



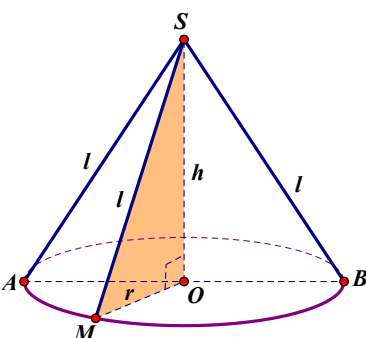
CHỦ ĐỀ 10

BÀI TOÁN KHỐI NÓN - TRỤ - CẦU

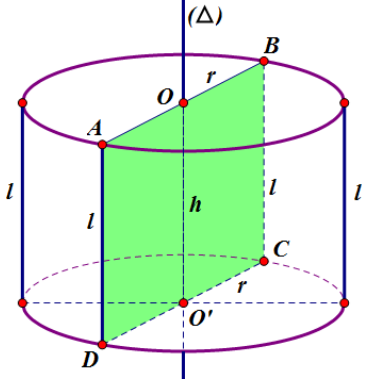
mapstudy.edu.vn

A. HỆ THỐNG KIẾN THỨC

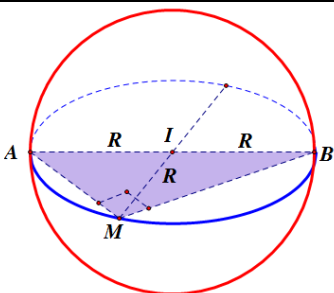
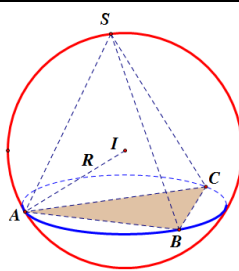
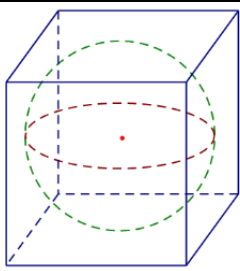
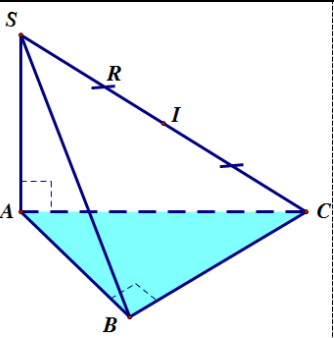
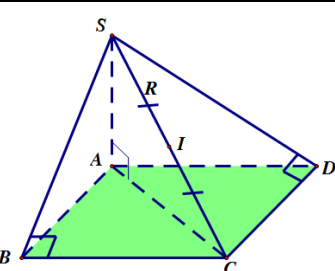
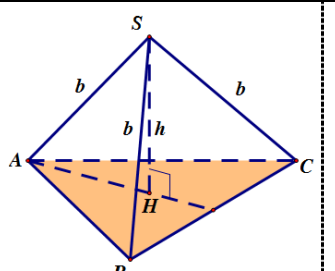
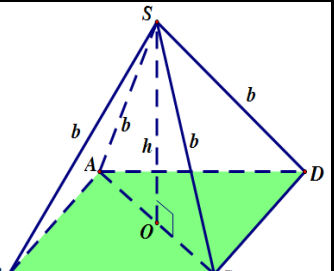
I. MẶT NÓN

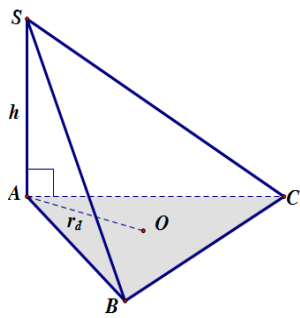
MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 <p>Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên</p> <p>với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). - Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. - Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. - Góc ở đỉnh: \widehat{ASB}. - Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. - Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2$. <p>(liên tưởng đến thể tích khối chóp).</p>

II. MẶT TRỤ

MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 <p>Hình thành: Quay hình chữ nhật ABCD quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Đường cao: $h = OO'$. - Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. - Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. - Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. - Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật ABCD. 	<ul style="list-style-type: none"> - Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2$.

III. MẶT CẦU

MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện	
	<ul style="list-style-type: none">- Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$.- Đường kính $AB = 2R$.- Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R.- Diện tích mặt cầu:- Thể tích khối cầu:		
<p>Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.</p>	<div>$S = 4\pi R^2$</div> <div>$V = \frac{4\pi R^3}{3}$</div>	<p>Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.</p>	<p>Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.</p>
CÁCH TÌM BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP THƯỜNG GẶP			
1. Hình chóp có các đỉnh nhìn một cạnh dưới một góc vuông.		2. Hình chóp đều.	
			
<ul style="list-style-type: none">- Ta có $SA \perp (ABC)$ và $\widehat{ABC} = 90^\circ$.- Ta có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC, bán kính <div>$R = \frac{SC}{2}$</div>	<ul style="list-style-type: none">- Xét hình chóp có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật hoặc hình vuông.- Ta có: $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$ Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC, bán kính <div>$R = \frac{SC}{2}$</div>	<ul style="list-style-type: none">- Xét hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và đường cao $SH = h$.- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên là <div>$R = \frac{b^2}{2h}$</div>	<ul style="list-style-type: none">- Xét hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b và chiều cao $SO = h$- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên là <div>$R = \frac{b^2}{2h}$</div>
3. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.		4. Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy.	



- Xét hình chóp có $SA \perp (\text{đáy})$ và $SA = h$; bán kính đường tròn ngoại tiếp của đáy là r_d .

- Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán

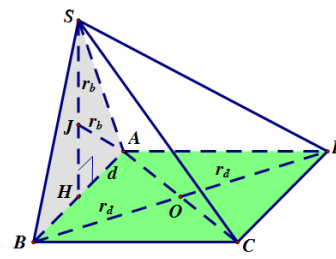
$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_d^2}.$$

- Nếu đáy là tam giác đều cạnh a thì $r_d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

; hình vuông thì $r_d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Nếu đáy là

hình chữ nhật cạnh a, b

$$\text{thì } r_d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$



- Xét hình chóp có mặt bên $(SAB) \perp (\text{đáy})$, bán kính ngoại tiếp đáy là r_d , bán kính ngoại tiếp $\triangle SAB$ là r_b , $d = AB = (SAB) \cap (\text{đáy})$. (đoạn giao tuyến)

- Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$R = \sqrt{r_d^2 + r_b^2 - \frac{d^2}{4}}.$$

B. BÀI TẬP

Câu 1: [MAP] Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N) . Bán kính của (T) bằng

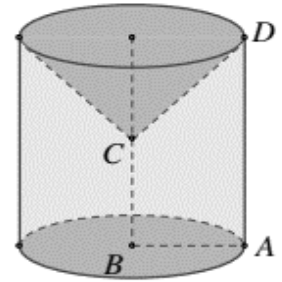
- A. $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$. C. $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$. D. $\sqrt{13}a$.

Câu 2: [MAP] Cho hình nón (N) có đỉnh S , bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N) . Bán kính của (T) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{15}a}{15}$. C. $\frac{8\sqrt{15}a}{15}$. D. $\sqrt{15}a$.

Câu 3: [MAP] Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.
C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.



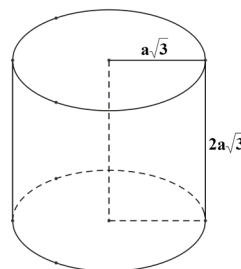
Câu 4: [MAP] Một hình nón có chiều cao 9(cm) nội tiếp trong một hình cầu có bán kính 5(cm). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón và khối cầu. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{81}{125}$. B. $\frac{81}{500}$. C. $\frac{27}{125}$. D. $\frac{27}{500}$.

Câu 5: [MAP] Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

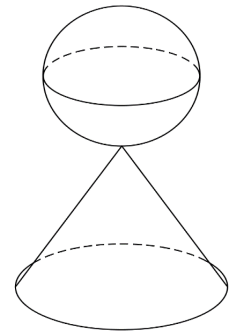
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6: [MAP] Một khối trụ bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao là $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ.



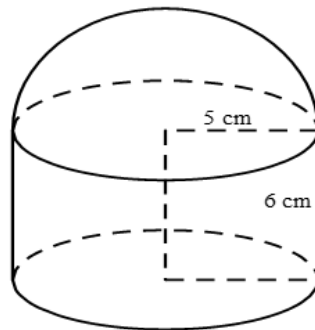
- A. $8\sqrt{6}\pi a^3$. B. $6\sqrt{6}\pi a^3$. C. $4\sqrt{3}\pi a^3$. D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi a^3$.

Câu 7: [MAP] Một khối cầu pha lê gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là r, l thỏa mãn $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$ xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là $91cm^2$. Tính diện tích của mặt cầu (H_1)



- A. $\frac{104}{5}cm^2$ B. $16cm^2$ C. $64cm^2$ D. $\frac{26}{5}cm^2$

Câu 8: [MAP] Một hộp đựng mỹ phẩm được thiết kế (tham khảo hình vẽ) có thân hộp là hình trụ có bán kính hình tròn đáy $r = 5cm$, chiều cao $h = 6cm$ và nắp hộp là một nửa hình cầu. Người ta cần sơn mặt ngoài của cái hộp đó (không sơn đáy) thì diện tích S cần sơn là

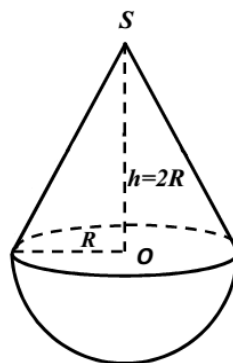


- A. $S = 110\pi cm^2$. B. $S = 130\pi cm^2$. C. $S = 160\pi cm^2$. D. $S = 80\pi cm^2$.

Câu 9: [MAP] Một đồ vật được thiết kế bởi một nửa khối cầu và một khối nón úp vào nhau sao cho đáy của khối nón và thiết diện của nửa mặt cầu chồng khít lên nhau như hình vẽ bên.

Biết khối nón có đường cao gấp đôi bán kính đáy, thể tích của toàn bộ khối đồ vật bằng $36\pi cm^3$.

Diện tích bề mặt của toàn bộ đồ vật đó bằng



- A. $\pi(\sqrt{5}+3)cm^2$ B. $9\pi(\sqrt{5}+2)cm^2$ C. $9\pi(\sqrt{5}+3)cm^2$ D. $\pi(\sqrt{5}+2)cm^2$

Câu 10: [MAP] Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S) . Chiều cao của khối trụ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. B. $R\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$

Câu 11: [MAP] Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo một đường tròn (C) . Hình nón (N) có đáy là (C) , đỉnh thuộc (S) , đỉnh cách (P) một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu (S) và khối nón (N) .

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{32}{9}$.

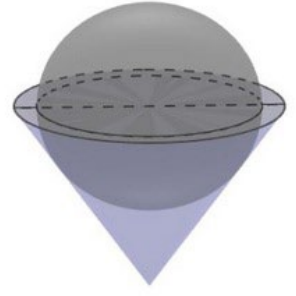
Câu 12: [MAP] Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $18\pi dm^3$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Thể tích V của nước còn lại trong bình bằng

A. $24\pi dm^3$.

B. $6\pi dm^3$.

C. $54\pi dm^3$.

D. $12\pi dm^3$.



Câu 13: [MAP] Cho tam giác đều ABC có đường tròn nội tiếp $(O;r)$, cắt bỏ phần hình tròn và cho hình phẳng thu được quay quanh AO . Tính thể tích khối tròn xoay thu được theo r .

A. $\frac{5}{3}\pi r^3$.

B. $\frac{4}{3}\pi r^3$.

C. $\pi r^3\sqrt{3}$.

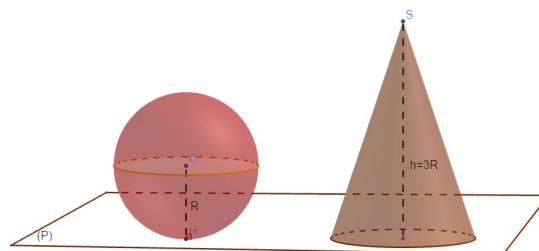
D. πr^3 .

Câu 14: [MAP] Cho một cái bình hình trụ có bán kính đáy bằng R và có 4 quả cam hình cầu, trong đó có 3 quả cam có cùng bán kính và một quả cam cùng bán kính với đáy bình. Lần lượt bỏ vào bình 3 quả cam cùng bán kính sao cho chúng đôi một tiếp xúc với nhau, mỗi quả cam đều tiếp xúc với đáy bình và tiếp xúc với một đường sinh của bình; Bỏ tiếp quả cam thứ tư còn lại vào bình và tiếp xúc với mặt nắp của bình. Chiều cao của bình bằng

A. $R(\sqrt{2\sqrt{3}-3}+1)^2$. B. $R(\sqrt{2\sqrt{3}-3}-1)^2$. C. $R(\sqrt{2\sqrt{3}+3}+1)^2$. D. $R(\sqrt{2\sqrt{3}+3}-1)^2$.

Câu 15: [MAP] Cho hình cầu tâm O bán kính $R=5$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P) , có chiều cao $h=15$, có bán kính đáy bằng R . Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) . Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng (Q) song song với (P) và thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S . Gọi x là khoảng cách giữa (P) và (Q) , $(0 < x \leq 5)$.

Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{a}{b}$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị $T = a + b$.



A. $T = 17$

B. $T = 19$

C. $T = 18$

D. $T = 23$

---HẾT---