

Viết phương trình dao động của Con lắc lò xo

A. Phương pháp & Ví dụ

1. Phương pháp

Phương trình dao động của con lắc lò xo có dạng $x = A\cos(\omega t + \Phi)$, tìm A , ω , Φ là ta viết được phương trình dao động của con lắc.

Sử dụng:

(lấy nghiệm “ - “ khi $v > 0$; lấy nghiệm “ + “ khi $v < 0$), với x_0 , v_0 là li độ và vận tốc tại thời điểm $t = 0$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm 1 lò xo nhẹ có độ cứng $k = 40 \text{ N/m}$, vật nặng $m = 100\text{g}$. Từ VTCB kéo vật xuống 1 đoạn để lò xo giãn $7,5 \text{ cm}$ rồi buông cho vật DĐĐH. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chọn trục tọa độ Ox trùng với trục lò xo, gốc tọa độ O tại VTCB, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc vật qua VTCB lần đầu tiên. Viết phương trình dao động của vật?

Hướng dẫn:

Ví dụ 2: Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số $4,5 \text{ Hz}$. Trong quá trình dao động, chiều dài lò xo biến đổi từ $40,4 \text{ cm}$ đến 56 cm . Chọn trục Ox thẳng đứng hướng lên, gốc O tại vị trí cân bằng, lúc $t = 0$ lò xo dài 52 cm và vật đi ra xa vị trí cân bằng. Phương trình dao động của vật là?

Hướng dẫn:

Ta có $\omega = 2\pi f = 9\pi \text{ rad/s}$.

Chọn trục Ox thẳng đứng có chiều dương hướng lên, gốc tại vtcb.

Lúc $t = 0$, lò xo dài 52 cm và vật đi ra xa vtcb tức là vật đang ở vị trí $x = -A/2 = -4 \text{ cm}$ và chuyển động theo chiều âm $\rightarrow \Phi = 2\pi/3$.

\rightarrow Phương trình $x = 8\cos(9\pi t + 2\pi/3) \text{ cm}$.

B. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Một con lắc lò xo gồm một lò xo nhẹ có độ cứng k và một vật nhỏ có khối lượng $m = 100 \text{ g}$, được treo thẳng đứng vào một giá cố định. Tại vị trí cân bằng O của vật, lò xo giãn $2,5 \text{ cm}$. Kéo vật dọc theo trục của lò xo xuống dưới cách O một đoạn 2 cm rồi truyền cho nó vận tốc $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$ theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Chọn trục tọa độ Ox theo phương thẳng đứng, gốc tại O , chiều dương hướng lên trên; gốc thời gian là lúc vật bắt đầu dao động. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Phương trình dao động của vật nặng.

Lời giải:

Ta có:

Biên độ dao động:

Pha ban đầu của dao động:

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 4\cos(20t + 2\pi/3) \text{ cm}$. Chọn D

Câu 2. Một lò xo đầu trên cố định, đầu dưới treo vật m . Vật dao động theo phương thẳng đứng với tần số góc $\omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$. Trong quá trình dao động độ dài lò xo

thay đổi từ 18 cm đến 22 cm. Chọn gốc tọa độ tại VTCB. chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc lò xo có độ dài nhỏ nhất. Phương trình dao động của vật là :

A. $x = 2\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}$

B. $x = 2\cos(0,4\pi t)\text{cm}$

C. $x = 4\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}$

D. $x = 4\cos(10\pi t + \pi)\text{cm}$

Lời giải:

Câu 2. $\omega = 10\pi$ (rad/s) và $A = (I_{\max} - I_{\min})/2 = 2$ cm \Rightarrow loại B

$t = 0 : x_0 = 2$ cm, $v_0 = 0$:

chọn $\varphi = \pi$

$\Rightarrow x = 2\cos(10\pi t + \pi)$ cm. Chọn : A

Câu 3. Một con lắc lò xo có khối lượng $m = 50$ g, dao động điều hòa trên trục Ox với chu kỳ $T = 0,2$ s và chiều dài quỹ đạo là $L = 40$ cm. Chọn gốc thời gian lúc con lắc qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Phương trình dao động của con lắc.

Lời giải:

Chu kỳ dao động của vật:

$\omega = 2\pi/T = 2\pi/0,2 = 10\pi$ rad/s

Biên độ dao động: $A = L/2 = 20$ cm

Pha ban đầu của dao động:

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 20\cos(10\pi t + \pi/2)$ cm. Chọn B

Câu 4. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng $m = 1$ kg, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 100$ N/m. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2$ m/s² không vận tốc đầu. Chọn trục tọa độ thẳng đứng, chiều dương trên xuống, gốc tọa độ ở VTCB của vật, gốc thời gian lúc vật rời giá B. Phương trình dao động của vật là:

Lời giải:

Khi ở VTCB lò xo giãn:

$\Delta l = mg/k = (1 \cdot 10)/100 = 0,1$ m = 10 cm

Tần số dao động:

Vật m: $P \rightarrow N \rightarrow F \rightarrow m a \rightarrow$ (1)

Chiều (1) lên trục Ox đã chọn ta có: $mg - N - k\Delta l = ma$

Khi vật rời giá $N = 0$, gia tốc của vật $a = 2$ m/s². Suy ra: $\Delta l = m(g-a)/k$ (1)

Trong khoảng thời gian đó vật đi được quãng đường Δl được tính $\Delta l = (at^2)/2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có:

Quãng đường vật đi được đến khi rời giá:

Tọa độ ban đầu của vật: $x_0 = 0,08 - 0,1 = -0,02$ m = - 2 cm

Vận tốc của vật khi rời giá có giá trị: $v_0 = at = 40\sqrt{2}$ cm/s

Biên độ dao động là:

Tại $t = 0$ thì $6\cos\varphi = -2 \Rightarrow \varphi = 1,91$ rad/s.

Vậy phương trình dao động của vật: $x = 6\cos(10t - 1,91)$ cm. Chọn C

Câu 5. Ba con lắc lò xo 1, 2, 3 đặt thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Ở vị trí cân bằng ba vật có cùng độ cao. Con lắc thứ nhất dao động có phương trình $x_1 = 3\cos(20\pi t + \pi/2)$ cm, con lắc thứ hai dao động có phương trình $x_2 = 1,5\cos(20\pi t)$ cm. Hỏi con lắc thứ ba dao động có phương trình nào thì ba vật luôn nằm trên một đường thẳng?

Lời giải:

Để ba vật luôn nằm trên một đường thẳng thì $x_2 = (x_1 + x_3)/2$ hay $x_3 = 2x_2 - x_1$
Suy ra dao động của m_3 là tổng hợp của 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.

Dùng phương pháp giản đồ Fre-nen: $A_3 \leftarrow 2A_2 \rightarrow (-A_1)$

Từ giản đồ suy ra:

Để thấy $\varphi_3 = -\pi/4$ rad

Vậy phương trình dao động của vật: $x_3 = 3\sqrt{2}\cos(20\pi t - \pi/4)$ cm. Chọn A

Câu 6. Một con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng 0,4 kg gắn vào đầu lò xo có độ cứng 40 N/m. Người ta kéo quả nặng ra khỏi VTCB một đoạn 4 cm rồi thả nhẹ cho nó dao động. Phương trình dao động của vật nặng là

A. $x = 4\cos(10t)$ cm

B. $x = 4\cos(10t - \pi/2)$ cm

C. $x = 4\cos(10\pi t - \pi/2)$ cm

D. $x = 4\cos(10\pi t + \pi/2)$ cm

Lời giải:

Chọn A. Vật dao động theo phương trình tổng quát $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Tần số góc $\omega = \sqrt{k/m} = 10$ rad/s

Từ cách kích thích ban đầu để tạo nên dao động ta có $A\cos\varphi = 4$ cm và $A\sin\varphi = 0$, từ đó tính được $A = 4$ cm, $\varphi = 0$. Thay vào phương trình tổng quát ta được $x = 4\cos(10t)$ cm

Câu 7. Một con lắc lò xo gồm một quả nặng có khối lượng $m = 400$ g và một lò xo có độ cứng $k = 40$ N/m. Người ta kéo quả nặng ra khỏi VTCB một đoạn bằng 8cm và thả cho nó dao động. Phương trình dao động của quả nặng là

A. $x = 8\cos 0,1t$ (cm)

B. $x = 8\cos 0,1\pi t$ (cm)

C. $x = 8\cos 10\pi t$ (cm)

D. $x = 8\cos 10t$ (cm)

Lời giải:

Chọn D.

Câu 8. Một con lắc lò xo gồm quả nặng khối lượng 1kg và một lò xo có độ cứng 1600 N/m. Khi quả nặng ở VTCB, người ta truyền cho nó vận tốc ban đầu bằng 2 m/s theo chiều dương trục tọa độ. Phương trình li độ dao động của quả nặng là

A. $x = 5\cos(40t - \pi/2)$ m

B. $x = 0,5\cos(40t + \pi/2)$ m

C. $x = 5\cos(40t - \pi/2)$ cm

D. $x = 0,5\cos(40t)$ cm

Lời giải:

Chọn C. Vật dao động theo phương trình tổng quát $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc $\omega = \sqrt{k/m} = 40$ rad/s

Từ cách kích thích ban đầu để tạo nên dao động ta có $A\cos\varphi = 0$ cm và $-A\sin\varphi = 200$ cm/s, từ đó tính được $A = 5$ cm, $\varphi = -\pi/2$

Thay vào phương trình tổng quát ta được $x = 5\cos(40t - \pi/2)$ cm

Câu 9. Vật có khối lượng $m = 160$ g được gắn vào lò xo có độ cứng $k = 64$ N/m đặt thẳng đứng, vật ở dưới. Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn 2,5 cm và buông nhẹ. Chọn trục Ox hướng lên, gốc tại vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc buông vật. Phương trình dao động của vật là :

A. $x = 2,5\cos(20t + \pi)$ (mm)

B. $x = 2,5\cos(20t + \pi/2)$ (cm)

C. $x = 2,5\cos(20t + \pi)$ (cm)

D. $x = 5\cos(20t + \pi)$ (cm)

Lời giải:

Chọn C. Phương trình dao động: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$; với $\omega = \sqrt{k/m} = 20$ rad/s. Từ VTGB $x = A$ và buông nhẹ $\Rightarrow A = 2,5$ cm

Câu 10. Một con lắc lò xo có độ cứng $k = 100$ N/m dao động điều hòa phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Biểu thức thế năng là: $E_t = 0,1\cos(4\pi t + \pi/2) + 1$ J. Phương trình li độ là:

Lời giải:

Chọn C.

Đồng nhất 2 vế 2 phương trình: