b \cdot |\sin|2\pi x/\lambda|$

(với A_b : biên độ của điểm bụng, x là khoảng cách từ điểm xét tới điểm nút bất kỳ).

Thay số, ta được: $A_M = A_b \sqrt{3}/2$; $A_N = A_b$; $A_P = A_b/2$

Dễ dàng thấy: N và M cùng pha, N và P ngược pha.

Tại thời điểm t_1 : li độ của điểm N bằng biên độ M thì tốc độ dao động của M bằng 60 cm/s:

$u_N = A_M = A_b \sqrt{3}/2$

$\Rightarrow u_M = A_M/A_N \cdot u_N = 3/4 A_b$ (vì N và M cùng pha)

Tại thời điểm t_2 (sau t_1 là $11T/12$) hình dạng sợi dây (đường 2) có dạng như hình vẽ bên.

Tại thời điểm t_1 các phần tử M, N, P đang chuyển động theo chiều đi ra vị trí biên tương ứng. Vec tơ quay mô tả chuyển động của N, P tại thời điểm t_1 và t_2 :

Vậy ở thời điểm t_2 , điểm P có li độ là $u_p = -A_b/4$ và P đang đi theo chiều âm.

Suy ra:

Câu 20: (Quốc gia – 2016). Trên một sợi dây đàn hồi đang có sóng dừng ổn định. Sóng truyền trên dây có tần số 10 Hz, bước sóng 6 cm. Trên dây, hai phần tử M và N có vị trí cân bằng cách nhau 8 cm, M thuộc một bụng sóng dao động với biên độ 6 mm. Lấy $\pi^2 = 10$. Tại thời điểm t , phần tử M đang chuyển động với tốc độ 6π cm/s thì phần tử N chuyển động với gia tốc có độ lớn là
A. $6\sqrt{3}$ m/s². B. $6\sqrt{2}$ m/s². C. 6 m/s². D. 3 m/s².

Lời giải:

- + Từ giả thuyết của bài toán ta có thể xác định được điểm N cách nút một gần nhất một đoạn $\lambda/12$, do đó N sẽ dao động với biên độ là $AN = 0,5A = 3\text{mm}$.
- + Tại thời điểm t , M đang chuyển động với tốc độ $v_N = v_{N\max} = 6\pi$ cm/s. Biểu diễn tương ứng trên đường tròn. Hai điểm M và N nằm trên hai bó sóng đối xứng với nhau qua một nút nên dao động ngược pha.
- + Từ hình vẽ ta có thể tính được, tại thời điểm t , điểm N có gia tốc: