TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI
HANOI UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATIONS TECHNOLOGY

IT3160
Nhập môn Trí tuệ nhân tạo

Artificial Intelligence

PGS.TS. Lê Thanh Hương
Trường Công nghệ thông tin và Truyền thông
Đại Học Bách Khoa Hà Nội

Nội dung môn học

- Chương 1 - Giới thiệu về Trí tuệ nhân tạo
- Chương 2 - Tác tử
- Chương 3 - Giải quyết vấn đề
- **Chương 4 - Logic và suy diễn**
- Chương 5 - Học máy

Giới thiệu về logic

- **Logic** là ngôn ngữ hình thức cho phép biểu diễn thông tin dưới dạng các kết luận có thể được đưa ra
  - Logic = Syntax + Semantics
- **Cú pháp (syntax)**: để xác định các mệnh đề (sentences) trong một ngôn ngữ.
- **Ngữ nghĩa (semantics)**: để xác định "ý nghĩa" của các mệnh đề trong một ngôn ngữ
  - Tức là, xác định sự đúng đắn của một mệnh đề
- Ví dụ: Trong ngôn ngữ của toán học
  - $(x+2 \geq y)$ là một mệnh đề; $(x+y > \{\})$ không phải là một mệnh đề
  - $(x+2 \geq y)$ là đúng nếu và chỉ nếu giá trị $(x+2)$ không nhỏ hơn giá trị y
  - $(x+2 \geq y)$ là đúng khi $x = 7$, $y = 1$
  - $(x+2 \geq y)$ là sai khi $x = 0$, $y = 6$

Cú pháp (syntax)

- Cú pháp = Ngôn ngữ + Lý thuyết chứng minh
- **Ngôn ngữ (Language)**
  - Các ký hiệu (symbols), biểu thức (expressions), thuật ngữ (terms), công thức (formulas) hợp lệ
  - Ví dụ: *one plus one equal two*
- **Lý thuyết chứng minh (Proof theory)**
  - Tập hợp các luật suy diễn cho phép chứng minh (suy luận ra) các biểu thức
  - Ví dụ: Luật suy diễn *any plus zero* → *any*
- Một **định lý (theorem)** là một mệnh đề logic cần chứng minh
- Việc chứng minh một định lý không cần phải xác định ngữ nghĩa (interpretation) của các ký hiệu!

Ngữ nghĩa (semantics)

- Ngữ nghĩa = Ý nghĩa (intepretation) của các ký hiệu
- Ví dụ
  - $\mathcal{I}$(*one*) nghĩa là **1** ($\in$ N)
  - $\mathcal{I}$(*two*) nghĩa là **2** ($\in$ N)
  - $\mathcal{I}$(*plus*) nghĩa là phép cộng **+** : N x N $\rightarrow$ N
  - $\mathcal{I}$(*equal*) nghĩa là phép so sánh bằng **=** : N x N $\rightarrow$ {*true*, *false*}
  - $\mathcal{I}$(*one plus one equal two*) nghĩa là *true*
- Nếu diễn giải của một biểu thức là đúng (true), chúng ta nói rằng phép diễn giải này là một **mô hình (model)** của biểu thức
  - Ví dụ: $(x+2 \geq y)$ là đúng khi $x = 7$, $y = 1$
- Một biểu thức đúng đối với bất kỳ phép diễn giải nào thì được gọi là một biểu thức **đúng đắn (valid)**
  - Ví dụ: A OR NOT A

Tính bao hàm

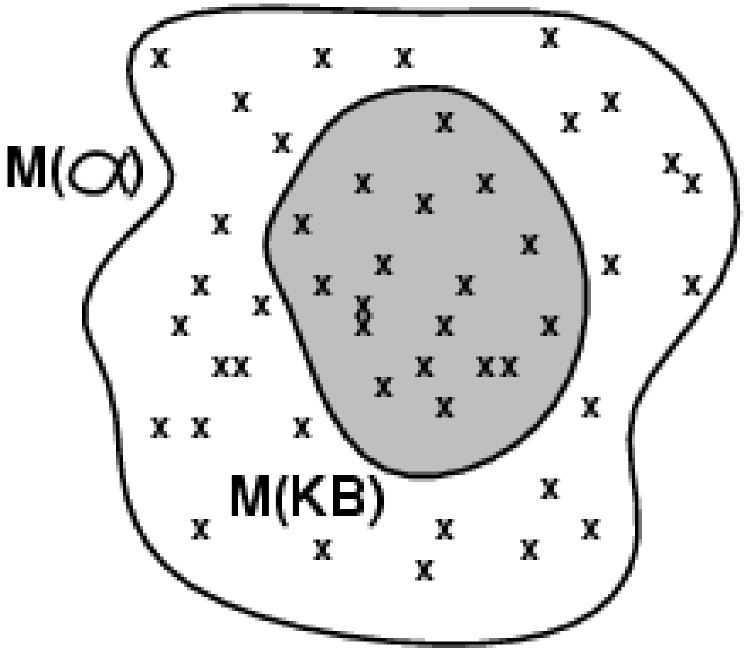
- Tính bao hàm có nghĩa là một mệnh đề được suy ra từ 1 cơ sở tri thức:

$$KB \models \alpha$$

- Một cơ sở tri thức *KB* **bao hàm** mệnh đề α nếu và chỉ nếu α là đúng **trong mọi mô hình** mà trong đó *KB* là đúng. Tức là: nếu *KB* đúng, thì α cũng phải đúng
  - Ví dụ: Nếu một cơ sở tri thức *KB* chứa các mệnh đề "*Đội bóng A đã thắng*" và "*Đội bóng B đã thắng*", thì *KB* bao hàm mệnh đề "*Đội bóng A hoặc đội bóng B đã thắng*"
  - Ví dụ: Mệnh đề (x+y = 4) bao hàm mệnh đề (4 = x+y)

Các mô hình

- Các nhà logic học thường hay xem xét các mệnh đề theo các mô hình
- Các mô hình là các không gian có cấu trúc, mà trong các không gian đó tính đúng đắn (của các mệnh đề) có thể đánh giá được
  - Ví dụ: Mệnh đề (x+y > 5) đúng khi (x,y) = (3,3), (3,7)
- **Định nghĩa:** *m* là một mô hình của mệnh đề α nếu α là đúng trong *m*
- *M(α)* là tập hợp tất cả các mô hình của α
- KB ╞ α nếu và chỉ nếu $M(KB) \subseteq M(\alpha)$
  - Ví dụ:
  - *KB* = "Đội bóng A đã thắng
    và
    đội bóng B đã thắng",
  - α = "Đội bóng A đã thắng"



Suy diễn logic (1)

- $KB \vdash_i \alpha$
  - Mệnh đề *α* **được suy ra** từ *KB* bằng cách áp dụng thủ tục suy diễn *i*
  - (Nói cách khác) Thủ tục *i* **suy ra** mệnh đề *α* từ *KB*

- **Tính đúng đắn (soundness)**
  - Một thủ tục suy diễn *i* được gọi là **đúng đắn (sound)**, nếu thủ tục *i* suy ra **chỉ** các mệnh đề được bao hàm (entailed sentences)
  - Thủ tục *i* là đúng đắn, nếu bất cứ khi nào $KB \vdash_i \alpha$, thì cũng đúng đối với $KB \models \alpha$
  - Nếu thủ tục *i* suy ra mệnh đề *α*, mà *α* không được bao hàm trong *KB*, thì thủ tục *i* là không đúng đắn (unsound)

Suy diễn logic (2)

- **Tính hoàn chỉnh (completeness)**
  - Một thủ tục suy diễn *i* được gọi là **hoàn chỉnh (complete)**, nếu thủ tục *i* có thể suy ra **mọi** mệnh đề được bao hàm (entailed sentences)
  - Thủ tục *i* là hoàn chỉnh, nếu bất cứ khi nào $KB \models \alpha$, thì cũng đúng đối với $KB \vdash_i \alpha$

- Logic vị từ bậc 1 (first-order logic)
  - Có khả năng biểu diễn hầu hết các phát biểu logic
  - Với logic vị từ bậc 1, tồn tại một thủ tục suy diễn *đúng đắn* và *hoàn chỉnh*

Suy diễn logic (3)

- Logic là một cách để biểu diễn hình thức và suy diễn tự động
- Việc suy diễn (reasoning) có thể được thực hiện ở mức cú pháp (bằng các chứng minh): **suy diễn diễn dịch (deductive reasoning)**
- Việc suy diễn có thể được thực hiện ở mức ngữ nghĩa (bằng các mô hình): **suy diễn dựa trên mô hình (model-based reasoning)**

Suy diễn logic (4)

- Suy diễn ngữ nghĩa ở mức của <u>một phép diễn giải</u> (mô hình):
  - Với một biểu thức, có tồn tại một mô hình không? **có thể thỏa mãn được (satisfiability)?**
  - Với một biểu thức và một phép diễn giải, kiểm tra xem phép diễn giải có phải là một mô hình của biểu thức không?: **kiểm tra mô hình (model checking)**
- Suy diễn ngữ nghĩa ở mức của <u>tất cả các phép diễn giải có thể</u>: **kiểm tra tính đúng đắn (validity checking)**

Logic định đề: Cú pháp (1)

- Logic định đề (**propositional logic**) là loại logic đơn giản nhất
- **Biểu thức định đề (propositional formula)**
  - Một ký hiệu định đề (S_1, S_2, …) là một biểu thức (định đề)
  - Các giá trị hằng logic **đúng (true)** và **sai (false)** là các biểu thức
  - Nếu S_1 là một biểu thức, thì ($\neg S_1$) cũng là một biểu thức (Phép **phủ định**)

Logic định đề: Cú pháp (2)

- **Biểu thức định đề (propositional formula)…**
  - Nếu S_1 và S_2 là các biểu thức, thì $(S_1 \wedge S_2)$ cũng là một biểu thức (Phép **kết hợp** / **và**)
  - Nếu S_1 và S_2 là các biểu thức, thì $(S_1 \vee S_2)$ cũng là một biểu thức (Phép **tuyển** / **hoặc**)
  - Nếu S_1 và S_2 là các biểu thức, thì $(S_1 \rightarrow S_2)$ cũng là một biểu thức (Phép **suy ra** / **kéo theo**)
  - Nếu S_1 và S_2 là các biểu thức, thì $(S_1 \leftrightarrow S_2)$ cũng là một biểu thức (Phép **tương đương**)
  - Không còn dạng nào ngoài các dạng trên là một biểu thức

Cú pháp của logic định đề: Ví dụ

- p
- q
- r
- true
- false
- $\neg p$
- $(\neg p) \wedge$ true
- $\neg((\neg p) \vee$ false$)$
- $(\neg p) \rightarrow (\neg((\neg p) \vee$ false$))$
- $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Thứ tự ưu tiên của các toán tử logic

- Thứ tự ưu tiên của các toán tử logic (từ cao xuống thấp)
  - $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
- Sử dụng cặp ký tự "()" để xác định mức độ ưu tiên
- Các ví dụ
  - $p \wedge q \vee r$ tương đương $(p \wedge q) \vee r$
    chứ không phải $p \wedge (q \vee r)$
  - $\neg p \wedge q$ tương đương $(\neg p) \wedge q$
    chứ không phải $\neg(p \wedge q)$
  - $p \wedge \neg q \rightarrow r$ tương đương $(p \wedge (\neg q)) \rightarrow r$
    chứ không phải $p \wedge (\neg(q \rightarrow r))$ hoặc $p \wedge ((\neg q) \rightarrow r)$

Logic định đề: Ngữ nghĩa (1)

- Với một mô hình cụ thể, nó sẽ xác định giá trị đúng/sai cho mỗi ký hiệu định đề
  - Ví dụ: Với 3 ký hiệu S_1, S_2 và S_3, thì có thể lấy ví dụ một mô hình m_1 xác định như sau:

    $m_1 \equiv$ (S_1=sai, S_2=đúng, S_3=sai)

- Với 3 ký hiệu định đề như ví dụ trên, có thể chỉ ra 8 mô hình có thể

Logic định đề: Ngữ nghĩa (2)

- Ngữ nghĩa của một mô hình *m* = Các quy tắc để đánh giá giá trị chân lý (đúng/sai) của các mệnh đề trong mô hình *m* đó

$\neg S_1$ là đúng, khi và chỉ khi S_1 là sai

$S_1 \wedge S_2$ là đúng, khi và chỉ khi S_1 là đúng <u>và</u> S_2 là đúng

$S_1 \vee S_2$ là đúng, khi và chỉ khi S_1 là đúng hoặc S_2 là đúng

$S_1 \rightarrow S_2$ là đúng, khi và chỉ khi S_1 là sai hoặc S_2 là đúng;
là sai, khi và chỉ khi S_1 là đúng và S_2 là sai

$S_1 \leftrightarrow S_2$ là đúng, khi và chỉ khi $S_1 \rightarrow S_2$ là đúng và $S_2 \rightarrow S_1$ là đúng

- Ví dụ: Với mô hình m_1 như trong ví dụ trước, thì giá trị của biểu thức logic định đề sau sẽ là:

$$\neg S_1 \wedge (S_2 \vee S_3) = \textit{đúng} \wedge (\textit{đúng} \vee \textit{sai}) = \textit{đúng} \wedge \textit{đúng} = \textit{đúng}$$

Ngữ nghĩa của logic định đề: Ví dụ (1)

- Xét mô hình *$m_1 \equiv$ (p=đúng, q=sai)*, ta có ngữ nghĩa (giá trị logic) của các biểu thức sau
  - $\neg p$ là *sai*
  - $\neg q$ là *đúng*
  - $p \wedge q$ là sai
  - $p \vee q$ là đúng
  - $p \rightarrow q$ là *sai*
  - $q \rightarrow p$ là *đúng*
  - $p \leftrightarrow q$ là sai
  - $\neg p \leftrightarrow q$ là đúng

Ngữ nghĩa của logic định đề: Ví dụ (2)

- Xét mô hình $m_2 \equiv$ *(p=sai, q=đúng)*, ta có ngữ nghĩa (giá trị logic) của các biểu thức sau
  - $\neg p$ là *đúng*
  - $\neg q$ là *sai*
  - $p \wedge q$ là sai
  - $p \vee q$ là đúng
  - $p \rightarrow q$ là *đúng*
  - $q \rightarrow p$ là *sai*
  - $p \leftrightarrow q$ là sai
  - $\neg p \leftrightarrow q$ là đúng

Bảng chân lý đối với các toán tử logic

S_1	S_2	$\neg S_1$	$S_1 \wedge S_2$	$S_1 \vee S_2$	$S_1 \rightarrow S_2$	$S_1 \leftrightarrow S_2$
sai	sai	đúng	sai	sai	đúng	đúng
sai	đúng	đúng	sai	đúng	đúng	sai
đúng	sai	sai	sai	đúng	sai	sai
đúng	đúng	sai	đúng	đúng	đúng	đúng

Tương đương logic

- Hai mệnh đề được gọi là tương đương logic khi và chỉ khi hai mệnh đề này luôn đúng trong cùng mô hình:

$$\alpha \equiv \beta \text{ khi và chỉ khi } \alpha \models \beta \text{ và } \beta \models \alpha$$

$$\left.\begin{aligned}(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\beta \wedge \alpha)\\ (\alpha \vee \beta) &\equiv (\beta \vee \alpha)\end{aligned}\right\}\ \text{giao hoán}$$

$$\left.\begin{aligned}((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) &\equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))\\ ((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) &\equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))\end{aligned}\right\}\ \text{kết hợp}$$

$$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha \quad \text{phủ định kép}$$

$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \quad \text{tương phản}$$

$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$$

$$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$$

$$\left.\begin{aligned}\neg(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)\\ \neg(\alpha \vee \beta) &\equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)\end{aligned}\right\}\ \text{de Morgan}$$

$$\left.\begin{aligned}(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) &\equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))\\ (\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) &\equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))\end{aligned}\right\}\ \text{phân phối}$$

Biểu diễn bằng logic định đề: Ví dụ

- Giả sử chúng ta có các định đề sau
  - p ≡ “Chiều nay trời nắng”
  - q ≡ “Thời tiết lạnh hơn hôm qua”
  - r ≡ “Tôi sẽ đi bơi”
  - s ≡ “Tôi sẽ đi đá bóng”
  - t ≡ “Tôi sẽ về đến nhà vào buổi tối”
- Biểu diễn các phát biểu trong ngôn ngữ tự nhiên
  - “Chiều nay trời *không* nắng và thời tiết lạnh hơn hôm qua”: $\neg p \land q$
  - “Tôi sẽ đi bơi *nếu như* chiều nay trời nắng”: $p \rightarrow r$
  - “*Nếu* tôi (sẽ) *không* đi bơi *thì* tôi sẽ đi đá bóng”: $\neg r \rightarrow s$
  - “Nếu tôi (sẽ) đi đá bóng thì tôi sẽ về nhà vào buổi tối”: $s \rightarrow t$

Mâu thuẫn và Tautology

- Một biểu thức logic định đề luôn có giá trị sai (false) trong mọi phép diễn giải (mọi mô hình) thì được gọi là một **mâu thuẫn (contradiction)**
  - Ví dụ: $(p \land \neg p)$
- Một biểu thức logic định đề luôn có giá trị đúng (true) trong mọi phép diễn giải (mọi mô hình) thì được gọi là một **tautology**
  - Ví dụ: $(p \lor \neg p)$

$$\neg(p \land q) \leftrightarrow (\neg p \lor \neg q)$$

$$\neg(p \lor q) \leftrightarrow (\neg p \land \neg q)$$

Tính thỏa mãn được và Tính đúng đắn

- Một biểu thức logic định đề là **thỏa mãn được (satisfiable)**, nếu biểu thức đó đúng trong *một mô mình* nào đó
  - Ví dụ: $A \lor B$, $A \land B$
- Một biểu thức là **không thể thỏa mãn được (unsatisfiable)**, nếu *không tồn tại bất kỳ mô hình nào* mà trong đó biểu thức là đúng
  - Ví dụ: $A \land \neg A$
- Một biểu thức là **đúng đắn (valid)**, nếu biểu thức đúng trong *mọi mô hình*
  - Ví dụ: *đúng*; $A \lor \neg A$; $A \to A$; $(A \land (A \to B)) \to B$

Bài toán chứng minh logic

- Với một cơ sở tri trức (một tập các mệnh đề) *KB* và một mệnh đề α cần chứng minh (gọi là một định lý)
- Cơ sở tri thức *KB* có bao hàm (về mặt ngữ nghĩa) α hay không: KB $\models \alpha$?
  - Nói cách khác, α có thể được suy ra (được chứng minh) từ cơ sở tri thức KB hay không?
- Câu hỏi đặt ra: Liệu có tồn tại một thủ tục (suy diễn) có thể giải quyết được bài toán chứng minh logic, trong một số hữu hạn các bước?
  - Đối với logic định đề, câu trả lời là có!

Giải quyết bài toán chứng minh logic

- Mục đích: để trả lời câu hỏi KB $\models \alpha$?
- Có 3 phương pháp (chứng minh) phổ biến:
  - Sử dụng bảng chân lý (Truth-table)
  - Áp dụng các luật suy diễn (Inference rules)
  - Chuyển về bài toán chứng minh thỏa mãn (SAT)
    - Phương pháp chứng minh bằng phản chứng (Refutation)

Chứng minh dựa trên bảng chân lý (1)

- Bài toán chứng minh: KB $\models \alpha$?
- Kiểm tra tất cả các phép diễn giải có thể (tất cả các mô hình có thể) mà trong đó KB là đúng, để xem α đúng hay sai
- Bảng chân lý: Liệt kê các giá trị chân lý (đúng/sai) của các mệnh đề, đối với tất cả các phép diễn giải có thể
  - Các phép gán giá trị đúng/sai đối với các ký hiệu định đề

		KB		α	
p	q	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \vee \neg q) \wedge q$	
đúng	đúng	đúng	đúng	đúng	← chứng minh
đúng	sai	đúng	sai	sai	
sai	đúng	đúng	sai	sai	
sai	sai	sai	đúng	sai	

Chứng minh dựa trên bảng chân lý (2)

- KB = $(p \lor r) \land (q \lor \neg r)$
- $\alpha = (p \lor q)$
- KB $\models \alpha$?

p	q	r	$p \lor r$	$q \lor \neg r$	KB	α
đúng	đúng	đúng	đúng	đúng	đúng	đúng
đúng	đúng	sai	đúng	đúng	đúng	đúng
đúng	sai	đúng	đúng	sai	sai	đúng
đúng	sai	sai	đúng	đúng	đúng	đúng
sai	đúng	đúng	đúng	đúng	đúng	đúng
sai	đúng	sai	sai	đúng	sai	đúng
sai	sai	đúng	đúng	sai	sai	sai
sai	sai	sai	sai	đúng	sai	sai

Chứng minh dựa trên bảng chân lý (3)

- Đối với logic định đề, phương pháp chứng minh dựa trên bảng chân lý có tính *đúng đắn (sound)* và *hoàn chỉnh (complete)*

- Độ phức tạp tính toán của phương pháp chứng minh dựa trên bảng chân lý
  - Hàm mũ đối với số lượng (n) các ký hiệu định đề: 2^n
  - Nhưng chỉ có một tập con (nhỏ) của tập các khả năng gán giá trị chân lý, mà trong đó KB và α là đúng

Chứng minh bằng các luật suy diễn (1)

- Luật suy diễn **Modus ponens**

$$\frac{p \rightarrow q,\ \ p}{q}$$

- Luật suy diễn loại bỏ liên kết VÀ (**And-Elimination**)

$$\frac{p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n}{p_i} \qquad (i=1..n)$$

- Luật suy diễn đưa vào liên kết VÀ (**And-Introduction**)

$$\frac{p_1, p_2, \ldots, p_n}{p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n}$$

- Luật suy diễn đưa vào liên kết HOẶC (**Or-Introduction**)

$$\frac{p_i}{p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_i \vee \ldots \vee p_n}$$

Chứng minh bằng các luật suy diễn (2)

- Luật suy diễn loại bỏ phủ định hai lần (**Elimination of Double Negation**)

$$\frac{\neg\neg p}{p}$$

- Luật suy diễn hợp giải (**Resolution**)

$$\frac{p \vee q, \quad \neg q \vee r}{p \vee r}$$

- Luật suy diễn hợp giải đơn (**Unit Resolution**)

$$\frac{p \vee q, \quad \neg q}{p}$$

- Tất cả các luật suy diễn trên đều có tính *đúng đắn (sound)*!

Chứng minh bằng luật suy diễn: Ví dụ (1)

- Giả sử có tập giả thiết KB
  1) $p \wedge q$
  2) $p \rightarrow r$
  3) $(q \wedge r) \rightarrow s$
- Cần chứng minh định lý *s*
- Từ 1) và sử dụng luật And-Elimination, ta có:
  4) p
- Từ 2), 4), và sử dụng luật Modus Ponens, ta có:
  5) r

Chứng minh bằng luật suy diễn: Ví dụ (2)

- …
- Từ 1), và sử dụng luật And-Elimination, ta có:
  6) q
- Từ 5), 6), và sử dụng luật And-Introduction, ta có:
  7) $(q \wedge r)$
- Từ 7), 3), và sử dụng luật Modus-Ponens, ta có:
  8) s
- Vậy định lý (biểu thức logic) *s* được chứng minh là đúng!