



# CHỦ ĐỀ 8

## CÁC BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

[mapstudy.edu.vn](http://mapstudy.edu.vn)

**Câu 1: [MAP]** Biết rằng  $\int_2^3 \frac{x^2-x+1}{x+\sqrt{x-1}} dx = \frac{a-4\sqrt{b}}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $T=a+b+c$ .

- A.  $T=31$ .      B.  $T=29$ .      C.  $T=33$ .      D.  $T=27$ .

**Câu 2: [MAP]** Gọi  $S(t)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \frac{1}{(x+1)(x+2)^2}$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=t$  ( $t>0$ ). Tìm  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ .

- A.  $-\ln 2 - \frac{1}{2}$ .      B.  $\ln 2 - \frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{1}{2} - \ln 2$ .      D.  $\ln 2 + \frac{1}{2}$ .

**Câu 3: [MAP]** Cho hàm số  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$ , trong đó hàm số  $y = f(x)$  là hàm số chẵn trên  $[-1;1]$ .

Tính  $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2^x+1} dx$ .

- A. 2.      B. 16.      C. 8.      D. 4.

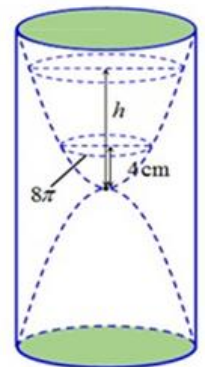
**Câu 4: [MAP]** Cho đa thức bậc bốn  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x=1$  và  $x=2$ . Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+f'(x)}{2x} = 2$ .

Tích phân  $\int_0^1 f'(x) dx$

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{3}{4}$       D. 1

**Câu 5: [MAP]** Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao  $h$  của mực cát bằng  $\frac{3}{4}$  chiều cao của bên đó (xem hình). Cát

chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi  $2,90 \text{ cm}^3/\text{phút}$ . Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi  $8\pi \text{ cm}$  (xem hình). Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài là bao nhiêu cm?

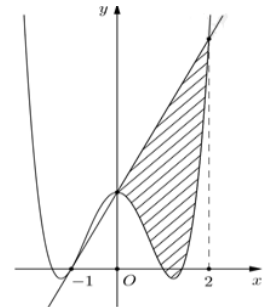


- A. 8cm.      B. 12cm.      C. 10cm.      D. 9cm.

**Câu 6: [MAP]** Cho parabol  $(P): y = -x^2 + 2x$ , có đỉnh  $S$  và  $A$  là giao điểm khác  $O$  của  $(P)$  và trục hoành.  $M(x_0; y_0)$  là điểm di động trên  $SA$  ( $M(x_0; y_0)$  không trùng với  $S$ ). Tiếp tuyến  $d$  của  $(P)$  tại  $M$  cắt  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ .  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$ , đường thẳng  $d$  và trục  $Oy$ ,  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$ , đường thẳng  $d$  và trục  $Ox$ . Khi tổng  $S_1 + S_2$  nhỏ nhất, giá trị của  $P = x_0 + y_0$  bằng:

- A.  $\frac{23}{9}$       B.  $\frac{44}{9}$       C.  $\frac{20}{9}$       D. 4

**Câu 7: [MAP]** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị  $(C)$ , biết rằng  $(C)$  đi qua điểm  $A(-1; 0)$ . Tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của  $(C)$  cắt  $(C)$  tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2, diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = 0; x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $d$ , đồ thị  $(C)$  và hai đường thẳng  $x = -1; x = 0$  bằng



- A.  $\frac{1}{5}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{2}{9}$

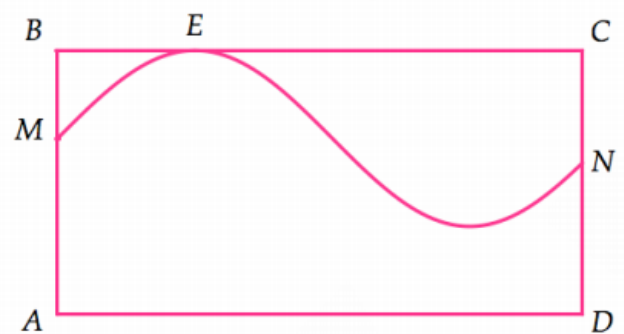
**Câu 8: [MAP]** Cho parabol  $(P): y = x^2$  và hai điểm  $A, B$  thuộc  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  đạt giá trị lớn nhất bằng:

- A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{4}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{3}{2}$

**Câu 9: [MAP]** Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng 100 m, trục nhỏ bằng 80 m được chia thành 2 phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi  $m^2$  trồng cây con và 4000 mỗi  $m^2$  trồng rau. Hỏi thu nhập từ cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 31904000.      B. 23991000.      C. 10566000.      D. 17635000.

**Câu 10: [MAP]** Từ một tấm tôn hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AB = 30cm, AD = \frac{55\pi}{3}cm$ . Người ta cắt miếng tôn theo đường hình sin như hình vẽ bên để được hai miếng tôn nhỏ. Biết  $AM = 20cm, CN = 15cm, BE = 5\pi cm$ . Tính thể tích của lọ hoa được tạo thành bằng cách quay miếng tôn lớn quanh trục  $AD$  (kết quả làm tròn đến hàng trăm).



- A.  $81788cm^3$       B.  $87388cm^3$       C.  $83788cm^3$       D.  $7883cm^3$

**Câu 11: [MAP]** Trong mặt phẳng  $Oxy$ ,  $A(0; 2)$  và  $B(m; 0)$  với  $m > 2$ . Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  (C) chia tam giác  $OAB$  thành hai phần. Tính diện tích của phần giới hạn bởi  $y = \frac{x-2}{x-1}; y = 0$  và đường thẳng  $AB$  theo  $m$ .

- A.  $\frac{3m^2 - 4}{8} - \ln \left| \frac{m}{2} \right|$       B.  $\frac{m^2 - 4}{8} - \ln \left| \frac{m}{2} \right|$       C.  $\frac{m^2 + 4}{8} - \ln \left| \frac{m}{2} \right|$       D.  $\frac{m^2 - 4}{8} + \ln \left| \frac{m}{2} \right|$

**Câu 12: [MAP]** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0;1]$ ,  $f(x)$  và  $f'(x)$  đều nhận giá trị dương trên đoạn  $[0;1]$  và thỏa mãn  $f(0) = 2$ ,  $\int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 + 1] dx = 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) dx$ .

Tính  $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$ .

A.  $\frac{15}{4}$ .

B.  $\frac{15}{2}$ .

C.  $\frac{17}{2}$ .

D.  $\frac{19}{2}$ .

**Câu 13: [MAP]** Biết  $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Tính  $P = a + 2b + c - 7$ .

A.  $-\frac{1}{9}$ .

B.  $\frac{86}{27}$ .

C.  $-2$ .

D.  $\frac{67}{27}$ .

**Câu 14: [MAP]** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$  và thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ ,  $f(-3) + f(3) = 0$  và  $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = f(-2) + f(0) + f(4)$ .

A.  $P = \ln \frac{9}{5} + 1$ .

B.  $P = 1 + \ln \frac{6}{5}$ .

C.  $P = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$ .

D.  $P = \frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}$ .

**Câu 15: [MAP]** Cho hàm số chẵn  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1 + 2^x} dx = 8$ . Tính  $\int_0^2 f(x) dx$ .

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 16.

---HẾT---