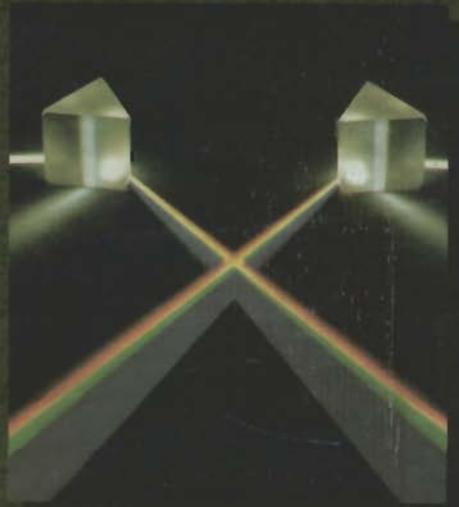


VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG CÁC NGUYỄN LÍ VÀ ỨNG DỤNG

BIÊN KHẢO : TRẦN NGỌC HỘI (CHỦ BIÊN) - PHẠM VĂN THIỀU

Tập ba :
Quang học và vật lí lượng tử



VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG

CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG

Tập ba : QUANG HỌC VÀ VẬT LÍ LƯỢNG TỬ

Biên khảo : TRẦN NGỌC HỘI (Chủ biên) – PHẠM VĂN THIỀU

LỜI NHÀ XUẤT BẢN

Hướng tới kỉ niệm 50 năm thành lập Nhà xuất bản Giáo dục và thực hiện chiến lược mở rộng, phát triển sản phẩm mới, trong những năm gần đây, bên cạnh việc xuất bản, phát hành kịp thời, đồng bộ, sách giáo khoa và các loại sách tham khảo phục vụ giáo dục phổ thông, Nhà xuất bản Giáo dục còn rất chú trọng tổ chức biên soạn, xuất bản các bộ sách tham khảo lớn, có giá trị khoa học và thực tiễn cao, mang ý nghĩa chính trị, văn hoá giáo dục sâu sắc, được trình bày và in ấn đẹp, gọi là **sách tham khảo đặc biệt**, nhằm đáp ứng nhu cầu học tập, nghiên cứu, giảng dạy của học sinh, sinh viên, nghiên cứu sinh, giáo viên phổ thông, giảng viên đại học, cao đẳng, dạy nghề, cán bộ nghiên cứu, cán bộ quản lý giáo dục và đồng đảo bạn đọc, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục, dân trí xã hội trong thời kì mới, giữ gìn, "xây dựng và phát triển nền văn hoá Việt Nam tiên tiến, đậm đà bản sắc dân tộc" theo tinh thần nghị quyết Hồi nghị Trung ương 5 của Ban chấp hành Trung ương Đảng khoá VIII, từng bước đưa giáo dục Việt Nam hoà nhập với thế giới. Đây là những cuốn sách nghiên cứu chủ trương, đường lối của Đảng, của Chủ tịch Hồ Chí Minh về văn hoá, giáo dục ; các chuyên khảo phản ánh kết quả nghiên cứu mới ; tuyển tập các công trình nghiên cứu tiêu biểu của các nhà khoa học, nhà giáo đặc biệt là các nhà khoa học, nhà giáo đã được tặng Giải thưởng Nhà nước, Giải thưởng Hồ Chí Minh ; các sách về danh nhân văn hoá Việt Nam và thế giới ; những bộ tư liệu, thư tịch và những pho sử cổ có giá trị lịch sử, văn hoá cao ; các sách tra cứu, những bộ từ điển tường giải tiếng Việt, các từ điển chuyên ngành, từ điển đối dịch tiếng nước ngoài với tiếng Việt, tiếng Việt với tiếng các dân tộc anh em ; các bộ sách dịch có giá trị văn hoá, khoa học, giáo dục đặc sắc có tác dụng làm tăng trưởng nhanh chóng tri thức khoa học hiện đại, thay đổi tư duy quản lí, tư duy công việc, lối sống và cách hưỡng thụ văn hoá trong xã hội kinh tế tri thức.

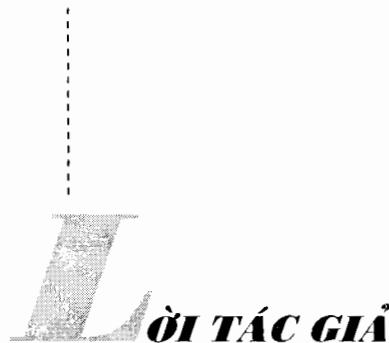
Tham gia biên soạn mảng sách tham khảo đặc biệt là các nhà khoa học đầu ngành, các nhà giáo, nhà quản lý giỏi, nhiều kinh nghiệm thuộc các lĩnh vực khác nhau, có uy tín đối với độc giả trong và ngoài nước.

Bộ sách Vật lí đại cương – Các nguyên lí và ứng dụng thuộc mảng sách tham khảo đặc biệt do các tác giả Trần Ngọc Hợi và Phạm Văn Thiều biên khảo. Trong bộ sách này, các tác giả đã trình bày những vấn đề cơ bản và quan trọng của Vật lí đại cương, cũng như một số thành tựu đặc sắc của Vật lí hiện đại. Ngoài ra, nội dung sách cũng rất chú trọng đến các ứng dụng của Vật lí học trong khoa học và công nghệ, giải thích một số hiện tượng Vật lí xảy ra trong thực tiễn cuộc sống. Các kiến thức Vật lí trình bày trong bộ sách phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí đại cương ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Vì vậy, bộ sách này có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và Khoa học tự nhiên, cũng như các cán bộ kỹ thuật, cán bộ nghiên cứu có liên quan tới Vật lí và các thầy, cô giáo giảng dạy Vật lí ở các trường phổ thông.

Bộ sách được xuất bản lần đầu nên chắc không tránh khỏi một số thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của các thầy, cô giáo, các nhà khoa học và đồng đảo bạn đọc, để những lần xuất bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Mọi góp ý xin gửi về : Nhà xuất bản Giáo dục, 187B Giảng Võ – Ba Đình – Hà Nội.

Hà Nội, tháng 7 năm 2005

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



ỜI TÁC GIẢ

Việc viết những cuốn sách vật lí đáp ứng được các yêu cầu cơ bản, hiện đại có tính ứng dụng thực tế cao là một việc làm khó, đòi hỏi nhiều thời gian, công sức và kiến thức sâu rộng. Chính vì vậy, chúng tôi đã tham khảo nhiều sách về Vật lí đại cương dùng cho một số trường Đại học và Cao đẳng ở một số nước Âu – Mĩ và Liên Xô cũ, nhất là cuốn *Physics Classical and Modern*, để biên khảo bộ sách "**Vật lí đại cương – Các nguyên lí và ứng dụng**" cho phù hợp với thực tế ở Việt Nam.

Bộ sách đề cập đến tất cả các vấn đề cơ bản và quan trọng của vật lí, phù hợp với chương trình giảng dạy Vật lí ở các trường Đại học và Cao đẳng Việt Nam. Về mặt hình thức, sách được trình bày dưới dạng giáo trình, các kiến thức được viết cô đọng, rõ ràng nhưng cẩn kẽ, chú trọng đến bản chất vật lí, nhằm giúp cho bạn đọc cách tư duy, lí giải trước các hiện tượng vật lí.

Bộ sách này gồm 41 chương, được chia thành ba tập :

Tập một : Cơ học và Nhiệt học (15 chương)

Tập hai : Điện, Từ, Dao động và Sóng (15 chương)

Tập ba : Quang học và Vật lí lượng tử (11 chương)

Trong mỗi tập sách, ngoài phần trình bày lý thuyết, còn rất chú trọng đến các ứng dụng thực tiễn, có nhiều ví dụ sinh động xảy ra trong tự nhiên và ứng dụng trong khoa học, công nghệ. Sau mỗi chương đều có các câu hỏi, bài tập. Bên cạnh đó còn có nhiều bài đọc thêm về thân thế sự nghiệp của các nhà vật lí lỗi lạc, các vấn đề thời sự và đặc sắc của vật lí.

Bộ sách này nhằm phục vụ cho việc học tập vật lí của sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng khối Khoa học kỹ thuật và Khoa học tự nhiên. Các thầy, cô giáo giảng dạy ở các trường Đại học và Cao đẳng cũng như ở các trường Trung học phổ thông có

thể dùng làm tài liệu tham khảo, tìm thấy trong bộ sách nhiều kiến thức bổ ích và nâng cao. Tuỳ theo yêu cầu và thời lượng của môn học tại các trường, bộ sách cũng có thể đáp ứng được ở nhiều mức độ và trình độ thích hợp.

Tham gia biên khảo bộ sách này gồm có :

– TS. Trần Ngọc Hợi – Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội
(Biên khảo chính – Chủ biên).

– Ông Phạm Văn Thiều – Hội Vật lí Việt Nam.

Trong tập ba của bộ sách này, các tác giả xin trân trọng cảm ơn các nhà giáo, đồng thời cũng là các nhà chuyên môn có nhiều kinh nghiệm và kiến thức sâu rộng dưới đây đã đóng góp một số tư liệu cho tập sách :

– PGS. Đoàn Nhượng – Viện Năng lượng nguyên tử Quốc gia.

– PGS. Lương Duyên Bình – Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội.

Chúng tôi biên khảo bộ sách này với mong muốn giới thiệu với bạn đọc những kiến thức vật lí ở mức cơ bản, hiện đại, thực tế sinh động nhưng cũng rất sâu sắc, đồng thời cũng muốn góp phần vào việc làm phong phú hơn, chính xác hơn một số nội dung kiến thức vật lí trong chương trình giảng dạy ở bậc Đại học và Trung học phổ thông.

Cuối cùng, chúng tôi xin chân thành cảm ơn Trung tâm nghiên cứu Chiến lược và phát triển Chương trình giáo dục Trung học chuyên nghiệp, Đại học và Sau Đại học (trước đây là Trung tâm nghiên cứu Giáo dục Đại học) và Ban biên tập sách Vật lí, Nhà xuất bản Giáo dục đã nhiệt tình cổ vũ, ủng hộ chúng tôi để hoàn thành bộ sách này.

CÁC TÁC GIẢ

MỤC LỤC TOÀN BỘ

Tập một : Cơ học và Nhiệt học

Chương 1. Mở đầu

Chương 2. Chuyển động một chiều

Chương 3. Chuyển động hai chiều

Chương 4. Các định luật chuyển động của Newton

Chương 5. Chuyển động tròn và lực hấp dẫn vũ trụ của Newton

Chương 6. Công và năng lượng

Chương 7. Động lượng và chuyển động của hệ

Chương 8. Chuyển động quay

Chương 9. Cân bằng tĩnh của một vật rắn

Chương 10. Chất rắn và chất lưu

Chương 11. Nhiệt độ và sự truyền nhiệt

Chương 12. Định luật thứ nhất của nhiệt động lực học

Chương 13. Lí thuyết động học của các chất khí

Chương 14. Định luật thứ hai của nhiệt động lực học

Chương 15. Khí thực và chuyển pha

Tập hai : Điện, Từ, Dao động và Sóng

Chương 16. Định luật Coulomb và điện trường tĩnh

Chương 17. Định luật Gauss

Chương 18. Điện thế

Chương 19. Điện dung, điện năng và điện mô

Chương 20. Dòng điện và điện trở

Chương 21. Từ trường

Chương 22. Các nguồn của từ trường

Chương 23. Định luật Faraday

Chương 24. Độ tự cảm

Chương 25. Từ trường trong khối chất

Chương 26. Dao động cơ

Chương 27. Sóng cơ

Chương 28. Sóng âm

Chương 29. Dao động điện từ và mạch điện xoay chiều

Chương 30. Các phương trình Maxwell và sóng điện từ

Tập ba : Quang học và Vật lí lượng tử

Chương 31. Quang hình học

Chương 32. Giao thoa ánh sáng

Chương 33. Nhiều xạ ánh sáng

Chương 34. Phân cực ánh sáng

Chương 35. Thuyết tương đối

Chương 36. Lượng tử hóa bức xạ điện từ

Chương 37. Cơ học lượng tử

Chương 38. Nguyên tử và bảng tuần hoàn các nguyên tố

Chương 39. Vật rắn tinh thể và laze

Chương 40. Hạt nhân nguyên tử và hạt cơ bản

Chương 41. Vật lí các sao

MỤC LỤC - TẬP BA

	<i>Trang</i>
Lời nhà xuất bản	3
Lời tác giả	5
Chương 31. QUANG HÌNH HỌC	13
31.1. Quang hình học	14
31.2. Ảnh do phản xạ	20
31.3. Ảnh do khúc xạ	25
31.4. Thấu kính	26
31.5. Các dụng cụ quang học	30
Chương 32. GIAO THOA ÁNH SÁNG	43
32.1. Thí nghiệm hai khe của Young	44
32.2. Phân bố cường độ trong hình giao thoa hai khe	49
32.3. Giao thoa từ các bản mỏng	51
32.4. Các loại giao thoa kế	56
Bài đọc thêm : Thomas Young	59
Các vấn đề đặc sắc của vật lí hiện đại : Hiệu ứng Aharonov – Bohm	60
Chương 33. NHIỀU XẠ ÁNH SÁNG	73
33.1. Nhiều xạ	74
33.2. Nhiều xạ Fresnel	75
33.3. Nhiều xạ qua một khe	79
33.4. Phân bố cường độ một khe	82
33.5. Giới hạn của độ phân giải	86
33.6. Cách tử nhiều xạ	89
33.7. Nhiều xạ tia X bởi các tinh thể	96
Chương 34. PHÂN CỰC ÁNH SÁNG	105
34.1. Hiện tượng phân cực	106
34.2. Định luật Malus và độ phân cực	107

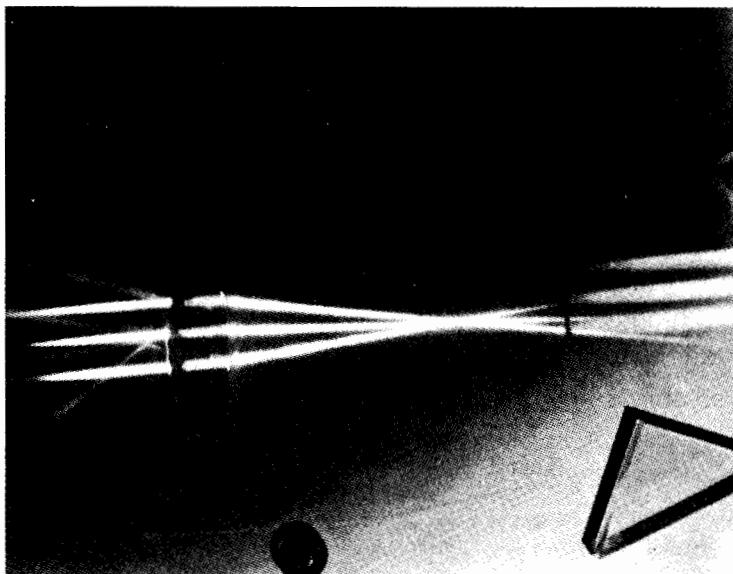
34.3. Các phương pháp tạo ánh sáng phân cực	110
34.4. Ánh sáng phân cực elip và phân cực tròn	115
34.5. Lưỡng chiết nhân tạo, sự quay mặt phẳng phân cực	118
Chương 35. THUYẾT TƯƠNG ĐỐI	125
35.1. Các phép biến đổi	126
35.2. Nguyên lí tương đối	128
35.3. Phép biến đổi Lorentz	131
35.4. Quan niệm mới về không gian và thời gian	134
35.5. Phép cộng vận tốc	139
35.6. Hiệu ứng Doppler tương đối tính	141
35.7. Động lượng và năng lượng	145
Bài đọc thêm : Thuyết tương đối rộng	149
Chương 36. LƯỢNG TỬ HOÁ BỨC XẠ ĐIỆN TỬ	161
36.1. Tương tác của ánh sáng và vật chất	162
36.2. Định luật Kirchhoff	163
36.3. Bức xạ của vật đen	166
36.4. Hiệu ứng quang điện	172
36.5. Phôtôん và électron	177
36.6. Phổ vạch	179
36.7. Mẫu Bohr của hiđrô	181
Bài đọc thêm : Niels Bohr và mẫu nguyên tử Hiđrô	187
Chương 37. CƠ HỌC LƯỢNG TỬ	197
37.1. Sóng de Broglie	198
37.2. Nhiều xạ électron	199
37.3. Lưỡng tính sóng hạt – Thí nghiệm hai khe	202
37.4. Hệ thức bất định Heisenberg	204
37.5. Ý nghĩa của hàm sóng	208

37.6. Phương trình Schrödinger	210
37.7. Hạt trong giếng thế năng một chiều	212
37.8. Dao động tử điều hoà	215
37.9. Hiệu ứng đường hầm	217
Bài đọc thêm : Con mèo của Schrödinger	219
 Chương 38. NGUYÊN TỬ VÀ BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ	
38.1. Nguyên tử hiđrô	230
38.2. Hàm sóng của nguyên tử hiđrô	233
38.3. Nguyên tử kim loại kiêm	235
38.4. Sự lượng tử hoá của momen động lượng và momen từ. Hiệu ứng Zeeman thường	237
38.5. Spin của electron	240
38.6. Các trạng thái lượng tử của nguyên tử hiđrô	244
38.7. Trạng thái và năng lượng của electron trong nguyên tử	247
38.8. Nguyên lí Pauli và bảng tuần hoàn các nguyên tố	248
38.9. Momen động lượng và momen từ của nguyên tử	251
38.10. Phổ nguyên tử. Hiệu ứng Zeeman dị thường	254
 Chương 39. VẬT RẮN TINH THỂ VÀ LAZE	
39.1. Mẫu electron tự do	264
39.2. Thống kê Fermi – Dirac	268
39.3. Sự dẫn điện trong mẫu electron tự do	271
39.4. Lý thuyết vùng năng lượng	274
39.5. Các chất bán dẫn	277
39.6. Siêu dẫn	278
39.7. Laze	284
39.8. Môi trường kích hoạt, trạng thái nhiệt độ âm	286
39.9. Máy phát laze, các ứng dụng, phép toàn ảnh (holography)	289

Chương 40. HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ VÀ HẠT CƠ BẢN	301
40.1. Các tính chất của hạt nhân	302
40.2. Khối lượng hạt nhân và năng lượng liên kết	307
40.3. Mẫu giọt	310
40.4. Mẫu vỏ	311
40.5. Phân rã phóng xạ	312
40.6. Phản ứng hạt nhân	319
40.7: Vật lí hạt và máy gia tốc	326
40.8. Các hạt cơ bản	329
40.9. Tương tác của các hạt cơ bản	332
40.10. Mẫu quac (quark) và cấu tạo vật chất	334
Bài đọc thêm : Vụ nổ lớn (Big Bang)	337
Chương 41. VẬT LÍ CÁC SAO	347
41.1. Tính chất của các sao	348
41.2. Sự hình thành của các sao	349
41.3. Nguồn gốc năng lượng trong các sao	351
41.4. Mặt Trời và các sao khác thuộc dãy chính	357
41.5. Sao lùn trắng	364
41.6. Sao neutron và lỗ đen	370
41.7. Sao lùn nâu	378
Bài đọc thêm : Vì sao bầu trời đêm lại tối đen	380
Phụ lục	390
Đáp số của các bài tập	408
Tài liệu tham khảo	414

CHƯƠNG 31

QUANG HÌNH HỌC



- 31-1. Quang hình học
- 31-2. Ảnh do phản xạ
- 31-3. Ảnh do khúc xạ
- 31-4. Thấu kính
- 31-5. Các dụng cụ quang học

Các tia sáng từ nguồn tại tiêu điểm của một thấu kính hội tụ tạo ra chùm tia song song.

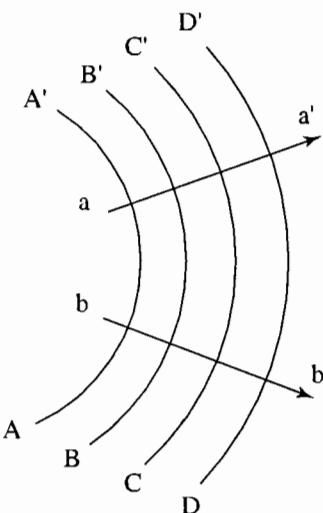
Sự truyền các sóng sáng được mô tả bằng các phương trình Maxwell. Lời giải của các phương trình này trong những điều kiện vật lí cho trước sẽ xác định được các vectơ **E** và **B** ở mỗi điểm, và như vậy sẽ xác định được biên độ, phân cực và pha của sóng sáng ở mỗi điểm. Việc giải các phương trình Maxwell có thể là khó khăn và thường thì thông tin chi tiết mà chúng cung cấp là không cần thiết. Thông tin thường cần đến có được nhờ một phương pháp đơn giản hơn gọi là *quang hình học*, có từ trước khi ánh sáng được biết như là một sóng điện từ.

Do đó, quang hình học là các *kết quả gần đúng* của các phương trình Maxwell khi bước sóng của ánh sáng nhỏ hơn nhiều so với các vật thể mà sóng sáng gặp phải.

31-1. QUANG HÌNH HỌC

Các đỉnh của một sóng điện từ, từ nguồn phát ra phía ngoài, được thể hiện ở hình 31-1. Hai cách hữu ích biểu diễn sự truyền sóng là các **mặt sóng** và các **tia sáng**. Mặt sóng là các mặt có pha không đổi của sóng sáng, và có thể được xem giống như tập hợp các đỉnh của sóng nước. Các mặt sóng của một sóng sáng cầu được biểu diễn như các vòng tròn đồng tâm cho trên hình 31-1. Tia sáng là một đường hướng theo phương truyền sóng. Nếu tốc độ truyền là nhau theo tất cả các phương, thì các tia sáng vuông góc với các mặt sóng.

Đường đi của chùm laze là một ví dụ về đường đi của tia sáng. Chùm có thể được quan sát bằng ánh sáng tán xạ ra từ các hạt nhỏ trên đường đi của chùm. Khi chùm laze gặp phải mặt phân cách giữa hai môi trường thì có thể xảy ra một số hiện tượng. Chùm có thể bị hấp thụ, khúc xạ hoặc phản xạ. Ở chương này chúng ta sẽ chỉ đề cập tới sự phản xạ và sự khúc xạ.

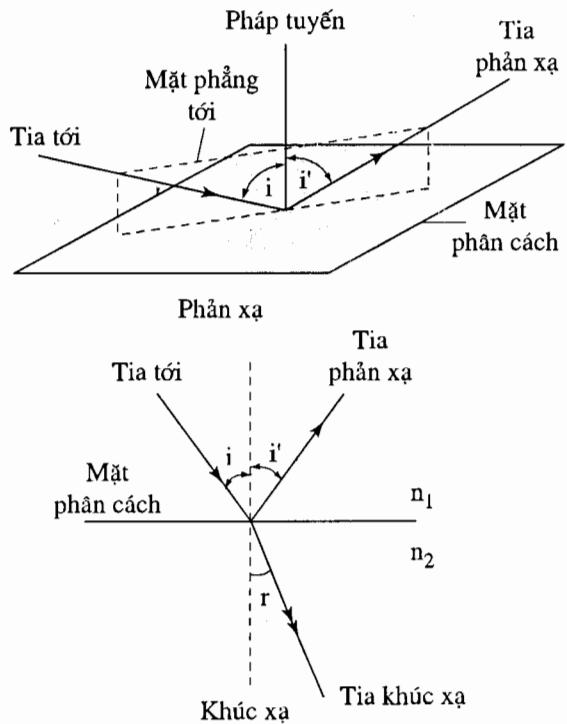


Hình 31-1. Các mặt sóng trong sóng quang học. AA' là mặt sóng và biểu diễn các điểm có cùng pha ở một thời điểm cho trước, chẳng hạn như các điểm nằm trên một đỉnh sóng nào đó. BB', CC' và DD' là các mặt sóng khác. Các đường aa' và bb' cho thấy phương truyền của sóng và được gọi là các tia sáng.

Khi bước sóng của ánh sáng nhỏ hơn nhiều so với kích thước của hệ vật lí mà ánh sáng truyền qua, ta có thể áp dụng được ba định luật dưới đây của quang hình học :

1. Định luật truyền thẳng. Trong một môi trường trong suốt đồng tính và đẳng hướng, các tia sáng truyền theo đường thẳng.

2. Định luật phản xạ. Tại mặt phân cách hai môi trường, sóng tới bị phản xạ một phần. Tia tới và pháp tuyến với mặt phân cách xác định mặt phẳng tới, như ta thấy trên hình 31-2. Nếu tia tới lập một góc i với pháp tuyến, khi đó tia phản xạ sẽ nằm trong mặt phẳng tới ở phía bên kia pháp tuyến và lập với nó một góc bằng với góc tới : $i' = i$. Nói đơn giản là *góc phản xạ bằng góc tới*.



Hình 31-2. Hình học của hiện tượng phản xạ và khúc xạ. Mặt phẳng tới là mặt phẳng được xác định bởi pháp tuyến với mặt phân cách hai môi trường và tia sáng tới.

3. Định luật khúc xạ. Tia khúc xạ được truyền vào môi trường thứ hai như được thể hiện trên hình 31-2. Tia khúc xạ cũng nằm trong mặt phẳng tới. Nó lập với pháp tuyến một góc r được cho bởi **định luật Snell** (còn gọi là định luật Descartes) :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (31-1)$$

trong đó n_1 và n_2 là các hằng số gọi là **chiết suất** của môi trường 1 và 2. Tỉ số $\frac{n_1}{n_2}$ được gọi là **chiết suất tương đối** và có liên quan tới tốc độ của ánh sáng trong hai môi trường.

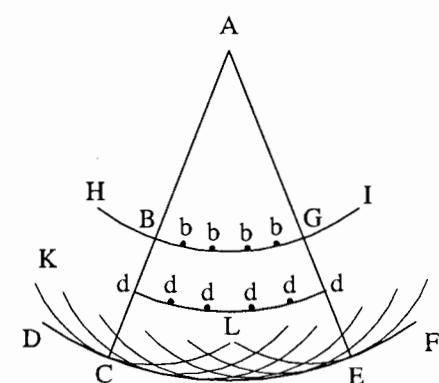
Hai định luật đầu trong số ba định luật này đã được biết đến từ thời cổ Hi Lạp. Định luật khúc xạ đã được tìm kiếm một cách kiên trì từ đầu những năm 1600, nó đã được công bố một cách độc lập bởi Snell và Descartes.

Pierre de Fermat (1601 – 1665) và Christian Huygens (1629 – 1695) đã phát biểu các nguyên lí dẫn tới các định luật của quang hình học. Các nguyên lí này đã được chứng minh là kết quả của các phương trình Maxwell trong phép gần đúng quang hình học, cụ thể là khi bước sóng của ánh sáng là nhỏ so với kích thước của tất cả các phần của hệ quang học. Nay giờ ta sẽ bàn về lí thuyết của Huygens.

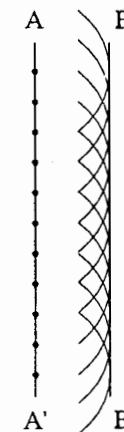
Nguyên lí Huygens

Huygens, người cùng thời với Newton, đã công khai ủng hộ lí thuyết sóng của ánh sáng trái với lí thuyết hạt của Newton. Nguyên lí Huygens nói rằng, sự truyền của sóng ánh sáng có thể được xác định bằng cách giả thiết ở mỗi điểm trên mặt đầu sóng đều xuất hiện một sóng cầu thứ

cấp có tâm ở điểm này. Mặt đầu sóng tiếp theo là mặt bao ngoài tiếp xúc với các sóng cầu thứ cấp đó. Hình 31-3a, lấy từ cuốn sách của Huygens, cho thấy rằng nguyên lí đó đã tiên đoán được các sóng cầu phát ra từ một nguồn điểm. Tương tự, mặt sóng phẳng sinh ra tiếp các sóng phẳng, như đã được thể hiện trên hình 31-3b.



(a)



(b)

Hình 31-3. (a) *Sự truyền của sóng cầu (lấy từ cuốn "Chuyên luận về ánh sáng" của Huygens).* Trên mặt sóng HI mỗi điểm b phát ra một sóng cầu thứ cấp, ví dụ như mặt đầu sóng KCL được phát đi từ B. Mặt sóng mới DF là mặt tiếp xúc với các sóng cầu thứ cấp được phát đi từ tất cả các điểm (ví dụ như b) trên mặt sóng cũ HI. (b) *Cách dựng tương tự đối với một sóng phẳng.*

Từ đó suy ra được định luật truyền thẳng của ánh sáng.

Trên hình 31-4b, một mặt sóng phẳng đi tới mặt biển. Theo nguyên lý Huygens, các sóng cầu thứ cấp được xây dựng từ mặt sóng AC. Sóng cầu thứ cấp lan truyền từ C sẽ tới được biển sau thời gian $t_0 = \frac{CB}{v_1}$,

với v_1 là tốc độ của ánh sáng trong môi trường 1. Sóng cầu thứ cấp lan truyền từ A vào môi trường thứ hai với tốc độ v_2 , sao cho nó đi được một khoảng cách $v_2 t_0$ trong thời gian t_0 . Sóng cầu thứ cấp này được biểu diễn bằng cung SNR trên hình vẽ. Cũng trong thời gian này các phần khác của mặt sóng sẽ gửi đi các sóng cầu thứ cấp với các bán kính sao cho chúng có một tiếp tuyến chung là mặt sóng BN.

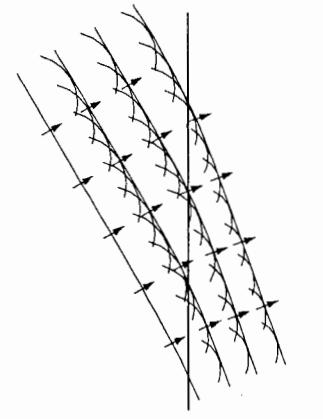
Để thiết lập định luật Snell, ta chú ý rằng góc tới i (\widehat{EAD}) bằng góc (\widehat{CAB}) giữa mặt sóng trong môi trường 1 và mặt phân cách, vì các cạnh của các góc này tương ứng vuông góc với nhau. Tương tự, góc khúc xạ r bằng góc giữa mặt sóng trong môi trường thứ hai và mặt phân cách, tức góc $\widehat{FAN} =$ góc \widehat{ABN} . Từ hình vẽ ta thấy

$\sin i = \frac{BC}{BA}$ và $\sin r = \frac{AN}{BA}$. Lấy tỉ số hai đẳng thức này ta có :

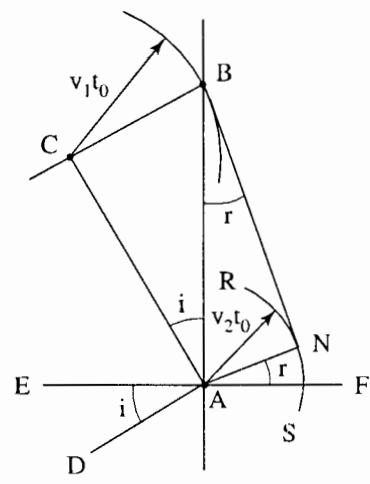
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{BC}{AN} = \frac{v_1 t_0}{v_2 t_0}$$

hay :

$$\frac{\sin i}{v_1} = \frac{\sin r}{v_2}$$

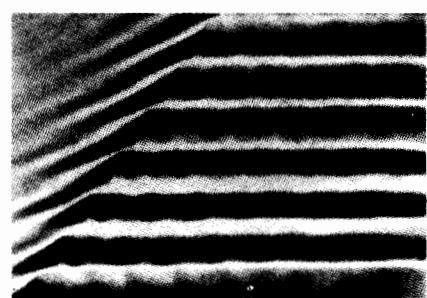


(a)



(b)

Hình 31-4. Sự khúc xạ ở một bề mặt. (a) Cách xây dựng của Huygens đối với sự khúc xạ tại bề mặt giữa hai môi trường với các tốc độ khác nhau của ánh sáng. Các vị trí kế tiếp của các mặt sóng khi chúng bị khúc xạ. (b) Phóng đại một bộ phận của hình (a).



Sự khúc xạ của các sóng nước tại biên giữa nước sâu và nước nông tuân theo định luật Snell.

Hệ thức này cũng chính là định luật Snell nếu $\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$. Như vậy chẳng những định

luật Snell suy được từ nguyên lí Huygens, mà nguyên lí Huygens còn tiên đoán rằng ánh sáng đi chậm hơn trong môi trường có chiết suất lớn hơn. J. B. L. Foucault năm 1850 đã chứng minh rằng điều này là đúng bằng cách đo trực tiếp tốc độ ánh sáng trong nước và trong không khí.

Vì chỉ có tỉ số các tốc độ tham gia vào định luật Snell, nên chỉ có tỉ số $\frac{n_1}{n_2}$ là được xác định bằng các phép đo khúc xạ. Định nghĩa về chiết suất của một môi trường riêng lẻ đòi hỏi một quy ước. Quy ước được dùng là chiết suất của chân không đúng bằng 1. Vì tốc độ ánh sáng trong chân không là hằng số c, chiết suất n của một chất được cho bởi $\frac{n}{1} = \frac{c}{v}$, hay :

$$n = \frac{c}{v}$$

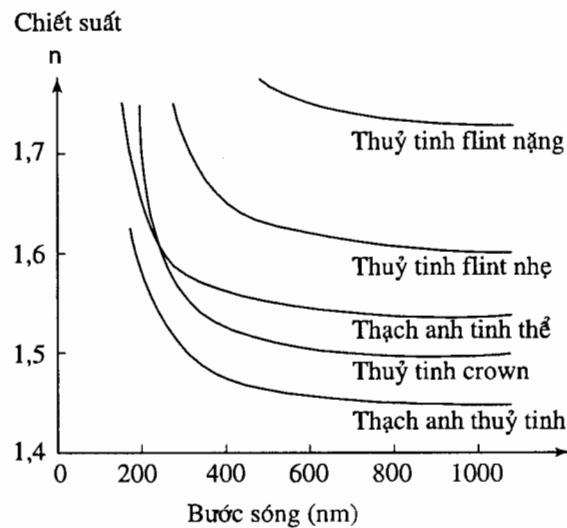
ở đây v là tốc độ của ánh sáng trong chất đang xét. Chiết suất của một số chất được cho ở bảng 31-1.

Chiết suất của một chất ở một chừng mực nào đó phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng được dùng. Nếu một tia tới bao gồm nhiều bước sóng thì nó sẽ bị tách ra thành các tia khúc xạ có hướng truyền khác nhau phụ thuộc vào chiết suất đối với các bước sóng khác nhau. Tính chất n thay đổi theo bước sóng được gọi là **sự tán sắc**. Đối với nhiều chất, ở các bước sóng quang học, chiết suất giảm khi bước sóng tăng. Hình 31-5 biểu diễn chiết suất như là một hàm số của bước sóng đối với một số chất.

Bảng 31-1. Chiết suất gần đúng của một số chất.

Chất	$n^{(1)}$
<i>Chất khí (ở 0°C)</i>	
Không khí	1,000293
Amôniac	1,000376
Cacbon diôxit	1,000451
Clo	1,000773
Hiđrô	1,000132
Mêtan	1,000444
Sunfua diôxit	1,000686
<i>Chất lỏng</i>	
Benzen	1,501
Cacbon disunfit	1,625
Êtin ancôhône	1,362
Mêtin ancôhône	1,32
Mêtilen iôdua	1,72
Nước	1,333
<i>Chất rắn</i>	
Saphia, rubi (Al_2O_3)	1,767
Kim cương	2,417
Thuỷ tinh	
Thạch anh nóng chảy	1,458
Vôi xút	1,512
Birech	1,474
Sa thạch đặc	1,655
Nước đá (0°C)	1,310
Chất dẻo lucit	1,491
Rutin E (470 nm)	3,095
Muối (NaCl)	1,544

(1) Các giá trị cho ở nhiệt độ phòng và áp suất khí quyển đối với ánh sáng có bước sóng 589nm.



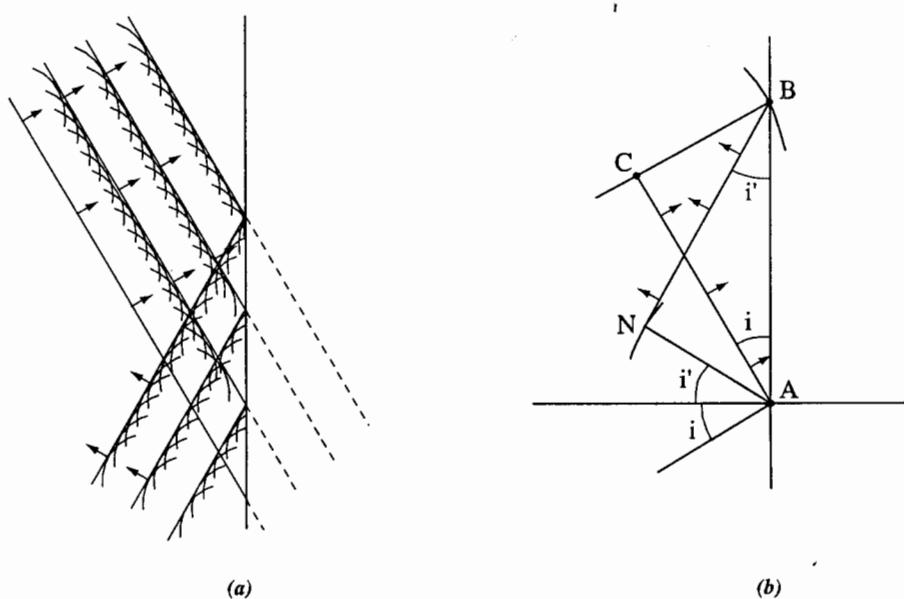
Hình 31-5. Chiết suất của một vài vật liệu quang học như hàm số của bước sóng.

Sự phụ thuộc của chiết suất vào bước sóng được biểu thị bằng công thức Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

trong đó A, B là các hằng số.

Tại biên nơi sóng bị phản xạ, nguyên lý Huygens cũng dẫn tới định luật phản xạ như đã được thể hiện trên hình 31-6 và bạn đọc có thể chứng minh dễ dàng.



Hình 31-6. (a) Cách dựng theo Huygens cho hiện tượng phản xạ ; (b) Phóng đại một bộ phận của phản xạ. Các mặt sóng tới song song với AC và các mặt sóng phản xạ song song với NB.

VÍ DỤ 31-1

Sự khúc xạ tại mặt phân cách nước – không khí. (a) Các phép đo cho thấy rằng, tốc độ của ánh sáng trong nước là 225000km/s và trong không khí là 299706km/s. Chiết suất của hai môi trường là bao nhiêu ? (b) Một tia sáng từ không khí đi tới mặt nước phẳng dưới góc tới 28° . Góc khúc xạ r bằng bao nhiêu ?

Giải. (a) Chiết suất của không khí là $n = (299792\text{km/s})/(299706\text{km/s}) = 1,00029$, và của nước là $n = (299792\text{km/s})/(225000\text{km/s}) = 1,33$.

(b) Từ định luật Snell, $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, ta có :

$$r = \sin^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \sin i \right) = 21^\circ$$

Chú ý rằng, đường đi của tia sáng bị gập về phía pháp tuyến của mặt phân cách. Khi tia sáng đi từ môi trường có chiết suất thấp hơn sang môi trường có chiết suất cao hơn, nó luôn luôn bị gập về phía pháp tuyến.

NGUYÊN LÍ FERMAT

Quang lộ

Xét một môi trường đồng tính, trong suốt, có chiết suất n , và hai điểm A và B cách nhau một đoạn bằng d . Người ta định nghĩa quang lộ giữa hai điểm A và B là bằng tích của chiết suất với quãng đường :

$$l = nd$$

vì $n = \frac{c}{v}$ nên $l = c \frac{d}{v} = ct$ với t là thời gian ánh sáng đi từ A đến B trong môi trường. Như vậy, ý nghĩa của quang lộ giữa hai điểm A, B là quãng đường ánh sáng đi trong chân không với khoảng thời gian mà ánh sáng đi được đoạn đường AB trong môi trường. Nếu ánh sáng truyền qua nhiều môi trường có chiết suất thay đổi n_1, n_2, \dots với các đoạn đường d_1, d_2, \dots thì quang lộ tổng cộng là :

$$l = n_1 d_1 + n_2 d_2 + \dots = \sum n_i d_i$$

Còn nếu môi trường có chiết suất thay đổi liên tục từ điểm này tới điểm khác thì quang lộ giữa hai điểm A, B được biểu thị qua một tích phân đường :

$$l = \int_A^B n ds$$

Nguyên lí Fermat

Khi nghiên cứu về sự truyền tia sáng, Fermat đã đưa ra nguyên lí sau :

Giữa hai điểm A, B ánh sáng sẽ truyền theo con đường mà quang lộ là cực trị (cực đại, cực tiểu hoặc không đổi).

Nguyên lí này là một dạng phát biểu tương đương của các định luật khúc xạ và phản xạ, tức là từ nguyên lí Fermat chúng ta có thể suy ra các định luật trên và ngược lại (xem bài tập nâng cao 1 và 2).

Phản xạ toàn phần

Một tia sáng đi từ nước vào không khí không phải lúc nào cũng ra được không khí. Giả sử tia sáng đi tới mặt nước với góc

tới $i = 50^\circ$. Dùng định luật Snell để tìm góc khúc xạ r , ta được :

$$r = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,333}{1,000} 0,766\right)$$

$$= \sin^{-1}(1,021)$$

Nhưng không có một góc nào mà sin của nó lại lớn hơn 1, nên không có lời giải khi dùng định luật Snell cho tình huống này. Lý do là vì không tồn tại một tia khúc xạ nào ứng với góc tới này. Tia duy nhất đi ra khỏi mặt phân cách là tia phản xạ.

Hình 31-7 cho thấy điều gì sẽ xảy ra với các tia đến gần mặt phân cách ở các góc khác nhau. Vì các tia đi từ môi trường có chiết suất lớn hơn sang môi trường có chiết suất nhỏ hơn, nên mỗi tia đều bị bẻ gấp ra xa đường pháp tuyến.

Góc tới ứng với góc khúc xạ bằng 90° được gọi là *góc tới hạn i_c* . Giả sử $n_2 < n_1$, khi đó từ định luật Snell :

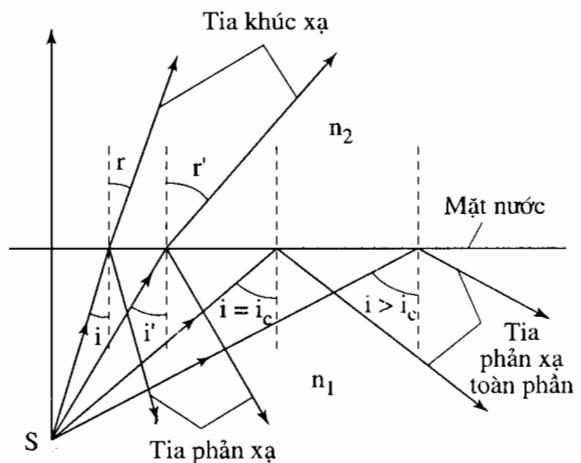
$$n_1 \sin i_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

hay :

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (31-2)$$

Nếu các tia đi tới mặt phân cách từ phía có chiết suất lớn hơn với góc tới *nhỏ hơn* góc tới hạn thì một phần bị phản xạ và một phần bị khúc xạ. Tia phản xạ và tia khúc xạ

như được thấy trên hình 31-7. Các tia đi tới mặt phân cách từ phía có chiết suất lớn hơn với góc tới *lớn hơn* góc tới hạn sẽ bị phản xạ hoàn toàn. Không tồn tại một tia khúc xạ nào trong trường hợp này. Hiện tượng này được gọi là **sự phản xạ toàn phần**. Chú ý rằng không có một góc tới hạn nào đối với ánh sáng đi từ môi trường có chiết suất nhỏ hơn sang môi trường có chiết suất lớn hơn. Trong trường hợp ấy luôn luôn có chùm khúc xạ.



Hình 31-7. Để có phản xạ toàn phần thì tia sáng phải đi từ môi trường có chiết suất lớn hơn đến môi trường có chiết suất nhỏ hơn và góc tới i phải lớn hơn góc tới hạn i_c .

31-2. ẢNH DO PHẢN XẠ

Khi nhìn vào một gương phẳng, như được vẽ trên hình 31-8, bạn thấy một thế giới giống y như thế giới của bạn. Bằng cách nhìn vào điểm P' , mắt bạn thu nhận ánh sáng xuất phát từ điểm P trên một ngọn nến đang cháy. Cây nến đang cháy không

có thật mà bạn nhìn thấy trong gương gọi là **ảnh**, trong khi bản thân cây nến thực đang cháy được gọi là **vật**. Định luật phản xạ chứng tỏ rằng đường PP' vuông góc với mặt phẳng gương và rằng P và P' có cùng khoảng cách tới gương.

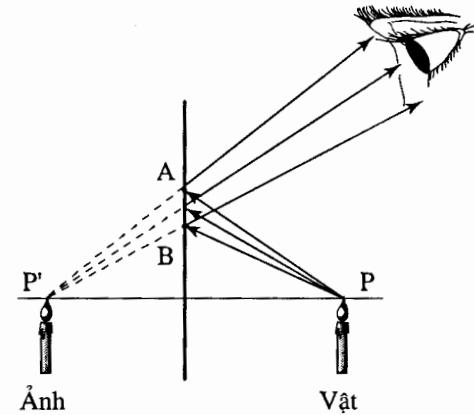
Ảnh nhìn thấy được trong gương phẳng đối xứng với vật qua gương. Các mặt gương cong cũng tạo ra ảnh. Ví dụ như các mặt gương cong ở nhà cười tạo ra những hình ảnh kì dị méo mó, chỗ thì kéo dài ra, chỗ thì thu ngắn lại. Mặt cầu là mặt cong dễ làm và dễ phân tích nhất. Hơn nữa các gương cầu hay gần như cầu thường được dùng trong các hệ quang học như các kính viễn vọng hay các gương thu năng lượng Mặt Trời. Nay giờ ta sẽ bàn về ảnh do chúng tạo ra.

Phương trình gương

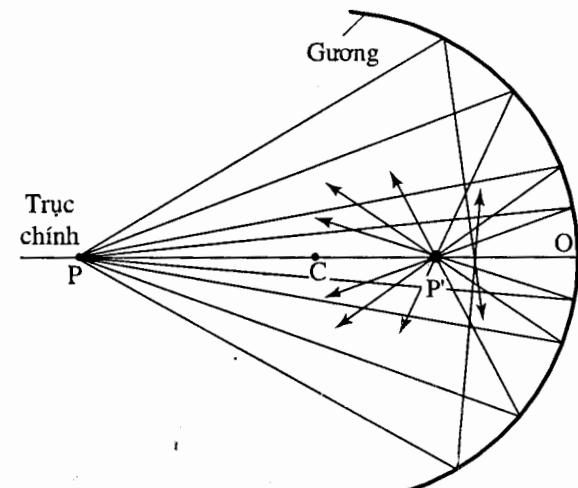
Hãy xét các tia đi từ vật (điểm P) và hướng về một gương cầu lõm cho trên hình 31-9. Đường thẳng nối đỉnh gương và tâm C của gương cầu được gọi là **trục chính** của gương. Các tia gần với trục chính bị phản xạ hâu như về cùng một điểm P', làm thành ảnh của P. Các tia không gần với trục chính làm nhòe ảnh này, một hiệu ứng được gọi là **cầu sai**. Các dụng cụ trên thực tế dùng các gương cầu đều làm giảm tới mức thấp nhất hiện tượng nhòe này bằng cách chỉ cho phép nhìn được các tia gần trục chính. Chúng ta sẽ chỉ khảo sát các ảnh do các tia gần trục chính tạo ra.

Hình 31-10 vẽ một tia sáng đi từ điểm P nằm trên trục chính, sau khi phản xạ khỏi gương cắt trục chính ở điểm P'. Khoảng cách d (từ đỉnh gương O tới vật), khoảng cách d' (từ đỉnh gương O tới ảnh) được gọi là **khoảng cách (tới) vật**, **khoảng cách d'** (từ đỉnh gương O tới ảnh) được gọi là **khoảng cách (tới) ảnh**. R là bán kính của gương cầu. Từ hình học phẳng ta biết góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó. Đối với các tam giác PAC và PAP', ta có $\beta = \alpha + \theta$ và $\gamma = \alpha + 2\theta$. Chú ý rằng bán kính CA vuông góc với mặt gương ở A, và như vậy các tia tới và phản xạ lập với bán kính này cùng một góc θ . Khử θ giữa hai phương trình, ta được :

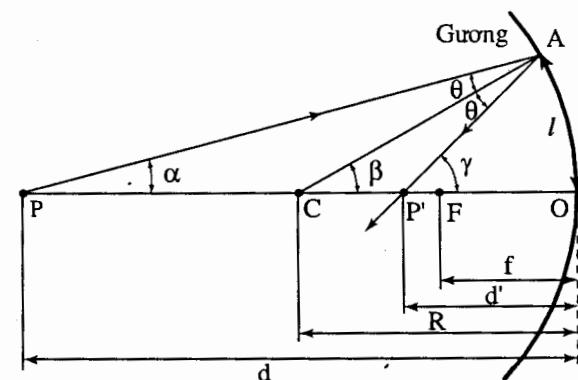
$$\alpha + \gamma = 2\beta$$



Hình 31-8. *Sự tạo thành ảnh của vật qua một gương phẳng. Khi kéo dài các tia sáng phản xạ, chúng đều hội tụ ở P', đó là vị trí của ảnh.*



Hình 31-9. *Sự phản xạ của các tia sáng từ một gương cầu lõm. Các tia từ điểm P đi ra đều được phản xạ về P' nếu chúng ở gần trục chính PCO.*



Hình 31-10. *Hình học phản xạ của các tia gần trục chính do gương cầu tạo ra. Một tia xuất phát từ điểm vật P được phản xạ qua điểm ảnh P'.*

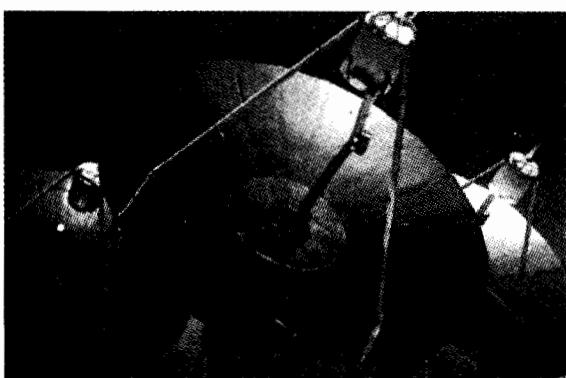
Đối với các tia gần trục chính, tất cả các góc này đều bé sao cho số đo tính bằng radian của các góc là $\alpha \approx \frac{l}{d}$, $\beta \approx \frac{l}{R}$ và $\gamma = \frac{l}{d'}$. Thay các kết quả này vào phương trình trên, ta nhận được :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{R} \quad (31-3)$$

Biểu thức này đúng với mọi tia đi từ P và đi qua P'.

Giả sử rằng điểm P nằm rất xa gương, nghĩa là $d \gg R$. Đặt $d = \infty$ vào phương trình (31-3) ta có $\frac{1}{d} = 0$ và $d' = \frac{R}{2}$. Điều đó có nghĩa là ánh sáng phát ra từ vật điểm ở xa sẽ phản xạ và cắt trục chính ở điểm cách đỉnh O của gương một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Điểm này được

kí hiệu là F trên hình 31-10 và được gọi là **tiêu điểm** của gương. Mọi tia sáng truyền song song với trục chính và phản xạ từ gương sẽ đi qua tiêu điểm. Như vậy ánh sáng đi từ một vật ở xa đều hội tụ ở tiêu điểm và sau đó phân kì từ tiêu điểm ra xa. Với bộ phận hấp thụ đặt ở tiêu điểm, thiết bị đốt nóng bằng năng lượng Mặt Trời cho ở hình 31-11, sẽ tập trung được ánh sáng từ Mặt Trời xa xôi.



Hình 31-11

Khoảng cách từ đỉnh gương tới F được gọi là **tiêu cự f** của gương. Đối với gương cầu lõm, ta đã tìm được :

$$f = \frac{1}{2}R$$

Bằng cách thay thế f cho $\frac{R}{2}$ trong phương trình (31-3), ta có **phương trình gương** :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad (31-4)$$

Chú ý rằng, d và d' tham gia vào phương trình gương theo cùng một cách. Vai trò của vật và ảnh có thể đổi chỗ cho nhau đơn giản chỉ bằng cách đảo ngược chiều truyền của các tia sáng. Đây là một ví dụ cho nguyên lí về *tính thuận nghịch quang học*, nói rằng, nếu chiều truyền của tia sáng bị đảo ngược, nó sẽ lặp lại đường đi cũ của nó.

Sơ đồ tia

Có thể xác định vị trí ảnh của một vật có kích thước bằng cách dựng sơ đồ tia sáng. Xét các tia sáng đi từ điểm H ở đầu của hình người (vật) trên hình 31-12. Các tia chính w, x, y và z được vẽ trên hình. Tia w đi từ H song song với trục chính, sau khi phản xạ từ gương cầu lõm, nó đi qua tiêu điểm F. Tia x tới đỉnh của gương, tia phản xạ sẽ đối xứng với nó qua trục chính. Tia y đi qua tiêu điểm F, và sau khi phản xạ, nó sẽ song song với trục chính. Tia z đi qua tâm của mặt cầu và được phản xạ ngược trở lại trên chính nó. Tất cả các tia này và tất cả các tia khác từ H tới gương, đều hội tụ ở H' và sau đó phân kì từ H'. Như vậy ảnh của H được tạo ra ở H'. Tương tự, các tia đi từ bất kì điểm nào của vật tới gương đều bị phản xạ và tạo ra điểm ảnh tương ứng. Ảnh của mỗi điểm trên vật từ H đến T sẽ được tạo ra từ H' đến T'. Chú ý rằng bất kì hai trong số các tia chính đều có thể

được dùng để xác định vị trí ảnh trên sơ đồ tia. Ngoài ra, vị trí của ảnh có thể được xác định bằng cách giải phương trình gương để tìm d' :

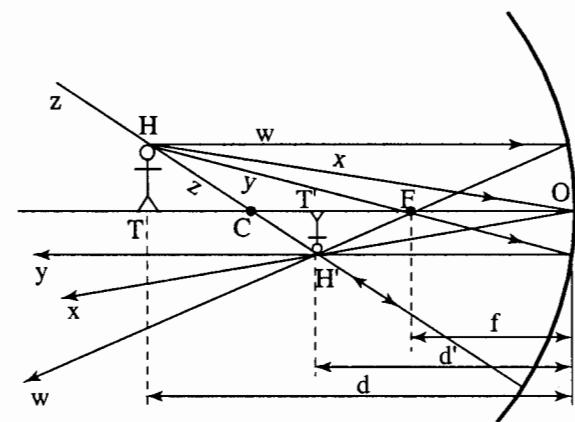
$$d' = \frac{df}{d-f}$$

Ảnh do một gương cầu tạo ra có thể cùng chiều hay ngược chiều với vật. Ảnh cùng chiều với vật được gọi là *ảnh thuận* và ảnh ngược chiều được gọi là *ảnh ngược*. Gương cầu lõm có thể tạo ra cả ảnh thuận lẫn ảnh ngược, tùy thuộc vào vị trí đặt vật. Khi khoảng cách vật d lớn hơn tiêu cự f , như trong hình 31-12, ảnh là ngược. Sơ đồ tia trên hình 31-13 cho thấy khi d nhỏ hơn f , gương lõm sẽ tạo ra một ảnh thuận.

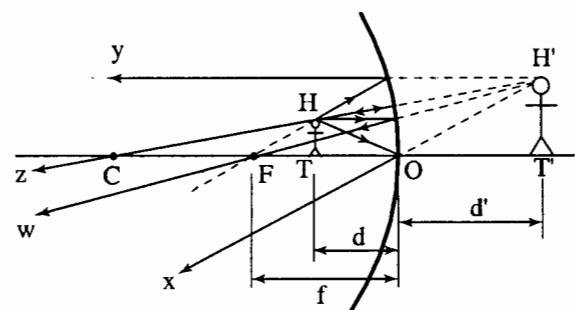
Trên hình 31-12, ảnh được tạo ra bằng các tia hội tụ sau khi phản xạ từ gương, rồi đi qua ảnh. Trái lại, ảnh trên hình 31-13 được tạo ra bằng các tia phân kì sau khi phản xạ từ gương. Vị trí của ảnh trên hình 31-13 được dựng bằng cách kéo dài các tia về phía sau, ở sau gương, tới miền không có tia nào tồn tại cả. Ảnh trên hình 31-12 được gọi là *ảnh thật*, trong khi đó ảnh trên hình 31-13 được gọi là *ảnh ảo*. Ảnh thật có thể được chiếu lên màn để xem, trong khi với ảnh ảo không làm thế được. Nếu một tờ giấy trắng được đặt ở $H'T'$ trên hình 31-12, ta sẽ nhìn thấy một ảnh rõ nét của biểu tượng hình người. Trong trường hợp ảnh ảo trên hình 31-13, $H'T'$ nằm ở phía sau gương, ở đó không có một tia sáng nào tồn tại và không có ảnh của vật hiện trên một màn được đặt ở đó.

Quy ước dấu

Chúng ta đã rút ra phương trình gương bằng cách xét trường hợp $d > f$ (hình 31-10). Điều này ứng với trường hợp trên hình 31-12, ở đó một ảnh thật được tạo ra. Tuy nhiên



Hình 31-12. Các tia chính đối với một gương. Tia w song song với trục chính CO , tia x tới đỉnh O , tia y đi qua tiêu điểm F , và tia z đi qua tâm C của gương.



Hình 31-13. Phản xạ từ một gương cầu lõm khi vật nằm giữa tiêu điểm và gương. Kéo dài các tia về phía sau cho thấy rằng chúng như thể bị phân kì từ một ảnh ảo nằm ở phía đằng sau gương.

phương trình gương vẫn còn đúng đối với trường hợp ảnh ảo đã được thể hiện trên hình 31-13 chỉ cần đảm bảo đúng quy ước về dấu. Quy ước về dấu này cũng làm cho phương trình gương đúng cả đối với một *gương lồi* (hình 31-14) như đã đúng với *gương lõm*.

Quy ước dấu như sau :

1. *Khoảng cách vật là dương khi vật và tia sáng tới một mặt ở cùng một phía của mặt đó, nếu ở khác phía khoảng cách đó là âm.* Khi d là dương, vật được gọi là **vật thật**, còn khi d âm, vật được gọi là **vật ảo**.

2. *Khoảng cách ảnh d' là dương khi ảnh và tia sáng đi ra từ mặt ở cùng một phía của mặt đó. Nếu ở khác phía, khoảng cách ảnh là âm. Điều đó có nghĩa là d' dương đối với ảnh thật và âm đối với ảnh ảo.*

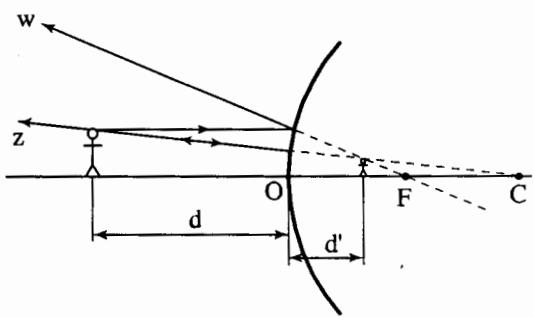
3. *Bán kính R là dương nếu tâm C và tia sáng đi ra từ mặt ở cùng một phía của mặt đó, nếu ngược lại R là âm. Dấu của f cũng chính là dấu của R . Điều đó có nghĩa là R và f là dương đối với *gương cầu lõm* và âm đối với *gương cầu lồi*.*

Độ phóng đại

Từ các hình 31-12, 31-13 và 31-14, bạn có thể thấy rằng, nói chung kích thước của ảnh khác với kích thước của vật. Độ phóng đại k được định nghĩa sao cho độ lớn $|k|$ của nó là tỉ số kích thước ảnh trên kích thước vật. Từ hình 31-15 ta có :

$$|k| = \frac{H'T'}{HT}$$

Nếu $|k| > 1$, ảnh được phóng đại ; còn nếu $|k| < 1$, ảnh bị thu nhỏ.



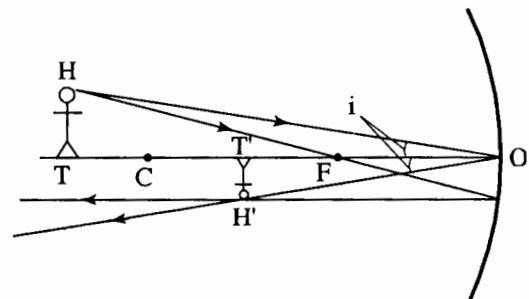
Hình 31-14. Sự phản xạ từ gương cầu lồi.

Vì các tam giác HTO và H'T'O trên hình 31-15 là đồng dạng, ta có $\frac{H'T'}{HT} = \left| \frac{d'}{d} \right|$.

Dấu của k cũng cho ta biết ảnh là thuận hay ngược. Như vậy công thức cho độ phóng đại được viết là :

$$k = -\frac{d'}{d} \quad (31-5)$$

Với việc đưa vào dấu trừ trong biểu thức này, k là dương khi ảnh là thuận và âm khi nó là ngược. Như vậy, độ lớn của k đặc trưng cho kích thước của ảnh đối với vật và dấu của nó cho biết ảnh là cùng chiều hay ngược chiều.



Hình 31-15. Hình học của sự tạo ảnh bằng một gương cầu lõm. Vì các tam giác HTO và H'T'O là đồng dạng.

$$k = -\frac{H'T'}{HT} = -\frac{OT'}{OT} = -\frac{d'}{d},$$

ở đây dấu âm chỉ ra rằng ảnh là ngược.

phương trình gương vẫn còn đúng đối với trường hợp ảnh ảo đã được thể hiện trên hình 31-13 chỉ cần đảm bảo đúng quy ước về dấu. Quy ước về dấu này cũng làm cho phương trình gương đúng cả đối với một *gương lồi* (hình 31-14) như đã đúng với gương lõm.

Quy ước dấu như sau :

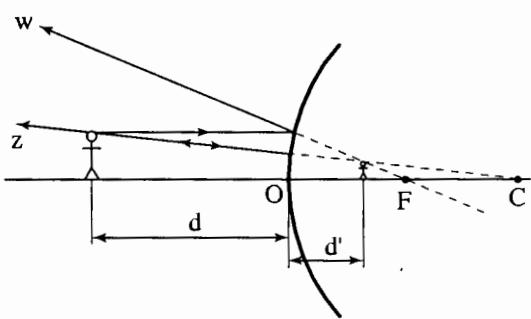
1. Khoảng cách vật là dương khi vật và tia sáng tới một mặt ở cùng một phía của mặt đó, nếu ở khác phía khoảng cách đó là âm. Khi d là dương, vật được gọi là **vật thật**, còn khi d âm, vật được gọi là **Ảnh ảo**.
2. Khoảng cách ảnh d' là dương khi ảnh và tia sáng đi ra từ mặt ở cùng một phía của mặt đó. Nếu ở khác phía, khoảng cách ảnh là âm. Điều đó có nghĩa là d' dương đối với ảnh thật và âm đối với ảnh ảo.
3. Bán kính R là dương nếu tâm C và tia sáng đi ra từ mặt ở cùng một phía của mặt đó, nếu ngược lại R là âm. Dấu của f cũng chính là dấu của R . Điều đó có nghĩa là R và f là dương đối với gương cầu lõm và âm đối với gương cầu lồi.

Độ phóng đại

Từ các hình 31-12, 31-13 và 31-14, bạn có thể thấy rằng, nói chung kích thước của ảnh khác với kích thước của vật. Độ phóng đại k được định nghĩa sao cho độ lớn $|k|$ của nó là tỉ số kích thước ảnh trên kích thước vật. Từ hình 31-15 ta có :

$$|k| = \frac{H'T'}{HT}$$

Nếu $|k| > 1$, ảnh được phóng đại ; còn nếu $|k| < 1$, ảnh bị thu nhỏ.



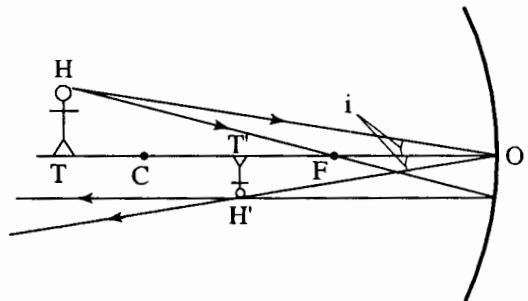
Hình 31-14. Sơ đồ phản xạ từ gương cầu lồi.

Vì các tam giác HTO và $H'T'O$ trên hình 31-15 là đồng dạng, ta có $\frac{H'T'}{HT} = \left| \frac{d'}{d} \right|$.

Dấu của k cũng cho ta biết ảnh là thuận hay ngược. Như vậy công thức cho độ phóng đại được viết là :

$$k = -\frac{d'}{d} \quad (31-5)$$

Với việc đưa vào dấu trừ trong biểu thức này, k là dương khi ảnh là thuận và âm khi nó là ngược. Như vậy, độ lớn của k đặc trưng cho kích thước của ảnh đối với vật và dấu của nó cho biết ảnh là cùng chiều hay ngược chiều.



Hình 31-15. Hình học của sự tạo ảnh bằng một gương cầu lồi. Vì các tam giác HTO và $H'T'O$ là đồng dạng.

$$k = -\frac{H'T'}{HT} = -\frac{OT'}{OT} = -\frac{d'}{d},$$

ở đây dấu âm chỉ ra rằng ảnh là ngược.

Bài tự kiểm tra 31-1

Trên hình 31-12, hãy cho biết dấu của : (a) f và (b) d' ? Trên hình 31-13, hãy cho biết dấu của : (c) f và (d) d' ? Trên hình 31-14, hãy cho biết dấu của : (e) f và (f) d' ?

Đáp số : (a) + ; (b) + ; (c) + ; (d) - ; (e) - ; (f) -.

31-3. ẢNH DO KHÚC XẠ

Trước tiên ta xét sự khúc xạ ở một mặt phân cách có *dạng cầu*. Xét hai tia xuất phát từ điểm P trên hình 31-16. Tia truyền về phía trước A sẽ bị khúc xạ tại mặt phân cách và gặp tia truyền dọc theo trục chính ở điểm P'. Tia truyền dọc theo trục chính tới vuông góc với mặt phân cách và do đó không bị gãy khúc. Do vậy, vật đặt ở điểm P sẽ cho ảnh ở điểm P'. Nếu các tia là gần trục chính, khi đó các góc α , β , γ , i và r đều nhỏ. Từ định luật Snell, $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, và do các góc đều nhỏ nên :

$$n_1 i \approx n_2 r \quad (31-6)$$

Từ hình học phẳng, góc ngoài của tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó. Do vậy, trong tam giác PAC :

$$i = \alpha + \beta \quad (31-7)$$

và trong tam giác P'AC :

$$\beta = r + \gamma \quad (31-8)$$

Thay r từ phương trình (31-6) vào phương trình (31-8) cho ta :

$$\beta = \frac{n_1}{n_2} i + \gamma \quad (31-9)$$

Thay i từ phương trình (31-7) vào phương trình (31-9), ta có :

$$\beta = \frac{n_1}{n_2} (\alpha + \beta) + \gamma$$

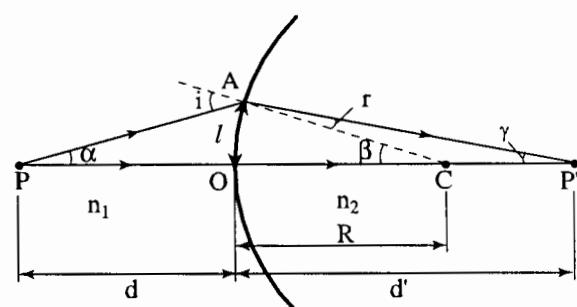
Sau khi rút gọn, ta được :

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = \beta (n_2 - n_1)$$

Nhưng $\beta = \frac{l}{R}$, $\alpha \approx \frac{l}{d}$ và $\gamma \approx \frac{l}{d'}$, do vậy :

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (31-10)$$

Quy ước dấu đã nêu ở mục trước có thể áp dụng được cho phương trình (31-10) : Bán kính R là dương nếu tâm cong C ở cùng phía của mặt với tia sáng đi ra từ mặt đó. Như vậy đối với mặt khúc xạ, bán kính R là dương nếu mặt lồi hướng về phía vật (như trên hình 31-16), trong khi đó R là âm nếu mặt lõm hướng về phía vật.



Hình 31-16. Khúc xạ tại mặt cầu.

VÍ DỤ 31-2

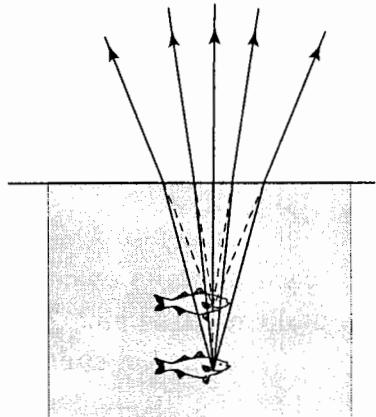
Cá dưới nước. Một con cá được nhìn thẳng từ trên xuống thấy nó ở độ sâu 1,5m dưới nước. Chiết suất của không khí là 1,000, còn của nước là 1,333. Độ sâu thực của con cá là bao nhiêu ?

Giải. Trước hết ta vẽ hình 31-17, chú ý rằng ảnh nằm ở phía ánh sáng đi tới mặt nước. Điều đó có nghĩa là khoảng cách ảnh là âm, nên $d' = -1,5\text{m}$. Vì mặt nước là phẳng, nên bán kính cong bằng vô cùng. Do vậy phương trình (31-10) trở thành :

$$\frac{1,333}{d} + \frac{1,000}{-1,5\text{m}} = \frac{1,000 - 1,333}{\infty} = 0$$

$$d = (1,5\text{m}) \frac{1,333}{1,000} = 2,0\text{m}$$

Như vậy, con cá nằm sâu hơn ta tưởng. Chú ý rằng, ảnh của con cá được tạo bởi phần kéo dài của các tia sáng ; nó là một ảnh ảo.



Hình 31-17

Bài tự kiểm tra 31-2

Giả sử con cá nằm ở độ sâu 1,0m trong nước. Ta sẽ cảm thấy con cá ở độ sâu bao nhiêu khi nhìn từ phía trên ?

Đáp số : 0,75m.

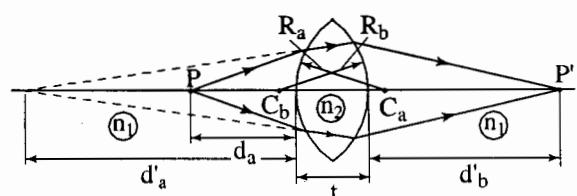
31-4. THẤU KÍNH

Phương trình thấu kính

Hình 31-18 cho thấy đường đi của các tia sáng từ vật P, qua thấu kính, tới ảnh P'. Ở mặt thứ nhất của thấu kính, áp dụng phương trình (31-10) cho ta :

$$\frac{n_1}{d_a} + \frac{n_2}{d'_a} = \frac{n_2 - n_1}{R_a} \quad (31-11)$$

trong đó, các chỉ số "a" ở các chữ d_a , d'_a và R_a để chỉ mặt thứ nhất của thấu kính. Đối với mặt thứ hai, chúng ta sẽ dùng chỉ số "b". Ảnh được tạo ra bởi mặt thứ nhất là ảnh ảo vì ở phía ánh sáng đi tới mặt đó nên $d'_a < 0$. Ảnh này đóng vai trò như vật thật đối



Hình 31-18. Đường đi của các tia sáng từ vật ở P qua thấu kính tới ảnh ở P'.

với mặt thứ hai của thấu kính : $d_b = -d'_a + t$, với t là độ dày của thấu kính. Dấu âm ở đây để đảm bảo khoảng cách vật (thật) là dương.

Trong phép gần đúng *thấu kính mỏng*, bê dày t của thấu kính là nhỏ so với khoảng cách vật và ảnh. Trong phép gần đúng đó, $d_b = -d'_a$. Áp dụng phương trình (31-10) ở mặt này, ta được :

$$\begin{aligned}\frac{n_2}{d_b} + \frac{n_1}{d'_b} &= \frac{n_2}{-d'_a} + \frac{n_1}{d'_b} = \\ &= \frac{n_1 - n_2}{R_b} = \frac{n_2 - n_1}{-R_b}\end{aligned}$$

Dùng phương trình 35-11 và sắp xếp lại các số hạng, ta được :

$$\frac{n_1}{d_a} + \frac{n_1}{d'_b} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) \quad (31-12)$$

Ở điểm này, sẽ rất tiện lợi nếu ta đặt tên lại cho một số đại lượng bằng cách xem thấu kính là một thực thể duy nhất : (a) Hãy xem khoảng cách vật đối với thấu kính như toàn bộ là $d = d_a$; (b) Xem khoảng cách ảnh đối với thấu kính như toàn bộ là $d' = d'_b$; (c) Xem tiêu cự của thấu kính toàn bộ là f . Tiêu cự f của thấu kính được xác định là bằng d' khi $d \rightarrow \infty$. Thay vào phương trình (31-12), ta được :

$$\frac{n_1}{f} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right)$$

hay :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) \quad (31-13)$$

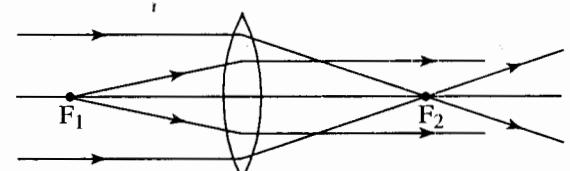
Phương trình (31-13) được biết tới như là *phương trình của người làm thấu kính*. Nó cho ta một chỉ dẫn để chế tạo một thấu kính có tiêu cự cho trước.

Với các thay đổi kí hiệu này, phương trình (31-12) trở thành *phương trình thấu kính* :

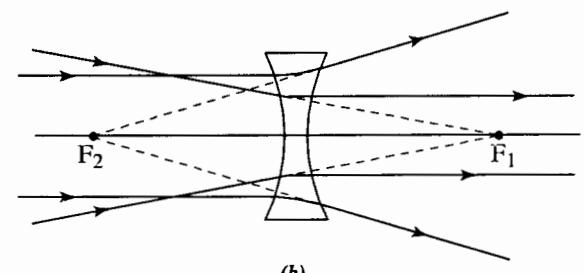
$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad (31-14)$$

Vì khi tìm phương trình (31-14) ta đã dùng phương trình (31-10) đối với khúc xạ ở mỗi mặt thấu kính, nên các ảnh và vật ở cả hai phía của thấu kính đều hợp lí nếu ta theo đúng quy ước dấu đã nêu ở mục 31-2.

Mỗi gương có một tiêu điểm, trong đó mỗi thấu kính lại có hai, như ta đã thấy trên hình 31-19. Tiêu điểm thứ hai F_2 là vị trí ở đó một tia sáng song song đi tới thấu kính bị tụ tiêu (gọi là tiêu điểm ảnh). Tiêu điểm thứ nhất F_1 là vị trí ở đó vật tạo ra một ảnh ở xa vô cùng (gọi là tiêu điểm vật). Các tiêu điểm của một thấu kính mỏng nằm ở hai phía đối diện của thấu kính, và cách đều nhau về trục chính của thấu kính, đó là đường đi qua các tâm cong của hai mặt thấu kính.

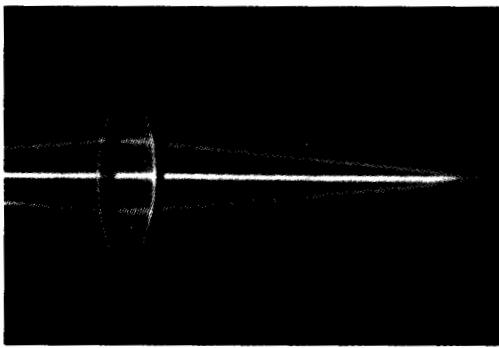


(a)

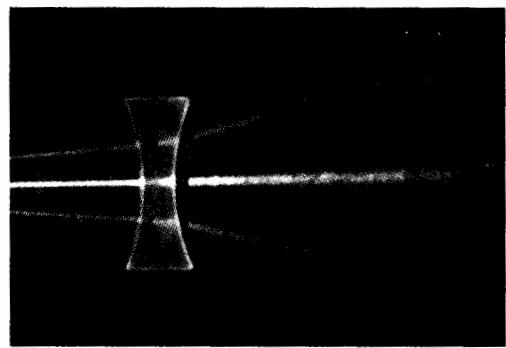


(b)

Hình 31-19. (a) Các tiêu điểm của một thấu kính hội tụ. (b) Các tiêu điểm của một thấu kính phân kì.



Thấu kính hội tụ hay thấu kính dương



Thấu kính phân kì hay thấu kính âm

Hình 31-20

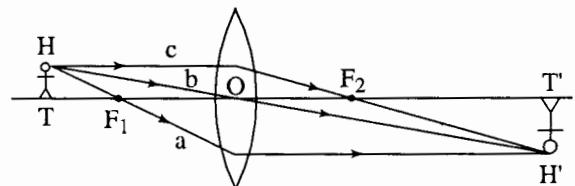
Thấu kính hội tụ và thấu kính phân kì

Tiêu cự f trong phương trình (31-13) sẽ có dấu đúng, khi chúng ta theo quy ước dấu đối với R . R là dương khi mặt hướng về phía vật là lồi và là âm khi mặt hướng về phía vật là lõm. Nay giờ ta áp dụng quy ước dấu cho các thấu kính được vẽ trên hình 31-19.

1. Đối với thấu kính thuỷ tinh thông thường trong không khí $n_2 > n_1$. Thấu kính hai mặt lồi (hình 31-19a) bẻ tia sáng về phía trục chính ở mỗi mặt sao cho các tia có xu hướng hội tụ. Phương trình (31-13) cho thấy rằng tiêu cự f của một thấu kính thuỷ tinh hai mặt lồi trong không khí là dương vì R_a dương, R_b âm và $n_2 > n_1$. Một thấu kính với tiêu cự dương được gọi là **thấu kính hội tụ** hay **thấu kính dương**.

2. Hình 31-19b cho thấy đường đi của các tia sáng qua một thấu kính hai mặt lõm. Cả hai mặt của thấu kính đều bẻ các tia sáng ra xa trục chính sao cho các tia có xu hướng phân kì. Tiêu cự của một thấu kính thuỷ tinh hai mặt lõm đặt trong không khí là âm bởi vì R_a âm, R_b dương và $n_2 > n_1$. Thấu kính với tiêu cự âm được gọi là **thấu kính phân kì** hay **thấu kính âm**.

Ảnh tạo bởi các thấu kính có thể tìm được bằng cách theo dõi các tia chính đi qua thấu kính. *Ba tia chính* của một thấu kính là các tia : (a) đi qua tiêu điểm của thấu kính ; (b) đi qua quang tâm của thấu kính ; (c) song song với trục chính của thấu kính. Hình 31-21 cho thấy đường đi đơn giản của các tia này đối với một thấu kính dương. Vạch đường đi của các tia này sẽ xác định được vị trí ảnh của một vật có kích thước và cho biết ảnh là thuận hay ngược.



Hình 31-21. Các tia chính của một thấu kính.
Tia a đi qua tiêu điểm thứ nhất F_1 của thấu kính và bị khúc xạ bởi thấu kính thành tia đi song song với trục chính. Tia b đi qua quang tâm thấu kính và không bị đổi hướng. Tia c đi vào thấu kính song song với trục chính và bị khúc xạ thành tia đi qua tiêu điểm thứ hai F_2 .

Độ phóng đại k có thể được xác định bằng cách dùng tia chính đi qua quang tâm thấu kính như đã thấy trên hình 31-21. Các tam giác đồng dạng HTO và H'T'O cho thấy rằng $k = -\frac{H'T'}{HT} = -\frac{T'O}{TO}$. Nhưng TO là khoảng cách vật d và T'O là khoảng cách ảnh d' . Do vậy :

VÍ DỤ 31-3

Thấu kính dương. (a) Tìm tiêu cự của một thấu kính phẳng lồi được vẽ trên hình 31-22. Mặt cầu có bán kính cong 57,1mm và chiết suất của thuỷ tinh là 1,523. Thấu kính nằm trong không khí. Một vật được đặt trên trực chính ở phía trước thấu kính 50mm. (b) Ảnh của vật này ở đâu ? (c) Ảnh là thực hay ảo ?

Giải. (a) Tiêu cự được cho bởi phương trình :

$$\frac{1}{f} = (1,523 - 1) \left(0 - \frac{1}{-57,1\text{mm}} \right)$$

$$f = 109\text{mm}$$

Vì tâm của mặt cong thứ hai của thấu kính không nằm ở phía tia sáng đi ra khỏi mặt phân cách nên R_b là âm.

(b) Khoảng cách ảnh được cho bởi phương trình (31-14) :

$$\frac{1}{50\text{mm}} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{109\text{mm}}$$

$$d' = -150\text{ mm}$$

(c) Dấu âm chỉ ra rằng ảnh nằm bên phía ánh sáng đi tới của thấu kính và như vậy ảnh là ảnh ảo.

Bài tự kiểm tra 31-3

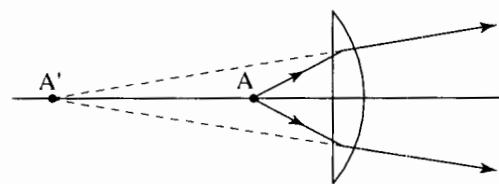
Vật được đặt trên trực chính của thấu kính trong ví dụ trên ở khoảng cách 185mm tính từ thấu kính. (a) Xác định khoảng cách ảnh d' ? (b) Ảnh là thật hay ảo ?

Đáp số : (a) 265mm. (b) Thật.

Vì công thức tạo ảnh của thấu kính (phương trình 31-14) giống như công thức tạo ảnh của gương cầu (phương trình 31-4). Do đó tính chất của ảnh qua một thấu kính cũng tương tự như của gương cầu. Chúng

$$k = -\frac{d'}{d} \quad (31-15)$$

Nếu $|k| > 1$, ảnh được phóng đại, nhưng nếu $|k| < 1$, ảnh bị thu nhỏ. Nếu k là dương, ảnh là ảnh thuận, còn nếu k âm, ảnh là ảnh ngược.



Hình 31-22

ta có thể tóm tắt các tính chất của ảnh qua thấu kính và gương cầu trong bảng 31-2. Chỉ có điều phải chú ý đến vị trí của vật và của ảnh theo các quy ước về dấu.

Bảng 31-2

Vật	Thấu kính hội tụ ; Gương cầu lõm $f > 0$	Thấu kính phân kì ; Gương cầu lồi $f < 0$
Vật thật : $d > 0$	<ul style="list-style-type: none"> * $d > 2f$: ảnh thật, ngược chiều, nhỏ hơn vật. * $d = 2f$: ảnh thật, ngược chiều, bằng vật. * $f < d < 2f$: ảnh thật, ngược chiều, lớn hơn vật. * $d = f$: ảnh ở vô cùng. * $d < f$: ảnh ảo, cùng chiều, lớn hơn vật. 	Với mọi d : cho ảnh ảo, cùng chiều, nhỏ hơn vật.
Vật ảo : $d < 0$	Với mọi d : cho ảnh thật, cùng chiều, nhỏ hơn vật.	<ul style="list-style-type: none"> * $d > 2 f$: ảnh ảo, ngược chiều, nhỏ hơn vật. * $d = 2 f$: ảnh ảo, ngược chiều, bằng vật. * $f < d < 2 f$: ảnh ảo, ngược chiều, lớn hơn vật. * $d = f$: ảnh ở vô cùng. * $d < f$: ảnh thật, cùng chiều, lớn hơn vật.

31-5. CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC

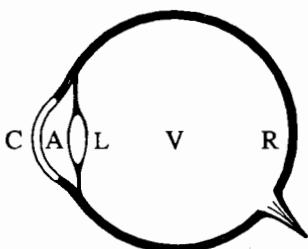
Chúng ta đã phát triển lí thuyết quang hình tới chỗ có thể bàn luận về nguyên lí hoạt động của một số hệ quang học được dùng trong thực tiễn. Các hệ này đã mở rộng giác quan của chúng ta tới các vật rất nhỏ và rất xa, làm cho các ngành khoa học vi sinh vật và thiên văn học phát triển mạnh mẽ.

Có những chi tiết trong thiết kế các dụng cụ quang học ta không bàn luận ở đây, cũng như không thảo luận tình trạng ảnh bị nhòe ở các thấu kính có kích cỡ hữu

hạn, cùng các khó khăn trong việc tạo ảnh của các vật thể ba chiều, hay kỹ thuật giảm thiểu sự thay đổi của tiêu cự theo bước sóng trong các thấu kính. Những khiếm khuyết của ảnh do các hiệu ứng trên gây ra được gọi là **quang sai**. Thiết kế các tổ hợp thấu kính để giảm thiểu các quang sai là một công việc khó khăn và vượt ra ngoài khuôn khổ của Vật lí đại cương. Ở đây chúng ta chỉ xem xét nguyên lí của các dụng cụ quang học.

Mắt

Mắt là một phần của quá trình nhận ánh sáng và bản thân nó cũng là một dụng cụ quang học. Những bộ phận chính của con mắt được vẽ trên hình 31-23. Ở mặt trước con mắt có giác mạc bị uốn cong mạnh. Sau giác mạc là vùng chứa đầy một chất lỏng gọi là thuỷ dịch A (có $n = 1,336$). Hầu như hiện tượng khúc xạ của ánh sáng tới diễn ra ở đây khi ánh sáng từ không khí đi vào lớp dịch lỏng này. Tiếp theo là thuỷ tinh thể (một thấu kính) được làm từ vật liệu có chiết suất trung bình $n = 1,396$. (Chiết suất ở tâm và ở các mép khác nhau). Độ cong của thuỷ tinh thể có thể được điều chỉnh bằng các cơ bám quanh nó để tạo ra ảnh của các vật ở những khoảng cách khác nhau. Phía sau thuỷ tinh thể là một chất lỏng giống như thuỷ dịch được gọi là thuỷ tinh dịch V, và sau đó là đến võng mạc R. Võng mạc chứa các tế bào nhạy sáng, chúng tạo ra các tín hiệu thần kinh khi có ánh sáng đập vào, rồi các tế bào thần kinh xử lí các tín hiệu này gửi chúng vào não bộ để nhận biết.



Hình 31-23. Phác đồ con mắt người. C là giác mạc, L là thuỷ tinh thể, A là thuỷ dịch, V là thuỷ tinh dịch và R là võng mạc.

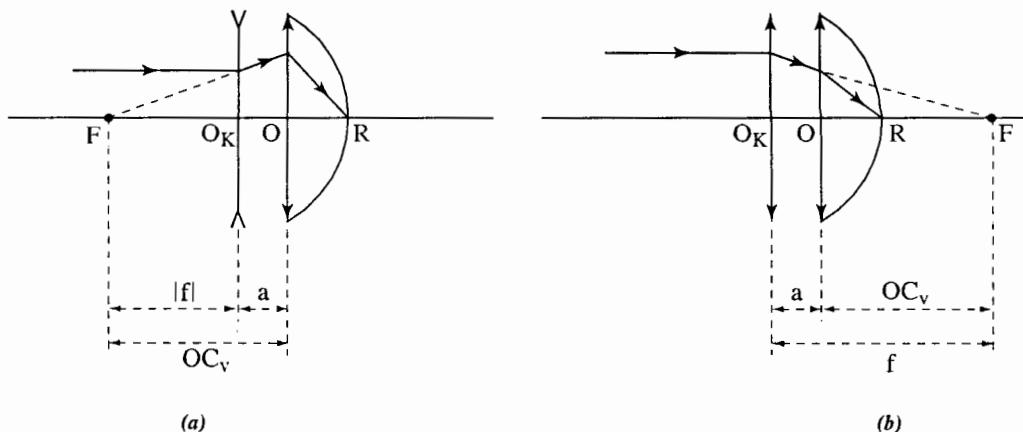
Ta gọi khoảng cách gần nhất tới quang tâm của thuỷ tinh thể mà mắt vẫn còn nhìn rõ gọi là **khoảng cực cận** OC_c , tại đó mắt phải *điều tiết tối đa*, các cơ bám quanh thuỷ tinh thể phải căng ra. Còn khoảng cách xa nhất tới quang tâm của thuỷ tinh thể mà mắt còn nhìn rõ gọi là **khoảng cực viễn** OC_v , tại đó mắt *không phải điều tiết*, các cơ bám quanh thuỷ tinh thể trùng xuống, được thư giãn. Mắt *bình thường* (được xem là mắt tốt) sẽ nhìn rõ vật ở xa vô cùng. Thường chúng ta quy ước giới hạn nhìn rõ của một mắt bình thường từ 25cm (diểm cực cận) đến vô cùng (diểm cực viễn). Những người mắc *tật cận thị* thì điểm cực cận và điểm cực viễn *gần hơn* so với người có mắt bình thường, ví dụ giới hạn nhìn rõ từ 10cm đến 40cm. Đối với những người mắc *tật viễn thị* thì điểm cực cận *xa hơn* so với mắt người bình thường (ví dụ $OC_c = 50\text{cm}$), còn điểm cực viễn là một điểm ảo. Để sửa các tật của mắt thì phải đeo kính có độ tụ thích hợp sao cho *ảnh của vật ở vô cùng hiện lên ở điểm cực viễn của mắt*, ảnh này đóng vai trò là vật đối với thuỷ tinh thể và cho ảnh cuối cùng tại võng mạc. Khi đó mắt nhìn rõ vật mà không cần điều tiết. Dựa trên nguyên tắc đó thì :

– Đối với người *cận thị* phải đeo kính *phân kì*, có tiêu cự được tính theo công thức :

$$f = -(OC_v - a) \quad (31-16)$$

trong đó a là khoảng cách từ kính đến mắt (hình 31-24a).

– Đối với người *viễn thị* phải đeo kính *hội tụ*, tiêu cự cũng được tính theo phương trình (31-16), nhưng OC_v được hiểu là có giá trị "*âm*" (hình 31-24b).



Hình 31-24

VÍ DỤ 31-4

Mắt cận. Một người chỉ nhìn rõ những vật cách mắt từ 12,0cm đến 52,0cm.
 (a) Người này phải đeo kính có độ tụ bằng bao nhiêu để nhìn rõ các vật ở rất xa mà không cần điều tiết ? (b) Khi đeo kính này thì nhìn rõ vật gần nhất cách mắt bao nhiêu ? Cho biết kính cách mắt 2,0cm.

Giải. (a) Người này phải đeo kính phân kí có tiêu cự :

$$f = -(OC_v - a) = -50\text{cm} ; \text{độ tụ } D = \frac{1}{f} = -2\text{dp}$$

(b) Khi $d = d_c$ thì $d'_c = -(OC_c - a) = -10\text{cm}$, khi đó :

$$d_c = \frac{d'_c f}{d'_c - f} = \frac{(-10\text{cm})(-50\text{cm})}{-10\text{cm} + 50\text{cm}} = 12,5\text{cm}$$

Vật gần nhất cách mắt là $12,5\text{cm} + 2\text{cm} = 14,5\text{cm}$.

VÍ DỤ 31-5

Mắt viễn. Một người viễn thị khi mắt không điều tiết thì tiêu cự của thuỷ tinh thể là 16mm, khoảng cách từ quang tâm thuỷ tinh thể đến võng mạc là 15mm (không đổi). (a) Xác định điểm cực viễn của mắt. (b) Tìm độ tụ của kính phải đeo để nhìn rõ các vật ở rất xa mà không cần điều tiết. (c) Điểm cực cận cách mắt là 61cm, tìm khoảng cách thấy rõ ngắn nhất khi đeo kính. Cho biết kính cách mắt 1cm.

Giải. (a) Khi không điều tiết $f_0 = 16\text{mm}$, khoảng cách từ quang tâm thuỷ tinh thể đến võng mạc là khoảng cách $d' = 15\text{mm}$. Vậy khoảng cách vật :

$$d = \frac{d'f_0}{d' - f_0} = \frac{(15\text{mm})(16\text{mm})}{15\text{mm} - 16\text{mm}} = -240\text{mm}$$

Điểm C_v là một điểm ảo, cách mắt 24cm, theo quy ước $OC_v = -24\text{cm}$.

(b) Người này phải đeo kính hội tụ có tiêu cự :

$$f = -(OC_v - a) = -(-24\text{cm} - 1\text{cm}) = 25\text{cm}$$

$$\text{Độ tụ } D = \frac{1}{f} = 4\text{dp}$$

(c) Khi $d = d_c$ thì $d'_c = -(OC_c - a) = -60\text{cm}$:

$$d_c = \frac{d'_c f}{d'_c - f} = \frac{(-60\text{cm})(25\text{cm})}{-60\text{cm} - 25\text{cm}} = 17,6\text{cm}$$

Vật gần nhất cách mắt là $17,6\text{cm} + 1\text{cm} = 18,6\text{cm} \approx 19\text{cm}$

Kính lúp

Kính lúp đơn giản là một thấu kính hội tụ có tiêu cự ngắn (cỡ vài centimét). Vật quan sát AB đặt ở *phía trong* tiêu điểm vật của kính lúp cho một ảnh ảo cùng chiều và lớn hơn vật, ảnh ảo này nằm trong giới hạn nhìn rõ của mắt (từ điểm cực cận đến điểm cực viễn). Để đặc trưng cho khả năng phóng đại của kính lúp, người ta dùng một величина độ bội giác gọi là **độ bội giác**. Theo định nghĩa độ bội giác của kính lúp là *tỉ số giữa góc trong ảnh θ và góc trong vật trực tiếp θ_0 khi vật đặt tại điểm cực cận của mắt* (hình 31-25) :

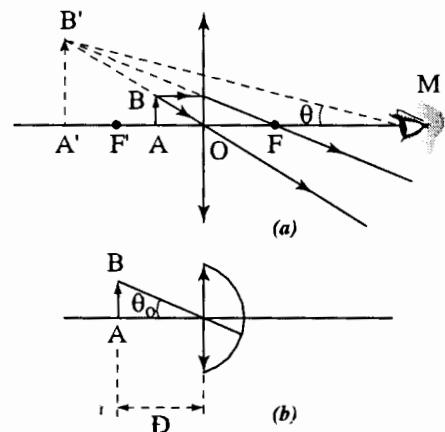
$$G = \frac{\theta}{\theta_0} \approx \frac{\tan \theta}{\tan \theta_0}$$

(do các góc θ, θ_0 nhỏ)

$$\text{Ta thấy } \tan \theta_0 = \frac{AB}{D}$$

còn $\tan \theta = \frac{A'B'}{A'M} = \frac{A'B'}{|d'| + a}$ với a là khoảng cách từ kính đến mắt. Do đó :

$$G = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{D}{|d'| + a} = |k| \cdot \frac{D}{|d'| + a}$$



Hình 31-25. (a) Vật đặt phía trong tiêu điểm cho ảnh ảo cùng chiều lớn hơn vật. (b) Góc trong vật trực tiếp khi vật ở điểm cực cận.

$$\text{Nhưng } |k| = \left| \frac{d'}{d} \right| = \frac{|d'| + f}{f} \text{ nên :}$$

$$G = \frac{(|d'| + f)D}{f(|d'| + a)} \quad (31-17)$$

Phương trình (31-17) áp dụng cho trường hợp tổng quát. Chúng ta xét một số trường hợp đặc biệt :

- *Ngắm chừng ở cực cận* : ảnh A'B' ở điểm cực cận của mắt, khi đó $|d'| + a = D$ nên $G_c = |k|$, độ bội giác bằng độ phóng đại dài.

- *Ngắm chừng ở vô cực* : ảnh A'B' ở vô cực ($|d'| = \infty$), khi đó :

$$G_{\infty} = \frac{D}{f} \quad (31-18)$$

Với mắt bình thường, cũng như trong thương mại, thường lấy $D = 25\text{cm}$, do vậy :

$$G_{\infty} = \frac{25\text{cm}}{f(\text{cm})}$$

Giá trị này thường được ghi trên vành kính lúp.

- *Mắt đặt tại tiêu điểm của kính lúp* : Trong trường hợp này ta có : $a = f$, do đó :

$$G_F = \frac{D}{f}$$

VÍ DỤ 31-6

Độ bội giác kính lúp. Một người dùng một kính lúp có tiêu cự $f = 5,0\text{cm}$ để quan sát một vật nhỏ, mắt cách kính 10cm không đổi. Khi di chuyển vật trước kính thì thấy mắt nhìn rõ khi vật cách kính từ $2,5\text{cm}$ đến $4,5\text{cm}$. (a) Tìm giới hạn nhìn rõ của người này. (b) Tìm độ bội giác khi ngắm chừng ở điểm cực cận và cực viễn.

Giải. (a) Sơ đồ tạo ảnh qua kính lúp : $AB \xrightarrow{O} A'B' \rightarrow \text{Mắt}$.

Khi vật ở khoảng cách gần nhất thì ảnh ở vị trí cực cận của mắt, do vậy :

$$d = d_c = 2,5\text{cm}$$

$$\text{và : } d'_c = \frac{d_c f}{d_c - f} = \frac{(2,5\text{cm})(5\text{cm})}{2,5\text{cm} - 5\text{cm}} = -5\text{cm}$$

$$\text{khi đó } OC_c = |d'_c| + a = 15\text{cm}.$$

Tương tự, khi vật ở khoảng cách xa nhất thì ảnh ở vị trí cực viễn của mắt, do đó :

$$d = d_v = 4,5\text{cm} \text{ và :}$$

$$d'_v = \frac{d_v f}{d_v - f} = \frac{(4,5\text{cm})(5\text{cm})}{4,5\text{cm} - 5\text{cm}} = -45\text{cm}$$

$$\text{khi đó } OC_v = |d'_v| + a = 55\text{cm}$$

Vậy giới hạn nhìn rõ của người này từ 15cm đến 55cm .

(b) Độ bội giác khi ngắm chừng ở cực cận :

$$G_c = |k| = \left| \frac{d'_c}{d_c} \right| = \frac{5\text{cm}}{2,5\text{cm}} = 2$$

Độ bội giác khi ngắm chừng ở cực viễn :

$$G_v = \frac{(|d'_v| + f)D}{f(|d'_v| + a)} = \frac{(45\text{cm} + 5\text{cm}).15\text{cm}}{5\text{cm}(45\text{cm} + 10\text{cm})} = 2,7$$

Bài tự kiểm tra 31-4

Trong ví dụ trên, tìm độ bội giác lúc ngắm chừng ở điểm cực cận và cực viễn khi : (a) mắt sát kính, (b) mắt đặt tại tiêu điểm ảnh.

Đáp số : (a) 2 và $\frac{10}{3}$; (b) 3.

Kính hiển vi

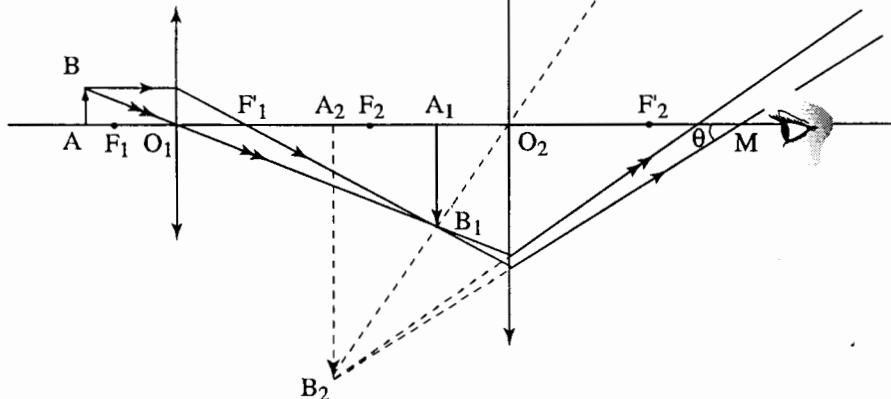
Kính hiển vi là một dụng cụ quang học dùng để quan sát các vật rất nhỏ và ở gần. Được sáng chế vào khoảng năm 1600 tại Hà Lan, dạng cơ bản của nó gồm hai thấu kính hội tụ đồng trục, vật kính có tiêu cự rất ngắn (cỡ mm) và thị kính có tiêu cự ngắn tác dụng như một kính lúp. Vật quan sát AB ở *phía ngoài và sát tiêu điểm vật* của vật kính cho một ảnh thật A₁B₁, ảnh này nằm ở *phía trong tiêu điểm vật* của thị kính cho ảnh ảo A₂B₂, ảnh A₂B₂ nằm trong giới hạn nhìn rõ của mắt (hình 31-26).

Độ bội giác của kính hiển vi cũng được định nghĩa như là tỉ số của góc trông ảnh và góc trông vật trực tiếp khi vật ở điểm cực cận :

$$G = \frac{\theta}{\theta_0} \approx \frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}\theta_0}$$

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{AB}{D};$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{A_2B_2}{A_2M} = \frac{A_2B_2}{|d'_2| + a}, \text{ từ đó :}$$



$$G = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \cdot \frac{D}{|d'_2| + a} = |k_1|G_2 = \\ = \left| \frac{d'_1}{d_1} \right| \frac{(|d'_2| + f_2)D}{f_2 (|d'_2| + a)}$$

Độ bội giác của kính hiển vi bằng tích độ phóng đại dài của vật kính và độ bội giác của thị kính.

- Khi ngắm chừng ở cực cận : G_c = |k₁k₂|
- Còn khi ngắm chừng ở vô cực (|d'₂| = ∞) thì :

$$G_{\infty} = \frac{\delta D}{f_1 f_2} \quad (31-19)$$

trong đó δ gọi là **độ dài quang học**, là khoảng cách từ tiêu điểm ảnh của vật kính đến tiêu điểm vật của thị kính.

Thông thường người ta lấy D = 25cm và δ = 16cm. Như vậy độ bội giác khi ngắm chừng ở vô cực là :

$$G_{\infty} = \frac{(25\text{cm}).(16\text{cm})}{f_1 f_2}$$

Hình 31-26. Vật ở *phía ngoài và sát tiêu điểm vật* của vật kính cho ảnh thật A₁B₁, ảnh này nằm *phía trong tiêu điểm vật* của thị kính cho ảnh ảo A₂B₂.

Kính thiên văn khúc xạ

Kính thiên văn là một dụng cụ quan sát các vật ở rất xa (thiên thể), nó cũng gồm hai thấu kính hội tụ, đồng trục. Vật kính có tiêu cự lớn, thị kính có tiêu cự nhỏ. Khoảng cách giữa vật kính và thị kính thay đổi được. Vật AB (thiên thể) ở rất xa được vật kính cho ảnh thật A₁B₁ tại tiêu điểm ảnh của nó. Ảnh A₁B₁ nằm ở phía trong tiêu điểm vật của thị kính cho ảnh ảo A₂B₂, ảnh này nằm trong giới hạn nhìn rõ của mắt (hình 31-27). Độ bội giác của kính thiên văn được định nghĩa là tỉ số giữa góc trông ảnh θ và góc trông thiên thể :

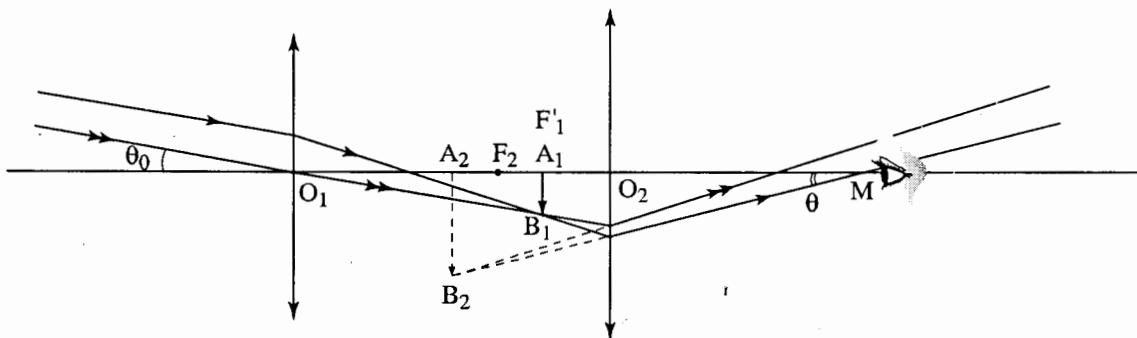
$$G = \frac{\theta}{\theta_0} \approx \frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}\theta_0}$$

ở đây $\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{A_1B_1}{f_1}$, $\operatorname{tg}\theta = \frac{A_2B_2}{|d'_2| + a}$, do đó :

$$\begin{aligned} G &= \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \cdot \frac{f_1}{|d'_2| + a} = |k_2| \cdot \frac{f_1}{|d'_2| + a} = \\ &= \frac{(|d'_2| + f_2)f_1}{f_2(|d'_2| + a)} \end{aligned}$$

Thông thường để đỡ mỏi mắt, ta điều chỉnh để ảnh A₂B₂ ở điểm cực viễn, đối với mắt bình thường điểm cực viễn là ở vô cực ($|d'_2| = \infty$), khi đó :

$$G = \frac{f_1}{f_2} \quad (31-20)$$



Hình 31-27. Vật ở rất xa (∞) cho ảnh A₁B₁ tại tiêu điểm ảnh của vật kính, ảnh này ở phía trong tiêu điểm vật của thị kính cho ảnh ảo A₂B₂.

?

CÂU HỎI

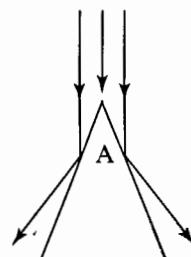
- 1 Huygens đã xét đường đi của tia sáng trong một môi trường có n thay đổi theo vị trí. Liệu trong môi trường như thế tia sáng bị uốn cong về phía tăng hay giảm n ? Giải thích.
- 2 Ánh sáng có bước sóng, tần số và tốc độ. Đại lượng nào trong chúng, nếu có, thay đổi khi ánh sáng đi từ không khí vào thuỷ tinh ? Giải thích.
- 3 Tiêu cự của một gương phẳng bằng bao nhiêu ? Độ phóng đại của gương phẳng là bao nhiêu (kể cả dấu) ?
- 4 Gương chiếu hậu góc rộng được dùng trên nhiều xe tải và xe buýt là gương lồi hay lõm ? Đánh giá bán kính cong của các loại gương này.

- 5** Một thấu kính hai mặt lồi có chiết suất $n = 1,250$ sẽ là một thấu kính hội tụ hay phân kì trong không khí ? Còn trong nước ($n = 1,333$) ? Giải thích xem vì sao nhiều người gặp khó khăn khi nhìn trong nước ? Tại sao kính bảo hộ lại giúp được họ ?
- 6** Sự định vị ảnh có bị thay đổi không khi một thấu kính phẳng – lồi được quay hướng ngược lại sao cho nó là một thấu kính "lồi – phẳng" ? Giải thích.
- 7** Xét xem điều gì sẽ xảy ra với một tia sáng trong môi trường có chiết suất thăng giáng theo thời gian. Điều này có thể giải thích câu "lắp lánh, lắp lánh, ngôi sao nhỏ xíu" như thế nào ?
- 8** Độ phóng đại đối với một thấu kính mỏng có thể là vô hạn không ? Đó là một khả năng thực tế hay chỉ là khả dĩ về mặt toán học ?
- 9** Một thấu kính dương được làm từ vật liệu có $n = 2,0$ và một gương có cùng tiêu cự trong không khí. Cái nào trong chúng có tiêu cự nhỏ hơn ở trong nước ?
- 10** Người tàng hình trong cuốn tiểu thuyết cùng tên của H. G. Well đã tự biến mình thành vô hình bằng cách biến đổi chiết suất của thân thể thành chiết suất của không khí. Vậy liệu người tàng hình có thể nhìn được vật gì không ?
- 11** Bằng cách nào bạn có thể làm cho một thấu kính hai mặt lồi trở thành phân kì.
- 12** Chiết suất của các chất thường giảm khi bước sóng tăng. Ánh sáng màu đỏ hay màu lam bị khúc xạ nhiều hơn khi các tia đó đi từ không khí vào nước ? Nếu ảnh của một vì sao được tạo ra bởi một kính viễn vọng khúc xạ đơn giản là ảnh màu lam trên võng mạc của mắt bạn thì ảnh màu đỏ nằm ở trước hay sau võng mạc ?

BÀI TẬP

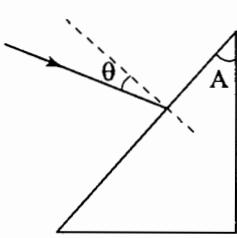
Mục 31-1. Quang hình học

- 1** Hai gương phẳng được ghép với nhau sao cho pháp tuyến của chúng làm với nhau một góc 60° . Nếu tia tới làm một góc 22° với một pháp tuyến, thì hai gương sẽ làm tia đó lệch đi bao nhiêu ; tức là tia ló làm với tia tới một góc bằng bao nhiêu ?
- 2** Các tia sáng song song đi tới một lăng kính thuỷ tinh như được vẽ trên hình 31-28. Chứng minh rằng góc giữa hai tia phản xạ bằng hai lần góc A của lăng kính.

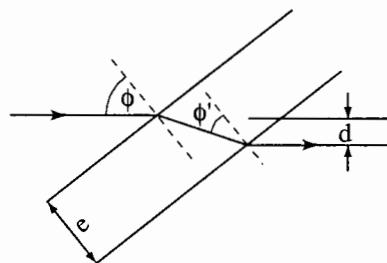


Hình 31-28

- 3 Một tia sáng đập vào gương và bị phản xạ. Nếu gương được quay một góc α quanh trục vuông góc với mặt phẳng tới, thì tia phản xạ bị quay một góc bao nhiêu ?
- 4 Một tia sáng trong không khí làm một góc 25° với mặt bản thuỷ tinh có chiết suất 1,525. (a) Tia tới làm với pháp tuyến của mặt bản một góc bao nhiêu độ ? (b) Tia khúc xạ làm với mặt thuỷ tinh một góc bao nhiêu độ ?
- 5 Lăng kính thuỷ tinh pirech có hai mặt hợp thành một góc 42° . Một tia sáng đập vào một trong hai mặt này, làm một góc $\theta = 18^\circ$ với pháp tuyến của mặt như được vẽ trên hình 31-29. Tia ló ra ở mặt phẳng thẳng đứng. Nó làm với pháp tuyến của mặt này một góc bao nhiêu độ ? Xem bảng 31-1 để biết chiết suất.



Hình 31-29



Hình 31-30

- 6 Khi tia sáng đi qua một tấm vật liệu phẳng song song, nó bị dịch chuyển so với đường đi ban đầu một khoảng d , như được vẽ trên hình 31-30. Tia sáng trong không khí là tia tới trên tấm phẳng song song có chiết suất n và bề dày e định hướng sao cho pháp tuyến với mặt làm một góc ϕ với tia trong không khí và góc ϕ' trong môi trường vật liệu. Chứng minh rằng độ dịch chuyển của tia là :

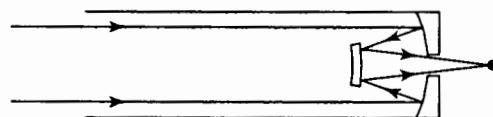
$$d = e \sin \phi \left(1 - \frac{\cos \phi}{n \cos \phi'} \right)$$

- 7 Con cá dưới nước phải nhìn dưới góc bao nhiêu độ với đường thẳng đứng để thấy được Mặt Trời lặn ? Giả sử con cá đang ở trong một hồ nước ngọt lặng gió.
- 8 Trên hình 31-29, nếu $A = 45^\circ$ và chiết suất của lăng kính là 1,655 thì góc θ phải bằng bao nhiêu để tia khúc xạ tới mặt bên phải của lăng kính ở góc tới hạn ?

Mục 31-2 và 31-3. Ảnh do phản xạ và khúc xạ

- 9 Một nữ sinh cao 1,65m, đôi mắt cách chỏm tóc 120mm. Cô ta muốn nhìn thấy toàn bộ thân hình của mình trong một gương phẳng đặt thẳng đứng. (a) M López dưới của gương phải cao hơn sàn nhà bao nhiêu ? (b) M López trên của

- gương ít nhất phải nằm cao hơn sàn nhà bao nhiêu ? (c) Việc cô ta đứng cách gương xa, gần có tạo ra sự khác biệt gì không ?
- 10 Một vật cao 5mm được đặt cách 250mm trước một gương lồi có bán kính cong $R = 400\text{mm}$. (a) Ảnh sẽ nằm cách gương bao xa ? (b) Ảnh là thuận hay ngược ? (c) Kích thước của ảnh bằng bao nhiêu ?
- 11 Trong phần cầu lồi của một gương chiếu hậu gắn trên xe tải, đuôi xe cách gương 20m có một ảnh ảo bằng một phần hai mươi kích cỡ thực của nó. (a) Bán kính cong của gương bằng bao nhiêu ? (b) Ảnh nằm ở đâu ?
- 12 Kính viễn vọng Cassegrain dùng hai gương, như được vẽ trên hình 31-31. Kính này được cấu tạo bằng hai gương đặt cách nhau 20mm. Nếu bán kính cong của gương lớn là 220mm còn của gương bé là 140mm, thì ảnh cuối cùng của một vật ở vô cực sẽ nằm ở đâu ?



Hình 31-31. Kính viễn vọng Cassegrain

- 13 Một bình được đổ glixérin tới độ sâu 100,0mm. Người quan sát thấy đáy như thể được nâng cao lên 32,5mm. Hãy tìm chiết suất của glixérin.

Mục 31-4. Thấu kính

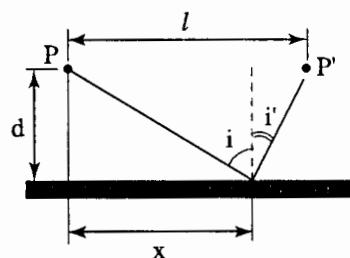
- 14 Dạng Newton của phương trình thấu kính được cho theo khoảng cách của vật và ảnh tính từ tiêu điểm vật và ảnh. (Dạng mà ta đã dùng $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$ được gọi là dạng Gauss). Hãy đặt $x = d - f$ và $x' = d' - f$ và rút ra dạng Newton của phương trình thấu kính : $xx' = f^2$.
- 15 Một thấu kính hai mặt lõm được làm từ chất dẻo lucit có cả hai bán kính cong bằng 63mm. Tiêu cự của nó bằng bao nhiêu ? (xem bảng 31-1).
- 16 Cây nến đang cháy đặt cách mép một vách lều bạt 1,8m. Một thấu kính tạo ra ảnh của cây nến trên vách lều sao cho ảnh là ngược và có độ phóng đại -6,0. Tiêu cự của thấu kính là bao nhiêu ?
- 17 Hai thấu kính mỏng có tiêu cự f_1 và f_2 được đặt sát nhau. Chứng minh rằng tổ hợp hai thấu kính trên đóng vai trò giống như một thấu kính duy nhất có tiêu cự : $f = \frac{f_1 f_2}{(f_1 + f_2)}$.
- 18 (a) Chứng minh rằng thấu kính dương cho ảnh thật của một vật thật nếu và chỉ nếu khoảng cách vật lớn hơn tiêu cự của thấu kính. (b) Chứng minh rằng nếu vật là ảo, thì ảnh cho bởi một thấu kính dương luôn luôn là thật.

Mục 31-5. Các dụng cụ quang học

- 19** Một loại thuỷ tinh nào đó có $n = 1,66650$ đối với ánh sáng có bước sóng 656,3nm và $n = 1,68882$ đối với ánh sáng có bước sóng 434,0nm. Một thấu kính có hai mặt lồi giống nhau được làm từ loại thuỷ tinh này có bán kính cỡ 125,5mm. Đối với thấu kính trên, hiệu các tiêu cự đối với ánh sáng có hai bước sóng này là bao nhiêu? Giả sử thấu kính được đặt trong không khí.
- 20** Nếu thuỷ tinh thể của mắt được xem như là có chiết suất $n_2 = 1,396$ trong môi trường có $n_1 = 1,336$ và có các bán kính 10,0mm và -6,0mm, tiêu cự của nó bằng bao nhiêu?
- 21** (a) Tiêu cự của một kính lúp đơn giản $\times 3$ bằng bao nhiêu, biết rằng $\times 3$ được đo với con mắt nhìn ở vô cực? (b) Một cậu bé có khoảng cách cận 70mm có thể nhận được từ kính lúp này một độ bội giác lớn nhất là bao nhiêu?
- 22** Vật kính và thị kính của một kính hiển vi có tiêu cự lần lượt là +4,9 và +8,3mm. Độ dài quang học là 160mm. Tìm: (a) khoảng cách từ vật kính tới vật; (b) độ phóng đại dài của vật kính; (c) độ phóng đại tổng cộng nếu ảnh cuối cùng (ảo) được tạo ra ở vô cực.
- 23** Một bè gỗ tròn đường kính 2,00m nổi trên nước có chiết suất $n = 1,333$. Bầu trời bị mây che phủ làm cho ánh sáng tới đồng đều từ tất cả các hướng. Phần nước nằm dưới bè gỗ không được bầu trời chiếu sáng trực tiếp có thể tích bằng bao nhiêu?

BÀI TẬP NÂNG CAO (BTNC)

- 1** **Nguyên lí Fermat đối với phản xạ.** Trên hình 31-32, đường đi mà tia sáng có thể đi từ điểm P tới điểm P' được vẽ đối với các tia bị phản xạ từ một mặt. Gọi độ dài đường đi từ P đến P' là Δ và vị trí tia đập vào gương là x. Theo nguyên lí Fermat, đường đi thực tế sẽ là đường có đạo hàm $\frac{d\Delta}{dx}$ bằng không và thời gian cần để đi từ P đến P' là cực tiểu so với các con đường bên cạnh. Chứng minh rằng độ dài đường đi là :



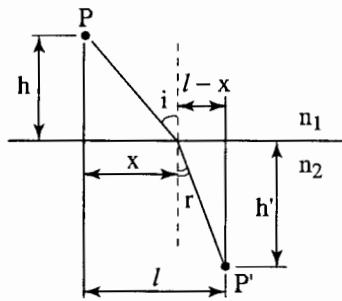
Hình 31-32. BTNC 1

$$\Delta = (d^2 + x^2)^{1/2} + [d^2 + (l - x)^2]^{1/2}$$

và nó là cực tiểu khi $x = \frac{l}{2}$, suy ra : $i' = i$.

2

Nguyên lí Fermat đối với khúc xạ. Trên hình 31-33, đường đi mà tia sáng có thể đi từ P đến P' được vẽ đối với các tia bị khúc xạ tại bề mặt phân cách. Chứng minh rằng thời gian để ánh sáng đi từ P đến P' là cực tiểu nếu $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, và như vậy thì chứng minh được rằng từ nguyên lí Fermat suy ra định luật Snell.



Hình 31-33. BTNC 2

3

Chiết suất của chất lỏng. Chiết suất của chất lỏng có thể được xác định bằng phương pháp dưới đây. Một thấu kính hai mặt lồi có tiêu cự f và các bán kính cong $\pm R$ được đặt trên một bản thuỷ tinh phẳng, sao cho có chất lỏng ở giữa thấu kính và bản phẳng. Như vậy chất lỏng tạo thành một thấu kính phẳng lõm có bán kính $-R$. Nếu tiêu cự của tổ hợp hai thấu kính này được xác định là bằng f' , chứng minh rằng :

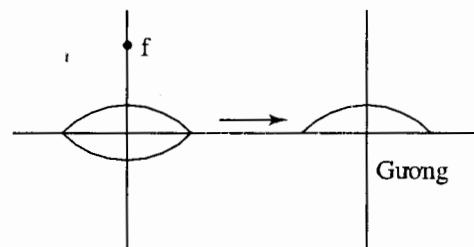
$$n = R \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{f'} \right) + 1$$

4

Tổ hợp bốn thấu kính. Bốn thấu kính mỏng được đặt dọc theo trục chính chung và nằm cách nhau một khoảng l . Tiêu cự của chúng có cùng giá trị f nhưng có dấu luân phiên nhau, với thấu kính thứ nhất mà ánh sáng đi vào là dương. Chứng minh rằng, nếu $f < l$ thì các tia sáng song song qua tổ hợp trên sẽ hội tụ về một tiêu điểm nằm trên trục.

5

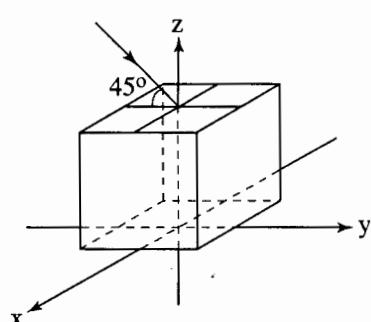
Ảnh chồng lên vật của nó. Một thấu kính hai mặt lồi có tiêu cự f được cưa đôi bằng mặt cắt vuông góc với trục chính của nó. Mặt phẳng cắt được đánh bóng và được tráng bạc sao cho nó tạo thành một gương. Chứng minh rằng, một vật đứng trước và cách hệ gương – thấu kính này $2f$ sẽ trùng với ảnh của nó (xem hình 31-34).



Hình 31-34. BTNC 5

6

Khối lập phương sáng. Một tia sáng đập vào khối lập phương thuỷ tinh có cạnh 20mm như được vẽ trên hình 31-35. Chiết suất của thuỷ tinh là 1,555. Hãy cho biết các toạ độ x, y và z của chấm sáng ở nơi tia ra khỏi khối lập phương.



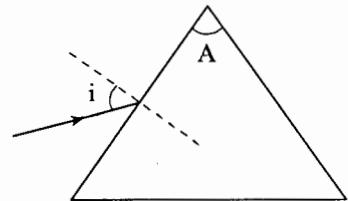
Hình 31-35. BTNC 6

7

Độ sâu kép. Chứng minh rằng, một khối trụ thẳng chất lỏng có chiết suất n được nhìn từ phía trên xuống thấy như chỉ còn sâu bằng $\frac{1}{n}$ chiều sâu thực của nó. Chứng minh rằng, một khối trụ thẳng chứa chất lỏng có chiết suất n_1 với độ sâu d_1 và chất lỏng chiết suất n_2 với độ sâu d_2 cũng được nhìn từ trên xuống thấy như nó có độ sâu $\frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2}$.

8

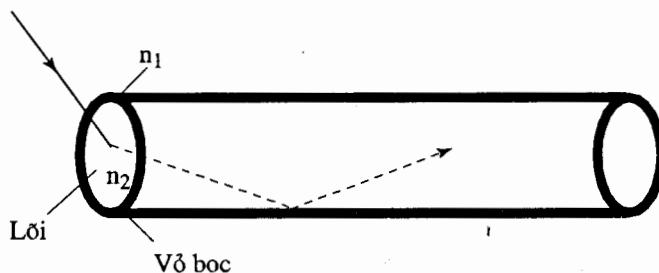
Lăng kính tối hạn. Chứng minh rằng, điều kiện $A \leq 2i_c$ đảm bảo tia sáng sẽ ló ra khỏi mặt bên phải của lăng kính được cho trên hình 31-36 đối với một góc i bất kỳ.



Hình 31-36. BTNC 8

9

Các sợi quang. Hình 31-37 cho thấy một sợi quang, mà dọc theo đó ánh sáng được truyền đi khi nó phản xạ toàn phần tại các biên. Nếu vật liệu làm lớp bọc ngoài có chiết suất là 1,315, thì chiết suất của vật liệu làm lõi phải là bao nhiêu để truyền được tất cả ánh sáng tới tận cuối sợi, bất kể góc tới bằng bao nhiêu ?

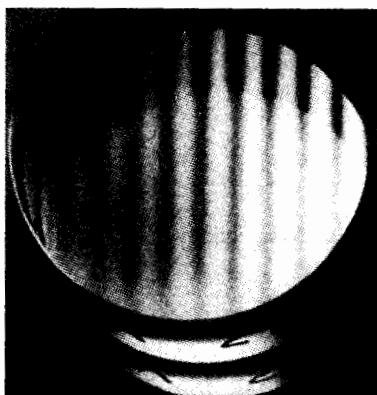


Hình 31-37. BTNC 9

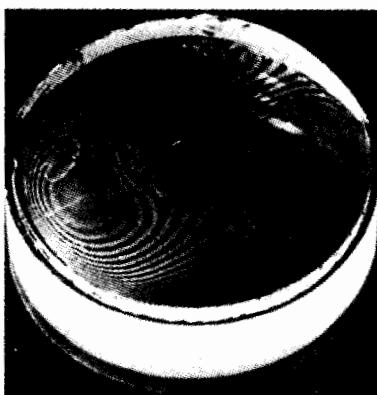
10

Thấu kính trong nước. Một thấu kính trong không khí có tiêu cự là 89,4mm. Trong nước ($n = 1,333$) thấu kính có tiêu cự là 277mm. (a) Chiết suất của thuỷ tinh dùng làm thấu kính bằng bao nhiêu ? (b) Nếu thấu kính là phẳng lồi, độ cong của mặt lồi bằng bao nhiêu ?

GIAO THOA ÁNH SÁNG



(a)



(b)

- 32-1. Thí nghiệm hai khe của Young
- 32-2. Phân bố cường độ trong hình giao thoa hai khe
- 32-3. Giao thoa từ các bản mỏng
- 32-4. Các loại giao thoa kế

Bài đọc thêm :

- * Thomas Young
- * Các vấn đề đặc sắc của vật lí hiện đại : *Hiệu ứng Aharonov – Bohm*

- (a) *Ảnh giao thoa khi các bản thuỷ tinh là phẳng*
- (b) *Ảnh giao thoa khi các bản thuỷ tinh không phẳng.*

Ánh sáng là gì ? Câu hỏi này đã làm nhiều nhà khoa học lớn quan tâm. Newton cho rằng ánh sáng là một dòng hạt, ông đã giải thích được nhiều hiệu ứng quang học bằng cách dùng lí thuyết hạt của ánh sáng. Christian Huygens (1629 – 1695), người cùng thời với Newton, lại tin rằng ánh sáng được tạo từ các sóng, song lí thuyết của ông đã không thành công một phần vì ông giả thiết rằng các sóng sáng là sóng dọc. Ở chương 30, James Clerk Maxwell đã đưa ra được bằng chứng lí thuyết có sức thuyết phục khẳng định rằng, ánh sáng là một sóng ngang của điện trường và từ trường. Tuy nhiên tính chất sóng của ánh sáng đã được Thomas Young (1773 – 1829) xác lập bằng thực nghiệm vào năm 1800. Các thí nghiệm của Young với ánh sáng đã chứng tỏ bản chất sóng của ánh sáng.



Các sóng tròn trên mặt ao. Chú ý sự giao thoa của các sóng khi chúng chiêm cùng một vùng không gian.

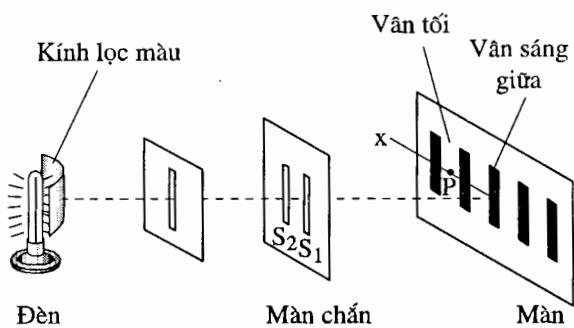
Trong chương này ta sẽ thảo luận về thí nghiệm hai khe nổi tiếng của Young và vài hiệu ứng giao thoa quan trọng khác của các sóng sáng.

32-1. THÍ NGHIỆM HAI KHE CỦA YOUNG

Thí nghiệm hai khe của Young cho ta một cách chứng minh đơn giản về bản chất sóng của ánh sáng. Trên hình 32-1, ánh sáng đơn sắc đi qua khe chuẩn trực rồi sau đó qua hai khe song song S_1 và S_2 trước khi đập vào màn quan sát. Bức tranh của ánh sáng trên màn gồm một dãy các miền sáng hơn xen kẽ với các miền tối hơn như ta thấy trên hình 32-2. Các miền sáng tối xen kẽ nhau này được gọi là **các vân** và tập hợp các vân này được gọi là **hình giao thoa hai khe**.

Giả sử ta che một trong hai khe, chẳng hạn S_1 sao cho chỉ có ánh sáng đi qua S_2 chiếu sáng màn quan sát. Khi đó chúng ta thấy rằng các vân đều biến mất và ánh sáng ở gần tâm màn gần như đồng đều. Xét một điểm P cụ thể nào đó trên màn ứng với tâm của một vân tối khi cả hai khe đều mở (hình 32-1). Cường độ sáng ở điểm này trên màn về cơ bản bằng không khi cả hai khe đều mở. Tuy nhiên, nếu một trong hai khe bị che kín sao cho ánh sáng từ đó không đến được màn quan sát thì khi đó cường độ ở P lại không bằng không nữa.

Sao lại có thể xảy ra chuyện ánh sáng tới được một điểm trên màn khi chỉ một khe được mở, còn khi hai khe đều mở (ánh sáng đi qua chúng phải tăng gấp đôi) lại không có ánh sáng nào tới được điểm này? Ta có thể hiểu được kết quả này bằng cách giả thiết rằng ánh sáng bao gồm các sóng. Ở vị trí của các vân tối, các sóng sáng đi từ S_1 tới ngược pha với các sóng sáng tới từ S_2 . Khi hai sóng có cùng cường độ đi tới



Hình 32-1. Thí nghiệm hai khe của Young. Ánh sáng từ đèn được làm đơn sắc bằng cách đi qua một cái lọc màu. Sau đó ánh sáng đi qua khe chuẩn trực và các khe song song S_1 và S_2 . Kích thước và khoảng cách hai khe cũng như kích thước của hình giao thoa đều đã được phóng đại cho dễ nhìn.



Hình 32-2. Hình giao thoa hai khe

mà ngược pha ở một điểm thì chúng sẽ giao thoa theo cách khử nhau và sóng tổng cộng là bằng không (mục 27-6). Như vậy các vân tối là hệ quả của sự giao thoa huỷ nhau giữa các sóng sáng đi từ S_1 và S_2 . Hình 32-3a biểu diễn các hiệu ứng giao thoa từ hai nguồn sóng nước. Sự giao thoa của các sóng này có thể được dùng để hình dung về cách tạo thành hình giao thoa hai khe (hình 32-3b).

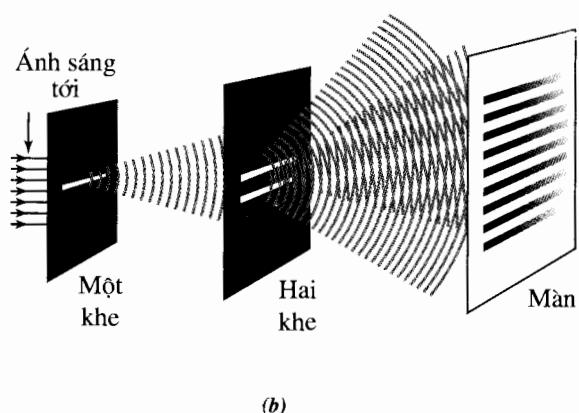
Ta có thể dùng nguyên lí chồng chập để xác định vị trí các vân trong hình giao thoa hai khe. Trên hình 32-4, ta bố trí các khe S_1 và S_2 cách màn một khoảng D theo đường vuông góc. Điểm P trên màn có thể được định vị bằng góc θ đối với đường vuông góc và qua tâm màn. Từ hình vẽ ta có thể thấy rằng các sóng từ các khe S_1 và S_2 đi các đoạn đường khác nhau để tới điểm P ; sóng từ S_1 đi khoảng cách r_1 còn sóng từ S_2 đi khoảng cách r_2 . Để cho rõ ràng trên hình vẽ, khoảng cách d giữa các khe đã được phóng đại lên nhiều so với khoảng cách D tới màn. Trong thí nghiệm, d nhỏ hơn D rất nhiều, sao cho hiệu đường đi $\Delta r = r_1 - r_2$ được lấy xấp xỉ là :

$$r_1 - r_2 = d \sin \theta$$

Sự giao thoa của các sóng đi tới một điểm trên màn quan sát phụ thuộc vào hiệu đường đi này. Trên hình 32-5a chúng ta biểu diễn các sóng tạo ra vân sáng trung tâm nằm ở $\theta = 0$. Các sóng đi ra từ các khe cùng pha và tới màn vẫn cùng pha vì chúng có cùng bước sóng và mỗi sóng đều đi cùng một quãng đường để tới màn : $r_1 - r_2 = 0$. Vì các sóng tới màn cùng pha, chúng giao thoa tăng cường nhau và tạo ra một vân sáng.

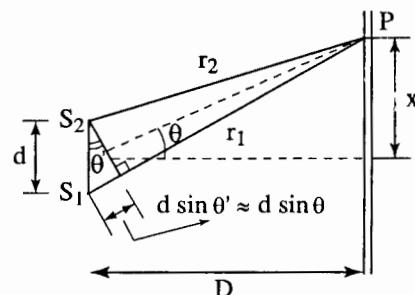


(a)



(b)

Hình 32-3. Sự tương tự giao thoa sóng nước và giao thoa ánh sáng.



Hình 32-4. Các sóng sáng từ S_1 và S_2 đi các quãng đường khác nhau để đến điểm P trên màn hình. Trong thí nghiệm thực tế $D \gg d$ sao cho các đường từ mỗi khe tới P gần như là song song và $\theta' \approx \theta$. Do đó $dsin\theta' \approx dsin\theta$ và $r_1 - r_2 \approx dsin\theta$.

Trên hình 32-5b, ta biểu diễn các sóng sáng tạo ra vân tối đầu tiên nằm kề một bên của vân sáng trung tâm. Để tới được màn, các sóng phát ra từ S_1 đi nhiều hơn các sóng phát ra từ S_2 một nửa bước sóng :

$r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2}$. Các sóng đi ra từ các khe cùng pha, nhưng đã đi các quãng đường khác nhau nên chúng tới được màn có pha lệch nhau π rad (180°). Do vậy các sóng giao thoa theo cách huỷ nhau và tạo ra một vân tối. Tương tự, vân tối có tâm tại mọi điểm mà ở đó hiệu đường đi là một số nguyên lẻ lần của $\frac{\lambda}{2}$. Nghĩa là hiệu đường đi được cho bởi $r_1 - r_2 = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$, với

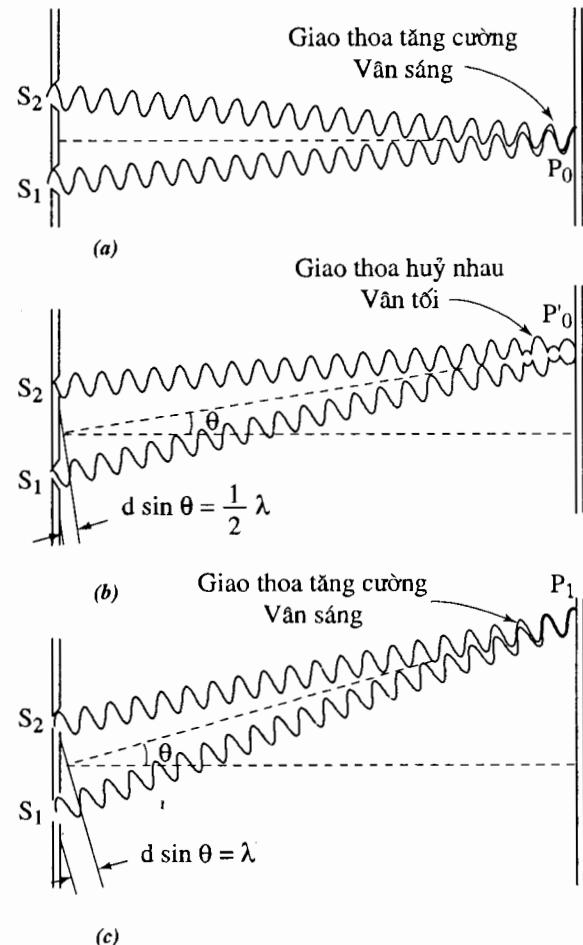
$m = 0, 1, 2, \dots$ ứng với tâm của các vân tối.

Các giá trị dương và âm của $\pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ám chỉ các vị trí ở hai phía của vân sáng trung tâm. Các góc θ_m xác định vị trí tâm của các vân tối được cho bởi :

$$dsin\theta_m = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (32-1)$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

Hình 32-5c cho thấy vân sáng đầu tiên nằm ở một phía của vân sáng trung tâm đã được tạo ra như thế nào. Các sóng sáng đi từ các khe cùng pha và tới màn cùng pha vì các sóng từ S_1 đi đoạn đường dài hơn các sóng từ S_2 đúng một bước sóng : $r_1 - r_2 = \lambda$. Do vậy, các sóng giao thoa tăng cường nhau và một vân sáng được hình thành. Tương tự, vân sáng có tâm tại mọi điểm ở đó hiệu đường đi là một số nguyên lần bước sóng. Nghĩa là nếu $r_1 - r_2 = \pm m\lambda$



Hình 32-5. Các sóng sáng từ S_1 và S_2 đi ra cùng pha. (a) Các sóng từ mỗi khe đi tới điểm P_0 cùng pha (đỉnh sóng đè lên đỉnh sóng, hõm sóng chồng lên hõm sóng) sao cho chúng giao thoa tăng cường nhau ở trên màn để tạo ra vân sáng trung tâm. (b) Các sóng đi tới điểm P'_0 ngược pha (đỉnh sóng chồng lên hõm sóng và hõm sóng chồng lên đỉnh sóng) sao cho chúng giao thoa huỷ nhau để tạo ra vân tối $m = 0$. (c) Các sóng đi tới P_1 cùng pha sao cho chúng giao thoa tăng cường nhau để tạo ra vân sáng $m = 1$.

ở đây $m = 0, 1, 2, \dots$ thì khi đó một vân sáng được hình thành. Các góc θ_m xác định vị trí tâm của các vân sáng được cho bởi :

$$dsin\theta_m = \pm m\lambda \quad (32-2)$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

Các vân sáng cho trên hình tương ứng với thứ tự của chúng và số nguyên m trong phương trình đánh dấu thứ tự của vân. Vân sáng trung tâm nằm ở $\theta = 0$ ứng với $m = 0$ và được gọi là *cực đại bậc không*, hai vân sáng ở hai bên của vân sáng trung tâm ứng với $m = 1$ và được gọi là *cực đại bậc một*,...

VÍ DỤ 32-1

Khoảng cách giữa hai vân liên tiếp (khoảng vân). (a) Tìm biểu thức tính khoảng cách i giữa tâm của hai vân sáng liên tiếp đối với ánh sáng có bước sóng λ . Giả sử rằng $D \gg x_m$, ở đây D là khoảng cách từ khe tới màn và x_m là toạ độ của tâm vân sáng so với tâm vân sáng trung tâm (xem hình 32-4). (b) Khi ánh sáng đỏ được dùng trong thí nghiệm hai khe, ở đó $D = 1,3\text{m}$ và $d = 0,12\text{mm}$, ta tìm được $i = 7,3\text{mm}$. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng đỏ.

Giải. (a) Phương trình (32-2) cho ta các góc xác định vị trí tâm của các vân sáng. Từ hình 32-4 ta thấy rằng : $\sin\theta \approx \frac{x}{\sqrt{x^2 + D^2}}$. Vì $D \gg x_m$, θ là nhỏ và $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{x}{D}$.

Do đó : $dsin\theta_m = d\left(\frac{x_m}{D}\right) \approx \pm m\lambda$. Như vậy :

$$x_m = \pm m \frac{D\lambda}{d}$$

Khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp, chặng hạn giữa vân thứ m và vân thứ $m + 1$ đối với x_m dương là :

$$i = (m + 1)\left(\frac{D\lambda}{d}\right) - m\left(\frac{D\lambda}{d}\right) = \frac{D\lambda}{d}$$

Như vậy trong thí nghiệm mà D và d cố định, khoảng cách các vân càng lớn (hình các vân giãn rộng hơn) đối với các sóng sáng có bước sóng càng dài.

(b) Giải biểu thức trên tìm λ , ta được :

$$\lambda = \frac{di}{D} = \frac{(1,2 \cdot 10^{-4}\text{m})(7,3 \cdot 10^{-3}\text{m})}{1,3\text{m}}$$

$$\approx 6,7 \cdot 10^{-7}\text{m} = 670\text{nm}$$

Kết quả này chứng tỏ rằng bước sóng của ánh sáng nhìn thấy là rất nhỏ. Để tạo ra một hình giao thoa quan sát được dễ dàng bằng ánh sáng nhìn thấy, ta phải làm cho khoảng cách giữa các khe nhỏ một cách tương ứng.

Bài tự kiểm tra 32-1

Trong một thí nghiệm hai khe, ánh sáng có bước sóng 585nm được cho đi qua các khe đặt cách nhau 0,23mm. Khoảng cách giữa các vân sáng liên tiếp trên màn đặt cách hai khe 0,88m là bao nhiêu ?

Đáp số : 2,2mm.

Tính kết hợp

Để hiểu được hình giao thoa hai khe được tạo ra như thế nào, ta đã sử dụng sự kiện là các sóng sáng có *cùng pha* khi chúng rời khỏi các khe S_1 và S_2 . Hình giao thoa khi đó được hình thành vì các sóng có một mối liên hệ pha xác định khi chúng đi tới một điểm cụ thể nào đó trên màn. Chúng tới điểm P_0 cùng pha (sáng), chúng tới điểm P'_0 ngược pha (tối), chúng tới điểm P_1 cùng pha (sáng),...

Giả sử ta sắp đặt để có các sóng ló ra từ S_1 lệch pha π rad với các sóng ló ra từ S_2 . Khi đó bằng một phép phân tích tương tự, các sóng tới điểm P_0 ngược pha (tối), tới P'_0 cùng pha (sáng), tới P_1 ngược pha (tối),.... Nếu các sóng ló ra từ các khe lệch pha nhau π rad, thì hình giao thoa vẫn được tạo ra, nhưng vị trí của các vân sáng và tối đều bị dịch chuyển. Mở rộng cách lí giải này cho các độ lệch pha khác, ta có thể thấy rằng hình giao thoa vẫn hình thành đối với bất kì một độ lệch pha nào giữa các sóng ló ra từ các khe này. Thay đổi độ lệch pha của các sóng ló ra từ các khe chỉ làm dịch chuyển vị trí của các vân. Để tạo ra *hình giao thoa hai khe*, *độ lệch pha* ló ra từ hai khe không nhất thiết phải bằng không, mà

chỉ cần độ lệch pha này, bất kể nó bằng bao nhiêu, *phải không đổi*.

Bây giờ ta giả sử rằng độ lệch pha của các sóng ló ra thay đổi một cách *ngẫu nhiên*. Nếu thời gian diễn ra sự thay đổi này trong độ lệch pha là ngắn so với thời gian quan sát, khi đó ta sẽ thấy trung bình của nhiều hình giao thoa phủ lên nhau. Nghĩa là, ta sẽ *hoàn toàn không quan sát thấy hình giao thoa hai khe nữa*. Việc ta thấy được một hình giao thoa ổn định chứng tỏ rằng các sóng ló ra từ S_1 luôn giữ một độ lệch pha không đổi với các sóng ló ra từ S_2 .

Nếu các sóng đi ra từ hai nguồn giữ một độ lệch pha không đổi, khi đó hai nguồn là **kết hợp**. Chỉ các nguồn kết hợp mới có thể tạo ra một hình giao thoa ổn định. Hai khe trong thí nghiệm của Young là các nguồn kết hợp vì ánh sáng đi ra từ các nguồn này đều bắt nguồn từ cùng một nguồn, tức là khe chuẩn trực trên hình 32-1. Trong nguồn sáng thông thường, ví dụ như bóng đèn dây tóc, ánh sáng được phát ra từ nhiều nguyên tử cá thể, phát xạ một cách độc lập. Do vậy mà mối liên hệ pha giữa các bức xạ này là hoàn toàn ngẫu nhiên. Như vậy, hai bóng đèn dây tóc là các nguồn không kết hợp và chúng không tạo ra một hình giao thoa ổn định.

32-2. PHÂN BỐ CƯỜNG ĐỘ TRONG HÌNH GIAO THOA HAI KHE

Để tìm biểu thức cho phân bố của cường độ sáng trong hình giao thoa hai khe, ta dùng nguyên lí chồng chập. Nghĩa là ta cộng các đại lượng vectơ cường độ điện trường do sóng sáng phát ra từ mỗi khe. Phép cộng này được thực hiện tại mỗi điểm P trên toàn màn (hình 32-4). Khi đó ta tìm được cường độ I ở P bằng cách lấy bình phương của biên độ điện trường tổng cộng (theo mục 30-4, $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c$).

Gọi E_1 và E_2 là các thành phần điện trường của các sóng sáng đi từ S_1 và S_2 tại điểm P trên màn. (Để cho gọn, ta không viết chỉ số toạ độ trong các kí hiệu dùng để chỉ các thành phần của trường). Giả sử rằng các khe rất hẹp, sao cho chúng có thể được xem như các nguồn sáng vạch. Điều đó có nghĩa là sự phân bố cường độ do mỗi khe hoạt động một mình là gần đồng đều xung quanh tâm màn và các thành phần của trường có thể được viết là :

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \text{ và } E_2 = E_0 \sin(\omega t)$$

Vì ánh sáng đơn sắc bắt nguồn từ cùng một nguồn, nên mỗi biểu thức đều chứa cùng một tần số ω . Cũng vậy vì mỗi khe có cùng một độ rộng và gần như cách đều điểm P, nên ta giả thiết rằng biên độ E_0 đối với mỗi sóng là như nhau. Tính chất quyết định trong các biểu thức cho E_1 và E_2 khi đề cập đến hình giao thoa là các sóng có một độ lệch pha ở P. Độ lệch pha ϕ là do hiệu đường đi $dsin\theta$ gây ra. Trên hình 32-5b,

hiệu đường đi là $dsin\theta = \frac{1}{2}\lambda$ và các sóng đi tới màn với độ lệch pha $\phi = \pi$ rad. Trên hình 32-5c, hiệu đường đi là $dsin\theta = \lambda$ và các

sóng đi tới màn với độ lệch pha $\phi = 2\pi$ rad. Như vậy độ lệch pha và hiệu đường đi là tỉ lệ thuận :

$$\frac{\text{Độ lệch pha}}{2\pi} = \frac{\text{Hiệu đường đi}}{\lambda}$$

$$\text{hay : } \frac{\phi}{2\pi} = \frac{dsin\theta}{\lambda}$$

Do đó :

$$\phi = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (32-3)$$

Để tìm được thành phần E_{12} của điện trường tổng hợp tại P, ta cộng E_1 và E_2 :

$$E_{12} = E_1 + E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi) + E_0 \sin(\omega t)$$

Dùng công thức lượng giác :

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta) \right] \sin \left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \right]$$

với $\alpha = \omega t + \phi$ và $\beta = \omega t$, ta được :

$$E_{12} = \left[2E_0 \cos \left(\frac{1}{2}\phi \right) \sin \left(\omega t + \frac{1}{2}\phi \right) \right]. \quad (32-4)$$

Như vậy E_{12} dao động với biên độ :

$$2E_0 \cos \left(\frac{1}{2}\phi \right).$$

Cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ, sao cho nếu ta đặt I_0 là cường độ tại P do ánh sáng đi từ một trong các khe hoạt động một mình (khe kia bị che kín), khi đó $I_0 \sim E_0^2$. Từ phương trình (32-4), biên độ của sóng tổng hợp là $2E_0 \cos \left(\frac{1}{2}\phi \right)$, nên cường độ I_{12} do ánh sáng từ cả hai khe gây ra là :

$$I_{12} \sim 4E_0^2 \cos^2 \left(\frac{1}{2}\phi \right)$$

Vì thừa số tỉ lệ là giống nhau nên ta có :

$$I_{12} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) \quad (32-5)$$

Dùng phương trình (32-3) :

$$\phi = \frac{1}{\lambda}(2\pi d \sin \theta)$$

ta có thể biểu thị kết quả này theo góc θ được dùng để xác định vị trí điểm P trên màn, như được cho trên hình 32-4 :

$$I_{12} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) \quad (32-6)$$

Ta dễ dàng có thể kiểm tra được sự phù hợp của biểu thức này với các phương trình (32-1) và (32-2). Như vậy, phương trình (32-6) cho vị trí của các vân tối và vân sáng và phù hợp với phương trình (32-1) và (32-2).

Thường thí nghiệm được thực hiện sao cho khoảng vân i của các vân nhỏ hơn nhiều so với khoảng cách D giữa các khe và màn. Trong trường hợp này ta chỉ quan tâm tới cường độ ở các điểm có $x \ll D$ trên hình 32-4 và phép gần đúng $\sin \theta \approx \frac{x}{D}$ là có hiệu lực. Phương trình (32-6) khi đó trở thành :

$$I_{12} = 4I_0 \cos^2\left[\left(\frac{\pi d}{\lambda D}\right)x\right] \quad (32-7)$$

Trên hình 32-6 là đồ thị của phương trình (32-7). Với giả thiết là các khe rất hẹp, cường độ thay đổi từ không đến $4I_0$ như hàm số côsin bình phương kéo dài từ bên này sang bên kia điểm chính giữa của màn ($x \ll D$).

Nói thêm về tính kết hợp

Để nhấn mạnh đến sự khác biệt giữa các nguồn kết hợp và không kết hợp, ta viết lại

phương trình (32-5) bằng cách dùng hằng đẳng thức lượng giác :

$$2 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) = 1 + \cos \phi :$$

Từ đây ta có :

$$I_{12} = 2I_0 + 2I_0 \cos \phi$$

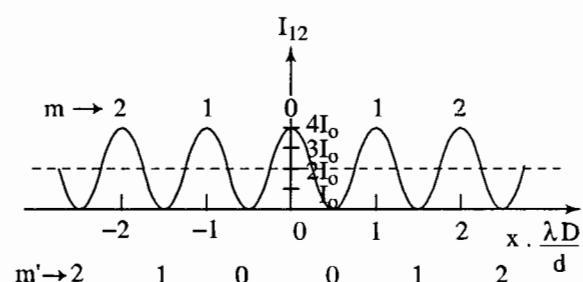
(các nguồn kết hợp)

Độ lệch pha ϕ ứng với một điểm cụ thể nào đó trên màn, sẽ có một giá trị xác định đối với các nguồn kết hợp. Còn nếu các nguồn là không kết hợp thì độ lệch pha ϕ sẽ thay đổi nhanh và ngẫu nhiên theo thời gian. Trong trường hợp này, số hạng thứ hai sẽ có trung bình theo thời gian bằng không ở mỗi điểm trên màn và cường độ sẽ là :

$$I_{12} = 2I_0$$

(các nguồn không kết hợp)

Nghĩa là cường độ đơn giản chỉ là tổng các cường độ của hai nguồn khi hoạt động một mình. Đường chấm chấm nằm ngang trên hình 32-6 cho thấy cường độ từ hai nguồn không kết hợp, ở đó I_0 là cường độ từ một nguồn khi hoạt động một mình.



Hình 32-6. Phân bố cường độ của hình giao thoa hai khe theo tọa độ x tính theo đơn vị $\frac{\lambda D}{d}$.

Các khe là rất hẹp và $x \ll D$.

32-3. GIAO THOA TỪ CÁC BẢN MỎNG

Một hiệu ứng giao thoa quan sát được dễ dàng là hiệu ứng do phản xạ từ các bản mỏng trong suốt như các màng xà phòng hay các váng dầu trên mặt nước. Các màu sắc lóng lánh mà bạn thường nhìn thấy được phản xạ từ các màng như thế là do hiện tượng giao thoa tạo ra. Dưới đây chúng ta sẽ khảo sát hai trường hợp : bản mỏng có độ dày thay đổi và bản mỏng có độ dày không đổi.

Bản mỏng có độ dày thay đổi

Xét một bản mỏng có độ dày thay đổi được chiếu sáng bởi một nguồn sáng rộng ở rất xa, bản mỏng có chiết suất là n (hình 32-7). Xét hai tia SA và SM phát ra từ một nguồn sáng điểm S . Tia SA bị khúc xạ tại A ở mặt trên của bản mỏng, sau đó lại bị phản xạ tại B ở mặt dưới của bản mỏng và ló ra tại M theo phương MR_1 . Tia SM truyền thẳng tới M ở mặt trên của bản và phản xạ theo phương MR_2 , hai tia này tới mắt người quan sát. Như vậy, tại điểm M có sự chồng chập của hai sóng sáng kết hợp phát ra từ cùng một nguồn điểm S , chúng gây ra hiện tượng giao thoa tại M và ta quan sát được vân giao thoa nằm ở mặt trên của bản mỏng. Nếu như sóng sáng của hai tia $SABMR_1$ và SMR_2 cùng pha tại M thì chúng sẽ tạo nên một cực đại giao thoa ta quan sát thấy sáng; nếu chúng ngược pha tại M thì tại đó có một cực tiểu giao thoa và ta quan sát thấy tối. Như vậy, điều mấu chốt để người quan sát thấy cái gì là do hiệu số pha giữa các sóng kết hợp của hai tia đi theo các lô trình khác nhau. Thực nghiệm và lí thuyết chỉ ra rằng nếu ánh sáng đi tới mặt phản cách từ môi trường có chiết suất nhỏ hơn thì sóng phản xạ bị đảo pha π radian hay quang lộ của tia phản xạ

dài thêm nửa bước sóng $\frac{\lambda}{2}$. Còn nếu ánh sáng đi tới mặt phản cách từ môi trường có chiết suất lớn hơn thì sóng phản xạ không bị đảo pha, do đó quang lộ của tia phản xạ không dài thêm $\frac{\lambda}{2}$. Nay giờ ta xét hiệu quang lộ của hai tia $SABMR_1$ và SMR_2 :

$$\Delta l = SA + n(AB + BM) - (SM + \frac{\lambda}{2})$$

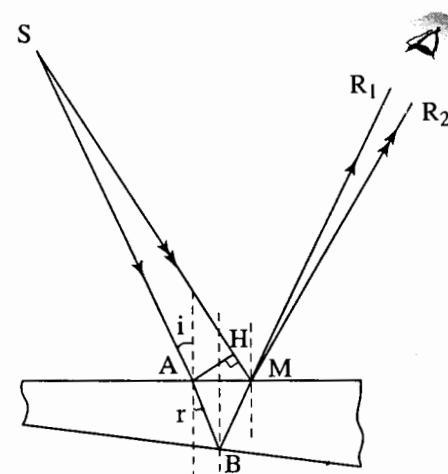
Nếu kẻ đường AH vuông góc với tia SM thì do nguồn ở rất xa và bản rất mỏng nên có thể xem $SM \approx SA + HM$ và $AB \approx BM$, vì vậy :

$$\Delta l \approx n(2AB) - \left(HM + \frac{\lambda}{2} \right)$$

Gọi d là bề dày của bản tại M , i và r là góc tới và góc khúc xạ, ta có :

$$HM = AM \cdot \sin i = 2d \cdot \tan r \quad \text{và}$$

$$AB = \frac{d}{\cos r}$$



Hình 32-7. Đường đi của tia sáng trong giao thoa từ bản mỏng có độ dày thay đổi.

Thay vào hiệu quang lô :

$$\Delta l = \frac{2nd}{\cos r} - 2d \cdot \text{tgr.} \sin i - \frac{\lambda}{2}$$

Mặt khác theo định luật khúc xạ :

$\sin i = n \sin r$, ta suy ra :

$$\begin{aligned}\Delta l &= 2nd \cdot \cos r - \frac{\lambda}{2} \\ &= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} \quad (32-8)\end{aligned}$$

Do mắt có kích thước nhỏ nên chỉ nhìn được những tia nghiêng ít với nhau. Mặt khác, nguồn ở rất xa nên những tia sáng phát ra từ những nguồn điểm S khác của nguồn sáng rộng đến điểm M có những góc tới i không khác nhau nhiều. Do đó trong phương trình (32-8), góc i coi như không đổi và hiệu quang lô chỉ phụ thuộc vào bề dày d. Những điểm ứng với bề dày sao cho $\Delta l = m\lambda$ sẽ là những vân sáng, còn những điểm ứng với bề dày sao cho $\Delta l = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ sẽ là những vân tối. Mỗi vân ứng với một giá trị xác định của bề dày, vì vậy các vân này gọi là *các vân cùng độ dày*. Ta xét hai trường hợp điển hình.

Vân của nêm không khí

Nêm không khí là một lớp không khí hình nêm giới hạn giữa hai bản thuỷ tinh đặt nghiêng nhau một góc α rất nhỏ (hình 32-8). Rọi một chùm sáng đơn sắc song song vuông góc với mặt nêm G_2 . Xét một tia sáng SM của chùm, khi tới điểm M của mặt nêm G_1 nó tách thành hai tia : một phần phản xạ tại M (tia MR), còn một phần truyền qua nêm không khí phản xạ trên mặt nêm G_2 và quay lại theo đường cũ BMS.

Như vậy, tại M có sự gặp nhau của hai tia phản xạ trên hai mặt nêm. Vì do cùng một tia tách ra nên chúng là hai tia kết hợp và kết quả là trên mặt nêm G_1 sẽ quan sát được vân giao thoa. Hiệu quang lô của hai tia là :

$$\Delta l = \left[SM + 2MB + \frac{\lambda}{2} \right] - SM = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

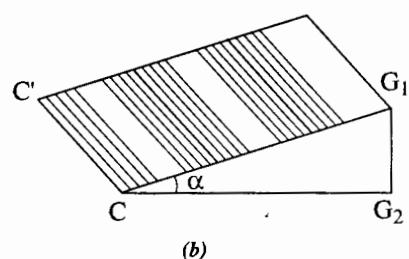
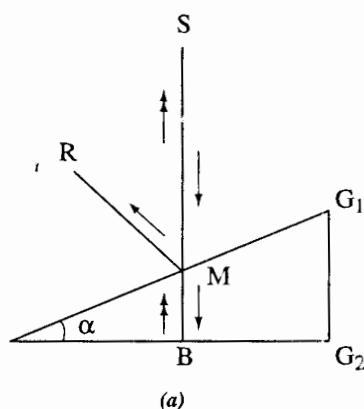
với $d = MB$ là bề dày của nêm tại điểm M. Từ các điều kiện cực đại, cực tiểu giao thoa, ta thấy những *điểm tối* thoả mãn công thức :

$$\Delta l = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

hay :

$$d_m = m \frac{\lambda}{2} \quad (32-9)$$

với $m = 0, 1, 2, 3, \dots$



Hình 32-8. Vân của nêm không khí : (a) Đường đi tia sáng ; (b) Ảnh các vân.

Vì các điểm có bề dày không đổi là một đoạn thẳng song song với cạnh CC' của nêm, do đó các vân tối là những đoạn thẳng song song với cạnh nêm, đặc biệt cạnh nêm cũng là một vân tối (ứng với $m = 0$ thì $d = 0$). Tương tự các *điểm sáng* thỏa mãn công thức :

$$\Delta l = m\lambda = 2d_m + \frac{\lambda}{2}$$

suy ra :

$$d_m = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}$$

với $m = 1, 2, 3, \dots$

hoặc :

$$d_m = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}$$

với $m = 0, 1, 2, \dots$

Các vân sáng cũng là những đoạn thẳng song song với cạnh nêm và nằm xen kẽ với các vân tối.

Hình 32-9 cho ảnh chụp một màng xà phòng cảng trên một vòng dây tròn, một loại dụng cụ được trẻ em thường dùng để thổi các bong bóng xà phòng. Vòng dây được hướng thẳng đứng sao cho màng có dạng hơi giống hình nêm do trọng lượng riêng của nó mà có ; tức là rất mỏng ở phía trên và dày hơn về phía dưới. Một nguồn sáng đơn sắc được đặt phía sau máy ảnh để chụp ảnh cho trên hình 32-9, và chùm ánh sáng tới gần như vuông góc với mặt màng. Ánh sáng đi từ màng xà phòng tới máy ảnh sau khi phản xạ từ các mặt trước và mặt sau của màng. Hai đặc điểm của ánh sáng phản xạ này được thấy rõ trên hình là : (a) Không có ánh sáng phản xạ từ vùng cao nhất của màng xà phòng, nó xuất hiện như một vùng tối ; và (b) Các vân giao thoa nằm ngang xuất hiện ở dưới vùng tối. Đây cũng là một ví dụ minh họa của vân nêm.



Hình 32-9. Giao thoa của ánh sáng phản xạ từ các mặt trước và sau của một màng xà phòng. Màng rất mỏng ở đỉnh nơi xuất hiện màu tối và độ dày màng tăng lên về phía dưới sao cho các vân giao thoa đã được tạo ra.

Vân tròn Newton

Bản mỏng cho vân tròn Newton là một lớp không khí giới hạn giữa mặt cong của một thấu kính phẳng lồi đặt tiếp xúc với một bản thuỷ tinh phẳng tại O (hình 32-10). Rọi lên thấu kính một chùm ánh sáng đơn sắc song song theo phương vuông góc với mặt bản thuỷ tinh. Tương tự như nêm không khí, tại mặt cong của thấu kính có sự gấp nhau của hai tia phản xạ và ta sẽ quan sát được vân giao thoa tại mặt cong của thấu kính. Những điểm ứng với bề dày của lớp không khí $d_m = m \frac{\lambda}{2}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) sẽ tạo thành *vân tối*, còn những điểm ứng với bề dày của lớp không khí $d_m = (m + 1) \frac{\lambda}{2}$ với $m = 0, 1, 2, \dots$ sẽ tạo thành các *vân sáng*. Do tính chất đối xứng của bản mỏng xung quanh trục OC nên

các vân giao thoa là các vòng tròn đồng tâm (hình 32-10b), chúng được gọi là các **vân tròn Newton**. Ta có thể tính được bán kính của các vân tròn này. Gọi r_m là bán kính của vân tối thứ m, từ hình (32-10a) ta có :

$$r_m^2 = R^2 - (R - d_m)^2$$

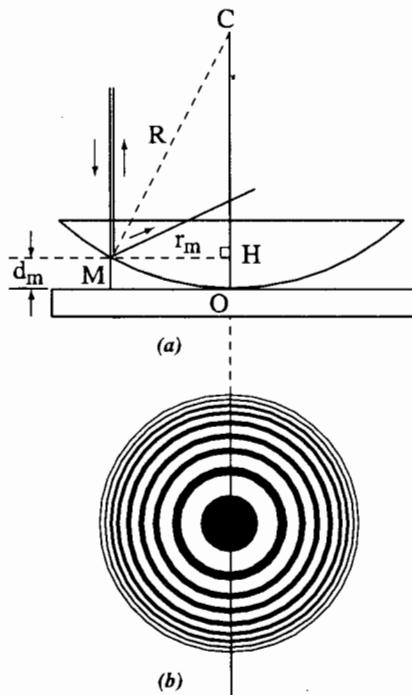
R là bán kính cong của thấu kính, do $d_m \ll R$ nên :

$$r_m^2 \approx 2Rd_m = mR\lambda$$

Suy ra :

$$r_m \approx \sqrt{R\lambda} \cdot \sqrt{m} \quad (32-10)$$

với $m = 0, 1, 2, 3\dots$



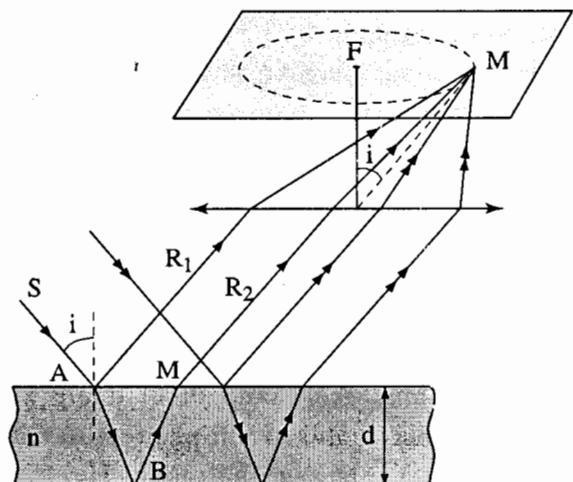
Hình 32-10. (a) Đường đi của tia sáng ;
(b) Hình ảnh của vân tròn Newton.

Như vậy, bán kính vân tối tỉ lệ với căn bậc hai của các số nguyên. Khi $m = 0$ thì $r_m = 0$, tức là tại điểm tiếp xúc O là một vân tối.

Bản mỏng có bề dày không đổi

Xét một bản mỏng trong suốt có bề dày d không đổi chiết suất n, được rơi bằng một nguồn sáng rộng và ở rất xa (hình 32-11). Xét một tia sáng SA tới bản măt dưới góc tới là i. Tia này sẽ tách thành hai tia : tia phản xạ AR₁ ngay tại A ở mặt trên bản mỏng và tia khúc xạ tại A đi vào bản mỏng, phản xạ tại B và ló ra tại M theo phương MR₂ song song với tia AR₁. Vì từ cùng một nguồn tách ra nên hai tia này là hai tia kết hợp, giao thoa với nhau tại vô cực. Nếu dùng một thấu kính hội tụ thì hai tia sẽ gặp nhau tại điểm M trên mặt phẳng tiêu của thấu kính. Cũng tính tương tự như phần trước, hiệu quang lô của hai tia đó là :

$$\begin{aligned} \Delta l &= 2nd\cos r - \frac{\lambda}{2} \\ &= 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (32-11)$$



Hình 32-11. Vân cùng độ nghiêng

Trong công thức này bề dày d không đổi nên hiệu quang lô phụ thuộc vào góc tới i. Nếu góc tới i có giá trị sao cho hiệu quang lô bằng một số nguyên lần bước sóng $\Delta l = m\lambda$

thì M là điểm sáng, còn nếu $\Delta l = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ thì M là điểm tối. Vì bản mỏng được chiếu sáng bởi nguồn sáng rộng và xa nên có nhiều tia sáng truyền tới bản mặt với cùng góc nghiêng i. Chúng có cùng quang lộ do đó các tia này hội tụ tại các điểm nằm trên mặt phẳng tiêu có cùng cường độ sáng. Các điểm này tạo thành một vân giao thoa có dạng một vòng tròn có tâm tại tiêu điểm F của thấu kính. Với các góc nghiêng khác nhau, ta có các vân giao thoa khác nhau. Các vân này là những đường tròn

đồng tâm và được gọi là **vân cùng độ nghiêng**. Nếu chiếu bản mỏng bằng nguồn ánh sáng trắng thì mỗi sóng sáng đơn sắc sẽ cho một hệ vân có màu xác định, và ảnh giao thoa trên mặt phẳng tiêu của thấu kính là một *hệ vân có nhiều màu sắc*. Chúng ta lưu ý rằng những vân giao thoa này định xứ ở vô cực nên cũng có thể quan sát chúng trực tiếp bằng mắt khi ngắm chừng ở vô cực. Do đó ta có thể nhìn thấy các màu cầu vồng trên các màng mỏng khi có ánh sáng trắng chiếu tới.

VÍ DỤ 32-2

Các lớp phủ không phản xạ. Để giảm thiểu sự phản xạ từ một mặt quang học, ví dụ như mặt của thấu kính, mặt thường được phủ một màng mỏng. Giả sử thấu kính thuỷ tinh ($n = 1,50$) được phủ bằng một màng mỏng MgF_2 ($n = 1,38$). Xác định độ dày cực tiểu của lớp phủ để nó giảm tối mức tối thiểu sự phản xạ đối với ánh sáng nằm gần chính giữa phổ nhìn thấy, chẳng hạn $\lambda = 550\text{nm}$, đi tới thấu kính theo đường pháp tuyến.

Giải. Đối với trường hợp màng MgF_2 trên thuỷ tinh, ánh sáng phản xạ từ mặt trước của màng là đi vào từ môi trường có chiết suất thấp hơn (từ không khí với $n = 1,00$ vào MgF_2) nên các sóng phản xạ bị đảo pha. Ánh sáng phản xạ từ mặt sau cũng đi vào từ môi trường có chiết suất thấp hơn (từ MgF_2 vào thuỷ tinh), nên các sóng phản xạ này cũng chịu sự đảo pha. Vì hiệu ứng của hai lần đảo pha này triệt tiêu nhau, do đó hiệu quang lộ của hai tia phản xạ là : $\Delta l = 2nd$. Để có giao thoa huỷ nhau (phản xạ cực tiểu) thì :

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

suy ra :

$$d = \frac{\left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda}{2n}$$

Muốn có độ dày cực tiểu ta đặt $m = 0$, khi đó :

$$d_{\min} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda}{n} = \frac{1}{4} \cdot \frac{550\text{nm}}{1,38} \approx 100\text{nm}$$

Bài tự kiểm tra 32-2

Đối với mặt thuỷ tinh có lớp phủ trong ví dụ trên, bước sóng nào của ánh sáng gần giá trị 550nm nhất sẽ chịu phản xạ cực đại?

Đáp số: 276nm.

32-4. CÁC LOẠI GIAO THOA KẾ

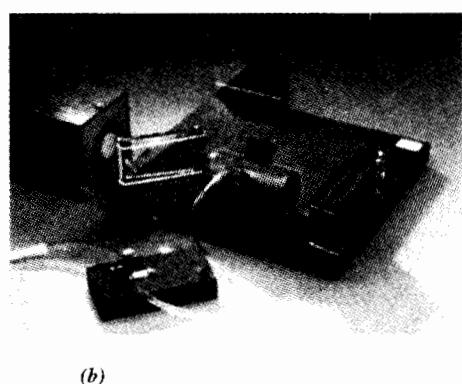
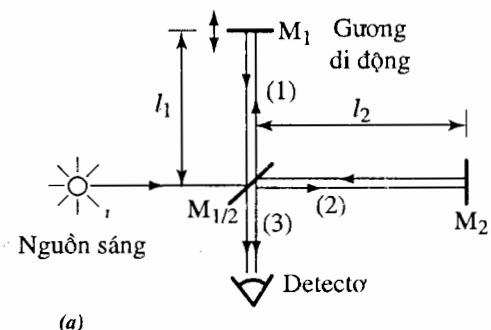
Giao thoa kế Michelson

Dụng cụ dùng các hiệu ứng giao thoa sóng để thực hiện các phép đo được gọi là **giao thoa kế**. Vì bước sóng của ánh sáng nhìn thấy là rất bé, các giao thoa kế quang học có thể được dùng để đo khoảng cách với độ chính xác cao. Giao thoa kế Michelson, (mang tên A. A Michelson, 1852 – 1931) là một trong số các dụng cụ đơn giản và quan trọng về mặt lịch sử.

Hình 32-12a trình bày các đặc điểm chính của giao thoa kế Michelson. Chùm ánh sáng đơn sắc từ nguồn đậm vào gương $M_{1/2}$ được đặt trên giá lập một góc 45° với hướng của chùm. Lớp bạc phủ trên mặt gương có độ dày vừa đúng để cho nó phản xạ một nửa chùm tới được hướng về phía một gương di động được M_1 [chùm (1)] còn nửa kia cho hướng về một gương cố định M_2 [chùm (2)]. Các gương M_1 và M_2 sau đó phản xạ các chùm quay về $M_{1/2}$, ở đó một nửa của mỗi chùm lại được phản xạ và truyền qua. Ta quan tâm tới các phần của mỗi chùm được tổ hợp với nhau để tạo thành chùm (3) và sau đó truyền tới detector.

Chùm (3) gồm các sóng có quãng đường đi khác nhau. Chùm (1) đi quãng đường $2l_1$ và chùm (2) đi quãng đường $2l_2$. Hiệu quãng đường mà các chùm đi được là $|2l_2 - 2l_1|$. Vì các chùm (1) và (2) có cường độ

bằng nhau và là các chùm kết hợp, chúng sẽ giao thoa tăng cường nhau nếu $2|l_2 - l_1|$ là một số nguyên lần bước sóng; chúng sẽ giao thoa huỷ nhau nếu $2|l_2 - l_1|$ là số bán nguyên lần bước sóng. (Để cho đơn giản ta bỏ qua bề dày của $M_{1/2}$). Do đó cường độ của ánh sáng được đo ở detectơ phụ thuộc vào hiệu quãng đường đi này.



Hình 32-12. (a) Sơ đồ của giao thoa kế Michelson. (b) Giao thoa kế Michelson.

Gương M_1 có thể dịch chuyển dễ dàng trên các khoảng cách nhỏ dọc theo phương của chùm (1) bằng cách vặn một đinh ốc có ren tinh xảo. Cường độ ánh sáng được đo bằng detector có thể được làm thay đổi từ cực đại sang cực tiểu bằng cách dịch chuyển M_1 một khoảng bằng $\frac{\lambda}{4}$, hay nếu thay đổi một khoảng vân thì gương M_1 phải dịch chuyển một khoảng bằng $\frac{\lambda}{2}$. Với một detector nhạy, các khoảng cách nhỏ cỡ một phần trăm bước sóng (khoảng 5nm) là có thể dễ dàng phát hiện được. Muốn đo chiều dài của một vật nào đó, ta dịch chuyển gương M_1 từ đầu này tới đầu kia của vật và đếm số vân dịch chuyển. Nếu hệ dịch chuyển m vân thì chiều dài của vật là :

$$l = m \frac{\lambda}{2} \quad (32-12)$$

Vào lúc mà Michelson đã phát triển giao thoa kế của mình, chuẩn độ dài là mét, được xác định là khoảng cách giữa hai vạch mảnh trên một thanh bạch kim – iridi đặt ở Sevres, nước Pháp. Dùng giao thoa kế của mình, Michelson đã có thể đo được bước sóng của vạch phát xạ từ nguồn sáng cadimi với độ chính xác một phần 10^8 (một phần một trăm triệu). Khả năng này cuối cùng đã dẫn đến định nghĩa mét theo bước sóng của một vạch phổ phát ra từ nguyên tố kryptôn.

Giao thoa kế Rayleigh

Hình 32-13 mô tả sơ đồ nguyên tắc cấu tạo của giao thoa kế Rayleigh, một dụng cụ có thể đo được chiết suất của chất lỏng hoặc chất khí.

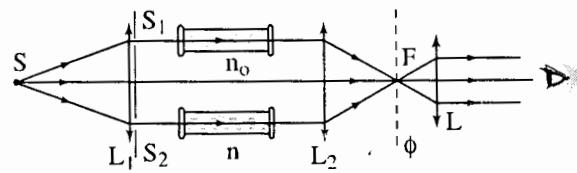
Ánh sáng đơn sắc từ nguồn S sau khi qua thấu kính L_1 và hai khe S_1, S_2 bị tách ra làm hai chùm tia song song. Chúng giao thoa trên mặt phẳng tiêu của thấu kính L_2 , nhờ thị kính L mắt có thể quan sát được hệ vân giao thoa. Ban đầu hai ống đặt trên đường đi của tia sáng chứa cùng một chất lỏng, sau đó thay chất lỏng đựng trong một ống bằng chất lỏng cần nghiên cứu. Do chiết suất của chất lỏng đựng trong hai ống bây giờ khác nhau nên hiệu quang lộ của hai chùm tia thay đổi, do đó hệ thống vân bị dịch chuyển. Hiệu quang lộ của hai chùm tia là : $\Delta l = (n - n_0)d$ với d là chiều dài của ống. Nếu hệ thống vân dịch chuyển đi m khoảng vân, ta có :

$$(n - n_0)d = m\lambda$$

Từ đó suy ra :

$$n = \frac{m\lambda}{d} + n_0 \quad (32-13)$$

Ta cũng có thể đo được chiết suất của một chất khí bằng cách so sánh nó với một chất khí khác có chiết suất đã biết.



Hình 32-13. Giao thoa kế Rayleigh.

Giao thoa kế Fabry – Perot

Giao thoa kế Fabry – Perot cũng là một loại giao thoa kế hữu ích, chẳng hạn như được sử dụng trong hộp cộng hưởng của máy phát laze. Sơ đồ nguyên tắc được vẽ trên hình 32-14.

Hai gương bán mạ E_1 , E_2 được đặt song song nhau, cách nhau một khoảng d ở trong không khí. Tia sáng đơn sắc tới các mặt E_1 , E_2 thì có một phần khúc xạ và một phần phản xạ (hình 32-15). Chúng ta hãy xét hiệu quang lộ của hai tia ló ra liên tiếp là tia 1 và tia 2 :

$$\Delta I = JK + KL - JH$$

$$\text{Tia } JK = KL = \frac{d}{\cos i}$$

$$\text{còn } JH = JL \sin i = 2JK \sin^2 i.$$

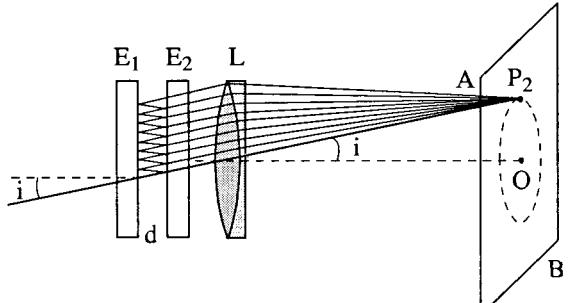
Từ đó hiệu quang lộ hai tia ló ra liên tiếp là :

$$\Delta I = 2 \frac{d}{\cos i} - \frac{2d \sin^2 i}{\cos i} = 2d \cos i$$

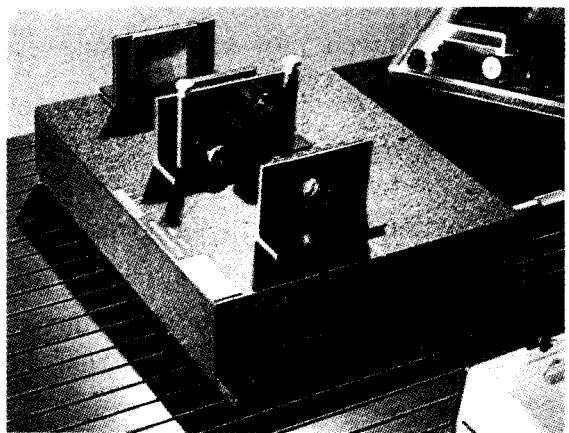
Nếu hiệu quang lộ này bằng một số nguyên lần bước sóng thì giao thoa sẽ được tăng cường. Vận giao thoa định xứ ở vô cực hay ở mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ. Vậy điều kiện để có giao thoa tăng cường của các sóng là :

$$2d \cos i = m\lambda \quad (32-14)$$

Ảnh các vân giao thoa cũng là những vòng tròn đồng tâm trên mặt phẳng tiêu của thấu kính (hình 32-14a).

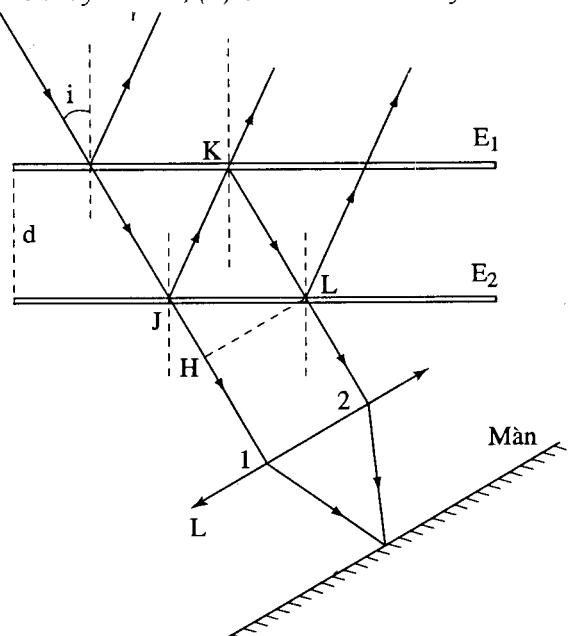


(a)



(b)

Hình 32-14. (a) Sơ đồ nguyên tắc của giao thoa kế Fabry-Perot ; (b) Giao thoa kế Fabry-Perot.



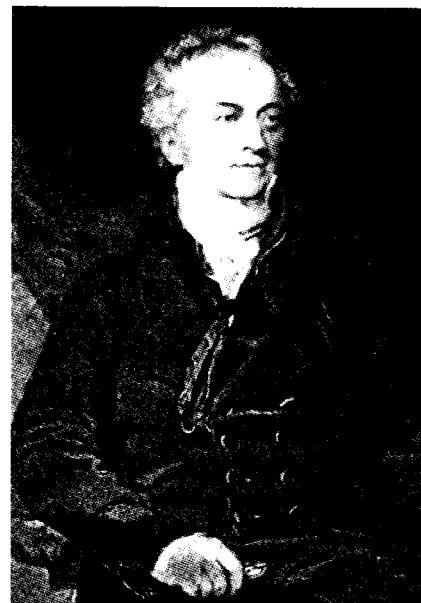
Hình 32-15. Đường đi các tia sáng trong giao thoa kế Fabry – Perot.

Bài đọc thêm

THOMAS YOUNG

Thomas Young sinh năm 1773 ở Milverton, Somerset, Vương quốc Anh. May mắn có được một trí nhớ khác thường và một khả năng cơ khí đặc biệt, Young đã dùng tài năng của mình trong môn vật lí, y học, triết học và ngôn ngữ. Ở tuổi 14, ông đã thông thạo các tiếng Latinh, Hi Lạp, Hêbra, Ả Rập, Ba Tư, tiếng Pháp và Italia, và khi tròn 17 tuổi, ông đã nắm vững kiến thức trong các cuốn sách *Các nguyên lí toán học của Triết học tự nhiên* và *Quang học* của Newton.

Một ông chú cao sang của Young, một bác sĩ xuất chúng đã khuyến khích ông nghiên cứu y học để có thể thừa hưởng kinh nghiệm hành nghề của mình. Những nghiên cứu của Young về sự nhìn và nghe dường như đã đưa tới các khảo sát cơ bản hơn của ông về ánh sáng và âm thanh. Ông trình bày các thí nghiệm cuối cùng của mình về giao thoa của ánh sáng trong một báo cáo khoa học nhan đề "Phác thảo các thí nghiệm và khảo sát có liên quan đến ánh sáng và âm thanh" (1800). Ở đó, ông so sánh lí thuyết hạt của Newton với lí thuyết sóng của Huygens và chứng minh rằng các kết quả thực nghiệm có thể được giải thích bằng lí thuyết sóng, và như vậy là ủng hộ Huygens. Việc nếu ý kiến cho rằng Newton có thể sai lầm đã không được đón nhận nhiệt tình, đặc biệt là ở nước Anh, và còn làm một số nhà khoa học phật ý. Young đã chứng tỏ lí thuyết sóng mô tả một cách đúng đắn hiện tượng phản xạ và khúc xạ, và sau đó ông đã giải thích được các hiệu ứng tán sắc của các cách tử và sự phát ngũ sắc của các màng mỏng. Mặc dù Young tin lí thuyết sóng của ánh sáng là đúng, nhưng ông vẫn cứ hoài nghi về lí thuyết của mình.



Thomas Young

Young đã công bố nhiều báo cáo khoa học quan trọng về sinh lí học. Ông đã khởi xướng các quan niệm mà sau đã được phát triển thành lí thuyết ba màu của sự nhìn. Ông đã nghiên cứu các chức năng của tim và mạch máu và đã công bố một báo cáo khoa học về tính mao dẫn và sự cố kết của các chất lưu. Ông đã dùng các khả năng ngôn ngữ của mình để giải mã các văn bia viết bằng chữ tượng hình Ai Cập, và ông đặc biệt được ghi nhớ vì công trình của ông thực hiện trên khối đá Rosette Stone nổi tiếng⁽¹⁾.

(1) Rosette Stone là một văn bia bằng đá bazan hiện đang để ở bảo tàng Vương quốc Anh, trên đó khắc chiếu chỉ của Ptolemy V vào năm 196 trước Công nguyên bằng chữ viết tượng hình Hi Lạp, Ai Cập và các ký tự thông dụng. Văn bia này đã được phát hiện vào năm 1799 gần thị trấn Rosette.

CÁC VẤN ĐỀ ĐẶC SẮC CỦA VẬT LÍ HIỆN ĐẠI : HIỆU ỨNG AHARONOV – BOHM

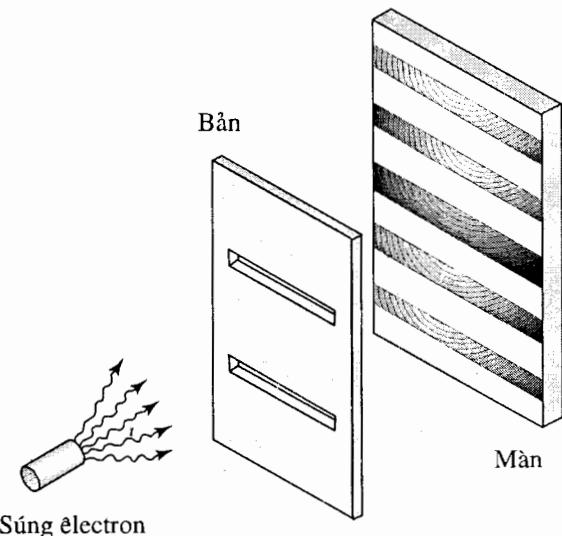
Việc phát hiện một hiện tượng vật lí thường được thúc đẩy bởi một hiệu ứng rất tinh tế, song đôi khi hiệu ứng của hiện tượng lại quá hiển nhiên đến nỗi việc khám phá ra nó đơn giản là chỉ chờ ai đó nêu ra được câu hỏi đúng. Trong lí thuyết tương đối hẹp chẳng hạn, bài báo viết năm 1905 của Einstein đã chứng minh rằng các vật chuyển động đều bị co ngắn lại (xem chương 35), nhưng phải đến tận năm 1959 khi mà J. Terrell nêu thắc mắc các vật thể chuyển động nhanh được mắt ta cảm nhận như thế nào, thì người ta mới nhận thấy rằng trong những trường hợp nhất định, ta thấy chúng như các vật quay chứ không phải co ngắn lại. Câu hỏi này lẽ ra đã có thể được đặt ra và được trả lời sớm hơn hàng thập kỉ.

Vào năm 1959, hai nhà vật lí, Yakir Aharonov và David Bohm thuộc Trường Đại học Bristol, Vương quốc Anh, đã nêu một câu hỏi đơn giản giữa điện trường \mathbf{E} và điện thế V cái nào có ý nghĩa vật lí hơn ? Kết quả là hiện tượng mà họ khám phá ra được gọi là **hiệu ứng Aharonov – Bohm**.

Hầu hết các nhà vật lí đều cho rằng câu trả lời thật quá hiển nhiên : \mathbf{E} là một đại lượng vật lí thực, trong khi đó V chỉ là một công cụ toán học hữu ích. Ít ra cũng có hai lí do để nói như vậy. Thứ nhất, phương trình (19-6, Tập hai) gắn mật độ năng lượng với điện trường nên sẽ là tự nhiên nếu xem \mathbf{E} là một hiện hữu vật lí. Thật khó mà hình dung được một đại lượng phi vật lí lại có thể tạo ra năng lượng. Thứ hai, điện thế dường như mang ý nghĩa toán học thuần tuý vì như ta đã thấy (mục 18-3), nó không có một giá trị xác định. Ta thường tính \mathbf{E} bằng cách lấy đạo hàm :

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

cho nên khi thêm vào V một hằng số thì E vẫn không thay đổi. Do đó cả mật độ năng lượng lẫn lực tác dụng lên điện tích đều không bị ảnh hưởng khi V thay đổi một lượng không đổi. Cho nên vẫn ít có ai nghi ngờ về việc \mathbf{E} là một đại lượng thực còn V thì không cho mãi tới khi Aharonov và Bohm nêu ra câu hỏi trên.

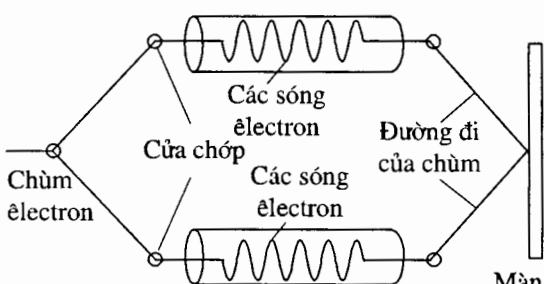


Hình 32-16. Các electron di qua hai khe đặt gần nhau và tạo ra các vân giao thoa giống các vân do ánh sáng gây ra. Các vân sáng xảy ra khi các độ dài đường đi qua hai khe khác nhau một số nguyên lần bước sóng.

Như ta đã biết từ chương 32, ánh sáng đơn sắc gây ra hình giao thoa gồm các vân tối và sáng khi nó đi qua thí nghiệm hai khe của Young. Như thấy trên hình 32-16, ta cũng sẽ có một hình giao thoa như vậy nếu các hạt, như electron chẳng hạn, được thay thế cho ánh sáng, vì các hạt cũng có các tính chất giống như ánh sáng (chương 36). Aharonov và Bohm đã

đề nghị một thay đổi trong thí nghiệm hai khe là dùng các électron thay cho ánh sáng (hình 32-17). Vì chức năng duy nhất của các khe trong hình 32-16 là cung cấp hai đường đi khác nhau cho các hạt, họ đã đề xuất cách bố trí, trong đó chùm ban đầu được tách thành hai (bằng một quá trình không được chỉ rõ trên hình nhưng không có liên quan). Hai chùm đi qua các hình trụ kim loại dài và lại được tái kết hợp trên màn. Cũng như đối với giao thoa hai khe, nếu các độ dài đường đi như nhau, hai chùm sẽ giao thoa tăng cường nhau và ở đó có nhiều électron đập vào màn.

Ở các điểm khác của màn, các sóng sẽ luân phiên cùng pha và ngược pha và tạo ra các vân sáng và tối. Aharonov và Bohm đã đặt câu hỏi, điều gì sẽ xảy ra nếu, *trong khi các électron đang ở trong hai hình trụ*, ta đặt vào giữa hai hình trụ một hiệu điện thế rồi lại ngắt trước khi các hạt kịp ra khỏi các hình trụ. Họ dự đoán rằng các vân giao thoa sẽ dịch tới các vị trí mới.



Hình 32-17. Một phương án của thí nghiệm hai khe, trong đó các électron đi theo hai đường qua các hình trụ kim loại từ nguồn đến màn. Nếu điện thế ở trên và bên trong các hình trụ thay đổi, các vân giao thoa sẽ dịch chuyển, ngay cả khi không có điện trường E thâm nhập vào các hình trụ, để có thể tác động tới chuyển động của électron.

Vì E bằng không bên trong hình trụ rỗng tích điện, thật khó có thể hình dung được các électron có thể bị ảnh hưởng như thế nào nếu không có điện trường để có lực tác dụng lên chúng. Trái lại, điện thế bên trong các hình trụ lại thay đổi. Thực ra, Aharonov và Bohm đã tính được độ lệch pha giữa hai chùm phụ thuộc vào hiệu điện thế giữa hai hình trụ. Họ đã chứng minh được rằng pha của hai chùm thay đổi một lượng bằng :

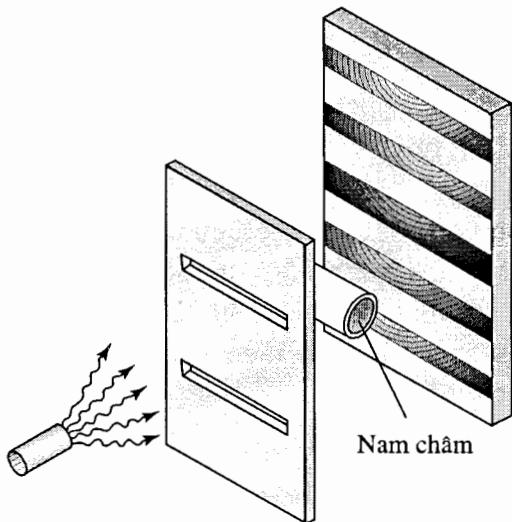
$$\Delta\phi = \frac{2\pi e}{h} \int(V_1 - V_2)dt$$

so với độ lệch pha khi hiệu điện thế giữa hai hình trụ bằng không, ở đây h là hằng số Planck, bằng $6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s. Họ kết luận rằng các électron tương tác với V chứ không phải với E , sao cho theo một ý nghĩa nào đó V là một đại lượng vật lí cơ bản hơn. Đây là một hiệu ứng của cơ học lượng tử (chương 36) chứ không phải của điện từ học cổ điển. (Sự có mặt của hằng số Planck là dấu hiệu của quá trình cơ học lượng tử).

Bài báo của họ gây ra nhiều phản ứng, một số thì phê phán, số khác lại ủng hộ. Một số nhà vật lí cảm thấy phép tính là không đúng và đúng ra thì bài báo hoàn toàn không dự đoán một hiệu ứng nào hết. Số khác lại cố lảng tránh bài toán, bằng cách phát biểu lại điện từ học để loại bỏ khái niệm điện thế ra khỏi lí thuyết. Các thí nghiệm dường như đã chứng minh rằng, hiệu ứng đó là có thật, song người ta vẫn còn e ngại là các trường tạp tán còn chưa được loại bỏ hoàn toàn khỏi các vùng do électron chiếm giữ. Với những mức độ khác nhau, cuộc tranh luận vẫn còn tiếp diễn cho đến tận gần đây. Phải đến năm 1986 thực nghiệm mới chứng

minh được một cách dứt khoát rằng hiệu ứng này tồn tại đúng như đã được tiên đoán. Thực tế, thí nghiệm này được thực hiện với từ trường \mathbf{B} thay vì cho điện trường, nhưng ý tưởng thì vẫn như cũ.

Thí nghiệm bố trí như được cho trên hình 32-18. Một ống dây được đặt phía sau hai khe để sóng electron qua khe trên sẽ đi ở phía trên nam châm, còn sóng electron qua khe dưới sẽ đi thấp hơn nam châm. Một lớp bọc siêu dẫn ngăn không cho các trường tạp tán rò từ cuộn dây vào miền có các sóng electron. (Từ trường không thể thâm nhập vào một số chất siêu dẫn, xem mục 38-6).



Hình 32-18. Các vân giao thoa sẽ dịch chuyển khi đưa vào một nam châm sao cho các electron đi qua hai khe ở hai phía đối diện nhau của nam châm. Các electron vẫn bị tác động ngay cả khi từ trường \mathbf{B} được nhốt chặt ở bên trong nam châm và không có electron thâm nhập vào đó.

Cũng như trong trường hợp với điện trường \mathbf{E} , lí thuyết tiên đoán sự dịch chuyển vân một cách thuần tuý là do từ thế, được gọi là **thể vectơ A**. Từ trường \mathbf{B} có thể được thay thế trong các phương trình của điện từ học bằng các đạo hàm của \mathbf{A} , giống như việc thay \mathbf{E} bằng các

đạo hàm của V. Aharonov và Bohm đã chứng minh được rằng độ lệch pha giữa các sóng đi qua hai khe khi có đặt thêm cuộn dây là :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi e}{h} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

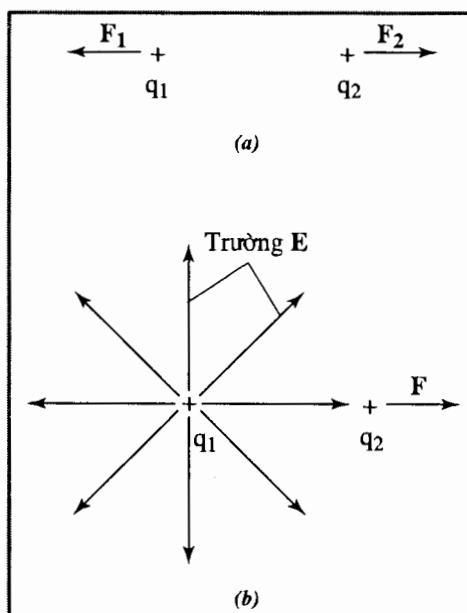
so với pha khi không có cuộn dây (hình 32-16). Ở đây tích phân được lấy theo đường cong kín tạo bởi hai đường đi qua các khe. Do đó khi có dòng đi qua cuộn dây sẽ gây ra sự chuyển vân. Từ trường \mathbf{B} ở bên ngoài cuộn dây dài và mảnh gần bằng không ngoại trừ một trường yếu quay về ở hai đầu và ngay cả trường này cũng có thể được loại bỏ bằng cách uốn cong cuộn dây sao cho các đầu của nó được nối lại tạo thành hình xuyến. Thí nghiệm này đã được thực hiện năm 1986 bởi Akini Tonomura và các cộng sự của ông tại hãng Hitachi Nhật Bản. Họ đã dùng một nam châm vĩnh cửu thay cho cuộn dây.

Thí nghiệm đã xác nhận sự dịch chuyển vân đã được Aharonov và Bohm tiên đoán. Vì không có từ trường \mathbf{B} trong miền sóng electron, nên khó mà hình dung \mathbf{B} có thể gây ra sự dịch chuyển vân như thế nào. Tuy nhiên giống như V, \mathbf{A} cũng được xác định sai khác một hằng số cộng nên nó dường như cũng là một đại lượng toán học thuần tuý. Nhưng vì $\mathbf{A} \neq 0$ trong khi $\mathbf{B} = 0$ trong vùng không gian mà các electron tới được nên thí nghiệm vẫn hàm ý \mathbf{A} là một đại lượng có ý nghĩa vật lý hơn. Chúng ta biết được \mathbf{A} phải khác không vì :

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

đối với mọi đường đi bao quanh ống dây. Nghĩa là tích phân đường của \mathbf{A} dọc theo mọi đường đi bao quanh ống dây bằng từ thông toàn phần đi qua cuộn dây đó.

Tuy nhiên không phải tất cả các nhà vật lí đều sẵn sàng chấp nhận tính hiện thực đối với điện thế và từ thế, vì vẫn có những cách giải thích khác. Quan niệm về các trường, ví như điện trường và từ trường, mới đầu được đưa vào để tránh né bài toán **tác dụng từ xa**. Bài toán này xuất hiện khi khảo sát, chẳng hạn lực giữa hai điện tích (hình 32-19a), liệu có thể tác dụng lực lên nhau khi mà chúng không chạm nhau và không có gì nối chúng với nhau? Lực được truyền đi như thế nào? Quan niệm trường đã giải được bài toán trên (hình 32-19b). Theo cách giải thích này, mỗi điện tích tạo ra một điện trường trải rộng ra bên ngoài theo tất cả các hướng. Mỗi điện tích có một lực tác dụng lên



Hình 32-19. (a) *Sự đẩy giữa các điện tích giống nhau dường như đòi hỏi phải có "tác dụng xa" vì các hạt đẩy nhau mà không đụng vào nhau.* (b) *Khái niệm trường cho phép ta tránh được sự tác dụng từ xa. Lực \mathbf{F} tác dụng lên điện tích q_2 có thể quan niệm như là tương tác định xứ của điện trường \mathbf{E} do q_1 tạo ra và điện tích q_2 .*

nó bởi một trường chứ không phải trực tiếp bởi một điện tích khác. Bằng cách này, sẽ không có tác dụng xa vì lực tác dụng lên hạt được thực hiện bởi trường ở ngay chỗ đặt hạt. Lực này được nói là một **tương tác định xứ**.

Có thể giải thích được hiệu ứng Aharonov – Bohm mà không cần giả thiết rằng các thế là có thực bằng cách xem các tương tác điện từ là không định xứ – nghĩa là cho phép tác dụng xa. Mặc dù các nhà vật lí vẫn thường phản đối các lý thuyết không định xứ, thế mà các hiệu ứng không định xứ lại có thể được đưa vào trong cách mô tả cơ học lượng tử của tự nhiên. Có những thí nghiệm mà cách giải thích tự nhiên nhất lại đòi hỏi rằng tác dụng ở một vị trí này lại tạo ra kết quả tức thời ở một vị trí ở cách xa nó. Đây là một hiện tượng tinh tế, trong đó nguyên lý nói rằng các tín hiệu không thể truyền nhanh hơn ánh sáng không hề bị vi phạm (chương 35) và đó là điều thật đáng ngạc nhiên và hiểu biết của ta về nó còn quá nghèo nàn. Thực ra đây là một loại không định xứ khác so với sự không định xứ do hiệu ứng Aharonov – Bohm gợi ra, song mỗi tình huống đều gián tiếp gợi ý rằng vũ trụ cơ học lượng tử, theo một cách khá lạ thường và bất ngờ lại có thể là một vũ trụ không định xứ.

Hiệu ứng Aharonov – Bohm là một hiện tượng phong phú với nhiều hệ quả. Ta chỉ nêu ra đây một ví dụ, nó cho rằng trong cơ học lượng tử khái niệm lực không còn hữu ích nữa. Các phương trình của cơ học lượng tử chưa bao giờ chứa các lực mà chỉ có các thế nên rất có thể là hiệu ứng Aharonov – Bohm không đáng phải làm cho ta ngạc nhiên đến thế. Tuy nhiên hiệu ứng dường như chứng minh rằng các thế là cơ bản hơn các lực trong thế giới vi mô.

?

CÂU HỎI

- 1** Giao thoa có nghĩa là gì ? Hệ thức pha giữa hai sóng giao thoa tăng cường nhau có dạng thế nào ? Hệ thức pha giữa hai sóng giao thoa huỷ nhau có dạng thế nào ?
- 2** Tại sao ta đã chỉ định việc dùng ánh sáng đơn sắc trong thí nghiệm hai khe ? Hãy mô tả sự xuất hiện của hình giao thoa nếu ta dùng ánh sáng trắng.
- 3** Cường độ ở các cực đại giao thoa trong hình giao thoa hai khe là $4I_0$ với I_0 là cường độ ở điểm này do một trong các khe hoạt động một mình gây ra. Điều này có vi phạm sự bảo toàn năng lượng không ? Nếu không, giải thích xem tại sao ?
- 4** Giả sử ta thực hiện hai khe dưới nước. Hình giao thoa sẽ bị ảnh hưởng như thế nào ?
- 5** Giả sử rằng thí nghiệm hai khe được thực hiện với bản thuỷ tinh phẳng có chiết suất n che một trong hai khe. Hãy mô tả ảnh hưởng của bản này lên hình giao thoa được tạo ra trên màn.
- 6** Tại sao các hiệu ứng giao thoa không được quan sát một cách phổ biến ? Chẳng hạn tại sao ta không quan sát được hiện tượng giao thoa của ánh sáng phát ra từ hai đèn pha ôtô ?
- 7** Trong khi tìm phân bố cường độ hai khe ta viết các thành phần vectơ của điện trường các sóng sáng đi từ các khe 1 và 2 là $E_1 = E_0 \sin(\omega t + \phi)$ và $E_2 = E_0 \sin \omega t$. Trên cơ sở nào mà ta đặt biên độ E_0 là giống nhau trong các biểu thức này ? Trên cơ sở nào mà ta đặt tần số ω là giống nhau trong các biểu thức này ? ϕ biểu diễn hiệu số pha khi các sóng ra khỏi các khe hay khi chúng tới màn ? Hiệu số pha này xuất hiện như thế nào ?
- 8** Hãy tưởng tượng việc quan sát hình giao thoa hai khe đối với ánh sáng có bước sóng cho trước và giảm từ từ khoảng cách d giữa hai khe. Điều gì sẽ xảy ra đối với hình giao thoa ? Liệu có khoảng cách nhỏ nhất để còn quan sát được hình giao thoa không ? Nếu có, khoảng cách này bằng bao nhiêu ?
- 9** Khi các sóng sáng trong không khí gặp mặt nước, pha của chúng có bị đảo ngược khi phản xạ không ?
- 10** Tại sao màng phải mỏng mới làm cho các hiệu ứng giao thoa quan sát được ? Điều thực sự quan trọng là màng phải mỏng hay chỉ quan trọng là các mặt đối diện của màng phải hầu như rất song song với nhau ?
- 11** Khi sóng sáng đi từ một môi trường trong suốt này sang một môi trường khác, chẳng hạn từ không khí vào thuỷ tinh, đặc trưng nào, nếu có, trong số các đặc trưng sau đây của sóng sẽ thay đổi : Tốc độ, bước sóng, tần số ? Mô tả những thay đổi đó.

■ ĐỀ TẬP

Mục 32-1. Thí nghiệm hai khe của Young

- 1 Ánh sáng đơn sắc với bước sóng 563nm được dùng trong thí nghiệm hai khe, trong đó khoảng cách giữa hai khe là 0,18mm. (a) Góc của các cực đại $m = 1$ và $m = 2$ bằng bao nhiêu ? (b) Góc của các cực tiểu $m = 1$ và $m = 2$ bằng bao nhiêu ?
- 2 Trong một thí nghiệm hai khe, $\lambda = 488\text{nm}$, $D = 1,14\text{m}$ và khoảng vân là $i = 6,1\text{mm}$. Hỏi khoảng cách giữa các khe bằng bao nhiêu ?
- 3 Giả sử bạn có hai khe với khoảng cách khe bằng 0,15mm và một đèn natri (cho ta bức xạ vàng ở 589nm). Bạn phải đặt màn cách các khe bằng bao nhiêu để quan sát được các vân sáng liên tiếp cách nhau 10mm ?
- 4 Ánh sáng đơn sắc có bước sóng 730nm được dùng trong một thí nghiệm hai khe. Xét quãng đường mà các sóng phát từ mỗi khe phải đi để tới được điểm P trên màn như được vẽ trên hình 32-4. Các sóng phát ra từ khe 1 đi quãng đường r_1 , còn các sóng phát ra từ khe 2 đi quãng đường r_2 . Hiệu quãng đường $r_1 - r_2$ bằng bao nhiêu khi : (a) Điểm P nằm ở tâm của vân sáng bậc hai ? (b) Điểm P ở tâm của vân tối $m = 3$? (c) Điểm P nằm ở chính giữa vân sáng bậc hai và vân tối $m = 2$?

Mục 32-2. Phân bố cường độ trong hình giao thoa hai khe

- 5 Trong một thí nghiệm hai khe, cường độ ở một điểm nào đó trên màn do mỗi khe hoạt động một mình là I_0 . Cường độ do cả hai khe gây ra là bao nhiêu khi các sóng có hiệu số pha là : (a) không, (b) $\frac{\pi}{2}$ rad, (c) π rad, (d) $\frac{3\pi}{2}$ rad, (e) 2π rad, (f) $\frac{5\pi}{2}$ rad ?
- 6 Trong thí nghiệm hai khe, cường độ trên màn do mỗi khe hoạt động một mình là I_0 , khoảng cách giữa hai khe là 0,150mm và bước sóng của ánh sáng là 500nm. Cường độ do cả hai khe gây ra là bao nhiêu tại các điểm trên màn ứng với các góc θ bằng : (a) không, (b) 0,833 mrad, (c) 1,67 mrad, (d) 2,50 mrad, (e) 3,33 mrad, (f) 4,17 mrad ? (g) Cường độ ở mỗi góc nếu trên là bao nhiêu nếu các khe được thay bằng hai nguồn không kết hợp mà mỗi một khe cho cường độ I_0 khi hoạt động một mình ?
- 7 Trong thí nghiệm hai khe, cường độ trên màn do mỗi khe hoạt động một mình là I_0 , khoảng cách giữa hai khe là 0,150mm, bước sóng của ánh sáng là 500nm và khoảng cách vuông góc từ hai khe đến màn là 1,00m. Cường độ do hai khe gây ra là bao nhiêu ở các vị trí x (xem hình 32-4) là :

(a) không, (b) 0,83mm, (c) 1,7mm, (d) 2,5mm, (e) 3,3mm, (f) 4,2mm ?
(g) Cường độ ở mỗi điểm nêu trên là bao nhiêu nếu các khe được thay bằng các nguồn không kết hợp, mỗi một nguồn cho cường độ I_0 khi hoạt động một mình ?

- 8 Xét vân sáng bậc một ở phía x dương của vân sáng bậc không trong hình giao thoa hai khe. Lấy $d = 0,16\text{mm}$, $\lambda = 550\text{nm}$ và $D = 1,24\text{m}$. Tìm toạ độ x của hai vị trí ở hai phía của vân này mà tại đó I_{12} bằng 75% giá trị cực đại của nó.

Mục 32-3. Giao thoa từ các bản mỏng

- 9 Một màng mỏng của chất trong suốt có $n = 1,29$ được đặt trên một mặt thuỷ tinh ($n = 1,50$) phải có độ dày tối thiểu bằng bao nhiêu để sự phản xạ của ánh sáng tới màng theo phương pháp tuyếng có $\lambda = 600\text{nm}$ là cực tiểu ?
- 10 Một màng mỏng của chất trong suốt ($n = 1,27$) với không khí ở hai phía, được phơi sáng vuông góc với chùm ánh sáng tới. Chùm này chứa toàn bộ phổ màu nhìn thấy. Nếu độ dày của màng là 112nm , thì (các) bước sóng nào của ánh sáng sẽ thể hiện sự phản xạ cực đại ?
- 11 Một màng nước mỏng ($n = 1,33$) trên bề mặt thuỷ tinh phẳng ($n = 1,50$) được chiếu sáng bằng một chùm ánh sáng tới vuông góc với mặt. Ánh sáng trong chùm là đơn sắc, nhưng bước sóng của nó có thể thay đổi. Khi bước sóng thay đổi liên tục, cường độ phản xạ thay đổi từ cực tiểu ở $\lambda = 530\text{nm}$ tới cực đại ở $\lambda = 790\text{nm}$. Bề dày của màng bằng bao nhiêu ?

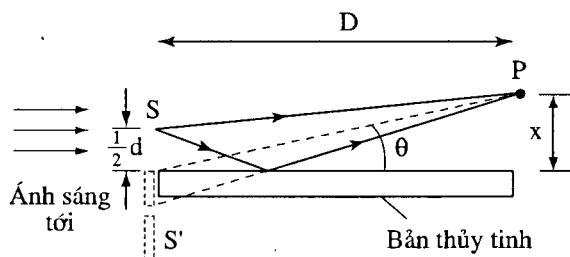
Mục 32-4. Giao thoa kế Michelson

- 12 Khi gương di chuyển được trong giao thoa kế Michelson dịch chuyển một khoảng Δl , thì 140,0 vân trọn vẹn đi qua detectơ (vân tròn vẹn gồm một cực đại và một cực tiểu về cường độ). Ánh sáng được dùng có bước sóng $526,31\text{nm}$. Hãy xác định Δl .
- 13 Giả sử chúng ta dùng giao thoa kế Michelson để đo bước sóng của một bức xạ gián đoạn phát ra từ một đèn hồ quang. Khi gương di chuyển được dịch một khoảng $0,1724\text{mm}$ thì 628,0 vân đi qua detectơ. Bước sóng của bức xạ bằng bao nhiêu ?
- 14 Có bao nhiêu vân dịch chuyển qua detectơ khi gương di chuyển được của giao thoa kế Michelson dịch một quãng $0,1152\text{mm}$? Ánh sáng được dùng có bước sóng $754,1\text{nm}$.
- 15 Giả sử một bản phẳng thuỷ tinh rất nhỏ, dày $1,00\mu\text{m}$ và có chiết suất 1,458 được đặt phía sau một khe trong thí nghiệm hai khe có $\lambda = 488\text{nm}$, $D = 1,14\text{m}$ và $d = 0,150\text{mm}$. Hỏi các vân dịch chuyển một khoảng bao nhiêu khi bản phẳng nói trên được đặt phía sau một khe ?

- 16 Ánh sáng phát ra từ hơi cadimi được đốt nóng có hai bước sóng nhìn thấy khác nhau $479,99\text{nm}$ và $508,58\text{nm}$. Ánh sáng này đi tới một hệ hai khe có $d = 0,55\text{mm}$ và $D = 1,25\text{m}$. Sau bao nhiêu vân thì cực đại của một hệ vân này sẽ trùng với cực tiểu của hệ vân kia ?

BÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Gương Lloyd.** Hình giao thoa giống như hình giao thoa hai khe có thể được tạo ra bằng cách dùng gương Lloyd (hình 32-20). Với các góc tới là gần như 100% ánh sáng tới mặt thuỷ tinh đều bị phản xạ, sao cho chùm phản xạ gần như có cùng biên độ ở P như chùm đi qua trực tiếp từ S tới P. Khe S và ảnh ảo S' của nó đóng vai trò như các nguồn kết hợp. Hãy rút ra các biểu thức giống như các phương trình (32-1) và (32-2) cho vị trí của các vân sáng và vân tối trên màn.

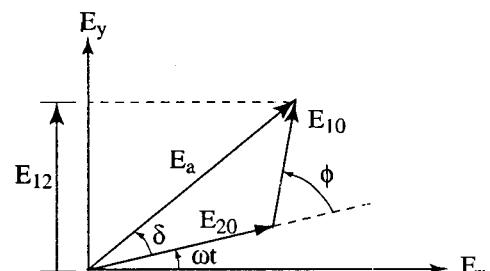


Hình 32-20. BTNC 1 : Gương Lloyd. Khe S và ảnh ảo S' của nó đóng vai trò như các nguồn kết hợp.

- 2 **Cường độ từ các khe có kích thước khác nhau.** Giả sử các khe trong thí nghiệm hai khe có độ rộng khác nhau tới mức các thành phần vectơ của điện trường do các sóng gây ra có các biên độ khác nhau. Như vậy :

$$E_1 = E_{10} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{và } E_2 = E_{20} \sin(\omega t)$$



Hình 32-21. BTNC 2

Cường độ do các khe tạo ra khi hoạt

động một mình là $I_1 \sim E_{10}^2$ và $I_2 \sim E_{20}^2$. (a) Dùng hình 32-21 chứng minh rằng thành phần của điện trường tổng hợp là :

$$E_a = E_a \sin(\omega t + \delta)$$

ở đây E_a là biên độ của sóng tổng hợp và δ là hằng số pha. (b) Dùng định luật côsi để tìm E_a , chứng minh rằng :

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

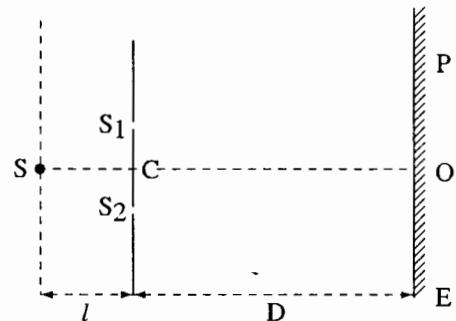
(c) Chứng minh rằng đáp số của bạn thu về phương trình (32-5) khi $E_{10} = E_{20} = E_0$.

3

Che một khe và dịch chuyển nguồn.

Trong thí nghiệm hai khe Young (hình 32-22), khoảng cách giữa hai khe S_1S_2 là $d = 1\text{mm}$, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát E là $D = 1,2\text{m}$. (a) Khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp $i = 0,6\text{mm}$. Tìm bước sóng phát ra từ khe S.

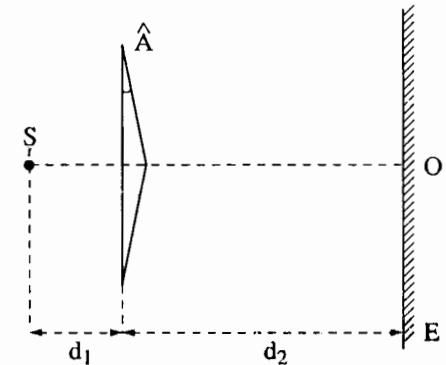
(b) Trước khe S_1 đặt một bản mỏng trong suốt có bề dày $e = 2\mu\text{m}$ và có chiết suất 1,5. Xác định vị trí mới của vân sáng chính giữa. (c) Để đưa vân sáng chính giữa về lại vị trí ban đầu O, người ta phải dịch chuyển khe S dọc theo phương vuông góc với đường CO. Hỏi phải dịch chuyển theo chiều nào và với độ lớn bằng bao nhiêu? cho biết khoảng cách $SC = l = 1\text{m}$. (d) Đưa khe S về vị trí ban đầu và bản mỏng được lấy ra, giả sử khe S phát ánh sáng trắng có bước sóng từ $0,4\mu\text{m}$ đến $0,76\mu\text{m}$. Tại điểm P trên màn cách O một khoảng 2mm có những ánh sáng đơn sắc nào cho vân sáng.



Hình 32-22. BTNC 3

4

Lưỡng lăng kính Fresnel gồm hai lăng kính giống nhau, các đáy được gắn với nhau bằng nhựa trong suốt. Mỗi lăng kính có góc chiết quang $A = 1^\circ$ và có chiết suất $n = 1,5$. Trước lưỡng lăng kính ta đặt một khe sáng hẹp S song song với cạnh của các lăng kính và nằm trong mặt phẳng chứa đáy các lăng kính (hình 32-23). Khoảng cách từ khe S đến lưỡng lăng kính $d_1 = 20\text{cm}$,

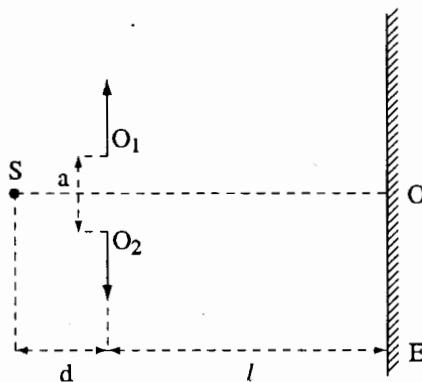


Hình 32-23. BTNC 4
Lưỡng lăng kính Fresnel.

khoảng cách từ lưỡng lăng kính đến màn quan sát $d_2 = 6\text{m}$, màn quan sát này vuông góc với trục đối xứng của lưỡng lăng kính. (a) Hãy chỉ ra rằng lưỡng lăng kính tương đương với máy giao thoa hai khe Young; vẽ miền giao thoa và tính bề rộng của nó. (b) Tính khoảng vân i , cho biết khe S phát ánh sáng đơn sắc $\lambda = 0,56\mu\text{m}$. Trên bề mặt của một trong hai lăng kính người ta phủ một lớp nhựa trong suốt có mặt song song và có chiết suất $n' = 1,696$, lúc đó hệ vân dịch chuyển một đoạn bằng $8,1\text{mm}$. (c) Tính bề dày của lớp nhựa.

5

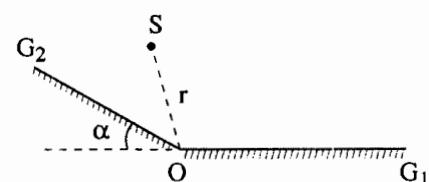
Lưỡng thấu kính Bier. Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 50\text{cm}$, khẩu độ có bán kính $R = 3\text{cm}$. Cưa đôi thấu kính thành hai phần bằng nhau theo mặt phẳng qua trục chính và vuông góc với tiết diện của thấu kính. Tách hai nửa thấu kính ra một khoảng $a = 1\text{mm}$ để tạo thành một khe hở (hình 32-24). Một nguồn sáng điểm S phát ánh sáng đơn sắc có $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ đặt trên trục chính và cách thấu kính một khoảng $d = 75\text{cm}$. Sau thấu kính đặt một màn quan sát E vuông góc với trục chính và cách thấu kính một khoảng l .
(a) Hãy chỉ ra rằng lưỡng thấu kính Bier trên tương đương với máy giao thoa hai khe Young. Bắt đầu từ giá trị nào của l ta có thể quan sát được các vân giao thoa trên màn. (b) Cho $l = 3\text{m}$, tìm khoảng vân i và số vân sáng quan sát được trên màn.



Hình 32-24. BTNC 5 : Lưỡng thấu kính Bier.

6

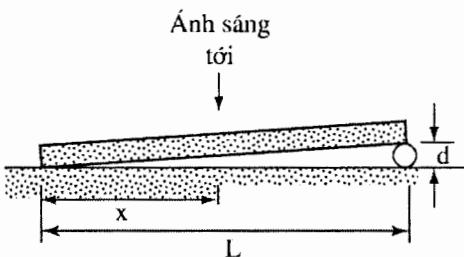
Lưỡng gương phẳng Fresnel. Một hệ thống hai gương phẳng G_1, G_2 đặt nghiêng với nhau một góc $\alpha = 12^\circ$ (hình 32-25). Khoảng cách từ giao tuyến O của hai gương đến khe sáng S là $r = 10\text{cm}$. Ánh sáng đơn sắc do khe S phát ra có bước sóng $\lambda = 0,55\mu\text{m}$.
(a) Hãy chỉ ra rằng lưỡng gương phẳng trên tương đương với máy giao thoa hai khe Young. Tìm khoảng cách giữa các ảnh ảo S_1, S_2 cho bởi hai gương. (b) Tính khoảng vân i của các vân giao thoa trên màn quan sát E đặt song song với S_1S_2 và cách giao tuyến O một khoảng $l = 130\text{cm}$. (c) Tìm số vân sáng có trên màn quan sát. (d) Nếu khe sáng S dịch chuyển một đoạn $s = 1\text{mm}$ trên cung tròn bán kính r , tâm O thì hệ thống vân trên màn dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu ?



Hình 32-25. BTNC 6
Lưỡng gương phẳng Fresnel.

7

Các vân do nêm không khí gây ra. Một nêm mỏng không khí tồn tại giữa hai bản thuỷ tinh (hình 32-26). Ánh sáng đơn sắc từ phía trên đi tới và gân như vuông góc với mặt của hai bản phẳng. Hãy tìm các biểu thức cho vị trí x của : (a) Các vân tối ; (b) Các vân sáng trong ánh sáng phản xạ. (c) Tìm khoảng cách giữa các vân tối đối với trường hợp $d = 31\mu\text{m}$, $L = 0,27\text{m}$, $\lambda = 724\text{nm}$.



Hình 32-26. BTNC 7

8

Vân nêm của màng xà phòng. Một màng mỏng nước xà phòng chiết suất $n = 1,33$ được đặt thẳng đứng, vì nước xà phòng dồn xuống dưới nên màng có dạng hình nêm. Quan sát các vân giao thoa của ánh sáng phản xạ màu xanh có bước sóng $\lambda = 546\text{nm}$ theo hướng vuông góc với mặt nêm, người ta thấy khoảng cách giữa 6 vân bằng 2cm. (a) Tìm góc nghiêng của nêm. (b) Nếu chiếu đồng thời hai chùm tia ánh sáng đơn sắc theo phương vuông góc với mặt nêm có bước sóng $\lambda_1 = 500\text{nm}$ và $\lambda_2 = 600\text{nm}$ thì hệ thống vân trên mặt nêm như thế nào ? Xác định vị trí tại đó các vân tối của hai hệ thống vân trùng nhau.

9

Vân tròn Newton. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc vuông góc với bản cho vân tròn Newton và quan sát các vân giao thoa của chùm tia phản xạ. (a) Bán kính của hai vân tối liên tiếp lần lượt là 4,00mm và 4,38mm, bán kính cong của thấu kính $R = 6,4\text{m}$, tìm số thứ tự của các vân tối trên và bước sóng của ánh sáng tới. (b) Chứng minh rằng bán kính của các vân sáng được cho bởi công thức :

$$r_m = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda R} \quad \text{với } m = 0, 1, 2, \dots$$

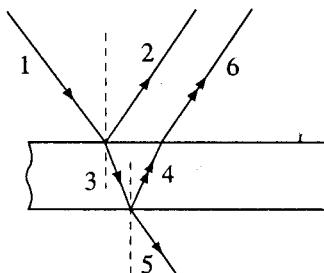
(c) Đổ đầy một chất lỏng vào khe giữa thấu kính và bản thuỷ tinh phẳng, ta thấy bán kính của vân tối thứ ba bằng 2,66mm. Hãy xác định chiết suất của chất lỏng đó.

- 10** **Cường độ trong giao thoa kế Michelson.** Chứng minh rằng cường độ tại detector trong giao thoa kế Michelson (hình 32-12) thay đổi theo vị trí x của gương di động được như sau :

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{2\pi x}{\lambda}$$

Đoán nhận I_0 và $x = 0$ như thế nào ?

- 11** **So sánh cường độ của các chùm phản xạ từ hai mặt đối diện của một màng mỏng.** Khi ánh sáng được phản xạ vuông góc từ bề mặt của một vật liệu trong suốt đặt trong không khí, tỉ số giữa cường độ của chùm phản xạ và chùm tới là $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ với n là chiết suất của vật liệu. Trên hình 32-27, đặt I_1 là cường độ của chùm (1) hoạt động một mình và giả định rằng màng là màng nước ($n = 1,33$). (a) Xác định I_2 theo I_1 . (b) Dùng kết quả tìm được ở phần (a), đánh giá I_6 theo I_1 . So sánh các đáp số ở phần (a) và (b) để biện minh cho giả thiết cho rằng, các chùm (2) và (6) khi hoạt động riêng biệt sẽ có hâu như cùng một cường độ.



Hình 32-27. BTNC 11

- 12** **Giao thoa kế Fabry – Perot.** (a) Chứng minh rằng cường độ tại detector trong giao thoa kế Fabry – Perot có công thức như sau :

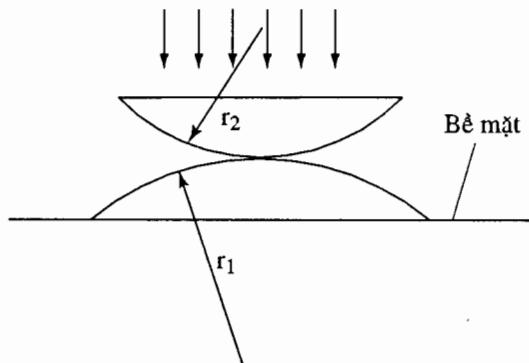
$$I = \frac{I_0 T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

trong đó R là hệ số phản xạ và T là hệ số truyền qua bản bán màng, ϕ là hiệu số pha giữa hai tia liên tiếp bằng :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos i = \frac{4\pi d \cos i}{\lambda}$$

(b) Từ công thức trên suy ra cường độ cực đại và cực tiểu của các vân giao thoa và các điều kiện để có giao thoa tăng cường và giao thoa huỷ nhau (tức vân sáng và vân tối).

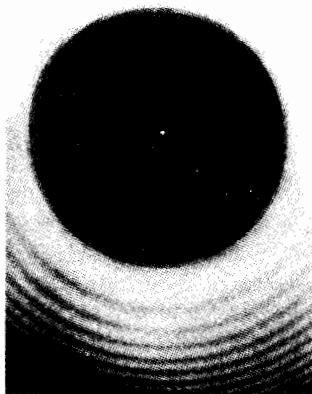
- 13 **Newton kép.** Hai thấu kính phẳng lồi có bán kính 2,00m và 3,00m. Chúng được đặt tiếp xúc với nhau, và được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng 650nm (hình 32-28). Bán kính của vân sáng thứ mười bao nhiêu ?



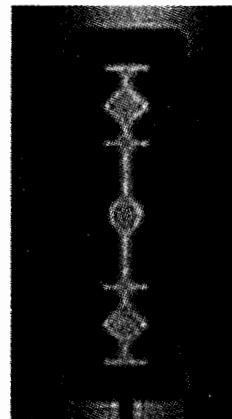
Hình 32-28. BTNC 13

- 14 **Cặp khe cọc cách.** Một khe của hệ hai khe có bề rộng hơn kia 15%.
(a) Cường độ ở các cực đại được tăng lên bao nhiêu phần trăm ? (b) Cường độ ở các cực tiểu được biểu diễn theo cường độ ở các cực đại như thế nào ?

NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG



(a)



(b)



(c)

Hình ảnh nhiễu xạ của : (a) một đồng xu, (b) lưỡi dao cạo, (c) khe hẹp.

33-1. Nhiễu xạ

33-2. Nhiễu xạ Fresnel

33-3. Nhiễu xạ qua một khe

33-4. Phân bố cường độ một khe

33-5. Giới hạn của độ phân giải

33-6. Cách tử nhiễu xạ

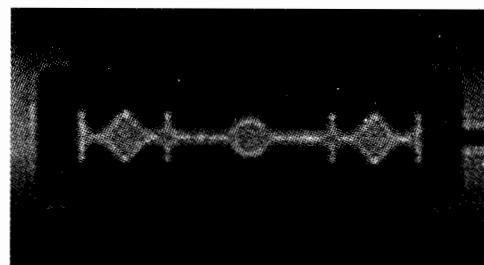
33-7. Nhiễu xạ tia X bởi các tinh thể

33-1. NHIỀU XẠ

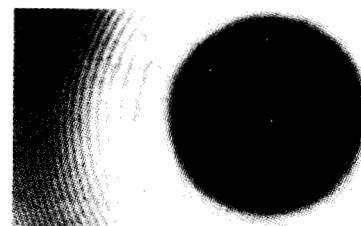
Chúng ta đã quen với khái niệm ánh sáng truyền theo đường thẳng trong môi trường đồng tính. Theo giả thiết này, vùng tối tạo bởi một màn chắn được nguồn sáng điểm rơi vào sẽ có các mép sắc nét. Tuy nhiên hình 33-1 cho thấy vùng tối của một lưỡi dao cạo được chiếu sáng bằng một nguồn điểm. Như bạn có thể thấy, các mép của vùng tối không sắc nét : có các vân quanh các mép của vùng tối. Như vậy có sự uốn cong của ánh sáng xung quanh mép của màn chắn, hơn thế nữa còn tạo bức tranh giao thoa có các vân sáng và tối. Hiện tượng này gọi là **nhiều xạ**, mức độ nhiều xạ phụ thuộc vào bước sóng : bước sóng càng lớn, sự uốn cong của ánh sáng càng đáng kể. Giả thiết cho rằng ánh sáng đi theo đường thẳng vẫn thường đúng vì ánh sáng có bước sóng rất nhỏ. Nếu ta không nhìn thật gần, nhiều xạ có thể bị bỏ qua.

Một hiện tượng khác thường có tên là *chấm sáng Arago* (đôi khi cũng được gọi là *chấm Poisson*) cho ta một ví dụ đáng chú ý nữa về sự nhiễu xạ. Nếu một vật có hình đĩa, như một đồng xu nhỏ chẳng hạn được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc phát ra từ một nguồn điểm, một chấm sáng sẽ xuất hiện ở tâm của vùng tối (hình 33-2).

Chấm sáng Arago đóng một vai trò lí thú trong việc phát triển quang học sóng. Năm 1819, A. J. Fresnel (1788 – 1827) đã đưa ra một lí thuyết sóng của ánh sáng để giải thích hiện tượng nhiễu xạ. Hoài nghi lí thuyết này, S. D. Poisson (1781 – 1840) đã chứng minh được rằng lí thuyết của Fresnel tiên đoán sẽ có chấm sáng ở tâm của vùng tối,



Hình 33-1. Vùng tối của một lưỡi dao cạo. Lưỡi dao được chiếu bằng một ánh sáng đơn sắc, phát ra từ một nguồn nhỏ (gần như là nguồn điểm). Các vân giao thoa được hình thành ở mép vùng tối.



Hình 33-2. Chấm sáng Arago.

một kết quả khó tin. Song sự phát hiện sau đó về chấm sáng của D. E. J. Arago (1786 – 1853) đã cho ta một xác nhận đầy ấn tượng về bản chất sóng của ánh sáng.

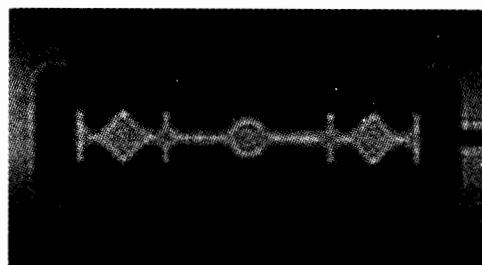
Nghiên cứu về nhiễu xạ được chia thành hai loại : **nhiều xạ Fresnel** và **nhiều xạ Fraunhofer**. Trong nhiễu xạ Fresnel, các sóng đập vào màn chắn và màn quan sát không nhất thiết phải là các sóng phẳng, mà có thể là sóng cầu và khoảng cách từ màn chắn đến nguồn sáng có thể là gần. Còn trong nhiễu xạ Fraunhofer, nguồn và

33-1. NHIỄU XẠ

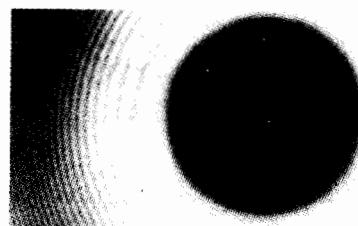
Chúng ta đã quen với khái niệm ánh sáng truyền theo đường thẳng trong môi trường đồng tính. Theo giả thiết này, vùng tối tạo bởi một màn chắn được nguồn sáng điểm rơi vào sẽ có các mép sắc nét. Tuy nhiên hình 33-1 cho thấy vùng tối của một lưỡi dao cạo được chiếu sáng bằng một nguồn điểm. Như bạn có thể thấy, các mép của vùng tối không sắc nét : có các vân quanh các mép của vùng tối. Như vậy có sự uốn cong của ánh sáng xung quanh mép của màn chắn, hơn thế nữa còn tạo bức tranh giao thoa có các vân sáng và tối. Hiện tượng này gọi là **nhiễu xạ**, mức độ nhiễu xạ phụ thuộc vào bước sóng : bước sóng càng lớn, sự uốn cong của ánh sáng càng đáng kể. Giả thiết cho rằng ánh sáng đi theo đường thẳng vẫn thường đúng vì ánh sáng có bước sóng rất nhỏ. Nếu ta không nhìn thật gần, nhiễu xạ có thể bị bỏ qua.

Một hiện tượng khác thường có tên là *chấm sáng Arago* (đôi khi cũng được gọi là *chấm Poisson*) cho ta một ví dụ đáng chú ý nữa về sự nhiễu xạ. Nếu một vật có hình đĩa, như một đồng xu nhỏ chẳng hạn được chiếu bằng ánh sáng đơn sắc phát ra từ một nguồn điểm, một chấm sáng sẽ xuất hiện ở tâm của vùng tối (hình 33-2).

Chấm sáng Arago đóng một vai trò lí thú trong việc phát triển quang học sóng. Năm 1819, A. J. Fresnel (1788 – 1827) đã đưa ra một lí thuyết sóng của ánh sáng để giải thích hiện tượng nhiễu xạ. Hoài nghi lí thuyết này, S. D. Poisson (1781 – 1840) đã chứng minh được rằng lí thuyết của Fresnel tiên đoán sẽ có chấm sáng ở tâm của vùng tối,



Hình 33-1. Vùng tối của một lưỡi dao cạo. Lưỡi dao được chiếu bằng một ánh sáng đơn sắc, phát ra từ một nguồn nhỏ (gần như là nguồn điểm). Các vân giao thoa được hình thành ở mép vùng tối.



Hình 33-2. Chấm sáng Arago.

một kết quả khó tin. Song sự phát hiện sau đó về chấm sáng của D. E. J. Arago (1786 – 1853) đã cho ta một xác nhận đầy ấn tượng về bản chất sóng của ánh sáng.

Nghiên cứu về nhiễu xạ được chia thành hai loại : **nhiễu xạ Fresnel** và **nhiễu xạ Fraunhofer**. Trong nhiễu xạ Fresnel, các sóng đập vào màn chắn và màn quan sát không nhất thiết phải là các sóng phản, mà có thể là sóng cầu và khoảng cách từ màn chắn đến nguồn sáng có thể là gần. Còn trong nhiễu xạ Fraunhofer, nguồn và

màn phải ở xa màn chấn nhiễu xạ một khoảng cách vô cùng lớn sao cho các sóng đập vào màn chấn và màn quan sát là các sóng phẳng. Nhiễu xạ Fraunhofer là một trường hợp riêng và khảo sát đơn giản hơn nhiễu xạ Fresnel. Nhiễu xạ Fraunhofer có

thể thực hiện được bằng thực nghiệm nhờ dùng các thấu kính hay trong một phép gần đúng tốt, bằng cách đặt nguồn và màn hình quan sát nằm cách vật nhiễu xạ một khoảng lớn.

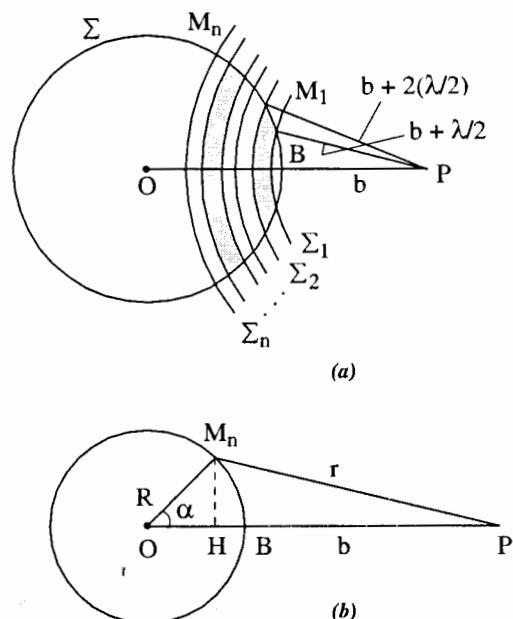
33-2. NHIỄU XẠ FRESNEL

Phương pháp đối cầu Fresnel

Trong chương 31, ta đã đề cập tới nguyên lí Huygens, thực nghiệm chứng tỏ rằng nguyên lí này đúng với mọi loại sóng. Chúng ta có thể phát biểu lại nguyên lí Huygens đối với ánh sáng : *bất kì điểm nào có ánh sáng truyền tới đều trở thành nguồn sáng thứ cấp phát ánh sáng về phía trước nó.*

Để tính thành phần điện trường tại một điểm P nào đó, chúng ta hãy tưởng tượng có một mặt sáng thứ cấp và cường độ sáng tại điểm P là do các nguồn điểm trên mặt thứ cấp đó gửi tới. Muốn vậy phải biết biên độ và pha của các nguồn thứ cấp. Nguyên lí Huygens chưa đề cập gì đến vấn đề này, do đó Fresnel đã bổ sung thêm nguyên lí sau đây : *Biên độ và pha của nguồn thứ cấp là biên độ và pha do nguồn thực gây ra tại nguồn thứ cấp.* Fresnel đã đưa ra một phương pháp để có thể tính được thành phần điện trường tại một điểm thông qua mặt sáng thứ cấp này.

Xét một nguồn sáng điểm O và một điểm P được chiếu sáng (hình 33-3). Ta dựng một mặt cầu Σ tâm O có bán kính $R < OP$, đặt $BP = b$. Từ điểm P vẽ các mặt cầu $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2\dots$ có bán kính lần lượt là $b, b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, \dots$ với λ là bước sóng ánh sáng của



Hình 33-3. (a) Các đối cầu Fresnel. (b) Bán kính của đối cầu.

nguồn O phát ra. Các mặt $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2\dots$ sẽ chia mặt Σ thành các đối cầu gọi là *các đối cầu Fresnel*. Với cách chia như vậy chúng ta hãy xem các đối cầu Fresnel có những đặc điểm gì. Trước hết ta xét diện tích của đối thứ n (hình 33-3a và b) :

$$dS_n = 2\pi M_n H \cdot \widehat{M_n M_{n+1}}$$

trong đó $M_n H = r_n$, bán kính của đối thứ n, nó bằng $r_n = R \sin \alpha$. Còn cung $\widehat{M_n M_{n+1}} = R d\alpha$, do đó $dS_n = 2\pi R^2 \sin \alpha d\alpha$. Mặt khác, trong tam giác $OM_n P$ ta có :

$$r^2 = \left(b + n \frac{\lambda}{2} \right)^2$$

$$= R^2 + (R + b)^2 - 2R(R + b)\cos\alpha$$

Nếu lấy vi phân hai vế thì có :

$$2rdr = 2R(R + b)\sin\alpha d\alpha$$

suy ra :

$$R\sin\alpha d\alpha = \frac{rdr}{R + b}$$

trong đó $dr = \frac{\lambda}{2}$. Thay vào biểu thức của diện tích dS_n , ta được :

$$dS_n = \frac{\pi Rb}{R + b} \lambda \quad (33-1)$$

Như vậy diện tích của đới cầu thứ n không phụ thuộc vào n , cũng có nghĩa là diện tích của các đới cầu đều bằng nhau. Bây giờ chúng ta xét đến bán kính của mỗi đới : $r_n = R\sin\alpha$, do góc α nhỏ nên có thể xem $r_n \approx R\alpha$. Mặt khác trong tam giác OM_nP (hình 33-3b), ta có :

$$\left(b + n \frac{\lambda}{2} \right)^2 = R^2 + (R + b)^2 - 2R(R + b)\cos\alpha$$

$$\text{với } \cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Bỏ qua số hạng vô cùng bé λ^2 và sắp xếp lại công thức trên ta tìm được :

$$\alpha = \sqrt{\frac{n\lambda}{R(R + b)}}$$

$$\text{Từ đó : } r_n \approx R\alpha = \sqrt{\frac{R\lambda}{R + b}} n \quad (33-2)$$

Như vậy là bán kính của đới cầu thứ n phụ thuộc vào căn bậc hai của số nguyên n . Theo nguyên lý Huygens mỗi đới xem là một nguồn thứ cấp gửi ánh sáng tới P , do có diện tích bằng nhau nên cường độ sáng

của mỗi đới là như nhau. Các đới này là các nguồn kết hợp, do đó có sự giao thoa. Thành phần điện trường E tại điểm P sẽ là tổng hợp của các thành phần điện trường do từng đới gửi tới P . Gọi E_{0n} là biên độ của thành phần điện trường do đới thứ n gây ra tại P , ta thấy khi n tăng lên thì các đới cầu càng xa điểm P . Góc nghiêng θ của các đới cũng tăng lên do đó sóng ánh sáng gửi tới P cũng giảm dần, vì vậy biên độ E_{0n} giảm dần khi n tăng, do đó :

$$E_{01} > E_{02} > E_{03} > \dots$$

Tuy nhiên, khoảng cách từ các đới đến điểm P và góc nghiêng θ tăng rất chậm nên các biên độ cũng giảm chậm, ta có thể coi biên độ E_{0n} như là trung bình cộng của biên độ hai đới bên cạnh :

$$E_{0n} = \frac{E_{0,n-1} - E_{0,n+1}}{2} \quad (33-3)$$

Mặt khác do khoảng cách từ hai đới liên tiếp đến điểm P khác nhau $\frac{\lambda}{2}$, trong khi đó các đới cầu đều nằm trên cùng mặt sóng cầu Σ nên pha dao động của mọi điểm trên mọi đới cầu đều như nhau (theo bổ sung của Fresnel). Kết quả là hai đới liên tiếp sẽ gây ra tại P các dao động sáng có hiệu pha là :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi$$

Vậy, thành phần điện trường tại điểm P do hai đới liên tiếp gửi tới *ngược pha nhau*, và thành phần điện trường tổng hợp tại P có biên độ là :

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} \dots \quad (33-4)$$

Bây giờ chúng ta sẽ vận dụng các kết quả ở trên để nghiên cứu nhiễu xạ qua một lỗ tròn và qua một đĩa tròn gây bởi nguồn điểm ở gần.

Nhiễu xạ qua một lỗ tròn

Xét sự truyền ánh sáng từ nguồn điểm O đến một điểm P qua một lỗ tròn AB khoét trên một màn chắn (hình 33-4). Vẽ mặt cầu Σ tâm O tựa vào lỗ AB. Từ P làm tâm vẽ các đối cầu Fresnel trên mặt Σ , giả sử lỗ chứa n đối. Biên độ của thành phần điện trường tổng hợp tại P là :

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - \dots \pm E_{0n}$$

Lấy dấu cộng (+) nếu n là số lẻ, dấu trừ (-) nếu n là số chẵn. Ta sắp xếp lại biểu thức trên :

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \dots + \begin{cases} \frac{E_{0n}}{2} & \text{nếu } n \text{ lẻ} \\ \frac{E_{0,n-1}}{2} - E_{0n} \approx -\frac{E_{0n}}{2} & \text{nếu } n \text{ chẵn.} \end{cases}$$

Từ phương trình (33-3) ta rút ra :

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} \pm \frac{E_{0n}}{2} \begin{cases} \text{dấu + khi } n \text{ lẻ} \\ \text{dấu - khi } n \text{ chẵn} \end{cases} \quad (33-5)$$

Chúng ta có thể rút ra một số kết luận sau :

1. Khi không có màn chắn hoặc lỗ có kích thước lớn thì $E_{0n} \approx 0$ nên cường độ sáng tại P là $I_0 = \frac{E_{01}^2}{4} = \frac{I_1}{4}$.

2. Nếu lỗ chứa một số lẻ đối thì :

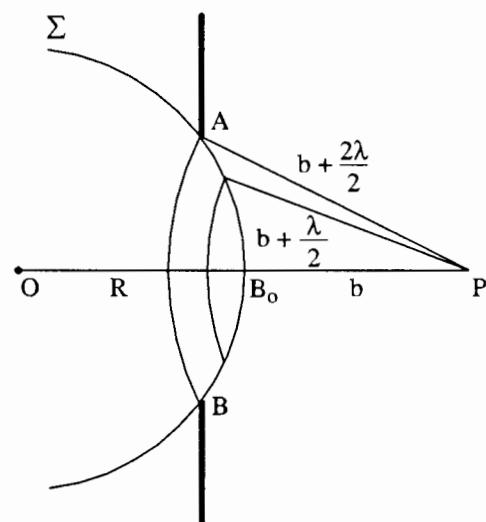
$$I = \left(\frac{E_{01}}{2} + \frac{E_{0n}}{2} \right)^2 > I_0, \text{ tức là điểm P sáng}$$

hơn so với khi không có màn chắn. Đặc biệt khi có một đối thì $I_1 = (E_{01})^2 = 4I_0$, nghĩa là cường độ sáng tại P gấp 4 lần cường độ sáng khi không có màn chắn.

3. Nếu lỗ chứa một số chẵn đối thì :

$$I = \left(\frac{E_{01}}{2} - \frac{E_{0n}}{2} \right)^2 < I_0, \text{ cường độ sáng tại}$$

P nhỏ hơn so với khi không có màn chắn. Đặc biệt khi $n = 2$ thì do $E_{01} \approx E_{02}$ nên $I = 0$, lúc đó điểm P là điểm tối. Như vậy chúng ta thấy rằng điểm P có thể sáng hơn lên hay tối đi so với khi không có màn chắn tùy theo kích thước của lỗ và vị trí của màn quan sát.



Hình 33-4. Nghiên cứu qua một lỗ tròn gây bởi nguồn điểm ở gần.

Nhiễu xạ qua một đĩa tròn

Bây giờ ta đặt giữa nguồn sáng điểm O và điểm quan sát P một đĩa tròn chắn sáng có bán kính r_0 (hình 33-5). Giả sử đĩa che mất m đối Fresnel đầu tiên, khi đó biên độ của thành phần điện trường tổng hợp tại P là :

$$E_0 = E_{0,m+1} - E_{0,m+2} + E_{0,m+3} - \dots$$

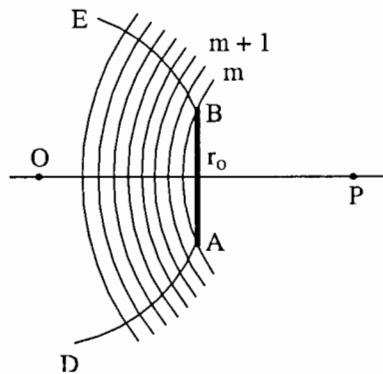
$$= \frac{E_{0,m+1}}{2} + \left(\frac{E_{0,m+1}}{2} - E_{0,m+2} + \frac{E_{0,m+3}}{2} \right) + \dots$$

Các biểu thức trong dấu ngoặc bằng không, hơn nữa số đối còn lại tiến tới vô cùng nên :

$$E_0 \approx \frac{E_{0,m+1}}{2} \quad (33-6)$$

Như vậy, mặc dù bị che khuất nhưng tại điểm P vẫn có cường độ sáng khác không.

Nếu đĩa tròn nhỏ, tức là m nhỏ thì $E_{0,m+1} \approx 0$ và không khác E_{01} bao nhiêu nên cường độ sáng tại P cũng gần bằng cường độ sáng như khi không có đĩa che. Trường hợp nếu đĩa tròn lớn, tức là m lớn thì $E_{0,m+1} \approx 0$ và cường độ sáng tại P thực tế bằng không.



Hình 33-5. Nhiễu xạ qua một đĩa tròn.

VÍ DỤ 33-1

Tìm bán kính của lỗ tròn. Một nguồn sáng điểm O đặt cách lỗ tròn 2m phát ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5\mu\text{m}$, sau lỗ tròn 2m đặt một màn quan sát. Tìm bán kính của lỗ tròn để tâm nhiễu xạ là sáng nhất.

Giải. Muốn tâm nhiễu xạ là sáng nhất thì lỗ tròn phải chứa một đới cầu Fresnel tức là $n = 1$, từ phương trình (33-2) ta có :

$$r_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}} \cdot 1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{2+2}} \cdot 1 = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{m} = 0,71 \text{mm}.$$

Bài tự kiểm tra 33-1

Chiếu một chùm tia song song có $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ thẳng góc đến lỗ tròn có bán kính bằng 1mm. Xác định khoảng cách lớn nhất từ lỗ tròn đến màn quan sát để tâm của hình nhiễu xạ trên màn là tối nhất.

$$\text{Đáp số : } b = \frac{r_2^2}{2\lambda} = \frac{1^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1\text{m.}$$

VÍ DỤ 33-2

Xác định khoảng cách từ đĩa tròn chắn sáng đến màn quan sát. Đặt chính giữa nguồn sáng điểm và màn quan sát một đĩa tròn chắn sáng có đường kính 1mm. ánh sáng do nguồn phát ra có bước sóng $\lambda = 0,6\mu\text{m}$. Tìm khoảng cách giữa nguồn sáng và màn quan sát để cường độ sáng tại P giống như khi không có đĩa tròn, biết rằng điểm P và nguồn sáng đều nằm trên trục của đĩa tròn.

Giải. Cường độ sáng tại P khi chưa có đĩa tròn là $I_0 = \frac{E_{01}^2}{4}$. Khi đặt đĩa tròn, giả sử đĩa tròn che mất m đới cầu Fresnel đầu tiên. Khi đó cường độ sáng tại P là :

$$I = \left(\frac{E_{0,m+1}}{2} \right)^2 = \frac{E_{0,m+1}^2}{4}$$

Muốn $I \approx I_0$ thì $m = 1$, vì khi đó $I = \frac{E_{02}^2}{4} \approx \frac{E_{01}^2}{4}$. Theo phương trình (33-2) ta có :

$$r_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}$$

với $R = b = \frac{x}{2}$. Suy ra :

$$x = \frac{4r_1^2}{\lambda} = \frac{4.(0,5 \cdot 10^{-3})^2}{0,6 \cdot 10^{-6}} \approx 1,67 \text{m.}$$

Bài tự kiểm tra 33-2

Một màn ảnh đặt cách nguồn sáng điểm đơn sắc (có $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$) một khoảng 2m. Chính giữa khoảng đó đặt một lỗ tròn đường kính 0,2cm. Hình nhiễu xạ trên màn có tâm sáng hay tối.

Đáp số : Tối.

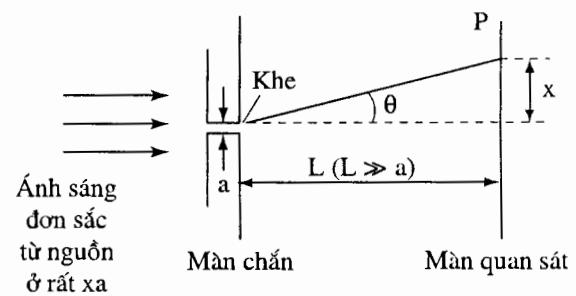
33-3. NHIỄU XẠ QUA MỘT KHE

Trong mục này, ta sẽ mô tả hình nhiễu xạ do một chùm tia sáng song song đi qua một khe hẹp tạo ra, đó là nhiễu xạ Fraunhofer : nguồn và màn nằm xa khe so với độ rộng của khe.

Trên hình 33-6 chúng ta biểu diễn chùm ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ đi tới một khe có bề rộng a . Ánh sáng đi qua khe và đập vào màn tạo ra *hình nhiễu xạ một khe* như được cho trên hình 33-7a. Hình 33-7b cho thấy phân bố cường độ như một hàm của $\sin\theta$, với θ là góc xác định vị trí một điểm trên màn. Hình nhiễu xạ bao gồm một cực đại sáng ở giữa cùng với các cực đại thứ cấp. Cường độ của mỗi cực đại thứ cấp kế tiếp giảm theo khoảng cách tính từ tâm. Giữa các cực đại kế tiếp nhau, có

các cực tiêu về cường độ xảy ra ở các góc θ_m được cho bởi :

$$\begin{aligned} a \sin \theta_m &= \pm m\lambda \\ (m &= 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (33-7)$$



Hình 33-6. Cách bố trí trong thí nghiệm một khe (nhiễu xạ Fraunhofer).

Chú ý rằng $m = 0$ không có mặt trong các giá trị của m cho các cực tiểu về cường độ. Thật vậy $m = 0$ ứng với tâm của hình giao thoa, hay ở giữa cực đại trung tâm. Điều đó có nghĩa là độ rộng của cực đại trung tâm bằng hai lần độ rộng của các cực đại thứ cấp, như bạn có thể thấy trên hình 33-7.

Trên hình 33-7 các cực đại thứ cấp nằm gần đúng giữa hai cực tiểu kề nhau. Như vậy, các góc θ_m xác định vị trí của các cực đại thứ cấp được cho bởi :

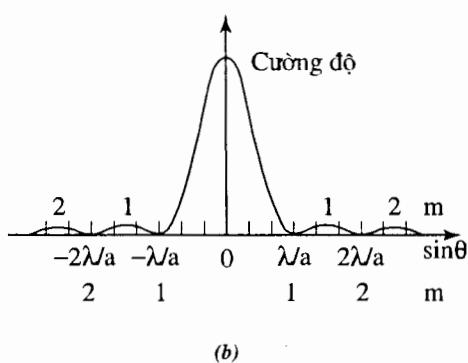
$$a \sin \theta_m = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (33-8)$$

$$(m \approx 1, 2, \dots)$$

Chú ý rằng, giá trị của m chỉ ra cặp cực đại thứ cấp chỉ xấp xỉ là một số nguyên vì các cực đại này chỉ nằm gần chính giữa các cực tiểu liền kề của chúng. Đánh giá chính xác hơn hai giá trị thấp nhất của m là $m = 0,93$ và $m = 1,96$ (mục sau trình bày chính xác hơn).



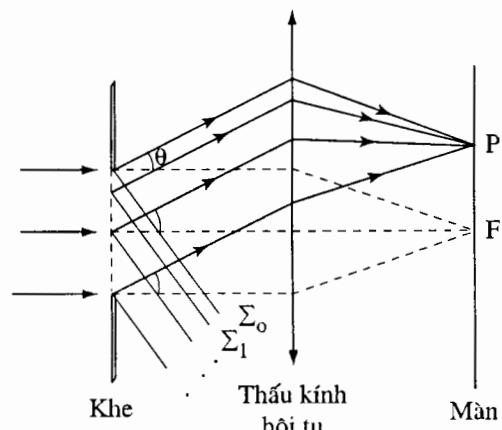
(a)



Hình 33-7. Hình nhiễu xạ một khe. (a) Ảnh chụp hình nhiễu xạ. (b) Phân bố cường độ.

Ta có thể giải thích sự tạo thành hình giao thoa qua một khe như sau : Khi qua khe các tia sáng nhiễu xạ theo nhiều phương, tách các tia nhiễu xạ theo một phương θ nào đó, chùm tia này gặp nhau tại vô cùng hay tại một điểm P trong mặt phẳng tiêu của thấu kính hội tụ. Với các giá trị của θ khác nhau chùm nhiễu xạ sẽ hội tụ tại các điểm khác nhau. Tuỳ theo giá trị θ , điểm P có thể sáng hoặc tối khi thoả mãn những điều kiện nhất định. Vì sóng gửi tới khe là sóng phẳng nên các điểm trên mặt khe có cùng pha và cùng biên độ dao động. Với các tia nhiễu xạ theo phương $\theta = 0$, các tia đi tới tâm của màn (điểm F) đều cùng khoảng cách. Do đó các sóng cùng pha nhau và giao thoa được tăng cường tạo ra một cực đại về cường độ, kết quả tại tâm màn (điểm F) là một điểm sáng gọi là **cực đại giữa**. Còn với những tia nhiễu xạ theo một phương θ bất kì thì ta vẽ các mặt phẳng $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots$ cách nhau một nửa bước sóng và vuông góc với chùm tia nhiễu xạ (hình 33-8). Các mặt phẳng này chia mặt khe thành các khe sơ cấp gọi là các dải, bề rộng mỗi dải bằng $\frac{\lambda}{2 \sin \theta}$ và số

$$\text{dải trên khe là : } n = \frac{a}{\lambda / (2 \sin \theta)} = \frac{2a \sin \theta}{\lambda}.$$



Hình 33-8. Nghiên cứu qua một khe hẹp.

Theo cách đã được khảo sát trong mục 33-2, nếu khe chứa một số chẵn dải ($n = 2m$) thì các sóng do hai dải liên tiếp truyền tới P sẽ khử nhau và điểm P là điểm tối. Vậy, điều kiện có điểm tối là :

$$\frac{2a \sin \theta}{\lambda} = \pm 2m$$

hay : $a \sin \theta = \pm m \lambda$ với $m = 1, 2, 3\dots$

Đây chính là phương trình (33-7). Còn nếu khe chứa một số lẻ dải $n = 2m + 1$ thì sóng do hai dải liên tiếp tại P sẽ khử nhau,

nhưng sóng do dải lẻ thứ $2m + 1$ gây ra thì không bị khử, do đó điểm P là điểm sáng. Vậy điều kiện để có điểm sáng là :

$$\frac{2a \sin \theta}{\lambda} = \pm (2m + 1)$$

hay :

$$a \sin \theta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

với $m \approx 1, 2, 3\dots$

Đây chính là phương trình (33-8) đã đưa ra ở trên.

VÍ DỤ 33-3

Độ rộng của cực đại trung tâm. (a) Tìm biểu thức cho độ rộng Δx của cực đại trung tâm (khoảng cách giữa các cực tiểu $m = 1$). (b) Dùng kết quả ở phần (a), tìm độ rộng của cực đại trung tâm khi ánh sáng phát ra từ một đèn natri ($\lambda = 590\text{nm}$) bị nhiễu xạ bởi một khe có bề rộng $a = 0,30\text{mm}$, khoảng cách từ khe đến màn là $L = 0,87\text{m}$.

Giải. (a) Từ phương trình (33-7), góc xác định vị trí các cực tiểu $m = 1$ được cho bởi :

$$\sin \theta_1 = \pm \frac{(1)\lambda}{a}$$

Từ hình 33-6 ta có $\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}}$. Vì Δx là khoảng cách giữa hai cực tiểu $m = 1$, nên các giá trị của x ứng với các cực tiểu $m = 1$ là $x = \pm \frac{1}{2} \Delta x$. Do đó :

$$\frac{\frac{1}{2} \Delta x}{\sqrt{\left(\frac{1}{2} \Delta x\right)^2 + L^2}} = \frac{\lambda}{a}$$

Giải phương trình này đối với Δx , ta được :

$$\Delta x = \frac{2L\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}$$

Chú ý rằng nếu ta làm cho độ rộng khe càng nhỏ đi, thì độ rộng Δx của cực đại trung tâm càng lớn lên và tiến dần tới vô cực khi độ rộng khe trở nên nhỏ bằng bước sóng.

(b) Đối với các giá trị đã cho trong ví dụ này, $a \gg \lambda$ nên ta có thể dùng phép gần đúng

$\sqrt{a^2 - \lambda^2} \approx a$. Như vậy :

$$\Delta x \approx \frac{2L\lambda}{a} = \frac{2(0,87\text{m})(590\text{nm})}{0,30\text{mm}} = 3,4\text{mm}$$

Bài tự kiểm tra 33-3

- (a) Lặp lại ví dụ trên đây cho trường hợp kích thước khe tăng gấp đôi thành 0,6mm và
 (b) kích thước khe giảm một nửa xuống còn 0,15mm.

Đáp số : (a) 1,7mm ; (b) 6,4mm.

Độ rộng của cực đại trung tâm (và toàn bộ hình nhiễu xạ) trở nên lớn hơn khi kích thước khe trở nên nhỏ hơn.

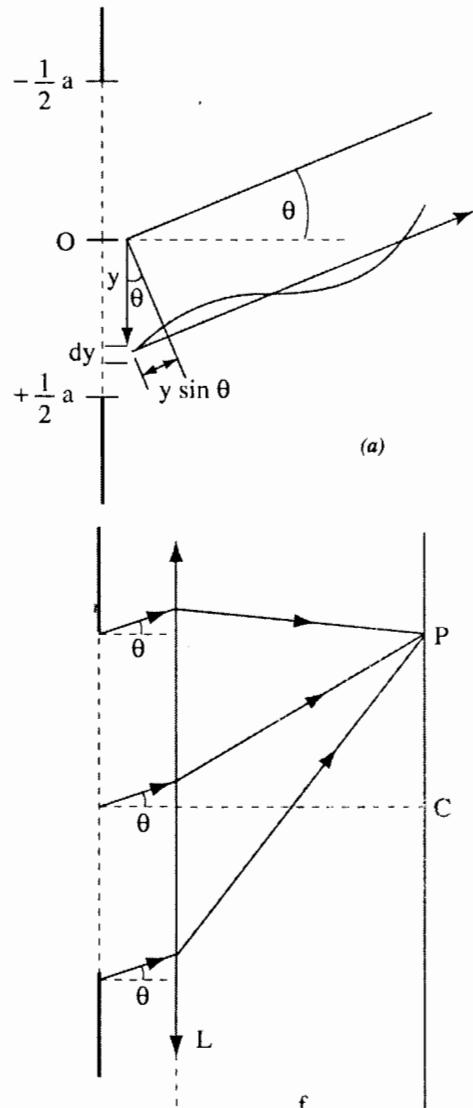
33-4. PHÂN BỐ CƯỜNG ĐỘ MỘT KHE

Ở mục trước, ta đã đưa ra cách giải thích sự hình thành của hình nhiễu xạ qua một khe. Nay ta sẽ tìm biểu thức cho phân bố cường độ bằng cách chia khe thành một số vô hạn các khe sơ cấp, trong đó mỗi khe có bề rộng vô cùng bé. Trước hết ta hãy cộng các vectơ đóng góp của điện trường từ mỗi khe sơ cấp để tìm điện trường tổng hợp tại một điểm trên màn. Sau đó cường độ được xác định bằng cách lấy bình phương biên độ trường tổng hợp.

Hình 33-9 cho thấy sóng xuất hiện từ một khe sơ cấp với độ rộng vô cùng bé dy . Toạ độ y của khe sơ cấp được đo từ tâm của khe này, chiều dương của y lấy từ trên xuống. Gọi E_C là biên độ của điện trường tại tâm của màn, khi đó trên màn thành phần dE của điện trường do sóng đi từ khe sơ cấp này gây ra có thể được viết là :

$$dE = \left(E_C \frac{dy}{a} \right) \sin(\omega t + \phi)^{(1)} \quad (33-9)$$

Biên độ $E_C \left(\frac{dy}{a} \right)$ tỉ lệ với phần của khe sơ cấp trong khe đã cho vì khi ra khỏi khe, sóng được phân bố đều dọc theo y .



Hình 33-9. (a) Rút ra biểu thức cho phân bố cường độ một khe. Khe được chia thành một số vô hạn các khe sơ cấp vô cùng bé. (b) Ảnh nhiễu xạ quan sát trên màn nhờ thấu kính hội tụ.

(1) Cũng như ở chương trước, để cho ngắn gọn ta bỏ không viết chỉ số toạ độ ở kí hiệu chỉ thành phần điện trường.

Khi đi ra từ khe các sóng cùng pha, nhưng trở nên lệch pha khi đi các quãng đường khác nhau tới màn. Như vậy, ϕ là độ lệch pha tại màn giữa sóng đi ra tại y và sóng đi ra tại $y = 0$. Để tới được điểm trên màn có vị trí được xác định bởi góc θ (hình 33-9a), độ lệch pha là :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (y \sin \theta) \quad (33-10)$$

Để tìm thành phần điện trường tổng cộng E , ta phải cộng đóng góp do mỗi khe sơ cấp từ $y = -\frac{1}{2}a$ đến $y = +\frac{1}{2}a$ gây ra. Nghĩa là ta phải lấy tích phân phương trình (33-9) đổi với y giữa hai giới hạn này. Giá trị của E ở một điểm trên màn là :

$$E = \frac{E_c}{a} \int_{-\frac{1}{2}a}^{+\frac{1}{2}a} \sin(\omega t + \phi) dy \quad (33-11)$$

Như ta đã thấy, ϕ phụ thuộc vào y . Từ phương trình (33-10) lấy vi phân dy , ta được :

$$dy = \frac{\lambda}{2\pi \sin \theta} d\phi$$

thay vào phương trình (33-11), ta có :

$$E = \frac{E_c}{2\beta} \int_{-\beta}^{+\beta} \sin(\omega t + \phi) d\phi$$

trong đó cận tích phân :

$$\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

Thời gian t là không đổi đối với phép lấy tích phân này, cho nên ta có thể đưa các hằng số ra khỏi dấu tích phân nhờ công thức lượng giác :

$$\sin(\alpha + \gamma) = \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma$$

ở đây ta đặt $\alpha = \omega t$ và $\gamma = \phi$. Ta có :

$$E = \frac{E_c}{2\beta} \left[\sin(\omega t) \int_{-\beta}^{+\beta} \cos \phi d\phi + \cos(\omega t) \int_{-\beta}^{+\beta} \sin \phi d\phi \right]$$

Số hạng thứ hai bằng không vì nó là tích phân của một hàm lẻ giữa các cận đối xứng. Sau khi lấy tích phân, số hạng đầu trở thành :

$$\begin{aligned} E &= \frac{E_c}{2\beta} \sin(\omega t) [\sin \phi]_{-\beta}^{+\beta} \\ &= \frac{E_c}{2\beta} \sin(\omega t) [\sin \beta - \sin(-\beta)] \\ &= \frac{E_c \sin \beta}{\beta} \sin(\omega t)^* \end{aligned}$$

Vậy, biên độ tổng hợp ở một điểm trên màn là $\frac{E_c \sin \beta}{\beta}$. Cường độ ánh sáng tỉ lệ với bình phương biên độ của thành phần điện trường :

$$I \sim \left(\frac{E_c \sin \beta}{\beta} \right)^2$$

Đặt I_C là cường độ ở tâm của màn, ta được :

$$I = I_C \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \quad (33-12)$$

Đây là công thức nhiễu xạ một khe. Sự phụ thuộc của cường độ vào vị trí góc θ được chứa trong β , $\beta = \left(\frac{\pi a}{\lambda} \right) \sin \theta$. Đồ thị vẽ I

theo $\sin \theta$ được cho trên hình 33-7b và đã được thảo luận ở mục trước.

Bây giờ chúng ta sẽ xét các điều kiện cho cực tiểu và cực đại nhiễu xạ :

- Khi góc $\theta = 0$ thì $\beta = 0$ và $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} = 1$,

lúc đó $I = I_c$; tâm nhiễu xạ là một điểm sáng.

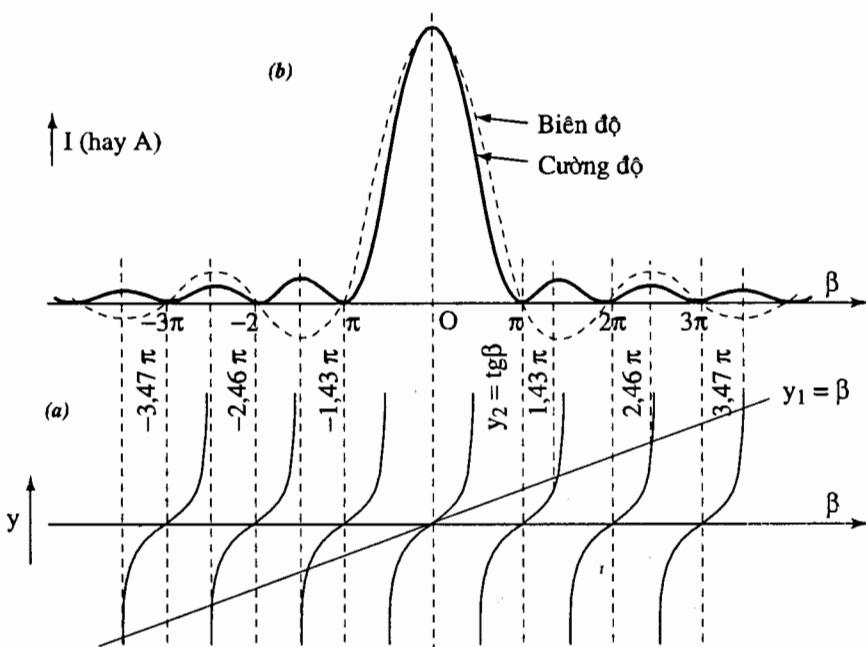
- Khi $\beta = \pm m\pi$ thì $\sin\beta = 0$, phương trình (33-12) cho $I = 0$; tức là có điểm tối. Vì $\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ nên suy ra điều kiện để có cực tiểu nhiễu xạ là :

$$a \sin \theta_m = \pm m\lambda \quad \text{với } m = 1, 2, 3\dots$$

- Để tìm cực đại nhiễu xạ, chúng ta phải tìm đạo hàm của biên độ và cho bằng không :

$$\frac{d}{d\beta} \left(\frac{E_c \sin \beta}{\beta} \right) = 0$$

khi đó ta có : $\beta = \tan \theta$. Để tìm được β (qua đó tìm được góc θ) ta phải giải bằng đồ thị : vẽ hai đường cong $y_1 = \beta$ và $y_2 = \tan \beta$, hoành độ giao điểm của hai đường cong này chính là nghiệm của phương trình (hình 33-10).



Hình 33-10. (a) Đồ thị hai hàm $y_1 = \beta$ và $y_2 = \tan \beta$.
 (b) Biên dạng của cường độ và biên độ.

Từ hình vẽ ta thấy các nghiệm của phương trình $\beta = \tan \beta$ gần đúng bằng :

$$\beta = \pm (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad \text{với } m \approx 1, 2, 3\dots$$

(giá trị chính xác của hai giá trị thấp nhất của m là 0,93 và 1,96).

Từ đó suy ra điều kiện để có các cực đại nhiễu xạ :

$$a \sin \theta_m = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad \text{với } m \approx 1, 2, 3\dots$$

Trong thực tế góc θ thường rất nhỏ, do đó $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$. Các điều kiện cực tiểu và cực đại nhiễu xạ có thể lấy gần đúng :

$$\theta_m = \pm m \frac{\lambda}{a} \quad (\text{min})$$

$$m = 1, 2, 3\dots$$

$$\theta_m = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} \quad (\text{max})$$

$$m \approx 1, 2, 3\dots$$

Ta có thể tính được bán kính của các vân nhiễu xạ trên màn quan sát khi đặt thấu kính hội tụ ở sát khe (hình 33-9b). Bán kính của các vân sáng và tối là :

$$x_m^s = f \operatorname{tg} \theta_m \approx f \theta_m = f \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sáng})$$

$$x_m^t = f \operatorname{tg} \theta_m \approx f \theta_m = f \left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} \quad (\text{tối})$$

Khoảng cách giữa hai vân sáng hoặc hai vân tối liên tiếp là :

$$i = f \frac{\lambda}{a}$$

còn độ rộng của vân trung tâm $\Delta L = 2i = 2f \frac{\lambda}{a}$. Như ta thấy trên hình 33-10b, cường độ của các cực đại thứ cấp giảm theo khoảng cách tính từ tâm, chúng ta có thể tính được các cường độ này. Tại các cực đại, ta có :

$$\beta = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$$

thay vào phương trình (33-12), ta được :

$$I_m = \frac{4I_c}{(2m + 1)^2 \pi^2} \quad (33-13)$$

$$m \approx 1, 2, 3 \dots$$

với $m \approx 1$ thì $I_1 \approx 0,045I_c$; với $m \approx 2$ thì $I_2 \approx 0,016I_c$. Như vậy cực đại $m \approx 1$ có cường độ khoảng 4,5% cường độ của cực đại trung tâm và cực đại $m \approx 2$ có cường độ khoảng 1,6% cường độ của cực đại trung tâm.

Khảo sát lại thí nghiệm hai khe

Khi thảo luận hình giao thoa hai khe ở chương trước, ta đã đưa ra giả thiết đơn giản hóa là phân bố cường độ do một khe hoạt động một mình gây ra là *đều* trên màn. Nay ta đã thấy, từ phương trình

(33-12) rằng giả thiết này đúng khi độ rộng của mỗi khe là rất nhỏ so với bước sóng, $a \ll \lambda$. Khi đó cực đại trung tâm sẽ bị trải ra trên màn. Tình huống này rất ít khi đạt được trong thí nghiệm vì khó lòng chế tạo được các khe hẹp như thế và sẽ chỉ cho phép một lượng ánh sáng quá nhỏ tới được màn. Dùng giả thiết này ta đã tìm được biểu thức cho cường độ của hình giao thoa hai khe (phương trình 32-5) :

$$I_{12} = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right)$$

$$\text{với } \phi = \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right) \sin \theta.$$

Bây giờ ta có thể nói lỏng điều kiện $a \ll \lambda$ và viết biểu thức tổng quát hơn đối với phân bố cường độ hai khe. Giờ đây cường độ do một khe hoạt động một mình không còn đồng đều nữa, nó được cho bởi công thức nhiều xạ một khe. Biểu thức cho hình nhiễu xạ hai khe tìm được bằng cách thay

I_0 trong phương trình (32-5) bằng $I_C \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$:

$$I_{12} = 4I_C \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \cos^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right) \quad (33-14)$$

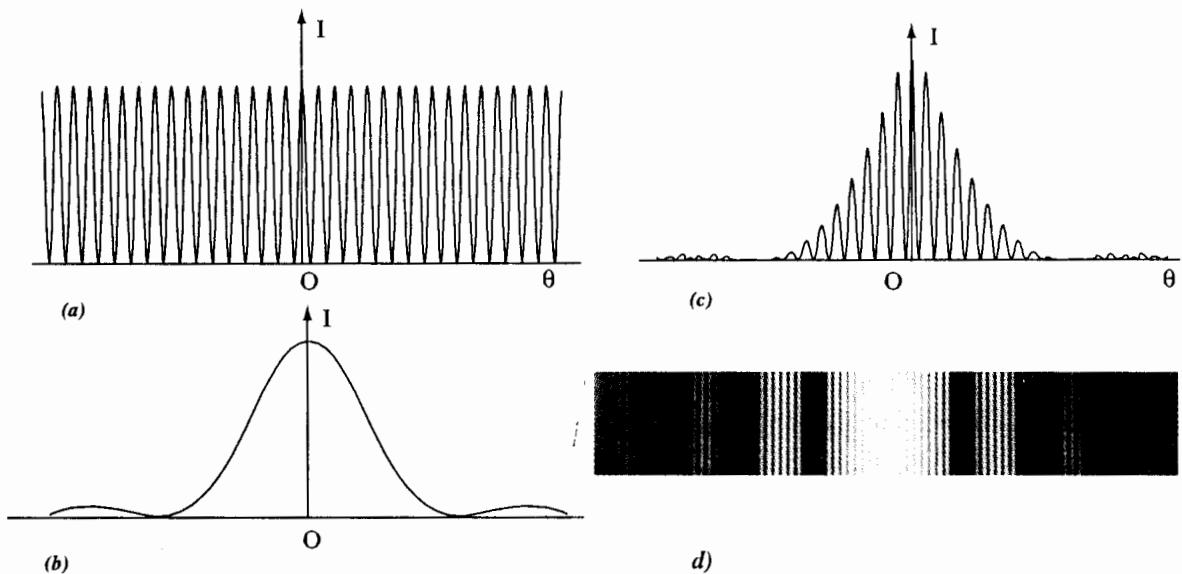
$$\text{ở đây } \beta = \left(\frac{\pi a}{\lambda} \right) \sin \theta \text{ và } \phi = \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right) \sin \theta.$$

Thừa số $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ phụ thuộc vào độ rộng khe

a và thường được gọi là **thừa số nhiễu xạ**.

Thừa số $\cos^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right)$ phụ thuộc vào khoảng cách d giữa hai khe và thường được gọi là **thừa số giao thoa**. Cường độ I_C là cường độ ở tâm của hình nhiễu xạ một khe do một trong các khe hoạt động một mình gây ra.

Hình 33-11 cho thấy thừa số nhiễu xạ và thừa số giao thoa tổ hợp với nhau như thế nào để cho ta hình nhiễu xạ hai khe.



Hình 33-11. Phân bố cường độ hai khe.

(a) Đồ thị của thừa số giao thoa $\cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$. (b) Đồ thị của thừa số nhiễu xạ $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$.

(c) Đồ thị của phân bố cường độ hai khe, nó tỉ lệ với tích của các phần (a) và (b).

(d) Ảnh chụp hình nhiễu xạ hai khe.

33-5. GIỚI HẠN CỦA ĐỘ PHÂN GIẢI

Một tính chất quan trọng của bất kỳ dụng cụ quang học nào, như kính viễn vọng, máy ảnh hay mắt người là **năng suất phân giải** của nó. Năng suất phân giải của một dụng cụ quang học là độ đo khả năng của dụng cụ để tạo ra các hình ảnh riêng rẽ của hai vật điểm ở kề nhau. Thường năng suất phân giải đo được của một dụng cụ nào đó phụ thuộc vào những khuyết điểm của thấu kính và các gương, đôi khi còn phụ thuộc vào các tính chất của môi trường xung quanh nữa. Tuy nhiên do bản chất sóng của ánh sáng vẫn có một giới hạn

cuối cùng cho năng suất phân giải của tất cả các dụng cụ quang học. Nay giờ chúng ta sẽ thảo luận về giới hạn cuối cùng này.

Ở mục trước ta đã mô tả sự nhiễu xạ của ánh sáng bởi một khe. Khe là một lỗ chữ nhật, rất dài và rất hẹp. Các dụng cụ quang học, chẳng hạn như con ngươi mắt thường có các lỗ tròn. Như bạn thấy từ hình 33-12, lỗ tròn tạo ra một hình nhiễu xạ giống với hình nhiễu xạ của khe, ngoại trừ ở đây có đối xứng xuyên tâm. Phân tích toán học giống như chúng ta đã làm khi thảo luận về nhiễu xạ khe ta nhận được biểu thức tính vị trí góc

θ_1 của vòng tối đầu tiên bao quanh cực đại sáng trung tâm trên hình 33-12 :

$$\sin\theta_1 = 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (33-15)$$

Trong phương trình này, d là đường kính của lỗ tròn và θ_1 là nửa góc của hình nón. Như được vẽ trên hình 33-13, hình nón có đáy tròn (bán kính r_1), được giới hạn bởi vòng tối đầu tiên và đỉnh của nó nằm ở tâm của lỗ.

Thường thì θ_1 nhỏ để phép gần đúng $\sin\theta_1 \approx \theta_1$ là đúng và ta có thể dùng :

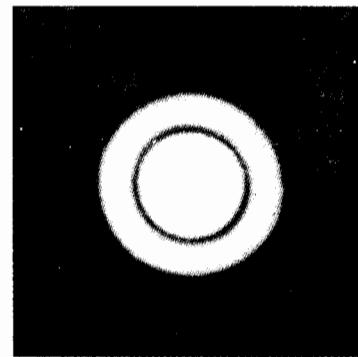
$$\theta_1 \approx 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (33-16)$$

Do $\tan\theta_1 = \frac{r_1}{L}$ (hình 33-13), ta có :

$$r_1 \approx 1,22 \frac{\lambda L}{d} \quad (33-17)$$

Chú ý rằng từ phương trình (33-17) ta thấy kích thước của cực đại trung tâm tỉ lệ với $\frac{\lambda}{d}$. Nghĩa là cực đại trung tâm sẽ trải rộng hơn đối với các bước sóng dài hơn và các lỗ nhỏ hơn.

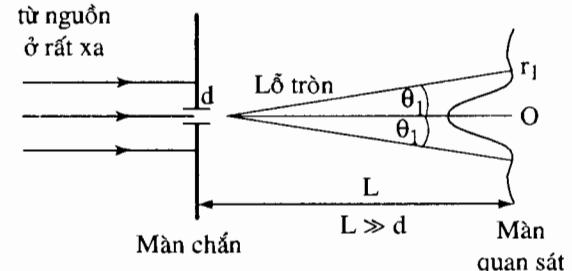
Giả sử ta quan sát hai ngôi sao ở xa bằng một kính viễn vọng, góc tách giữa các ngôi sao rất nhỏ và mỗi ngôi sao tạo ra gần như cùng một cường độ trên Trái Đất. Trong trường hợp này, đóng vai trò lỗ tròn là một gương (hay một thấu kính) ở lối vào của kính viễn vọng, và thay cho màn ta có một đầu thu detector. Mỗi ngôi sao là một nguồn điểm và ảnh của nó trên phim là hình nhiễu xạ do lỗ tròn gây ra. Vì có hai ngôi sao, ta sẽ có hai hình nhiễu xạ như thế. Sẽ không có một hình giao thoa ổn định nào được tạo ra vì các nguồn này là các nguồn không kết hợp; cường độ tổng hợp là tổng cường độ phát ra từ mỗi hình nhiễu xạ.



Hình 33-12. Nhiều xạ Fraunhofer qua lỗ tròn, một tương tự với hình 33-7a.

Ánh sáng

đơn sắc
từ nguồn
ở rất xa



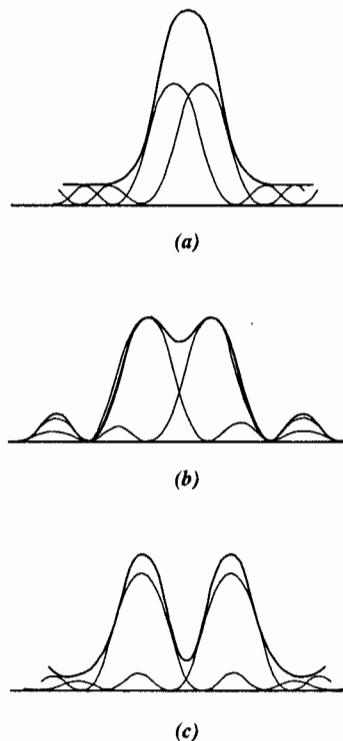
Hình 33-13. Góc θ_1 xác định vị trí vòng tối đầu tiên trong nhiễu xạ Fraunhofer bởi một lỗ tròn. Đáy của hình nón được giới hạn bởi vòng tối đầu tiên và đỉnh của hình nón nằm tại tâm của lỗ.

Khoảng cách góc giữa hai ngôi sao phải bằng bao nhiêu để ta có thể nói rằng có hai chư không phải một ngôi sao trên bầu trời? Để trả lời được câu hỏi này, ta cần có một tiêu chuẩn về độ phân giải. Hình 33-14 cho thấy ảnh (các hình nhiễu xạ) của hai nguồn điểm khi chúng không phân giải được, vừa đủ để phân giải và phân giải rõ nét. Tiêu chuẩn được chấp nhận cho độ phân giải là *tiêu chuẩn Rayleigh*. Theo tiêu chuẩn này, *hai ảnh được xem là vừa đủ để phân giải nếu tâm của cực đại trung tâm ở hình nhiễu xạ này rơi trên vòng tối đầu tiên của hình nhiễu xạ kia*, đó là trường hợp

đã được trình bày trên hình 33-14b. Do đó, hai vật điểm tách xa nhau một góc $\Delta\theta$ là phân giải được khi $\Delta\theta > \Delta\theta_R$ với :

$$\Delta\theta_R \approx 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (33-18)$$

Góc $\Delta\theta_R$ là góc giới hạn của độ phân giải đối với một dụng cụ quang học có khẩu độ với đường kính d . Để cho tiêu chuẩn Rayleigh là hữu dụng, cường độ ánh sáng của mỗi vật tối được dụng cụ quang học phải hầu như bằng nhau. Bất kể tiêu chuẩn mà ta lựa chọn, năng suất phân giải cuối cùng của một dụng cụ quang học luôn phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng và vào đường kính khẩu độ của dụng cụ.



Hình 33-14. Minh họa tiêu chuẩn Rayleigh. Các hình nhiễu xạ của hai nguồn điểm bởi một lỗ tròn là : (a) Không phân giải được ; (b) Vừa đủ để phân giải, với cực đại của một hình này nằm tại cực tiểu của hình kia ; (c) Phân giải được rõ nét.

VÍ DỤ 33-4

Góc phân giải giới hạn của kính viễn vọng. Trong kính viễn vọng nghiên cứu thiên văn, đường kính của khẩu độ thường lớn, góc phân giải giới hạn của kính viễn vọng là nhỏ. Kính viễn vọng đặt trên núi Palomar có đường kính 5,1m. Xác định góc phân giải giới hạn của kính viễn vọng này khi người ta dùng ánh sáng có bước sóng 550nm.

Giải. Từ phương trình (33-18), góc giới hạn là :

$$\Delta\theta_R = 1,22 \frac{550\text{nm}}{5,1\text{m}} = 0,1\mu\text{rad}$$

Giá trị này cũng gần bằng góc trong một đồng xu ở khoảng cách 14km.

Bài tự kiểm tra 33-4

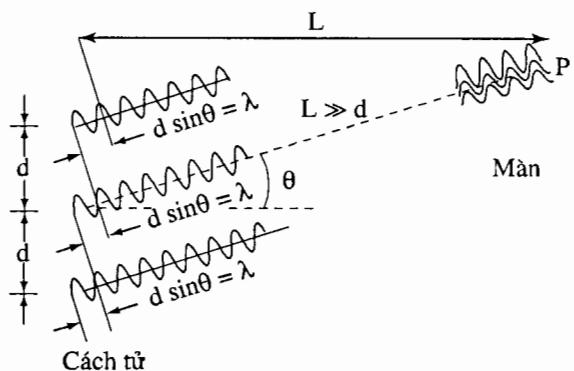
Kích thước của vật nhỏ nhất trên Mặt Trăng có thể phân giải được bằng bao nhiêu khi góc phân giải giới hạn là $0,1\mu\text{rad}$? Khoảng cách đến Mặt Trăng là 384Mm.

Đáp số : $(384\text{Mm}) \cdot (0,1\mu\text{rad}) \approx 40\text{m}$.

33-6. CÁCH TỬ NHIỀU XẠ

Cách tử nhiễu xạ là một dụng cụ có thể tách chùm ánh sáng thành các ánh sáng đơn sắc có bước sóng khác nhau hay thành các màu. Cách tử là một công cụ quan trọng đối với nhà khoa học hay kỹ sư muốn thực hiện nghiên cứu trong quang học. Có hai loại cách tử : *Cách tử phản xạ* và *cách tử truyền qua*. Cách tử được chế tạo bằng cách tạo ra các khe song song nằm cách đều nhau hay các vạch rãnh (vết cắt) song song nằm cách đều nhau trên một mặt phẳng kim loại (cách tử phản xạ) hay trên một bản thuỷ tinh (cách tử truyền qua). Hoạt động của cách tử có thể được miêu tả qua một dãy đều đặn các khe song song. Các vạch rãnh làm tán xạ ánh sáng và chấn sáng một cách có hiệu quả và miền giữa các vạch rãnh có tác dụng như một khe. Thông thường tấm cách tử có dạng hình chữ nhật, mỗi cạnh có kích thước vài centimét. Khoảng cách d giữa các khe rất nhỏ khoảng $2\mu\text{m}$ và số các khe N thường lớn, khoảng 10000 khe. Ở đây đòi hỏi một độ chính xác cao để đảm bảo rằng các khe nằm gần đều nhau là song song, có cùng kích thước và cách đều nhau.

Hãy xét một chùm ánh sáng đơn sắc đi tới một cách tử nhiễu xạ theo phương pháp tuyến. (Với chùm tới không vuông góc với cách tử, xem BTNC 6). Vì các khe là các nguồn kết hợp do đó ngoài hiện tượng giao thoa của các khe còn có hiện tượng nhiễu xạ bởi một khe, ảnh nhiễu xạ thu được sẽ phức tạp. Trước hết ta chỉ xét hiện tượng giao thoa của nhiều khe. Các sóng sáng là cùng pha khi chúng ló ra từ mỗi khe như được vẽ trên hình 33-15. Để tới được điểm P trên màn, các sóng từ các khe nằm kề nhau đi các quãng đường chênh nhau một lượng $dsin\theta$.



Hình 33-15. Các sóng từ các khe kề nhau đi các quãng đường chênh nhau một lượng $dsin\theta$ để tới điểm P trên màn. Nếu $dsin\theta = \pm m\lambda$ thì có cực đại giao thoa được tạo ra ở điểm P .

Nếu $dsin\theta$ bằng một số nguyên lần bước sóng thì các sóng này đi tới màn cùng pha và giao thoa tăng cường nhau tại P để tạo ra cực đại giao thoa. Nghĩa là các *cực đại giao thoa* nằm ở các góc θ_m được cho bởi :

$$dsin\theta_m = \pm m\lambda \quad (33-19)$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

ở đây số nguyên m đánh dấu bậc của cực đại giao thoa. Chú ý rằng đây cũng chính là phương trình (32-2) đối với các vân sáng trong hình giao thoa hai khe.

Bây giờ ta hãy xét phân bố cường độ sáng chỉ do hiện tượng giao thoa của cách tử bắt đầu từ hai khe. Từ phương trình (32-5), phân bố cường độ của hình giao thoa hai khe là $I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)$. Dùng hằng đẳng thức

lượng giác : $2\cos\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha}$ với $\alpha = \frac{1}{2}\phi$, ta có thể viết phân bố cường độ hai khe ($N = 2$) như sau :

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left[2\left(\frac{1}{2}\phi\right)\right]}{\sin^2\left(\frac{1}{2}\phi\right)}$$

Bạn có thể chứng minh được rằng hệ thức tổng quát cho phân bố cường độ từ một nguồn đơn sắc do một cách tử có N khe gây ra là (xem BTNC 7) :

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left[N \left(\frac{1}{2} \phi \right) \right]}{\sin^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right)} \quad (33-20)$$

Trong biểu thức này, I_0 là cường độ tại mản cho bởi một trong các khe hoạt động một mình gây ra, và ϕ là độ lệch pha tại mản giữa các sóng đi từ các khe nằm kề nhau.

Hình 33-16 cho thấy phân bố cường độ của một số khe do sự giao thoa. Đặc điểm quan trọng của hình giao thoa từ một cách tử là khi N lớn, các sóng干涉 dẫn đến sự triệt tiêu gần như hoàn toàn ở tất cả các góc trừ các góc ứng với các cực đại giao thoa. Ánh sáng có cường độ rất mạnh ở các góc ứng với $d\sin\theta_m = \pm m\lambda$ và có cường độ rất yếu ở tất cả các góc khác.

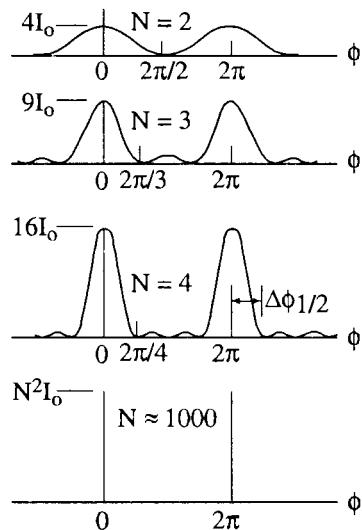
Bây giờ chúng ta xét tới ảnh hưởng của sự nhiễu xạ bởi một khe. Như đã thấy trong mục 33-4, cường độ nhiễu xạ tỉ lệ với số

hạng $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ (phương trình 33-12). Số hạng

này không phụ thuộc vào số khe. Do đó để mở rộng cho N khe, hệ thức tổng quát cho phân bố cường độ từ một nguồn đơn sắc tính tới cả hai hiệu ứng giao thoa và nhiễu xạ là :

$$I_\theta = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[N \left(\frac{1}{2} \phi \right) \right]}{\sin^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right)} \quad (33-21)$$

với $\beta = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$ và $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$.



Hình 33-16. Sự tiến triển của phân bố cường độ khi N tăng (đpcm định).

Trước hết xét số hạng $\frac{\sin^2 \left[N \left(\frac{1}{2} \phi \right) \right]}{\sin^2 \left(\frac{1}{2} \phi \right)}$ đặc

trung cho sự giao thoa của N khe. Nếu $\frac{1}{2} \phi = \pm m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) thì :

$$d\sin\theta_m = \pm m\lambda \quad (33-22)$$

lúc đó $\sin \left[N \left(\frac{1}{2} \phi \right) \right]$ và $\sin \left(\frac{1}{2} \phi \right)$ đều bằng không, nhưng giới hạn của số hạng trên bằng N^2 , do đó :

$$(I_\theta)_{\max} = N^2 I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \quad (33-23)$$

Khi thoả mãn điều kiện trên thì cường độ sáng tăng lên N^2 lần, các cực đại này được gọi là các **cực đại chính**. Phương trình (33-22) giống như phương trình (33-19) đã nêu. Bây giờ chúng ta xét các cực tiêu giữa hai cực đại chính khi $\frac{1}{2} \phi$ thay đổi từ $m\pi$

đến $(m+1)\pi$ tức là ϕ thay đổi từ $2m\pi$ đến $2(m+1)\pi$. Ta đặt $\phi = 2m\pi + \varepsilon$ với $\varepsilon < 2\pi$, điều kiện cực tiểu xảy ra nếu $\sin\left[N\left(\frac{1}{2}\phi\right)\right] = \sin\left[N\left(m\pi + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right] = 0$. Hàm sin này sẽ bằng không khi $N\frac{\varepsilon}{2} = p\pi$ với p là một số nguyên, vì $0 < \varepsilon < 2\pi$ nên $1 \leq p \leq N-1$. Như vậy giữa hai cực đại chính ta có $N-1$ cực tiểu tương ứng với góc θ thoả mãn điều kiện :

$$\phi = 2m\pi + \frac{2p}{N}\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$$

hay :

$$dsin\theta = \pm m\lambda + \frac{p\lambda}{N} \quad (33-24)$$

với : $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$p = 1, 2, \dots, N-1$$

Các cực tiểu này gọi là các **cực tiểu phụ**.

Giữa hai cực tiểu phụ có một cực đại, gọi là **cực đại phụ**, nó tương ứng với điều kiện $\sin\left[N\left(\frac{1}{2}\phi\right)\right] = 1$ nhưng $\sin\left(\frac{1}{2}\phi\right) \neq 0$. Ta

biết rằng $\sin[N(m\pi + \frac{p\pi}{N})] = 0$, vậy thì

$$\sin\left[N\left(m\pi + \frac{p\pi}{N} + \frac{\pi}{2N}\right)\right] = 1. \text{ Do đó suy ra :}$$

$$\frac{1}{2}\phi = \frac{\pi dsin\theta}{\lambda} = m\pi + \frac{\left(p + \frac{1}{2}\right)\pi}{N}$$

hay :

$$dsin\theta = \pm m\lambda + \left(p + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{N} \quad (33-25)$$

với $m = 0, 1, 2, 3$

$$p = 1, 2, \dots, N-2$$

Số cực đại phụ ở giữa hai cực đại chính liên tiếp là $N-2$, vì ở giữa hai cực tiểu phụ có một cực đại phụ.

Bây giờ ta xét số hạng $\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$ đặc trưng

cho sự nhiễu xạ qua một khe. Như đã biết (mục 33-4) khi $\beta = \pm m\pi$ (khi $m = 1, 2, 3, \dots$) tức là :

$$asin\theta_m = \pm m\lambda \quad (33-26)$$

thì số hạng trên bằng không, lúc đó có cực tiểu nhiễu xạ. Các cực tiểu này được gọi là

các **cực tiểu chính**. Còn khi $\beta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$,

$(m \approx 1, 2, 3, \dots)$, tức là $asin\theta_m = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$,

thì có cực đại nhiễu xạ, tuy nhiên cực đại này rất nhỏ và có thể biến mất nếu số hạng

$$\frac{\sin\left[N\left(\frac{1}{2}\phi\right)\right]}{\sin\left(\frac{1}{2}\phi\right)}$$

bằng không. Cuối cùng

chúng ta xét xem cường độ của các cực đại chính (phương trình 33-23) thay đổi như thế nào.

Khi có cực đại chính $dsin\theta_m = \pm m\lambda$, suy ra $\sin\theta_m = \pm \frac{m\lambda}{d}$. Thay giá trị này vào $\beta = \frac{\pi asin\theta}{\lambda}$, ta có :

$$\beta = \pm \pi m \frac{a}{d}$$

và cường độ của các cực đại chính bằng :

$$I_m = N^2 I_0 \frac{\sin^2\left(\pi m \frac{a}{d}\right)}{\left(\pi m \frac{a}{d}\right)^2} \quad (33-27)$$

Phân tích phương trình (33-27) ta thấy : I_m tỉ lệ nghịch với m^2 , nếu m lớn thì cường độ cực đại chính giảm nhanh. Tại cực đại thứ m , cường độ sáng phụ thuộc vào tỉ số $\frac{a}{d}$,

nếu $m \frac{a}{d} = m'$ (một số nguyên) thì I_m bằng

không. Ví dụ $\frac{a}{d} = \frac{1}{4}$ thì khi $m = 4, 8, 12\dots$ cường độ bằng không, như vậy cứ đến cực đại chính bậc 4 và bội của nó thì lại có cực tiểu. Chúng ta có thể tóm tắt lại một số kết quả khi khảo sát cách tử như sau :

– Điều kiện có cực tiểu chính :

$$as\sin\theta_m = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3\dots)$$

VÍ DỤ 33-5

Cường độ của các cực đại chính. Cho một cách tử nhiễu xạ có tỉ số $\frac{a}{d} = \frac{1}{2}$.

Xem cường độ của tâm nhiễu xạ (bậc $m = 0$) có giá trị 100. Hãy tính cường độ của các cực đại chính bậc $m \neq 0$.

Giải. Áp dụng phương trình (33-27) ta có :

m	0	1	2	3	4
I_m	100	40	0	4,5	0

Bài tự kiểm tra 33-5

Tính cường độ của các cực đại chính đối với cách tử có tỉ số $\frac{a}{d} = \frac{1}{3}$, xem cường độ của tâm nhiễu xạ bằng 100.

Đáp số : 100 ($m = 0$) ; 67,5 ($m = 1$) ; 17 ($m = 2$) ; 0 ($m = 3$) ; 4,2 ($m = 4$).

Độ rộng của cực đại chính và độ tán sắc của cách tử

Chúng ta xét độ rộng của một cực đại chính và đưa ra định nghĩa : Nửa độ rộng góc $\Delta\theta_{1/2}$ của cực đại chính là góc giữa

– Điều kiện có cực đại chính :

$$ds\sin\theta_m = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3\dots)$$

– Giữa hai cực đại chính liên tiếp có ($N - 1$) cực tiểu phụ và có ($N - 2$) cực đại phụ.

– Cường độ của các cực đại chính được tính theo phương trình :

$$I_m = N^2 I_0 \frac{\sin^2\left(\pi m \frac{a}{d}\right)}{\left(\pi m \frac{a}{d}\right)^2}$$

tâm của cực đại chính và cực tiểu liền kề nó. Độ biến thiên $\Delta\phi$ của hiệu pha giữa tâm của cực đại chính và cực tiểu liền kề nó là $\Delta\phi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}$. Kết quả này là do sự tiến triển trên hình 33-16 gợi ý cho ta.

Nếu ta lấy vi phân biểu thức $\phi = \frac{(2\pi d \sin \theta)}{\lambda}$ theo θ xem như là biến, ta được $d\phi = \left(\frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda} \right) d\theta$. Như vậy một biến đổi nhỏ $\Delta\phi$ trong độ lệch pha ứng với một biến đổi nhỏ $\Delta\theta$ trong góc θ : $\Delta\theta = \left(\frac{\lambda}{2\pi d \cos \theta} \right) \Delta\phi$. Dùng hệ thức

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{1/2} \text{ và } \Delta\phi = \Delta\phi_{1/2} = \frac{2\pi}{N}, \text{ ta thấy rằng}$$

nửa độ rộng góc của cực đại chính là :

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_m} \quad (33-28)$$

Nửa độ rộng góc của cực đại chính tỉ lệ với $\frac{1}{N}$. Nếu N lớn thì độ rộng cực đại chính sẽ hẹp và cực đại chính quan sát được sẽ thanh nét. Vì các cực đại phụ kém sáng hơn rất nhiều so với cực đại chính nên không cần chú ý tới chúng. Do đó ánh sáng nhiễu xạ qua cách tử là một dãy vạch sáng hẹp song song và cách đều nhau. Khi ánh sáng phát ra từ nguồn dưới dạng các bước sóng gián đoạn, phổ được gọi là **phổ vạch** vì các cực đại chính xuất hiện như các vạch có màu trên màn hình.

Một vài nguồn sáng như Mặt Trời hay bóng đèn dây tóc, phát ra ánh sáng chứa một phân

bối liên tục các bước sóng trên một dải giới hạn. Cách tử sẽ phân tách ánh sáng này thành một **phổ liên tục** đối với mỗi bậc. Khi ta quan sát, chẳng hạn phổ bậc một từ một nguồn như thế, ta sẽ nhìn thấy tất cả các màu trong vùng nhìn thấy của bước sóng trên màn. Đại lượng đặc trưng cho khả năng tách chùm ánh sáng về mặt không gian theo bước sóng của cách tử được gọi là **độ tán sắc D** của nó. Độ tán sắc của cách tử được định nghĩa là :

$$D = \frac{\Delta\theta_m}{\Delta\lambda}$$

ở đây $\Delta\theta_m$ là khoảng cách góc giữa các cực đại chính (có cùng bậc) của các sóng có bước sóng khác nhau một lượng $\Delta\lambda$. Nếu ta lấy vi phân biểu thức $d\sin\theta_m = m\lambda$ theo θ_m và λ xem như các biến số, khi đó ta có $(d\cos\theta_m)d\theta_m = md\lambda$. Dùng hệ thức $D = \frac{\Delta\theta_m}{\Delta\lambda}$, ta có :

$$D = \frac{m}{d \cos \theta_m} \quad (33-29)$$

Vì d nằm ở mẫu số, phương trình (33-29) cho thấy rằng độ tán sắc càng lớn đối với các cách tử có khoảng cách khe càng nhỏ.

VÍ DỤ 33-6

Nửa độ rộng góc. (a) Xác định biểu thức của $\Delta\theta_{1/2}$ đối với cực đại chính biểu thị theo bậc m của nó. (b) Nửa độ rộng góc của cực đại chính bậc một bằng bao nhiêu khi ánh sáng đơn sắc có bước sóng 500nm chiếu sáng 1700 khe của một cách tử với $d = 1,8\mu\text{m}$?

Giải. (a) Đối với các cực đại chính bậc m, $\sin\theta_m = \pm \frac{m\lambda}{d}$, dùng hằng đẳng thức $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ ta có :

$$\cos\theta_m = \sqrt{1 - \sin^2\theta_m} = \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{d}\right)^2}$$

Thay vào phương trình (33-28) cho ta :

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Nd\sqrt{1 - (m\lambda/d)^2}} = \frac{1}{N\sqrt{(d/\lambda)^2 - m^2}}$$

(b) Dùng biểu thức trên ta có :

$$\Delta\theta_{1/2} = \frac{1}{1700\sqrt{(1,8\mu\text{m}/500\text{nm})^2 - 1^2}} \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Độ rộng của cực đại chính là rất hẹp đối với các cách tử điển hình vì N rất lớn.

Bài tự kiểm tra 33-6

Độ tán sắc D của phổ bậc một đối với cách tử trong ví dụ trên với ánh sáng có bước sóng 500nm là bao nhiêu ?

$$\text{Đáp số : } D = 5,8 \cdot 10^5 \text{ rad/m} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ rad/nm} = 0,033^\circ/\text{nm}.$$

Điều đó có nghĩa là khoảng cách góc giữa cực đại do ánh sáng 500nm và cực đại do ánh sáng 501nm gây ra là $0,033^\circ$.

VÍ DỤ 33-7

Tiêu chuẩn Rayleigh. Trong bóng đèn hơi natri, các nguyên tử natri bị kích thích bởi một hồ quang điện và phát ra bức xạ. Phản nổi bật của phổ này bao gồm hai vạch vàng với bước sóng 589,00 và 589,59nm. Giả sử chùm ánh sáng phát ra từ đèn natri đi tới cách tử theo hướng pháp tuyến. Cách tử có 12000 khe và khoảng cách khe là $2,1\mu\text{m}$. Chùm sáng hẹp sao cho nó chiếu sáng chỉ một độ rộng 1,7mm của cách tử. Xác định xem liệu các vạch trong phổ bậc một của hai bước sóng này có được phân giải bởi cách tử không ?

Giải. Ta dùng tiêu chuẩn Rayleigh để quyết định xem liệu các vạch có được phân giải hay không. Theo tiêu chuẩn này, các vạch là được phân giải nếu khoảng cách góc của chúng $\Delta\theta_m$ phải lớn hơn nửa độ rộng góc $\Delta\theta_{1/2}$ của cả hai vạch (xem hình 33-17). Từ phần thảo luận của ta về độ tán sắc, khoảng cách góc $\Delta\theta_m$ của hai vạch với các bước sóng chênh nhau một lượng $\Delta\lambda$ là :

$$\Delta\theta_m = \frac{m}{d \cos\theta_m} \Delta\lambda$$

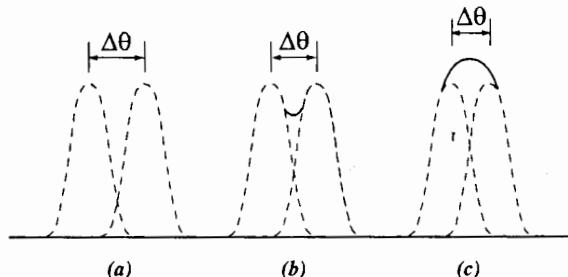
Tiêu chuẩn Rayleigh đòi hỏi rằng $\Delta\theta_m > \Delta\theta_{1/2}$. Dùng $\Delta\theta_{1/2}$ từ phương trình (33-28), ta có các vạch được phân giải khi :

$$\frac{m}{d \cos \theta_m} \Delta\lambda > \frac{\lambda}{Nd \cos \theta_m}$$

hay :

$$\Delta\lambda > \frac{\lambda}{Nm}$$

Trong biểu thức này, λ là bước sóng của một trong hai vạch (chúng hầu như bằng nhau), N là số khe được chùm chiếu sáng và m là bậc của phổ. Đối với chùm sáng trong ví dụ này, độ rộng w của chùm là rất nhỏ để có thể chiếu sáng tất cả các khe. Số các khe được chiếu sáng là $N = \frac{w}{d} = \frac{1,7\text{mm}}{2,1\mu\text{m}} = 810$. Đối với phổ bậc một của các vạch vàng do natri phát ra, $\frac{\lambda}{Nm} = \frac{589\text{nm}}{[(810)(1)]} = 0,73\text{nm}$. Vì hiệu bước sóng của các vạch này là $\Delta\lambda = 589,59\text{nm} - 589,00\text{nm} = 0,59\text{nm}$, chúng không được phân giải mà xuất hiện như một vạch. Các vạch này có thể được phân giải hoặc bằng cách chiếu sáng nhiều khe hơn hoặc bằng cách quan sát phổ bậc cao hơn.



Hình 33-17. Hai vạch phổ có cường độ bằng nhau (được vẽ bằng các đường chấm chấm) tách nhau một góc $\Delta\theta$. (a) $\Delta\theta > \Delta\theta_{1/2}$. (b) $\Delta\theta = \Delta\theta_{1/2}$. (c) $\Delta\theta < \Delta\theta_{1/2}$.

Tiêu chuẩn Rayleigh cho sự phân giải là $\Delta\theta > \Delta\theta_{1/2}$.

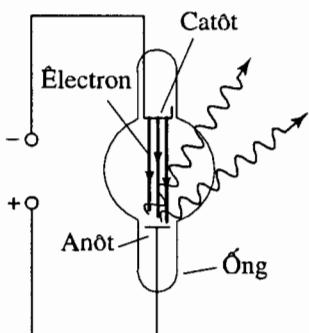
Bài tự kiểm tra 33-7

Đối với cách tử cho ở ví dụ trên đây, bao nhiêu khe cần được chiếu sáng để vừa đủ để phân giải hai vạch vàng phát ra từ đèn hồ quang natri ?

Đáp số : 1000 khe.

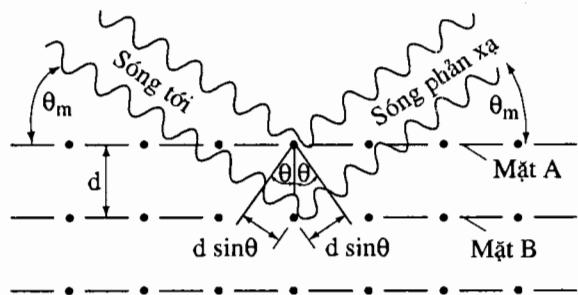
33-7. NHIỀU XẠ TIA X BỞI CÁC TINH THỂ

Các tia X đã được phát hiện vào năm 1895 bởi Wilhelm Roentgen (1895 – 1923). Chúng có thể được tạo ra bằng cách gia tốc các electron đến tốc độ cao nhờ một hiệu điện thế lớn từ 10 đến 100kV, và sau đó cho các electron này đập vào một bia kim loại. Các tia X sau đó được phát ra từ bia này (hình 33-18). Bản chất của các tia X vẫn là điều bí ẩn cho mãi tới một số năm sau khi phát hiện ra chúng, chính vì thế mà chúng mới được gọi là tia "X". Ta đã biết được là các tia này có khả năng xuyên thấu lớn, có thể làm đen phim ảnh và có thể làm cho một số quặng phát huỳnh quang. Vì không phát hiện được sự lệch của chùm tia X trong điện trường và từ trường, nên người ta đã cho rằng chùm không gồm các hạt tích điện. Các tính chất này đưa ta đến kết luận rằng, các tia X là bức xạ điện từ có bước sóng ngắn – nghĩa là ánh sáng với các bước sóng nhỏ hơn nhiều so với ánh sáng nhìn thấy (khả kiến).



Hình 33-18. Đèn phát tia X. Các electron được phát ra từ catôt và được gia tốc tới tốc độ cao trước khi đập vào bia anôt. Các electron được hãm nhanh (giảm tốc) ở anôt làm phát ra tia X.

Năm 1912, Max Von Laue (1879 – 1960) đã đề xuất một thí nghiệm nhằm kiểm tra bản chất sóng của các tia X. Von Laue đã chỉ ra rằng nếu tia X có bước sóng λ gần bằng với khoảng cách d giữa các mặt phản nguyên tử trong các tinh thể, khi đó các sóng tia X đập vào tinh thể sẽ làm xuất hiện các hiệu ứng giao thoa. Nhớ lại rằng cách tử truyền qua do gồm một dãy đều đặn các khe, đã làm cho các sóng sáng giao thoa tăng cường mạnh ở một số ít góc đặc biệt và hầu như khử nhau hoàn toàn ở tất cả các góc còn lại. Để quan sát được các hiệu ứng giao thoa này, khoảng cách giữa các khe phải hầu như nhỏ cỡ bước sóng. Tương tự, chất rắn tinh thể gồm một mạng đều đặn các nguyên tử, khi chùm tia X đập vào tinh thể các hiệu ứng giao thoa tăng cường có thể được quan sát dễ dàng nếu bước sóng λ nhỏ hơn khoảng cách d giữa các mặt nguyên tử trong tinh thể chút ít.



Hình 33-19. Để tới được detector, các sóng tia X phản xạ từ mặt phản B phải đi một đoạn $2(d \sin \theta)$ dài hơn các sóng phản xạ từ mặt phản A. Các sóng giao thoa tăng cường nhau ở detector khi $2(d \sin \theta) = m\lambda$.

Hình 33-19 cho biểu diễn hai chiều của một tinh thể ba chiều, các hàng điểm miêu tả các mặt phẳng nguyên tử. Các tia X có bước sóng đơn là cùng pha trước khi bị tán xạ từ các nguyên tử trong mặt phẳng A và các nguyên tử trong mặt phẳng B. Để có giao thoa tăng cường nhau của các tia X bị tán xạ từ mỗi mặt phẳng nguyên tử, góc tới phải bằng góc phản xạ. Để tới được các detector, các sóng tán xạ từ các nguyên tử trong mặt phẳng B đi một quãng đường lớn hơn các sóng tán xạ từ các nguyên tử trong mặt phẳng A một lượng $2d(\sin\theta)$. Nếu góc θ_m được cho bởi một hệ thức :

$$2ds\sin\theta_m = m\lambda \quad (33-30)$$

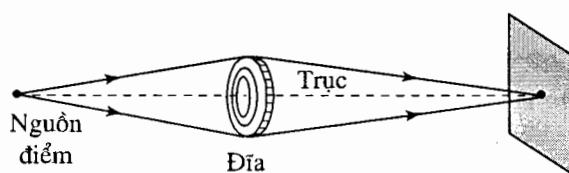
$$(m = 1, 2, 3\dots)$$

khi đó các sóng tán xạ từ các nguyên tử trong mặt phẳng A sẽ đi tới detector cùng

?

CÂU HỎI

- 1 Giải thích sự khác biệt giữa nhiễu xạ Fresnel và nhiễu xạ Fraunhofer.
- 2 Ta đã thảo luận ba quá trình nhờ đó phương truyền của sóng có thể thay đổi : đó là phản xạ, khúc xạ và nhiễu xạ. Quá trình nào, nếu có, trong các quá trình này có thể được mô tả bằng giao thoa sóng ? Giải thích.
- 3 Dùng hình 33-20 cho một cách giải thích định tính đối với sự hình thành của chấm sáng Arago. Hai tia vỡ trên hình đi qua mép của một chiếc đĩa và đi tới màn. Bạn có thể nói gì về hiệu đường đi giữa các tia này ? Bạn có thể nói gì về độ lệch pha giữa các sóng sáng đi dọc theo các tia này ? Mở rộng kết luận của bạn để bao hàm được tất cả sóng sáng đi qua mép của đĩa một cách tương tự.



Hình 33-20. Đĩa tạo một vùng tối trên màn khi được chiếu sáng bằng nguồn ánh sáng điểm đơn sắc. Chấm sáng Arago được hình thành trên màn tại tâm của vùng tối.

pha với các sóng tán xạ từ các nguyên tử trong mặt phẳng B. Như vậy, các sóng sẽ giao thoa tăng cường nhau và tạo ra một cực đại giao thoa. Tương tự, giao thoa tăng cường nhau cũng sẽ xảy ra đối với các sóng tán xạ từ những nguyên tử của các mặt phẳng song song với các mặt phẳng A và B. Hệ thức này lần đầu tiên đã được W. L. Bragg (1890 – 1971) tìm ra và được gọi là **định luật Bragg**. Định luật này cho phép ta nếu biết bước sóng λ , đo góc θ_m có thể tính được khoảng cách d , nghĩa là xác định được cấu trúc tinh thể. Thực tế nhiều xạ tia X là một trong các công cụ mạnh mà chúng ta có để nghiên cứu cấu trúc của các chất rắn.

- 4.** Giả sử hai nhà du hành vũ trụ đi dạo trong khoảng không, có mang theo đèn chớp sáng, máy thu và phát vô tuyến xách tay. Khi con tàu vũ trụ nằm giữa hai người, không một nhà du hành vũ trụ nào có thể nhìn thấy chớp sáng của người kia, nhưng họ có thể liên lạc với nhau bằng các máy thu phát xách tay. Hãy giải thích kết quả này. Giả sử rằng không một sóng vô tuyến cũng như sóng sáng nào có thể tới được nhà du hành vũ trụ kia bằng phản xạ.
- 5.** Trong phương pháp đối cầu Fresnel, tại sao lại chia mặt cầu thứ cấp thành các đối mà khoảng cách từ hai đối liên tiếp đến điểm khảo sát lại cách nhau một nửa bước sóng. Nêu các đặc điểm của các đối cầu.
- 6.** Mô tả hiện tượng nhiễu xạ qua một lỗ tròn nhỏ khi dùng ánh sáng trắng.
- 7.** Xét hình nhiễu xạ một khe, độ rộng của hình nhiễu xạ (khoảng cách giữa các cực tiểu $m = 1$) thay đổi như thế nào khi : (a) Bước sóng được tăng gấp đôi ; (b) Độ rộng khe được tăng gấp đôi ; (c) Cường độ ánh sáng tới được tăng gấp đôi ?
- 8.** Xét hình nhiễu xạ một khe, cường độ ở tâm cực đại trung tâm thay đổi như thế nào khi : (a) Bước sóng được tăng gấp đôi ; (b) Độ rộng khe được tăng gấp đôi ; (c) Cường độ ánh sáng tới được tăng gấp đôi ?
- 9.** Xét hình nhiễu xạ một khe, tỉ số cường độ ở cực đại phụ đầu tiên và cường độ ở cực đại trung tâm thay đổi như thế nào khi : (a) Bước sóng được tăng gấp đôi ; (b) Độ rộng khe được tăng gấp đôi ; (c) Cường độ ánh sáng tới được tăng gấp đôi ?
- 10.** Giả sử thí nghiệm nhiễu xạ một khe được thực hiện trong không khí và sau đó toàn bộ dụng cụ được nhúng vào trong nước và thí nghiệm được thực hiện một lần nữa. Hãy mô tả mọi khác biệt trong hình nhiễu xạ ở hai trường hợp.
- 11.** Giả sử thí nghiệm nhiễu xạ một khe được thực hiện bằng ánh sáng mặt trời chứ không phải ánh sáng đơn sắc. Mô tả dạng của hình nhiễu xạ.
- 12.** Trong thảo luận của chúng ta về nhiễu xạ một khe, ta đã giả thiết rằng độ dài của khe lớn hơn nhiều độ rộng của nó, nên ta chỉ xét biến thiên của cường độ sáng theo phương vuông góc với độ dài của khe. Giả sử độ dài của khe gấp hai lần độ rộng của nó. Hãy mô tả cách bạn nghĩ về hình nhiễu xạ sẽ xuất hiện.
- 13.** Nếu độ rộng của một khe được tăng gấp đôi, công suất đi qua khe sẽ tăng gấp đôi, nhưng cường độ ở tâm của hình nhiễu xạ sẽ tăng gấp bốn lần. Điều này có vi phạm định luật bảo toàn năng lượng không ? Giải thích.
- 14.** Xét phân bố cường độ hai khe, phương trình (33-14). Liệu có thể có các cực tiểu $m = 1$ trong hình giao thoa (xem phương trình 32-1) xuất hiện ở cùng một điểm trên màn như các cực tiểu $m = 1$ trong hình nhiễu xạ (xem phương trình 33-7) không ? Giải thích.
- 15.** Giả sử bạn đang dùng một kính hiển vi chất lượng cao mà độ phân giải của nó được xác định chỉ bởi các hiệu ứng nhiễu xạ. Liệu kính đó sẽ đạt được độ phân giải cao hơn với ánh sáng màu đỏ hay màu lục ?

ĐỀ TẬP

Mục 33-2. Nhiễu xạ Fresnel

1. Tìm bán kính của ba đới Fresnel đầu tiên, biết ánh sáng gửi tới có bước sóng 550nm và điểm quan sát cách mặt sóng sáng một khoảng 116cm . Xét hai trường hợp : (a) Sóng sáng truyền tới là sóng cầu có bán kính 300cm ; (b) Sóng sáng truyền tới là sóng phẳng ?
2. Một nguồn sáng điểm S nằm trên trục của một lỗ tròn cách lỗ tròn 250cm phát ánh sáng có $\lambda = 650\text{nm}$. Sau lỗ tròn 320cm đặt một màn quan sát vuông góc với trục của lỗ. Xác định bán kính của lỗ để tâm của hình nhiễu xạ trên màn là tối nhất.
3. Một màn quan sát đặt cách một nguồn sáng điểm đơn sắc có $\lambda = 455\text{nm}$ một khoảng 220cm . Chính giữa khoảng đó đặt một lỗ tròn có bán kính $r = 1\text{mm}$. Hỏi hình nhiễu xạ trên màn có tâm sáng hay tối.
4. Giữa nguồn sáng điểm và màn quan sát đặt một lỗ tròn có bán kính r thay đổi được. Xác định bước sóng của ánh sáng nếu tâm của hình nhiễu xạ là điểm sáng khi bán kính của lỗ thay đổi với hai giá trị kế tiếp $r_1 = 1,00\text{mm}$ và $r_2 = 1,30\text{mm}$. Cho biết khoảng cách từ nguồn sáng đến lỗ tròn $R = 120\text{cm}$ và khoảng cách từ lỗ tròn đến màn $b = 145\text{cm}$.
5. Chiếu một chùm ánh sáng song song đơn sắc có $\lambda = 0,587\mu\text{m}$ vuông góc với một lỗ tròn có bán kính $r = 1,00\text{mm}$. Phía sau lỗ tròn đặt một màn quan sát vuông góc với trục của lỗ và cách lỗ một khoảng là b . Xác định giá trị lớn nhất của b để tâm của hình nhiễu xạ trên màn vẫn còn là một điểm tối.
6. Một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự f được đặt sát với mặt trước của một lỗ tròn nhỏ. Chiếu một chùm tia đơn sắc song song có bước sóng λ dọc theo trục chính tới lỗ tròn. Phía sau lỗ tròn đặt một màn quan sát vuông góc với trục của lỗ và cách lỗ một khoảng b . (a) Hãy tìm biểu thức của bán kính lỗ tròn để tâm của hình nhiễu xạ là cực đại sáng. (b) Cho $f = 30\text{cm}$, $b = 75\text{cm}$, $\lambda = 0,58\mu\text{m}$, tìm bán kính r của lỗ để tâm nhiễu xạ là sáng nhất.

Mục 33-3. Nhiễu xạ qua một khe

7. Ánh sáng đơn sắc được dùng trong thí nghiệm nhiễu xạ một khe. Độ rộng của khe là $a = 0,14\text{nm}$, khoảng cách tới màn là $L = 1,16\text{m}$ và độ rộng của cực đại trung tâm (khoảng cách giữa các cực tiểu $m = 1$) là $4,6\text{mm}$. Bước sóng của ánh sáng bằng bao nhiêu ?
8. Hình nhiễu xạ một khe được tạo ra bằng vạch H_α phát ra từ nguồn hiđrô ($\lambda_\alpha = 656,3\text{nm}$) đập vào khe có độ rộng $0,041\text{mm}$. (a) Góc xác định vị trí của các cực tiểu $m = 1$ và $m = 2$ bằng bao nhiêu ? (b) Góc gần đúng xác định vị trí các cực đại phụ $m \approx 1$ và $m \approx 2$ bằng bao nhiêu ?

- 9 Độ rộng Δx của cực đại trung tâm (khoảng cách giữa các cực tiểu $m = 1$) trong một hình nhiễu xạ một khe là 5,4mm. Ánh sáng có bước sóng $\lambda = 584\text{nm}$ và màn nằm cách khe 1,31m. Độ rộng của khe bằng bao nhiêu?
- 10 Trong hình nhiễu xạ một khe của ánh sáng hồng ngoại có bước sóng 945nm, vị trí góc của các cực tiểu $m = 1$ là $\theta_1 = \pm \frac{\pi}{4}$. Độ rộng của khe bằng bao nhiêu?
- 11 Xét hình nhiễu xạ do một khe khép tạo ra: $a = 2,0\mu\text{m}$, cho $\lambda = 550\text{nm}$.
 (a) Xác định độ rộng $2\theta_1$ của cực đại trung tâm (θ_1 là vị trí góc của cực tiểu $m = 1$). (b) Xác định độ rộng Δx của cực đại trung tâm (khoảng cách giữa các cực tiểu $m = 1$) trên màn nằm cách khe 1,00m. Chú ý rằng phép gần đúng $\sin\theta \approx \frac{x}{L}$ không dùng được cho trường hợp này.

Mục 33-4. Phân bố cường độ một khe

- 12 Dùng hai giá trị thấp nhất và chính xác của m , $m = 0,93$ và $m = 1,96$ trong phương trình (33-12), hãy xác định cường độ ở các cực đại phụ này. Từ đáp số của bạn, hãy xác định sai số phần trăm đối với các giá trị của cường độ tìm được khi lấy giá trị nguyên gần đúng của m là $m = 1$ và $m = 2$.
- 13 Xét phân bố cường độ hai khe (phương trình 33-14). Tỉ số giữa khoảng cách khe và độ rộng khe $\frac{d}{a}$ phải bằng bao nhiêu để cực đại $m = 2$ trong hình giao thoa (xem phương trình 32-2) trùng với cực tiểu $m = 1$ trong hình nhiễu xạ (phương trình 33-7).
- 14 Xét phân bố cường độ hai khe (phương trình 33-14). (a) Tỉ số giữa khoảng cách khe và độ rộng khe $\frac{d}{a}$ phải bằng bao nhiêu để cực tiểu $m = 2$ trong hình giao thoa (xem phương trình 32-1) trùng với cực tiểu $m = 1$ trong hình nhiễu xạ (phương trình 33-7)? (b) Có bao nhiêu cực đại trong hình giao thoa sẽ xảy ra "bên trong" cực đại trung tâm của hình nhiễu xạ (nghĩa là $\beta = -\pi$ và $\beta = +\pi$)? (c) Có bao nhiêu cực đại giao thoa sẽ xảy ra "bên trong" một vân ứng với các cực đại nhiễu xạ $m \approx 1$? (Đối với θ dương, nó nằm giữa $\beta = +\pi$ và $\beta = +2\pi$). (d) Vẽ đồ thị của I theo $\sin\theta$ đối với trường hợp này.
- 15 Xác định tỉ số giữa khoảng cách khe và độ rộng khe $\left(\frac{d}{a}\right)$ đối với phân bố cường độ hai khe cho trên hình 33-11.

Mục 33-5. Giới hạn của độ phân giải

- 16 Ánh sáng đơn sắc ($\lambda = 610\text{nm}$) từ một nguồn ở xa đập vuông góc vào màn chấn trên đó có một lỗ tròn đường kính 0,50mm. Ánh sáng đi qua lỗ tạo thành hình nhiễu xạ trên màn, màn nằm cách lỗ 1,0m. Bán kính của vòng tối đầu tiên trong hình nhiễu xạ bằng bao nhiêu?

- 17 Góc phân giải giới hạn của một kính viễn vọng có vật kính với đường kính 75mm bằng bao nhiêu ? ánh sáng từ các vật được quan sát phát ra có bước sóng 500nm.
- 18 Hai ngôi sao phát ra ánh sáng chiếu tới mặt đất có cường độ gần như nhau, có khoảng cách góc là $7\mu\text{rad}$. Nếu ánh sáng từ hai ngôi sao đó có bước sóng trung bình 600nm, hỏi đường kính của vật kính nhỏ nhất cần để phân giải chúng bằng bao nhiêu ?
- 19 Ánh sáng tím ($\lambda = 400\text{nm}$) đi tới một khe, tạo ra một hình nhiễu xạ có cực tiểu đầu tiên nằm cách tâm của hình nhiễu xạ 24,5mm trên màn cách khe 1,2m. Cực tiểu thứ hai nằm cách tâm của hình nhiễu xạ bao nhiêu nếu ta dùng ánh sáng đỏ ($\lambda = 600\text{nm}$).
- 20 Hình nhiễu xạ một khe gây ra bởi ánh sáng trong không khí có vị trí cực tiểu $m = 1$ cách cực đại trung tâm 5,4mm và nằm phía sau khe 1m. Nếu dụng cụ này được đưa vào nước, vị trí của cực tiểu $m = 1$ sẽ ở đâu ? Cho biết chiết suất của nước là 1,333.
- 21 Cực đại thứ sáu từ tâm của hình nhiễu xạ hai khe bị mất. Tỉ số giữa khoảng cách khe và độ rộng khe đối với thí nghiệm hai khe này bằng bao nhiêu ?
- 22 Biên độ của vectơ \mathbf{E} của ánh sáng ở cực đại $m = -2$ của hình nhiễu xạ một khe bằng bao nhiêu, khi mà cũng ở thí nghiệm này biên độ của vectơ \mathbf{E} ở tâm của hình nhiễu xạ là 10V/m .
- 23 Ánh sáng từ một nguồn ở xa có bước sóng 550nm tới đập vuông góc vào một khe, khe có độ rộng $2,5\mu\text{m}$. Màn đặt cách khe 1,5m. Ở tâm của hình nhiễu xạ trên màn, cường độ ánh sáng bằng $2,45\text{nW/m}^2$. Cường độ ở cách hai phía của vân trung tâm 25mm bằng bao nhiêu ?
- 24 Chùm ánh sáng song song của hai bước sóng 440nm và 620nm tới đập vuông góc vào khe. Cường độ của hai tần số bằng nhau, khe rộng $3,0\mu\text{m}$. Tại góc cho cực tiểu $m = 1$ của ánh sáng 440nm, cường độ của ánh sáng 620nm tại tâm của hình nhiễu xạ bằng bao nhiêu ?

Mục 33-6. Cách tử nhiễu xạ

- 25 Cực đại bậc một của vạch H_α ($\lambda_\alpha = 656,3\text{nm}$) phát ra từ ống phóng điện hiđrô nằm ở $\theta = 18,3^\circ$ đối với một cách tử nào đó. (a) Khoảng cách giữa các khe của cách tử là bao nhiêu ? (b) Một vạch gián đoạn từ một nguồn khác có cực đại ở $\theta = 15,7^\circ$. Hỏi bước sóng của bức xạ này bằng bao nhiêu ?
- 26 Ta có hai cách tử A và B. Khoảng cách khe của cách tử A là $1,86\mu\text{m}$, nhưng ta không biết khoảng cách khe của cách tử B. Một nguồn đơn sắc cho vạch bậc một ở $\theta = 19,4^\circ$ khi ánh sáng đi tới theo phương vuông góc

với A, và cũng ánh sáng này đi tới cách tử B cho ta vạch bậc một ở $22,1^\circ$. Khoảng cách khe của cách tử B bằng bao nhiêu ?

- 27 Chùm ánh sáng đơn sắc với $\lambda = 532,8\text{nm}$ đập vuông góc vào cách tử với $d = 2,16\mu\text{m}$. (a) Các vị trí góc của các cực đại giao thoa bậc một và bậc hai nằm ở đâu ? (b) Nếu 758 khe của cách tử được chùm sáng chiếu vào, thì nửa độ rộng góc của mỗi cực đại này bằng bao nhiêu ?
- 28 Xét ánh sáng đơn sắc với $\lambda = 550\text{nm}$ đập vuông góc vào cách tử với khoảng cách khe $d = 2,11\mu\text{m}$. (a) Vị trí góc của các cực đại giao thoa bậc một là bao nhiêu ? (b) Độ tán sắc của cách tử này ở vị trí góc của các cực đại tìm được tại phần (a) bằng bao nhiêu ?
- 29 (a) Chứng minh rằng biểu thức cho độ tán sắc của một cách tử có thể được viết như sau :

$$D = \frac{m}{\sqrt{d^2 - (m\lambda)^2}} \quad \text{hoặc} \quad D = \frac{1}{\lambda} \operatorname{tg} \theta_m$$

- (b) Dùng biểu thức ở phần (a) tìm độ tán sắc cho trường hợp $m = 1$, $d = 2,11\mu\text{m}$ và $\lambda = 550\text{nm}$. So sánh đáp số của bạn với đáp số có từ bài tập trước.
- 30 Đối với cách tử trong ví dụ 33-7, hãy xác định số khe cực tiểu mà ta phải chiếu sáng để thoả mãn tiêu chuẩn Rayleigh.
- 31 **Năng suất phân giải R.** Năng suất phân giải R của một dụng cụ quang học mà mục đích của nó là tán sắc ánh sáng theo các bước sóng được định nghĩa là :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

ở đây $\Delta\lambda$ là hiệu bước sóng của hai vạch phổ chỉ vừa đủ để được phân giải và λ là bước sóng của hai vạch (chúng hâu như có cùng bước sóng). Chứng minh rằng năng suất phân giải của cách tử đối với phổ bậc m là Nm .

Mục 33-7. Nhiều xạ tia X bởi các tinh thể

- 32 Cực đại giao thoa đối với sự tán xạ của chùm tia X có bước sóng $0,156\text{nm}$ xảy ra khi góc giữa chùm và bề mặt của tinh thể là $12,8^\circ$. Cực đại này là do sự tán xạ từ các nguyên tử ở các mặt phẳng song song với mặt tinh thể. Giả sử rằng đó là cực đại bậc một, hãy xác định khoảng cách giữa các mặt phẳng đối với hệ mặt phẳng nguyên tử này.
- 33 Một chùm tia X cho ta cực đại giao thoa bậc một khi nó làm một góc $24,1^\circ$ với các mặt phẳng tinh thể mà khoảng cách giữa chúng là $0,314\text{nm}$. Bước sóng của các tia X này bằng bao nhiêu ?

- 34 Tia X có bước sóng 0,114nm được tán xạ từ các nguyên tử nằm trên hệ các mặt phẳng tinh thể với khoảng cách giữa chúng là 0,278nm. Cực đại giao thoa bậc một sẽ xuất hiện ở góc bằng bao nhiêu ?

◆ ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 Suy công thức một khe từ công thức của cách tử. Công thức nhiều xạ một khe có thể được suy ra bằng cách xem khe là một cách tử hẹp có độ rộng a bao gồm một số vô hạn các khe có khoảng cách vô cùng bé. Ở mục 33-6, chúng ta đã cho phân bố cường độ từ một cách tử :
- $$I = I_0 \sin^2[N(\frac{1}{2}\phi)]/\sin^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) \text{ với } \phi = \left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)\sin\theta, \text{ N là số khe, } d \text{ là khoảng}$$

cách khe và I_0 là cường độ từ một khe hoạt động một mình. Xét giới hạn cho d dần tới không trong khi N dần đến vô cùng, sao cho tích $Nd = a$ vẫn giữ không đổi. Như vậy a mới đầu được đoán nhận như là độ rộng của cách tử nhưng khi lấy giới hạn cách đoán nhận này thay đổi sao cho a trở thành độ rộng của một khe. I_0 cũng dần tới không nhưng tích $N^2 I_0$ dần tới I_C . Chứng minh rằng quá trình tiến đến giới hạn này dẫn tới phương trình (33-12). Hãy giải thích tại sao $N^2 I_0 \rightarrow I_C$ chứ không phải $N I_0 \rightarrow I_C$.

Gợi ý : Đối với N lớn, $\sin\left(\frac{\beta}{N}\right) \approx \frac{\beta}{N}$.

- 2 Tìm β tại $I = \frac{1}{2} I_C$. Xét các giá trị của β trong phương trình (33-12) sao cho $I = \frac{1}{2} I_C$ và gọi giá trị này là $\beta_{1/2}$. Chứng minh rằng $\sin\beta_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\beta_{1/2}$.

Hãy xác định các giá trị bằng số của $\beta_{1/2}$ bằng phương pháp đồ thị.

- 3 Cường độ phụ thuộc vào độ rộng khe. Hãy chỉ ra rằng khi độ rộng khe giảm đi 2 lần trong khi bước sóng và cường độ của chùm ánh sáng tới là như nhau thì cường độ ở tâm giảm đi 4 lần.

- 4 Tăng gấp đôi không gây ảnh hưởng. Chứng minh rằng ở các vị trí có $\theta = \frac{2\lambda}{3a}$, cường độ trong hình nhiều xạ một khe không thay đổi khi độ rộng khe giảm xuống còn một nửa.

- 5 Chiếu sáng từ một phía (chiếu sáng nghịêng). Ánh sáng phát ra từ một nguồn ở xa đi tới một khe ở góc γ (hình 33-21). Chứng minh rằng phương trình (33-12) vẫn đúng nếu β được thay bằng $\frac{\pi a}{\lambda}(\sin\gamma - \sin\theta)$.

6

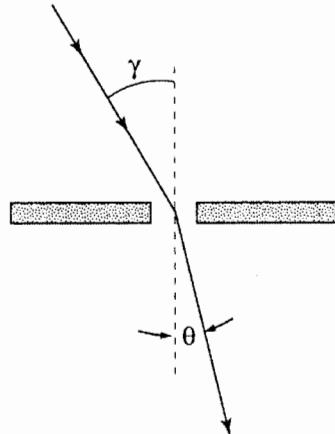
Chùm tới không vuông góc. Xét một chùm ánh sáng tới cách tử ở góc γ đối với đường pháp tuyến, như được vẽ trên hình 33-21. Chứng minh rằng các cực đại giao thoả mãn hệ thức :

$$d(\sin\gamma + \sin\theta) = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3\dots)$$

7

Các biến phức : cường độ do cách tử tạo ra. Xét việc dùng các biến phức để rút ra biểu thức tính cường độ do cách tử nhiễu xạ gây ra, tức phương trình (33-20). Biến độ tổng hợp E_r có thể được viết là :

$$E_r = E_0 \sum_{j=0}^{N-1} \cos(\omega t + j\phi)$$



Hình 33-21. BTNC 6 : Chùm ánh sáng tới cách tử làm một góc γ với pháp tuyến của mặt cách tử.

ở đây j là chỉ số lấy tổng theo các thành phần điện trường do mỗi một trong N khe gây ra. Vì $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$, ta có thể viết hệ thức này dưới dạng :

$$E_r = E_0 \operatorname{Re} \sum_{j=0}^{N-1} e^{i(\omega t + j\phi)}$$

với Re chỉ “phần thực của $\sum_{j=0}^{N-1} e^{i(\omega t + j\phi)}$ ”.

(a) Dùng tổng của một cấp số nhân :

$$a + ax + a x^2 + \dots + a x^{N-1} = \frac{a(x^N - 1)}{x - 1}$$

chứng minh rằng :

$$E_r = E_0 \operatorname{Re} \left(e^{i\omega t} \frac{e^{iN\phi} - 1}{e^{i\phi} - 1} \right)$$

(b) Dùng hệ thức $\sin\alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$, chứng minh rằng :

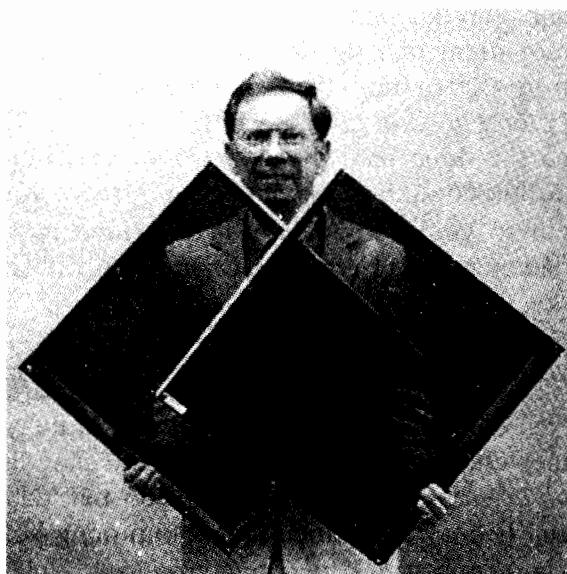
$$E_r = E_0 \cos [\omega t + \frac{1}{2}(N-1)\phi] \frac{\sin \left[N \left(\frac{1}{2}\phi \right) \right]}{\sin \left(\frac{1}{2}\phi \right)}$$

[Gợi ý : Chú ý rằng $e^{i\alpha} - 1 = e^{i\alpha/2} (e^{i\alpha/2} - e^{-i\alpha/2})$].

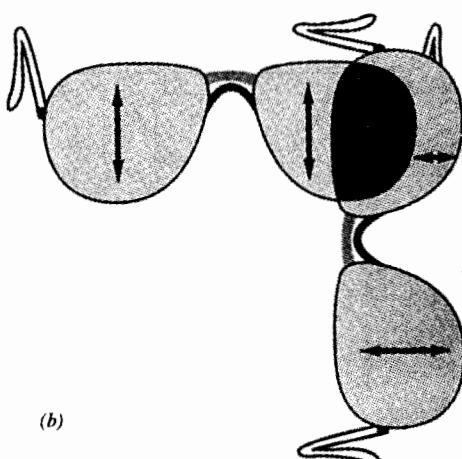
(c) Dùng kết quả của bạn cho phần (a) để rút ra phương trình (33-20).

CHƯƠNG 34

P HÂN CỰC ÁNH SÁNG



(a)



(b)

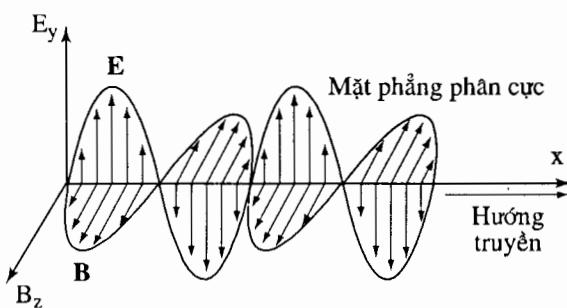
Hai tấm kính phân cực (a) và hai kính râm phân cực (b) có các quang trực vuông góc nhau làm tắt ánh sáng truyền qua

- 34-1. Hiện tượng phân cực
- 34-2. Định luật Malus và độ phân cực
- 34-3. Các phương pháp tạo ánh sáng phân cực
- 34-4. Ánh sáng phân cực elip và phân cực tròn
- 34-5. Lưỡng chiết nhân tạo, sự quay mặt phẳng phân cực.

34-1. HIỆN TƯỢNG PHÂN CỰC

Phân cực của sóng đặc trưng cho phương dao động của sóng. Như ta đã thấy ở chương 30, ánh sáng là một sóng điện từ ở đó các đại lượng dao động là điện trường và từ trường. Trong sóng phẳng, phương của \mathbf{E} và \mathbf{B} vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng. Ánh sáng là một sóng ngang và do đó nó có thể bị phân cực theo các cách khác nhau.

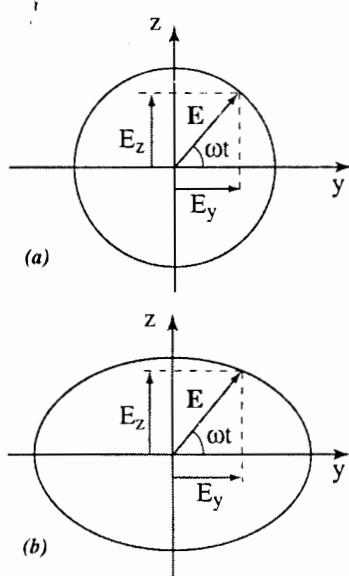
Loại phân cực đơn giản nhất cần được xét tới là phân cực thẳng (hay phân cực phẳng) như được minh họa trên hình 34-1. Từ chương 30 ta biết rằng phương truyền (phương của vectơ Poynting \mathbf{S}) được cho bởi phương của vectơ $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Trên hình, vectơ \mathbf{E} theo hướng $+y$ còn vectơ \mathbf{B} ở cùng vị trí và thời gian theo hướng $+z$. Vì $\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$ nên phương truyền theo hướng $+x$. Thông thường, ta định nghĩa phương phân cực dọc theo vectơ \mathbf{E} chứ không phải vectơ \mathbf{B} . Trên hình 34-1, sóng bị phân cực song song với trục y vì vectơ \mathbf{E} dao động dọc theo các hướng $\pm y$. Mặt phẳng chứa \mathbf{E} và phương truyền được gọi là **mặt phẳng phân cực** (mặt phẳng xy đối với trường hợp vẽ trong hình).



Hình 34-1. Sóng sáng phân cực phẳng. Phương truyền hướng theo $+x$ và mặt phẳng phân cực là mặt phẳng xy.

Tại mỗi điểm dọc theo sóng phân cực phẳng, \mathbf{E} dao động dọc theo một đường thẳng cố định. Các sóng cũng có thể là *phân cực tròn hay phân cực elip*. Ở bất kỳ điểm nào dọc theo sóng phân cực tròn, \mathbf{E} luôn giữ một độ lớn cố định, nhưng phương của nó thì quay trong không gian với một tần số góc không đổi. Hình 34-2a cho thấy sự phụ thuộc thời gian của \mathbf{E} ở một điểm nào đó do một sóng phân cực tròn truyền dọc theo phương $+x$ gây ra (vuông góc với mặt giấy). Biến thiên của \mathbf{E} có thể được biểu diễn bằng một vectơ có độ lớn cố định quay xung quanh trục x với tần số góc ω không đổi. Trong hình này, đầu của vectơ \mathbf{E} vạch một vòng tròn và các thành phần của \mathbf{E} , tức E_y và E_z , dao động với cùng biên độ và có độ lệch pha $\frac{\pi}{2}$ rad.

Nếu đầu của vectơ \mathbf{E} trên hình 34-2a quay theo chiều kim đồng hồ, khi đó ánh sáng là *phân cực tròn phải*, trong khi đó nếu đầu của \mathbf{E} quay theo chiều ngược kim đồng hồ, khi đó ánh sáng là *phân cực tròn trái*.



Hình 34-2. (a) Vectơ \mathbf{E} của sóng phân cực tròn ở một điểm nào đó. Phương truyền đi ra khỏi mặt giấy (hướng theo $+x$). (b) Sóng phân cực elip.

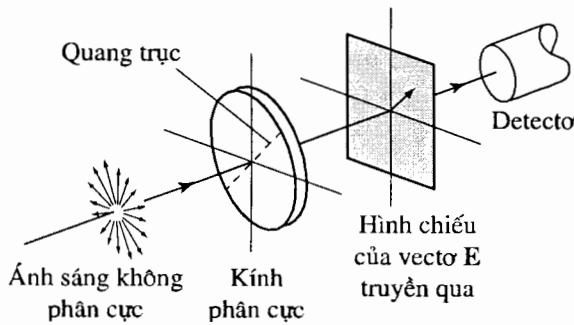
Sóng phân cực elip (hình 34-2b) tương tự như sóng phân cực tròn nhưng tại mỗi điểm, E_y và E_z có các biên độ khác nhau. Trong trường hợp này đầu của vectơ \mathbf{E} vạch một đường elip.

Thường thì khi ta nói về ánh sáng phân cực mà không nói rõ phân cực phẳng, tròn hay elip thì có nghĩa là ta đang nói về ánh sáng phân cực phẳng. Từ đây về sau, ta sẽ chỉ chú ý đến ánh sáng phân cực phẳng. Ánh

sáng phát ra từ một nguồn thông thường, ví như Mặt Trời hay dây tóc của bóng đèn chiếu sáng là *không phân cực* (còn gọi là *ánh sáng tự nhiên*). Do hoạt động một cách độc lập, các nguyên tử và phân tử phát ra các đoàn sóng ánh sáng và phân cực của các đoàn sóng này không có liên hệ với nhau. Ánh sáng tổng hợp gồm một hỗn hợp ngẫu nhiên các ánh sáng phân cực; nó là ánh sáng không phân cực.

34-2. ĐỊNH LUẬT MALUS VÀ ĐỘ PHÂN CỰC

Ánh sáng có thể bị phân cực bằng cách cho nó đi qua một kính phân cực. (Ví dụ một màng polaroit thường được dùng trong các kính râm). Kính phân cực là một dụng cụ quang học *cho đi qua* một cách chọn lọc ánh sáng có mặt phẳng phân cực song song với trực truyền qua của kính phân cực. Trục truyền qua này gọi là quang trực. Ánh sáng có mặt phẳng phân cực vuông góc với quang trực sẽ bị chặn lại do bị hấp thụ hay phản xạ. Hình 34-3 minh họa một chùm ánh sáng không phân cực đi tới một kính phân cực. Điện trường của sóng truyền qua ở một điểm và một thời điểm nào đó là song song với quang trực của kính phân cực.

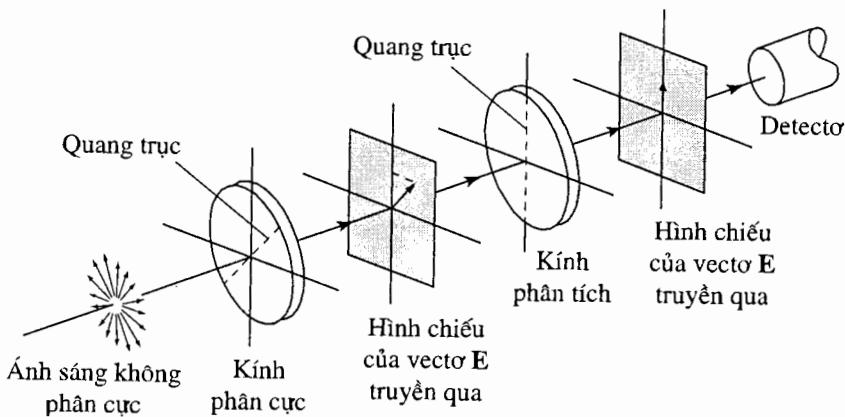


Hình 34-3. Kính phân cực cho đi qua ánh sáng có mặt phẳng phân cực song song với quang trực của kính.

Định luật Malus

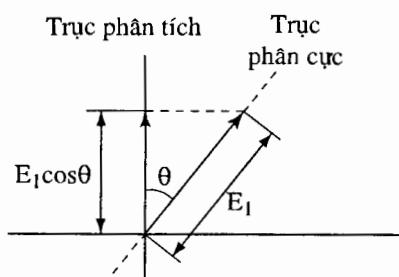
Giả sử chúng ta cho ánh sáng phân cực từ một kính phân cực đi qua một kính phân cực thứ hai như được vẽ trên hình 34-4. Kính phân cực thứ hai thường được gọi là **kính phân tích**, để phân biệt nó với kính phân cực thứ nhất. Góc θ là góc giữa hai quang trực của kính phân cực và kính phân tích. Gọi I_1 là cường độ ánh sáng được truyền qua kính phân cực và đi tới kính phân tích. Chú ý rằng detector có thể đo được I_1 nếu kính phân tích tạm thời được gỡ bỏ. Vậy cường độ ánh sáng I_2 được truyền qua kính phân tích và được đo bởi detector bằng bao nhiêu? Trên hình 34-5, ta biểu diễn hình chiếu của các thành phần điện trường của ánh sáng khi nó đi ra từ kính phân cực với biên độ E_1 và đi ra từ kính phân tích với biên độ $E_1 \cos\theta$. Nghĩa là, kính phân tích cho truyền qua chỉ thành phần của sóng song song với quang trực của nó. Vì cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ sóng, ta có $I_1 \sim (E_1)^2$ và $I_2 \sim (E_1 \cos\theta)^2$. Hằng số tỉ lệ là như nhau cho mỗi trường hợp, nên :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta \quad (34-1)$$



Hình 34-4. Ánh sáng phân cực phẳng được truyền qua một kính phân cực.
Kính phân tích chỉ cho đi qua thành phần của \mathbf{E} song song với quang trực của nó.

Đó là **định luật Malus** (theo tên nhà vật lí E. L. Malus, 1775–1812). Khi $\theta = 0$, ta có $I_2 = I_1 \cos^2 0 = I_1$, nghĩa là cường độ được kính phân tích cho truyền qua là cực đại khi quang trực của kính phân cực và kính phân tích song song với nhau. Khi $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad, $I_2 = I_1 \cos^2(\frac{\pi}{2}) = 0$, nghĩa là cường độ được kính phân tích cho truyền qua cực tiểu khi các quang trực vuông góc với nhau. Tất cả các giá trị cường độ khả dĩ, $0 < I_2 < I_1$ đều diễn ra trong khoảng từ $\theta = 0$ đến $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad.



Hình 34-5. Hình chiếu của điện trường \mathbf{E}_1 mà kính phân cực cho truyền qua lên quang trực của kính phân tích là $E_1 \cos \theta$.

Giả sử chùm ánh sáng tự nhiên đi tới kính phân cực như được vẽ trên hình 34-3. Ánh sáng này gồm các đoàn sóng với một hỗn hợp ngẫu nhiên các ánh sáng phân cực. Kính phân cực cho đi qua chỉ thành phần \mathbf{E} từ mỗi đoàn sóng song song với quang trực của kính. Vì được phát ra từ các nguyên tử và phân tử độc lập, nên các đoàn sóng là không kết hợp. Để tìm cường độ tổng hợp của các sóng không kết hợp, ta cộng cường độ của chúng lại (chứ không phải cộng các biến độ của chúng). Cường độ đi qua được kính phân cực là tổng các cường độ do các đoàn sóng gây ra. Tổng này tương đương với việc lấy trung bình theo hỗn hợp ngẫu nhiên của các đoàn sóng phân cực. Ta có thể dùng định luật Malus để biểu thị cường độ truyền qua của đoàn sóng, trong đó θ lúc này là góc giữa mặt phân cực của đoàn sóng và quang trực của kính phân cực. Vì giá trị trung bình của $\cos^2 \theta$ trong khoảng từ $\theta = 0$ đến $\theta = \frac{\pi}{2}$ rad là $\frac{1}{2}$ nên *cường độ ánh sáng truyền qua phân cực bằng một nửa cường độ ánh sáng tối (tự nhiên)*. Cường độ này không phụ thuộc vào sự định hướng của kính phân cực do sự phân cực ngẫu nhiên của các đoàn sóng tối.

Một chùm sóng không phân cực bao gồm các đoàn sóng không kết hợp, với các mặt phẳng phân cực định hướng một cách ngẫu nhiên. Ta có thể xác định được phần đóng góp vào cường độ của một đoàn sóng đơn lẻ bằng cách phân tích điện trường của đoàn sóng đó dọc theo hai trục vuông góc với nhau và điều này có thể thực hiện được cho mỗi đoàn sóng trong chùm. Như vậy một chùm không phân cực (*ánh sáng tự nhiên*) có thể được xem như hai chùm phân cực phẳng không kết hợp với các mặt phẳng phân cực vuông góc với nhau.

Độ phân cực

Trong cách rút ra định luật Malus, ta đã ngầm giả định rằng kính phân cực và kính phân tích là các dụng cụ lí tưởng. Nghĩa là, tất cả ánh sáng phân cực song song với quang trục đều được cho đi qua, và không có ánh sáng phân cực vuông góc nào với quang trục đi qua được kính. Mặc dù có thể chế tạo được các kính phân cực gần như lí tưởng, song các kính phân cực thực không thể tạo phân cực ánh sáng một cách hoàn toàn. Đại lượng được dùng để đặc trưng cho mức độ phân cực của ánh sáng là **độ phân cực P**.

VÍ DỤ 34-1

Độ phân cực. Xét một thí nghiệm được bố trí như trên hình 34-4. Cường độ đo được bởi detectơ khi các quang trục song song là I_m và cường độ đo được khi các quang trục vuông góc là $0,127I_m$. Giả sử kính phân tích là lí tưởng, hãy xác định độ phân cực do kính phân cực tạo ra.

Giải. Dùng phương trình (34-2), ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{I_m - 0,127I_m}{I_m + 0,127I_m} \\ &= \frac{0,873}{1,127} = 0,775 \end{aligned}$$

Thường kết quả này được cho theo phần trăm nên ta nói rằng ánh sáng đã cho phân cực 77,5%.

Giả sử kính phân cực trên hình 34-4 là không lí tưởng, song kính phân tích là lí tưởng. Đặt $I_{||}$ là cường độ đo được bởi detectơ khi các quang trục là song song ($\theta = 0$) và I_{\perp} là cường độ khi các quang trục là vuông góc ($\theta = \frac{\pi}{2}$ rad). Độ phân cực P của ánh sáng sau khi đi qua kính phân cực được định nghĩa bởi :

$$P = \frac{I_{||} - I_{\perp}}{I_{||} + I_{\perp}} \quad (34-2)$$

Để làm ví dụ, ta giả sử rằng ánh sáng tới kính phân tích hoàn toàn không phân cực. Khi đó $I_{||} = I_{\perp}$, thay vào phương trình (34-2) ta được $P = 0$. Một ví dụ khác, ta giả sử rằng ánh sáng tới kính phân tích hoàn toàn phân cực. Khi đó $I_{\perp} = 0$, thay vào phương trình (34-2) ta được $P = 1$. Như vậy, độ phân cực nhận giá trị nhỏ nhất bằng không đối với ánh sáng không phân cực đến lớn nhất bằng 1 đối với ánh sáng phân cực hoàn toàn.

Bài tự kiểm tra 34-1

Tỉ số $\frac{I_{||}}{I_{\perp}}$ bằng bao nhiêu đối với chùm ánh sáng có độ phân cực 50% ?

Đáp số : 3.

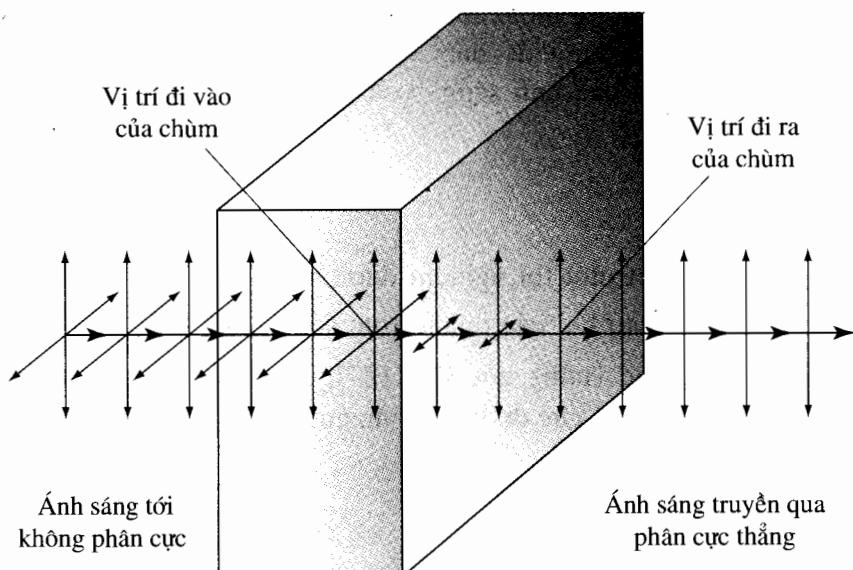
34-3. CÁC PHƯƠNG PHÁP TẠO ÁNH SÁNG PHÂN CỰC

Khi ánh sáng thực hiện các quá trình như phản xạ hay tán xạ, nó có xu hướng trở thành phân cực. Do đó, các quá trình này có thể được dùng để tạo ra ánh sáng phân cực. Các quá trình cụ thể mà ta sẽ bàn đến là : (a) sự hấp thụ chọn lọc, (b) phản xạ và truyền qua, (c) lưỡng chiết và (d) tán xạ.

Sự hấp thụ chọn lọc hay tính lưỡng hướng sắc

Phương pháp chung để tạo ánh sáng phân cực là dùng một tấm polaroit. Polaroit là một ví dụ về loại vật liệu lưỡng hướng sắc.

Vật liệu lưỡng hướng sắc cho phép ánh sáng có mặt phẳng phân cực song song với một hướng đặc biệt nào đó trong vật liệu đi qua và hấp thụ mạnh ánh sáng có mặt phẳng phân cực vuông góc với hướng này. Hướng đặc biệt này ứng với một số định hướng của các phân tử hay tinh thể và được gọi là **quang trực**. Hình 34-6 cho thấy tác dụng của vật liệu lưỡng hướng sắc. Một số các tinh thể trong thiên nhiên là lưỡng hướng sắc mà một ví dụ quan trọng là tuamalin.



Hình 34-6. Vật liệu lưỡng hướng sắc cho đi qua một cách chọn lọc ánh sáng có mặt phẳng phân cực song song với một định hướng nào đó của tinh thể hay phân tử, và hấp thụ ánh sáng có mặt phẳng phân cực vuông góc với hướng này. Hướng đặc biệt này gọi là **quang trực**.

Phản xạ và truyền qua

Thực nghiệm chứng tỏ rằng hiện tượng phân cực ánh sáng cũng xảy ra khi ánh sáng phản xạ hay khúc xạ trên mặt phân cách giữa hai môi trường. Hãy xét một chùm ánh sáng trong không khí đi tới một mặt thuỷ tinh (hình 34-7). Trừ một vài góc cá biệt, cả hai chùm *phản xạ và khúc xạ* đều bị *phân cực một phần*. Nếu chùm đập vuông góc vào mặt ($i = 0$) hoặc nếu chùm

đi là là trên bề mặt ($i = \frac{\pi}{2}$ rad), ánh sáng

phản xạ không bị phân cực. Trong phần thảo luận dưới đây, ta sẽ xét các góc tới ở giữa hai giá trị giới hạn này, khi đó *chùm khúc xạ bị phân cực một phần ở tất cả các góc*. *Chùm phản xạ cũng bị phân cực một phần ở tất cả các góc trừ một góc cá biệt* được gọi là *góc phản cực i_p* , ở đó *chùm phản xạ bị phân cực toàn phần*.

Khi $i = i_p$ *chùm phản xạ bị phân cực toàn phần với mặt phẳng phản cực của nó vuông góc với mặt phẳng tới*. Như vậy điện trường của chùm phản xạ dao động song song với bề mặt phản xạ (hình 34-7). Đối với các góc khác i_p , chùm phản xạ sẽ bị phân cực một phần vuông góc với mặt phẳng tới.

Vào năm 1812, David Brewster (1781–1868) đã phát hiện bằng thực nghiệm sự kiện khi góc tới i được cho bằng góc phản cực i_p , *chùm phản xạ và khúc xạ vuông góc với nhau*, như được vẽ trên hình 34-7. Vì trong trường hợp này $i = i_p$ và vì góc phản xạ bằng góc tới, nên phát hiện của Brewster có thể được viết là $i_p + r = \frac{\pi}{2}$. Ta có thể dùng kết

quả này và định luật Snell để tìm i_p theo chiết suất tương đối của môi trường. Gọi n_1 là chiết suất của môi trường chứa chùm tới và chùm phản xạ, còn n_2 là chiết suất của môi trường chứa chùm khúc xạ. Dùng

định luật Snell, $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, với $i = i_p$ và $r = \frac{\pi}{2} - i_p$, ta có :

$$n_1 \sin i_p = n_2 \sin\left(\frac{1}{2}\pi - i_p\right)$$

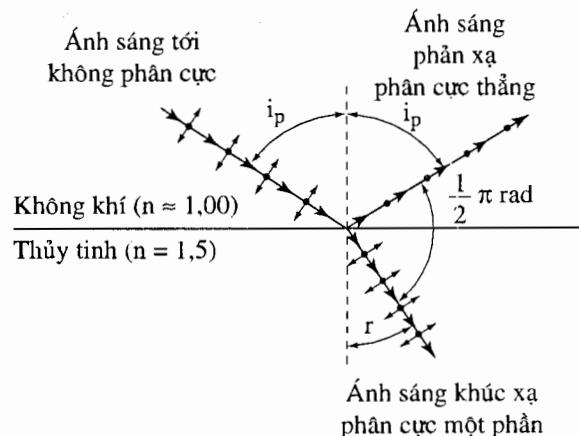
Vì $\sin\left(\frac{1}{2}\pi - i_p\right) = \cos i_p$ nên :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i_p}{\cos i_p} = \operatorname{tg} i_p$$

Tỉ số $\frac{n_2}{n_1}$ là chiết suất tương đối n_{21} . Do đó :

$$\operatorname{tg} i_p = n_{21} \quad (34-3)$$

Phương trình này được gọi là **định luật Brewster** và đôi khi góc phản cực được gọi là **góc Brewster**. Định luật Brewster cho ta giá trị của góc tới mà đối với nó chùm phản xạ bị phân cực hoàn toàn. Giả sử môi trường 1 là không khí ($n_1 = 1,00$) và môi trường 2 là thuỷ tinh ($n_2 = 1,5$). Định luật Brewster cho ta $\operatorname{tg} i_p = 1,5$ hay $i_p = \operatorname{arctg} 1,5 = 0,98 \text{ rad} = 56^\circ$. Ánh sáng không phân cực đi tới từ không khí và phản xạ trên mặt thuỷ tinh này sẽ bị phân cực toàn phần nếu góc tới là khoảng 1 rad.



Hình 34-7. *Chùm ánh sáng không phân cực đi tới với góc tới bằng góc phản cực. Mặt phẳng tờ giấy là mặt phản xạ. Các dao động của trường trong mặt phẳng tờ giấy được đánh dấu bằng \uparrow , còn các dao động của trường vuông góc với mặt giấy được đánh dấu bằng các chấm đen.*

Lưu ý rằng khi ánh sáng không phân cực đi tới bề mặt của chất điện môi, chùm khúc xạ bị phân cực một phần ở tất cả các

góc tới, ngay cả khi $i = i_p$, tức là ngay cả khi chùm phản xạ phân cực toàn phần.

VÍ DỤ 34-2

Phân cực của các chùm phản xạ và khúc xạ. Đối với một chùm ánh sáng tự nhiên (không phân cực) truyền từ không khí vào thuỷ tinh ($n = 1,50$) ở góc phân cực i_p thì 7,4% cường độ tới bị phản xạ và 92,6% bị khúc xạ. Xác định độ phân cực của : (a) chùm phản xạ và (b) chùm khúc xạ.

Giải. (a) Vì ánh sáng truyền tới ở góc phân cực, nên toàn bộ ánh sáng phản xạ bị phân cực toàn phần vuông góc với mặt phẳng tới : $P = 1$. (b) Ta có thể xem chùm tới không phân cực (có cường độ I_i) như thể một nửa cường độ của nó bị phân cực song song với mặt phẳng tới, còn nửa kia phân cực vuông góc với mặt phẳng tới. Toàn bộ chùm tới phân cực song song với mặt phẳng tới đều bị khúc xạ, vì không có phần nào của nó bị phản xạ. Do đó nếu ta gọi $I_{||}$ là cường độ chùm khúc xạ phân cực song song với mặt phẳng tới, khi đó $I_{||} = 0,500I_i$. Nay giờ gọi I_{\perp} là cường độ chùm khúc xạ phân cực vuông góc với mặt phẳng tới. Vì tất cả ánh sáng phản xạ (7,4%) đều phân cực vuông góc với mặt phẳng tới nên $I_{\perp} = (0,500 - 0,074)I_i = 0,426 I_i$. Dùng phương trình (34-2) ta có :

$$P = \frac{0,500I_i - 0,426I_i}{0,500I_i + 0,426I_i} = \frac{0,074}{0,926} = 0,080$$

chùm khúc xạ bị phân cực 8,0%. Mặc dù chùm phản xạ phân cực 100%, chùm khúc xạ có độ phân cực nhỏ hơn nhiều. Nguyên do là có rất ít ánh sáng bị phản xạ, hầu như tất cả ánh sáng đều bị khúc xạ.

Bài tự kiểm tra 34-2

Chùm không phân cực tới đập vào một vật liệu trong suốt ở góc phân cực ; 10,0% của chùm bị phản xạ và 90,0% bị khúc xạ. Độ phân cực của chùm khúc xạ bằng bao nhiêu ?

Đáp số : 11,1%.

Khúc xạ kép hay tính lưỡng chiết

Một số vật liệu tinh thể biểu hiện có khúc xạ kép hay tính lưỡng chiết. Hai ví dụ quan trọng là canxi cacbonat (CaCO_3) (còn gọi là *băng lan*) và thạch anh (SiO_2). Cấu trúc tinh thể của hai vật liệu này được cho trên hình 34-8. Trên hình 34-9 ta vẽ

chùm ánh sáng không phân cực đi tới tinh thể *băng lan*. Trong tinh thể có hai chùm tia khúc xạ, một là *tia thường*, hay tia O, và một là *tia bất thường*, hay tia E. Hai tia này có các đường đi phân kì trong môi trường. Dùng một kính phân cực để phân tích người ta thấy rằng, tia thường O và tia bất thường E đều là các ánh sáng phân cực

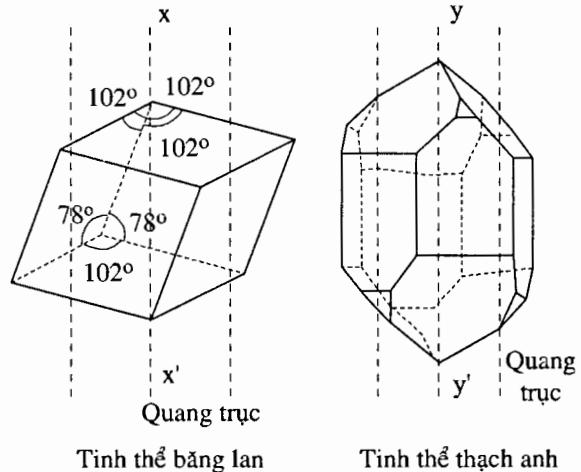
toàn phân và các mặt phẳng phân cực của chúng vuông góc với nhau. Gọi là tia thường vì nó tuân theo định luật khúc xạ, còn tia bất thường không tuân theo định luật khúc xạ. Trong các tinh thể trên có một phương đặc biệt mà khi truyền theo phương đó tia sáng không bị tách làm hai. Phương đặc biệt đó chính là *quang trực* của tinh thể.

Tia thường có vectơ điện trường vuông góc với mặt phẳng chứa tia thường và quang trực, còn tia bất thường có vectơ điện trường nằm trong mặt phẳng chứa tia bất thường và quang trực. *Mặt phẳng chứa tia O hoặc E và quang trực gọi là mặt phẳng chính của tia đó*. Trên hình 34-9 mặt phẳng chính của tia O và tia E trùng nhau. Nếu ánh sáng rời vào tinh thể là ánh sáng tự nhiên thì cường độ của tia thường và tia bất thường như nhau, còn nếu ánh sáng rời vào là ánh sáng phân cực thì cường độ của hai tia phụ thuộc vào góc giữa mặt phẳng tới và mặt phẳng chính. Khi thay đổi góc tới i , đo góc khúc xạ của tia thường (r_0) và của tia bất thường (r_E) người ta thấy :

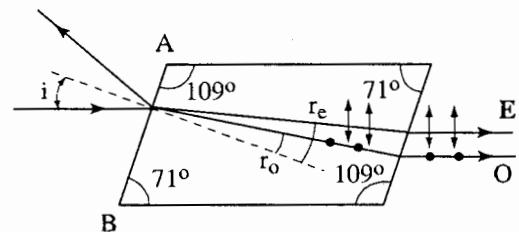
$$\frac{\sin i}{\sin r_0} = n_0 = \text{const}$$

$$\text{và } \frac{\sin i}{\sin r_E} = n_e \neq \text{const}$$

trong đó n_0 và n_e là chiết suất của tinh thể đối với tia thường và tia bất thường ; chiết suất của tia bất thường thay đổi khi góc tới thay đổi. Thường là $n_0 \geq n_e$, ví dụ đối với băng lan $n_0 = 1,66$ còn n_e thay đổi từ 1,48 đến 1,66. Các vật liệu lưỡng chiết được dùng nhiều trong quang học, đặc biệt là kính phân cực.



Hình 34-8. Cấu trúc tinh thể của băng lan và thạch anh.



Hình 34-9. Tia không phân cực đi tới tinh thể lưỡng chiết (chẳng hạn như băng lan). Tia O và tia E bị phân cực với các mặt phẳng phân cực vuông góc với nhau.

Tán xạ

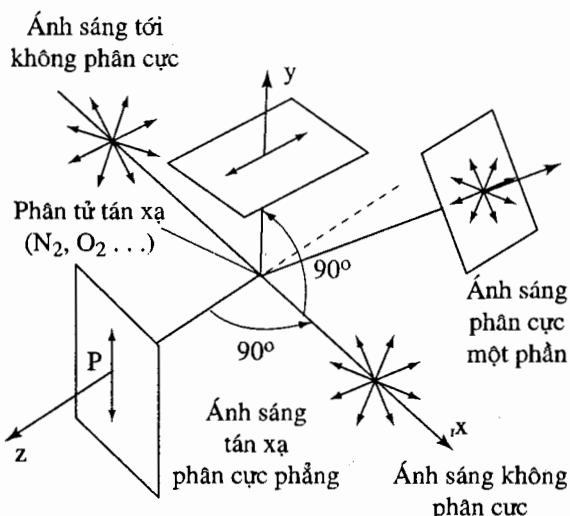
Bạn có thể nghiệm lại được rằng, ánh sáng tán xạ bị phân cực khi nhìn bầu trời bằng cặp kính râm Polaroid trong một ngày đẹp trời. Ánh sáng tới được chúng ta từ bầu trời vì ánh sáng mặt trời bị tán xạ bởi các phân tử khí trong khí quyển. Nếu không có khí quyển, bầu trời sẽ tối đen và ta có thể nhìn được các vì sao vào ban ngày. Mức độ tán xạ phụ thuộc mạnh vào bước sóng : bước sóng ngắn sẽ tán xạ nhiều hơn các bước sóng dài. Do vậy, bầu trời có màu lam vì ánh sáng tán xạ đến mắt ta có một hỗn hợp nhiều hơn các sóng ngắn (tím và lam) so với các sóng dài hơn (vàng và đỏ).

Hoàng hôn có màu đỏ vì ánh sáng này đến được mắt ta sau khi đi qua một khoảng dài trong bầu khí quyển và các bước sóng ngắn đã bị "nghèo đi" một cách có chọn lọc trong ánh sáng mà ta nhìn thấy.

Khi ta quan sát ánh sáng mặt trời phân cực bằng kính râm thì độ phân cực là cực đại đối với ánh sáng đi theo hướng vuông góc với hướng nhìn Mặt Trời. Hình 34-10 cho thấy tại sao lại như vậy. Chùm ánh sáng không phân cực truyền theo hướng $+x$ bị tán xạ bởi các phân tử ở vùng xung quanh điểm gốc. Phương của ánh sáng tán xạ đi tới người quan sát ở điểm P trên trục z

vuông góc với phương của chùm tới. Vì ánh sáng là sóng ngang, điện trường dao động của các sóng đi tới các phân tử tán xạ không có thành phần dọc theo trục x. Kết quả là, các dao động trong chùm tán xạ tới người quan sát tại P không có thành phần dọc theo trục x. Ánh sáng phát hiện được ở P là phân cực phẳng trong mặt phẳng yz.

Một số loài ong và kiến có thể phân biệt được ánh sáng mặt trời phân cực và chúng dùng khả năng này như một la bàn để tìm đường từ tổ của chúng đến nguồn thức ăn và ngược lại.



Hình 34-10. Các phân tử nằm gần điểm gốc tán xạ ánh sáng phân cực tới điểm P trên trục z.

Một số loại kính phân cực

Bây giờ sẽ là thích hợp để chúng ta nói tới một số loại kính phân cực thông dụng.

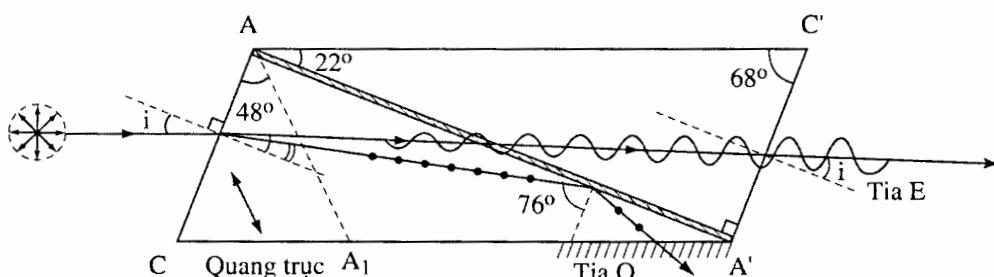
Bản tuamalin. Tuamalin là một tinh thể lưỡng chiết có trong tự nhiên nhưng có tính hấp thụ không đều đối với tia thường O và tia bất thường E. Nó là vật liệu lưỡng hướng sắc. Một tia sáng tự nhiên đi vào bản tuamalin bị tách thành hai tia O và E, nhưng với chiều dày cỡ 1mm trở lên, bản tuamalin sẽ hấp thụ hoàn toàn tia thường và chỉ để tia bất thường đi qua.

Bản polaroit. Polaroit là một vật liệu hữu cơ tổng hợp do Edwin H. Land phát minh ra năm 1928 và sau đó được cải tiến. Bản này được chế tạo với giá rẻ nên ngày nay rất thông dụng, nó là vật liệu lưỡng hướng sắc, có tính lưỡng chiết. Với bề dày cỡ 0,1mm bản polaroit đã hấp thụ hoàn toàn tia thường và để tia bất thường đi qua.

Lăng kính Nicon. Lăng kính nicon cũng là loại kính phân cực phổ biến. Nó gồm hai lăng kính bằng tinh thể băng lan (CaCO_3) dán lại với nhau bằng lớp nhựa

Canada có chiết suất $n_c = 1,550$. Các góc của lăng kính và phương của quang trục như trên hình 34-11. Một tia sáng tự nhiên rời tới nicon bị tách thành hai tia thường và bất thường. Vì $n_0 > n_c$ nên tia thường bị khúc xạ mạnh. Mặt khác do cấu tạo của nicon nên tia thường bị phản xạ toàn phần tại lớp nhựa và đi tới mặt dưới của nicon, tại đó nó bị hấp thụ do mặt được bôi đen.

Còn với tia bất thường vì $n_e < n_c$ nên nó đi qua lớp nhựa, truyền trong băng lan và ló ra ngoài theo phương song song với tia tới. Như vậy nicon đã biến đổi ánh sáng tự nhiên (hoặc phân cực một phần) thành ánh sáng phân cực toàn phần khi truyền qua nó. Vectơ cường độ điện trường của ánh sáng phân cực (tia E) dao động trong mặt phẳng chính của tia đó.

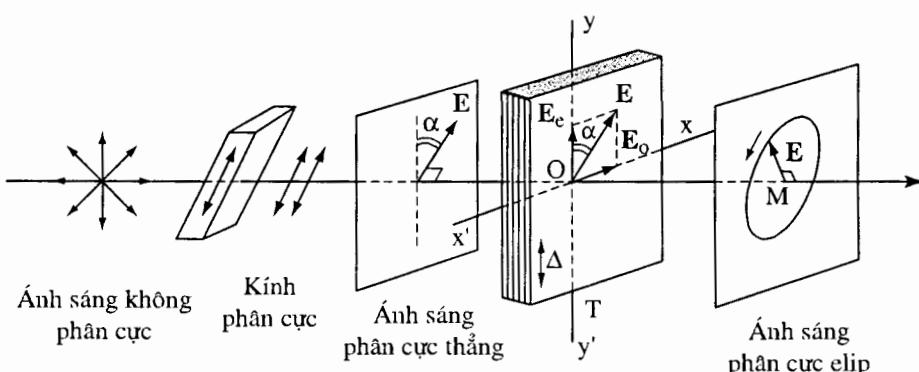


Hình 34-11. Cấu tạo của lăng kính nikon.

34-4. ÁNH SÁNG PHÂN CỰC ELIP VÀ PHÂN CỰC TRÒN

Ở các mục trên chúng ta đã nghiên cứu ánh sáng phân cực thẳng, trong đó vectơ điện trường dao động theo một phương xác định, tức là dao động trên một đường thẳng. Chúng ta cũng đã đề cập tới ánh sáng phân cực tròn và phân cực elip,

trong đó đầu mút của vectơ điện trường chuyển động trên một đường tròn hay elip (mục 34-1). Trong mục này chúng ta sẽ xem xét cách tạo ra ánh sáng phân cực đó. Một bản tinh thể T lưỡng chiết có bề dày d và có quang trục Δ như trên hình 34-12.



Hình 34-12. Cách tạo ra ánh sáng phân cực elip.

Rọi vuông góc với mặt trước của bản một tia sáng phân cực toàn phần có vectơ điện trường \mathbf{E} hợp với quang trục Δ một góc α . Khi đi vào bản, tia sáng tách thành hai : tia thường và tia bất thường, tia thường có vectơ điện trường \mathbf{E}_0 vuông góc với quang trục, còn tia bất thường có vectơ điện trường \mathbf{E}_e song song với quang trục. Ở trong bản tinh thể hai tia truyền theo cùng một phương vì tia tới vuông góc với quang trục, nhưng do có chiết suất khác nhau nên tốc độ truyền khác nhau, khi ra khỏi bản hai tia lại truyền với cùng một tốc độ. Tại một điểm M ở sau bản, hiệu quang lô của hai tia là :

$$l_0 - l_e = (n_0 - n_e)d$$

Đạo động của vectơ điện trường của hai tia đó có hiệu pha là :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (l_0 - l_e) = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e)d$$

trong đó λ là bước sóng ánh sáng trong chân không.

Đạo động của vectơ điện trường sau bản tinh thể là :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_e$$

Vì \mathbf{E}_0 và \mathbf{E}_e dao động theo hai phương vuông góc nhau nên nếu biểu diễn theo toạ độ có thể viết :

$$\mathbf{E}_0 = xi = a_1 \sin(\omega t)\mathbf{i}$$

$$\mathbf{E}_e = yj = a_2 \sin(\omega t + \phi)\mathbf{j}$$

với ϕ là hiệu pha của hai dao động đó. Từ hai phương trình trên suy ra :

$$\frac{x}{a_1} = \sin \omega t$$

và $\frac{y}{a_2} = (\sin \omega t \cos \phi + \sin \phi \cos \omega t)$

hay :

$$(\sin \phi \cos \omega t)^2 = \left(\frac{y}{a_2} - \frac{x}{a_1} \cos \phi \right)^2 =$$

$$= \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{x^2}{a_1^2} \cos^2 \phi - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos \phi$$

$$\text{Mặt khác, } (\sin \phi \sin \omega t)^2 = \left(\frac{x}{a_1} \sin \phi \right)^2$$

$$= \frac{x^2}{a_1^2} \sin^2 \phi.$$

Cộng hai biểu thức trên ta có :

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} - \frac{2xy}{a_1 a_2} \cos \phi = \sin^2 \phi \quad (34-4)$$

Đây là phương trình mô tả một đường elip. Như vậy đầu mút của vectơ \mathbf{E} sẽ di chuyển trên một đường elip và chúng ta có ánh sáng phân cực elip. Nếu trước khi vào bản vectơ điện trường có biên độ A thì các biên độ của tia thường và tia bất thường là :

$$a_1 = A \sin \alpha ; a_2 = A \cos \alpha$$

Bây giờ chúng ta xét một vài trường hợp đặc biệt :

- Nếu bề dày d thoả mãn điều kiện :

$$(n_0 - n_e)d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (34-5)$$

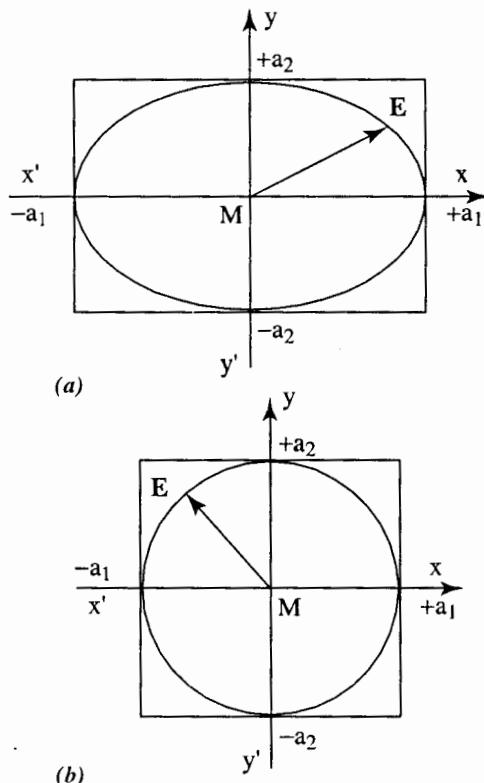
$$k = 0, 1, 2 \dots$$

thì $\phi = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ và phương trình (34-4) trở thành :

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} = 1$$

Trường hợp này đầu mút của vectơ \mathbf{E} di chuyển trên một elip có hai trục là Ox và Oy

với hai bán trục bằng a_1 và a_2 (hình 34-13a). Bản có bề dày thỏa mãn điều kiện (34-5) gọi là bản *một bước sóng*. Đặc biệt nếu $\alpha = 45^\circ$ thì $a_1 = a_2 = R$ và đầu mút của vectơ E di chuyển trên đường tròn, chúng ta có ánh sáng phân cực tròn (hình 34-13b).



Hình 34-13. Tác dụng của bản $\frac{1}{4}\lambda$: (a) Phân cực elip. (b) Phân cực tròn.

– Nếu bề dày d thoả mãn điều kiện :

$$(n_0 - n_e)d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (34-6)$$

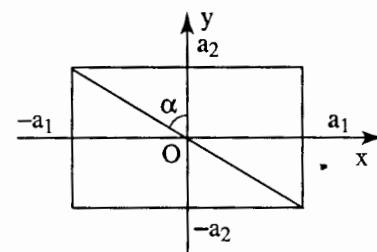
$$k = 0, 1, 2, \dots$$

thì $\phi = (2k + 1)\pi$ và phương trình (34-4) trở thành :

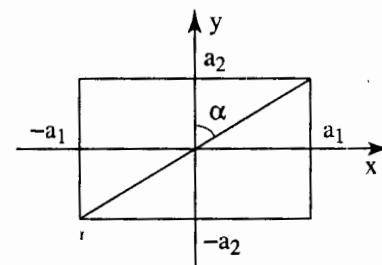
$$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{a_2} = 0$$

Đây là phương trình của đoạn thẳng nằm trong góc phần tư thứ hai và thứ tư

(hình 34-14). Trước khi đi vào bản, vectơ điện trường nằm trong góc phần tư thứ nhất và thứ ba. Như vậy sau khi ra khỏi bản, nó đã quay đi một góc 2α . Bản có bề dày d thoả mãn điều kiện (34-6) gọi là bản *nửa bước sóng*.



Hình 34-14. Tác dụng của bản nửa bước sóng.



Hình 34-15. Tác dụng của bản một bước sóng.

– Nếu bề dày d thoả mãn điều kiện :

$$(n_0 - n_e)d = k\lambda \quad (34-7)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

thì $\phi = 2k\pi$ và phương trình (34-4) trở thành :

$$\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2} = 0$$

Đây là phương trình của đoạn thẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất và thứ ba (hình 34-15). Như vậy sau khi ra khỏi bản, vectơ điện trường giống như cũ. Bản có bề dày thoả mãn điều kiện (34-7) gọi là bản *một bước sóng*.

34-5. LUỒNG CHIẾT NHÂN TẠO SỰ QUAY MẶT PHẲNG PHÂN CỤC

Một số chất bình thường không có tính luồng chiết, nhưng khi làm biến dạng hoặc dưới tác dụng điện trường, từ trường thì các chất đó có tính luồng chiết. Trong trường hợp này ta có *luồng chiết nhân tạo*.

Lưỡng chiết do biến dạng

Các chất vô định hình thường có tính đẳng hướng. Tuy nhiên, khi nén hoặc kéo dãn một vật rắn vô định hình theo một phương nào đó thì vật ấy trở thành bất đẳng hướng, phương nén hoặc kéo dãn thành quang trục của vật. Hình 34-16 là sơ đồ nghiên cứu hiện tượng lưỡng chiết do biến dạng.

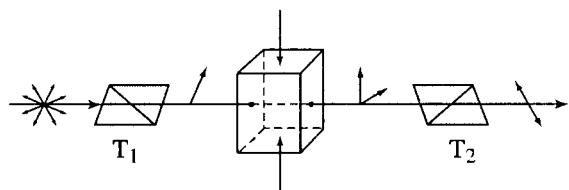
Hai kính phân cực T_1 , T_2 đặt chéo nhau (vuông góc nhau). Một chùm ánh sáng không phân cực rời qua hai kính phân cực này và qua chất vô định hình. Khi chưa bị nén hoặc dãn, chất vô định hình không làm thay đổi ánh sáng phân cực nhận được sau T_1 , vì vậy sau T_2 là tối. Khi nén hoặc dãn, vật trở thành lưỡng chiết, nó biến ánh sáng phân cực sau T_1 trở thành ánh sáng phân cực elip, kính phân tích T_2 không ngăn được hoàn toàn ánh sáng phân cực này và để cho một phần ánh sáng đi qua, như vậy sau T_2 có ánh sáng với một cường độ nào đó. Thực nghiệm chứng tỏ hiệu chiết suất $n_0 - n_e$ của môi trường biến dạng đối với tia thường và tia bất thường tỉ lệ với áp suất p tác dụng lên vật :

$$n_0 - n_e = Kp$$

trong đó K là hệ số tỉ lệ, phụ thuộc vào bản chất của vật và bước sóng ánh sáng. Hiệu pha của hai dao động của tia thường và tia bất thường là :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) d = \frac{2\pi K p}{\lambda} d \quad (34-8)$$

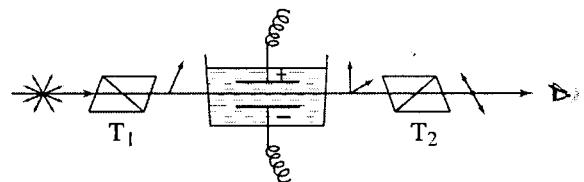
với d là bề dày của vật. Bên trong vật có thể có những điểm chịu áp suất như nhau, do đó ánh sáng bị lưỡng chiết như nhau và trên màn quan sát chúng có cùng cường độ sáng. Những điểm có cùng cường độ sáng tạo nên *đường cùng độ sáng*. Ngoài ra ϕ còn phụ thuộc vào bước sóng λ , nên nếu dùng ánh sáng trắng ta thu được những *đường đẳng sắc* có màu khác nhau. Nhờ việc nghiên cứu những đường này có thể giúp ta xác định được phân bố áp suất trong vật.



Hình 34-16. *Lưỡng chiết do biến dạng*.

Lưỡng chiết do tác dụng của điện trường

Một số chất lỏng như cacbon sunphua, nitrôbenzen... khi chịu tác dụng của điện trường thì trở nên bất đẳng hướng và có tính lưỡng chiết. Hiện tượng này được Kerr tìm ra năm 1875 và gọi là **hiệu ứng Kerr**. Hình 34-17 là sơ đồ nghiên cứu hiệu ứng Kerr.



Hình 34-17. *Lưỡng chiết do tác dụng của điện trường*.

Hai kính phân cực T_1 , T_2 bắt chéo nhau, một chùm ánh sáng không phân cực rời qua hai kính phân cực này và một chất lỏng. Khi chưa có điện trường tác dụng, các phân tử chất lỏng do chuyển động nhiệt nên sắp xếp hỗn loạn và chất lỏng có tính đẳng hướng, sau kính T_2 là tối. Nhưng khi có điện trường tác dụng, các lưỡng cực phân tử của chất lỏng sẽ nằm dọc theo phương của điện trường, khi đó chất lỏng trở nên bất đẳng hướng và có tính lưỡng chiết. Vì vậy sau kính T_2 lại có ánh sáng. Thực nghiệm chứng tỏ đối với một ánh sáng đơn sắc thì :

$$n_0 - n_e = KE^2$$

trong đó E là cường độ điện trường và K là một hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào bản chất của chất lỏng. Hiệu pha giữa hai tia thường và bất thường là :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) d = \frac{2\pi K E^2}{\lambda} d \quad (34-9)$$

Tuỳ theo giá trị của ϕ , cường độ sáng sau T_2 có một giá trị nào đó. Thời gian để các phân tử định hướng theo điện trường rất nhỏ vào cỡ 10^{-9} s, tương tự thời gian để phân tử trở về trạng thái chuyển động hỗn loạn khi tắt điện trường cũng vào cỡ đó. Người ta ứng dụng tính chất này của hiệu ứng Kerr để làm "van quang học" đóng mở ánh sáng rất nhanh, không có quán tính.

Sự quay mặt phẳng phân cực

Một số các tinh thể đơn trực hoặc chất vô định hình có thể làm quay mặt phẳng phân cực của ánh sáng phân cực truyền qua nó.

– Đối với các *tinh thể đơn trực* như thạch anh, NaClO_3 ... khi chiếu ánh sáng phân cực *dọc quang trực* thì vectơ điện trường không bị tách làm hai nhưng bị quay đi một góc θ , do đó mặt phẳng phân cực cũng bị quay đi một góc θ . Với một ánh sáng đơn sắc nhất định, góc quay θ tỉ lệ với bề dày d của bản tinh thể và khối lượng riêng ρ của bản :

$$\theta = K \rho d \quad (34-10)$$

trong đó K là một hệ số tỉ lệ.

– Đối với một số *chất vô định hình* như đường, rượu... (gọi là những *chất quang hoạt*) cũng có tác dụng làm quay mặt phẳng phân cực khi cho một ánh sáng phân cực truyền qua. Với một ánh sáng đơn sắc nhất định, góc quay θ tỉ lệ với nồng độ C và bề dày d của dung dịch :

$$\theta = KCd \quad (34-11)$$

trong đó K là một hệ số tỉ lệ.

Người ta có thể ứng dụng hiện tượng quay của mặt phẳng phân cực để xác định nồng độ C trong một dung cụ gọi là **đường kẽ**; dung cụ này cho phép xác định tỉ lệ phần trăm của đường nguyên chất có trong đường được sản xuất ra.

?

CÂU HỎI

- 1** Các kính râm polaroit làm "giảm thiểu sự chói sáng" như thế nào ? Quang trực của các kính này nằm ngang hay thẳng đứng ?
- 2** Các ngư dân thường thích đeo kính râm polaroit vì nó giúp cho họ "nhìn được dưới nước". Giải thích xem tại sao lại thế.
- 3** Một số người chụp ảnh chuyên nghiệp dùng thiết bị lọc phân cực đặt trước các thấu kính máy ảnh. Giải thích xem vì sao thiết bị lọc như thế có thể giúp ích cho việc chụp ảnh.

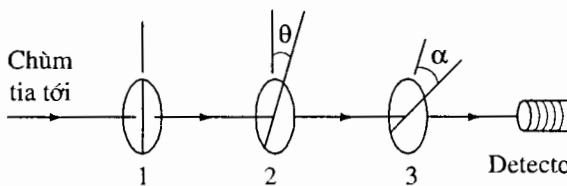
- 4** Một chùm sáng hướng dọc theo đường nằm ngang có thể bị phân cực bằng nhiều cách. Ví dụ, nó có thể bị phân cực phẳng trong mặt phẳng nằm ngang hay trong mặt phẳng thẳng đứng. Có thể làm tương tự đối với các sóng âm trong không khí không ? Giải thích.
- 5** Phân cực của ánh sáng được xem như bằng chứng để nói ánh sáng là sóng ngang. Nhưng liệu nó có thể có thành phần dọc không ? Để trả lời, hãy xét việc giải thích định luật Malus có kể tới thành phần dọc.
- 6** Xét thí nghiệm hai khe ở đó ta làm cho ánh sáng phát ra từ các khe bị phân cực. Mô tả hình nhiễu xạ khi mặt phẳng phân cực của ánh sáng phát ra từ hai khe là : (a) song song và (b) vuông góc với nhau.
- 7** Một chùm ánh sáng không phân cực có cường độ I có thể được xem như hai chùm phân cực phẳng không kết hợp, mỗi chùm có cường độ $\frac{1}{2}I$ với các mặt phẳng phân cực vuông góc với nhau. Tại sao hai chùm này phải là không kết hợp ? Xét hai chùm kết hợp cùng pha, có biên độ bằng nhau và các mặt phẳng phân cực vuông góc với nhau. Mô tả sự phân cực của một chùm đơn tương đương với hai chùm này.
- 8** Giả sử bạn nhận được một mẫu chất dẻo và được yêu cầu xác định xem nó có phải là polaroit hay không. Bạn không có trong tay kính phân cực. Giải thích xem bạn sẽ tiến hành việc xác định này như thế nào. Nếu nó là một polaroit, bạn sẽ xác định quang trực của nó như thế nào ?
- 9** Quan sát từ bề mặt Mặt Trăng, bầu trời của Mặt Trăng là màu đen. Giải thích.

BÀI TẬP

Mục 34-2. Định luật Malus và độ phân cực

- 1** Một kính phân cực và một kính phân tích (cả hai đều là lí tưởng) được sắp đặt như trên hình 34-4. Giả sử cường độ ở detectơ là $0,65\text{W/m}^2$ khi góc θ giữa các quang trực bằng không. (a) Hỏi cường độ sẽ bằng bao nhiêu khi $\theta = \frac{\pi}{4}\text{rad}$? (b) Cường độ bằng bao nhiêu khi $\theta = \frac{3\pi}{4}\text{rad}$?
- 2** Một kính phân cực và một kính phân tích (cả hai đều là lí tưởng) được sắp đặt như trên hình 34-4. Cường độ ở detectơ là I_0 khi góc θ giữa các quang trực bằng không. θ bằng bao nhiêu khi $I = 0,25I_0$?
- 3** Dùng hai hay nhiều hơn hai kính phân cực, người ta có thể làm quay mặt phẳng phân cực của một chùm ánh sáng. Giả sử ba kính phân cực được đặt trong chùm ánh sáng không phân cực có cường độ I_0 như được chỉ

trên hình 34-18. Kính phân cực 1 làm phân cực chùm sáng, còn các kính phân cực 2 và 3 làm quay mặt phẳng phân cực. Gọi θ là góc giữa các quang trục của các kính phân cực 1 và 2, còn α là góc giữa các quang trục của các kính phân cực 2 và 3. (a) Giả sử rằng tất cả ba kính phân cực đều là lí tưởng, chứng minh rằng cường độ ở detecto là $I = \frac{1}{2} I_0 (\cos \theta)^2 (\cos \alpha)^2$.
 Chú ý rằng chùm đi ra có mặt phẳng phân cực của nó đã bị quay một góc $\theta + \alpha$. (b) Xác định I khi $\theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$ sao cho $\theta + \alpha = \frac{\pi}{2}$ rad.



Hình 34-18

4. Một kính phân cực lí tưởng được dùng để đo độ phân cực của một chùm đi theo hướng nằm ngang. Khi quay kính phân cực người ta thấy, nó cho truyền qua một cường độ cực đại I_m khi quang trục nằm dọc theo đường thẳng đứng và một cường độ cực tiểu là $0,10I_m$ khi quang trục nằm dọc theo đường nằm ngang. (a) Hỏi mặt phẳng phân cực là nằm ngang hay thẳng đứng ? (b) Độ phân cực của chùm bằng bao nhiêu ?
5. Chùm phân cực một phần có thể được xem như tổ hợp của chùm hoàn toàn không phân cực có cường độ I_0 và chùm phân cực hoàn toàn có cường độ I_p . Nếu chùm này đi tới một kính phân tích lí tưởng, thì cường độ truyền qua cực đại $I_{||} = I_p + \frac{1}{2}I_0$ khi trục của kính phân tích song song với mặt phẳng phân cực của phần phân cực của chùm. Khi trục của kính phân tích vuông góc với mặt phẳng phân cực của phần phân cực của chùm, cường độ truyền qua là $I_{\perp} = \frac{1}{2}I_0$. Chứng minh rằng độ phân cực của chùm là
- $$P = \frac{I_p}{I_p + I_0}$$

Mục 34-3. Các phương pháp tạo ánh sáng phân cực

6. Góc phân cực của chùm đi từ không khí vào mặt nước ($n = 1,33$) là bao nhiêu ?
7. Chùm ánh sáng bị phản xạ từ bề mặt của một môi trường trong suốt là phân cực hoàn toàn khi góc phản xạ là $1,1$ rad. Góc khúc xạ bằng bao nhiêu ?

- 8** Chùm ánh sáng đèn nháy truyền từ không khí vào một bản mỏng chất dẻo. Ánh sáng phản xạ là hoàn toàn phân cực khi góc tới là $0,89\text{rad}$. Chiết suất của chất dẻo là bao nhiêu ?
- 9** Một khối thuỷ tinh $n = 1,5$ được nhúng vào nước ($n = 1,3$). (a) Góc phân cực đối với chùm ánh sáng đi từ thuỷ tinh vào mặt phân cách thuỷ tinh – nước là bao nhiêu ? (b) Góc phân cực đối với chùm ánh sáng đi từ nước vào mặt phân cách thuỷ tinh – nước là bao nhiêu ?
- 10** Định luật Brewster, $\text{tg} i_p = \frac{n_2}{n_1}$, cho ta góc tới của chùm trong môi trường 1 đi vào bề mặt phân cách giữa môi trường 1 và 2 sao cho tia phản xạ là phân cực hoàn toàn. Gọi i_p là góc phân cực và r là góc của chùm khúc xạ. Bây giờ giả thiết rằng chùm đi tới từ môi trường 2 vào mặt phân cách giữa môi trường 1 và 2. Chứng minh rằng góc phân cực đối với chùm này là r .
- 11** (a) Chứng minh rằng nếu chùm tới ở trong môi trường có chiết suất nhỏ hơn thì góc phân cực phải nằm giữa $\frac{\pi}{4}$ và $\frac{\pi}{2}\text{ rad}$. (b) Chứng minh rằng nếu chùm tới ở trong môi trường có chiết suất lớn hơn, thì góc phân cực phải nằm giữa 0 và $\frac{\pi}{4}\text{ rad}$.
- 12** Giả sử góc tới hạn đối với sự phản xạ toàn phần của ánh sáng tới từ môi trường 2 đến mặt phân cách giữa môi trường 1 và 2 là $0,68\text{rad}$. (a) Hỏi góc phân cực đối với ánh sáng tới từ môi trường 2 là bao nhiêu ? (b) Góc phân cực đối với ánh sáng tới từ môi trường 1 là bao nhiêu ?
- 13** Khi ánh sáng bị phản xạ ở góc phân cực từ một loại chất dẻo trong suốt nào đó, $8,5\%$ cường độ chùm tới bị phản xạ. Độ phân cực của chùm khúc xạ bằng bao nhiêu ?
- 14** Ánh sáng không phân cực tới đập vào một bản phẳng chất dẻo ở góc phân cực. Ánh sáng khúc xạ có độ phân cực $9,5\%$. Có bao nhiêu phần trăm cường độ của tia tới bị phản xạ ? Giả sử không có hấp thụ.

◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Độ phân cực của chùm khúc xạ.** Chùm ánh sáng không phân cực có cường độ I_0 tới đập vào biên giữa các môi trường trong suốt. Chùm phản xạ có cường độ bằng $0,060I_0$ và độ phân cực của nó là $0,90$. Độ phân cực của chùm khúc xạ bằng bao nhiêu ?
- 2** **Chùm phân cực một phần đi tới một kính phân cực lí tưởng.** Chùm phân cực một phần có thể được xem như hai chùm không kết hợp có các cường độ khác nhau và với các mặt phẳng phân cực vuông góc với nhau.

Gọi I_1 là cường độ của chùm mạnh hơn và I_2 là cường độ của chùm yếu hơn.

(a) Chứng minh rằng khi chùm phân cực một phần đi tới một kính phân cực lí tưởng thì cường độ truyền qua là :

$$I = (I_1 - I_2) \cos^2 \theta + I_2$$

ở đây θ là góc giữa quang trực của kính phân cực và mặt phẳng phân cực của chùm mạnh hơn. (b) Chứng minh rằng cường độ truyền qua kính phân cực được viết là :

$$I = I_1 \frac{1 + P \cos(2\theta)}{1 + P}$$

ở đây P là độ phân cực của chùm.

3 Cường độ truyền qua ba kính phân cực. Giả sử góc giữa các quang trực của các kính phân cực 1 và 3 trên hình 34-18 được giữ cố định là $\frac{\pi}{2}$, trong khi đó góc θ giữa các quang trực của các kính phân cực 1 và 2 thay đổi được. Chứng minh rằng cường độ ở detecto được cho bởi :

$$I = I_0 \frac{1 - \cos(4\theta)}{16}$$

ở đây I_0 là cường độ của chùm không phân cực đi tới kính phân cực 1.

4 Tính quang hoạt. Giả sử ta có N kính phân cực (lí tưởng) đặt trong chùm vẽ ở hình 34-18 thay vì cho 3 kính. Chùm tới kính phân cực 1 là phân cực phẳng và kính phân cực 1 có quang trực của nó quay một góc $\frac{\theta}{N}$ với mặt phẳng phân cực của chùm tới. Mỗi kính phân cực tiếp theo có quang trực bị quay cùng chiều một góc $\frac{\theta}{N}$ đối với kính phân cực đứng trước nó sao cho kính phân cực cuối cùng có quang trực bị quay một góc θ đối với mặt phẳng phân cực của chùm đi tới kính phân cực 1. (a) Chứng minh rằng cường độ ánh sáng ở sau kính phân cực cuối cùng là :

$$I = I_0 \left(\cos \frac{\theta}{N} \right)^{2N}$$

ở đây I_0 là cường độ của chùm tới. Xác định $\frac{I}{I_0}$ đối với trường hợp khi

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad \text{và (b) } N = 10, \text{ (c) } N = 100, \text{ (d) } N = 1000.$$

Một vài chất, ví dụ như đường hoà tan trong nước, có thể làm quay mặt phẳng phân cực của chùm phân cực mà không làm giảm đáng kể cường độ của chùm. Hiện tượng này được gọi là *tính quang hoạt*.

5

Cộng phân cực thẳng để có phân cực tròn. Hai chùm ánh sáng phân cực thẳng kết hợp truyền dọc theo trục z. Chúng có cùng tần số và biên độ. Một chùm phân cực dọc theo trục x còn chùm kia dọc theo trục y. Chùm phân cực dọc theo trục x sớm pha 90° so với chùm phân cực dọc theo trục y. Chứng minh rằng tổng các chùm này là một chùm phân cực tròn. Chùm tổng hợp là phân cực tròn phải hay phân cực tròn trái ?

6

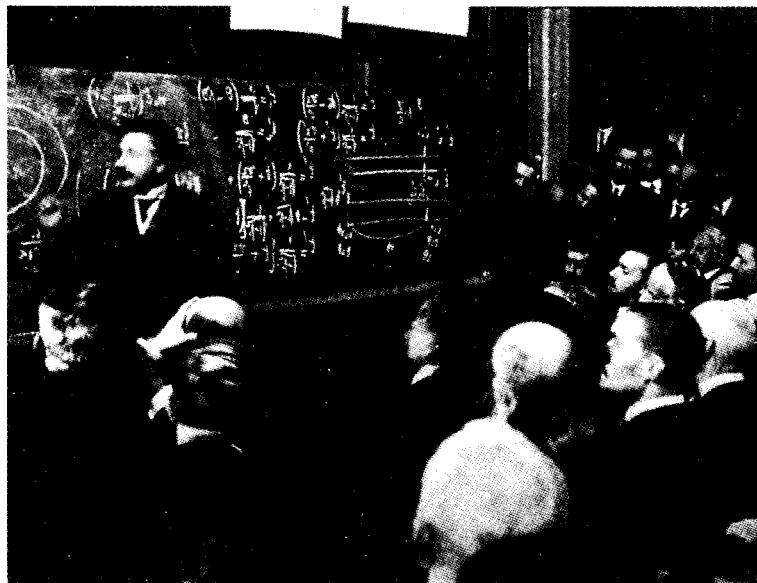
Các cường độ elip. Một chùm ánh sáng phân cực elip đi qua một kính phân cực lí tưởng. Khi kính phân cực quay, biên độ cực đại đi qua gấp 4 lần biên độ cực tiểu đi qua. (a) Kính phân cực quay một góc bao nhiêu khi biên độ đi từ cực tiểu sang cực đại ? (b) Chứng minh rằng khi kính phân cực được đặt ở góc nằm chính giữa các góc cho các cường độ cực tiểu và cực đại thì biên độ chỉ còn bằng hai phần năm biên độ cực đại.

7

Các kính phân cực không hoàn hảo. Ánh sáng không phân cực đi qua hai kính phân cực, mỗi kính hấp thụ 90% cường độ ánh sáng phân cực ngang và 10% ánh sáng phân cực thẳng đứng. Cường độ của ánh sáng không phân cực là 25mW/m^2 . (a) Cường độ và độ phân cực của ánh sáng sau khi đi qua kính phân cực thứ nhất là bao nhiêu ? (b) Cường độ và độ phân cực của ánh sáng sau khi nó truyền qua cả hai kính phân cực là bao nhiêu ? (c) Kính phân cực thứ nhất quay 30° . Sau khi quay, cường độ và độ phân cực của ánh sáng sau khi nó truyền qua cả hai kính phân cực là bao nhiêu ?

CHƯƠNG 35

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI



- 35-1. Các phép biến đổi
- 35-2. Nguyên lí tương đối
- 35-3. Phép biến đổi Lorentz
- 35-4. Quan niệm mới về không gian và thời gian
- 35-5. Phép cộng vận tốc
- 35-6. Hiệu ứng Doppler tương đối tính
- 35-7. Động lượng và năng lượng

Bài đọc thêm :

Thuyết tương đối rộng

Albert Einstein (1879 – 1955), một trong các nhà Vật lí vĩ đại nhất, người sáng tạo ra *Thuyết tương đối*, đang đọc bài giảng.

Trực giác của chúng ta dựa trên những kinh nghiệm hàng ngày, những kinh nghiệm này chỉ hạn chế trong những quan sát về các vật thể chuyển động chậm có kích cỡ bình thường. Chẳng hạn tốc độ của ôtô trên đường phố hoặc như tốc độ trên quỹ đạo của một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất cỡ 10^4 m/s, giá trị này rất nhỏ so với tốc độ ánh sáng $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Nếu chuyển động của vật với tốc độ có thể so sánh được với tốc độ ánh sáng, thì chuyển động đó được gọi là chuyển động tương đối tính. Hầu hết chúng ta đều chưa có kinh nghiệm đối với các vật chuyển động có tốc độ cao như vậy.

Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các vật chuyển động rất nhanh và sẽ dẫn tới những kết luận khác xa kinh nghiệm hàng ngày. Khi đó trực giác sẽ gặp nhiều thách thức và các khái niệm vật lí cơ bản nhất của chúng ta sẽ phải thay đổi.

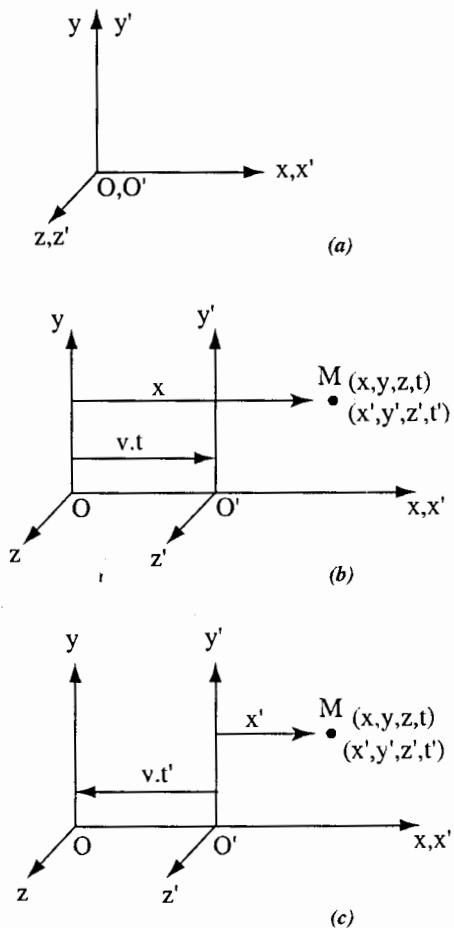
35-1. CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI

Khi khảo sát các sự kiện ta thường tưởng tượng có một người quan sát O ghi lại bốn toạ độ không – thời gian (x, y, z, t) của mỗi sự kiện. Giá trị của các toạ độ không – thời gian ấy có tính tương đối, chúng tuỳ thuộc vào hệ toạ độ và đồng hồ của người quan sát. Một người quan sát khác O' có thể sử dụng một đồng hồ khác và chọn một hệ toạ độ khác. Kết quả là trong hệ quy chiếu của người quan sát thứ hai, các toạ độ không – thời gian (x', y', z', t') của một sự kiện cho trước nói chung khác các giá trị (x, y, z, t) ghi bởi người quan sát O đối với cùng sự kiện ấy.

Phép biến đổi Galileo

Nếu biết được quan hệ giữa các hệ quy chiếu của hai người quan sát O và O', chúng ta có thể viết được các phương trình liên hệ các kết quả quan sát của họ. Chúng ta đặc biệt quan tâm đến *phép biến đổi liên hệ các hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với nhau*.

Giả sử các trục toạ độ của hai người quan sát có hướng như mô tả trên hình 35-1, hệ O' chuyển động với tốc độ v không đổi theo trục xx' . Vì hai người quan sát đang ở trong trạng thái chuyển động tương đối nên họ không dùng chung một đồng hồ được. Mỗi người quan sát có đồng hồ riêng để ghi thời gian của các sự kiện. Để đơn giản giả thiết rằng, họ điều chỉnh các đồng hồ của họ chỉ cùng một thời gian vào lúc $t = t' = 0$, thời điểm mà gốc của hai hệ toạ độ trùng nhau. Sự kiện này được trình bày ở hình 35-1a.



Hình 35-1. (a) Các trục toạ độ của hai người quan sát trùng nhau tại thời điểm $t = t' = 0$. (b) Một sự kiện xảy ra ở (x, y, z, t) trong hệ quy chiếu của người quan sát O. (c) Cũng sự kiện đó xảy ra ở (x', y', z', t') trong hệ quy chiếu của người quan sát O'.

Xét một sự kiện tại M, đối với người quan sát O toạ độ của nó là x, y, z, t còn đối với người quan sát O' là x', y', z', t' . Dưới con mắt của người quan sát O, ở thời điểm t khi sự kiện xảy ra, gốc toạ độ O' đã chuyển động được một khoảng vt sang phải theo chiều dương của trục x (hình 35-1b). Dưới con mắt của người quan sát O', sự kiện xảy ra ở thời điểm t' và gốc toạ độ O đã dịch chuyển được một đoạn vt' sang bên trái dọc theo chiều âm của trục x (hình 35-1c).

Việc viết ra phép biến đổi liên hệ hai hệ quy chiếu này chứa đựng một số giả thiết về tính chất của không gian và thời gian. Dùng hình 35-1b, bạn có thể xem rằng hiệu số $x - vt$ bằng toạ độ x' của sự kiện được ghi bởi người quan sát O'. Dùng hình 35-1c, bạn sẽ xem $x' + vt'$ là toạ độ x của cùng sự kiện đó nhưng được ghi bởi người quan sát O. Chú ý là hai kết quả này : $x' = x - vt$ và $x = x' + vt'$ không hoàn toàn như nhau, chúng chỉ như nhau nếu chúng ta đưa thêm giả thiết $t = t'$ cho mọi sự kiện. Giả thiết này biểu hiện quan niệm của Newton về một thời gian tuyệt đối và phổ quát. Theo đó, một đồng hồ được giả thiết là chỉ những khoảng thời gian không phụ thuộc vào chuyển động của nó đối với một đồng hồ khác có kết cấu giống hệt. Tương tự, phép đo các độ dài (để xác định các toạ độ của một điểm) cũng được giả thiết là không phụ thuộc vào chuyển động tương đối. Với các giả thiết đó, phép biến đổi có dạng sau :

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}\tag{35-1}$$

Phép biến đổi này được gọi là **phép biến đổi Galileo**, theo tên của nhà bác học Galileo. Cho đến gần đây thế kỉ XX người

ta vẫn thường nghĩ (nhưng không đúng) rằng nó phản ánh được bản chất của không gian và thời gian. Thực tế thì phép biến đổi này đã diễn tả tốt trong các chuyển động tương đối có tốc độ nhỏ vào cỡ tốc độ của tàu hỏa, máy bay và các vệ tinh nhân tạo của Trái Đất (trong các trường hợp này $v \ll c$).

Phép biến đổi vận tốc

Giả sử mỗi người quan sát đều đo vận tốc của một vật. Mỗi phép đo như vậy chứa đựng hai sự kiện : vị trí của vật ở hai thời điểm. Để đơn giản, ta chỉ xét thành phần x của vận tốc. Gọi (x_1, t_1) và (x_2, t_2) là toạ độ không – thời gian của hai sự kiện đó đối với người quan sát O. Thành phần trên trục x của vận tốc u_x của vật được cho bởi :

$$u_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

(Biểu thức này cho ta thành phần của vận tốc trung bình ; có thể lấy giá trị giới hạn khi cho t_2 dần tới t_1 , khi đó có vận tốc tức thời). Tương tự người quan sát O' cũng tính được thành phần vận tốc :

$$u'_x = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}$$

Chúng ta sử dụng phép biến đổi Galileo, tức các phương trình (35-1), để biểu thị u'_x theo các phép đo của người quan sát O. Sử dụng $t' = t$, ta có $t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1$, ta có :

$$u'_x = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{(x_2 - vt_2) - (x_1 - vt_1)}{t_2 - t_1}$$

hay :

$$u'_x = u_x - v\tag{35-2}$$

Ta đã gặp kết quả này lần đầu tiên khi nghiên cứu về động học ở chương 3. Đó là công thức biến đổi vận tốc Galileo.

VÍ DỤ 35-1

Một máy bay trực thăng được quan sát từ một nhà ga và từ một tàu hoả.

Người quan sát O đứng trên sân ga quan sát một máy bay trực thăng bay dọc theo sân ga trên đó có con tàu đang chạy cùng chiều với máy bay. Người này ước tính tốc độ máy bay là 100 km/h và tốc độ tàu hoả là 60km/h. (a) Tốc độ máy bay đối với người quan sát O' ở trên tàu hoả bằng bao nhiêu ? (b) Nếu các tốc độ này đều không đổi, thì sau nửa giờ con tàu cách máy bay bao xa ?

Giải. (a) Chọn trục xx' theo hướng chuyển động và sử dụng phương trình (35-2) với $u_x = 100\text{km/h}$ và $v = 60\text{km/h}$, ta có $u'_x = 100\text{km/h} - 60\text{km/h} = 40\text{km/h}$.

(b) Trong khoảng thời gian $\Delta t' = 0,50\text{h}$, toạ độ x' của máy bay thay đổi một lượng $\Delta x' = u'_x \Delta t' = (40\text{km/h}).(0,50\text{h}) = 20\text{km}$ đối với người quan sát O'. Như vậy ở thời điểm đó, máy bay cách con tàu 20km.

Bài tự kiểm tra 35-1

Trong ví dụ trên, nếu đo ở hệ quy chiếu đứng yên đối với máy bay, hãy xác định tốc độ của : (a) tàu hoả, (b) nhà ga.

Đáp số : (a) 40km/h, (b) 100km/h.

35-2. NGUYÊN LÝ TƯƠNG ĐỐI

Một sự mô tả thế giới tự nhiên, nếu đúng đắn, về mặt nhận thức sẽ phải độc lập, không tuỳ thuộc vào bất kì một người mô tả hoặc người quan sát riêng biệt nào. Những ý tưởng đó được chứa đựng trong một phát biểu xem như một tiên đề gọi là **nguyên lý tương đối** : Các định luật của tự nhiên đều có cùng một dạng toán học trong mọi hệ quy chiếu quán tính. Nói cách khác, nguyên lý tương đối khẳng định rằng một định luật mô tả đúng thế giới tự nhiên không thể quy bằng bất cứ cách nào về một hệ quy chiếu đặc biệt hoặc riêng biệt nào đó. Để làm ví dụ, ta hãy xét định luật bảo toàn động lượng của một hệ cô lập. Tổng động lượng P tính trong hệ quy chiếu này có thể khác với tổng động lượng P' tính trong hệ quy chiếu kia. Nhưng định luật chỉ được phát biểu theo một cách

trong mọi hệ quy chiếu : $\frac{dP}{dt} = 0$ ở hệ quy

chiếu này và $\frac{dP'}{dt'} = 0$ ở hệ quy chiếu kia.

Chúng ta sẽ giới hạn sự khảo sát chỉ với các hệ quy chiếu quán tính, trong hệ đó một hạt có gia tốc bằng không khi hợp lực tác dụng lên hạt bằng không.

Thuyết tương đối Galileo

Tâm quan trọng của nguyên lý tương đối đã được thừa nhận trước khi Einstein làm thay đổi các quan niệm của chúng ta về không gian và thời gian. Vì phép biến đổi Galileo là hiện thân của những quan niệm sơ khai về không gian và thời gian, nên những quan niệm trước Einstein về chuyển động tương đối và nguyên lý tương đối thường được coi là thuyết tương đối

Galileo. Trong mục này chúng ta sẽ xét thuyết tương đối Galileo và một số vấn đề liên quan đến thuyết ấy.

Khi ta sử dụng phép biến đổi Galileo để liên hệ các hệ quy chiếu quán tính chuyển động tương đối với nhau, thì các định luật của tự nhiên sẽ biến đổi như thế nào?

Chẳng hạn định luật Newton thứ hai phù hợp với nguyên lí tương đối như thế nào?

Ta xét thành phần của gia tốc $a_x = \frac{du_x}{dt}$ của hạt đối với người quan sát O. Trong hệ quy chiếu của người quan sát O' chuyển động so với O với tốc độ không đổi v, thành phần gia tốc của hạt là $a'_x = \frac{du'_x}{dt'}$.

Sử dụng phép biến đổi Galileo và phương trình (35-2), ta có :

$$a'_x = \frac{du'_x}{dt'} = \frac{d(u_x - v)}{dt} = \frac{du_x}{dt} = a_x$$

trong đó $\frac{dv}{dt} = 0$, vì v là tốc độ tương đối không thay đổi của hai người quan sát. Như vậy gia tốc của một hạt không thay đổi, $a'_x = a_x$, qua phép biến đổi Galileo. Nếu ta giả thiết khối lượng của hạt không đổi, tức $m' = m$, thì tích của khối lượng và gia tốc của hạt cũng không đổi : $m'a'_x = ma_x$. Hơn nữa nếu lại giả sử rằng thành phần của tổng hợp lực tác dụng lên hạt là như nhau trong hai hệ quy chiếu : $\Sigma F'_x = \Sigma F_x$ (xem bài tập 5) thì kết hợp hai đẳng thức trên đây, ta thấy rằng nếu $\Sigma F'_x = m'a'_x$ nghiệm đúng đối với người quan sát O', thì $\Sigma F_x = ma_x$ cũng nghiệm đúng đối với người quan sát O. Như vậy, định luật Newton thứ hai có cùng một dạng trong mọi hệ quy chiếu quán tính liên hệ với nhau bởi các phép biến đổi Galileo và điều đó cũng phù hợp với nguyên lí tương đối.

Các phương trình Maxwell và tốc độ ánh sáng

Tuy nhiên một vấn đề được nảy sinh khi chúng ta xét các phương trình Maxwell, những định luật của điện từ học. Ở chương 30 ta đã thấy rằng, nghiệm của phương trình Maxwell trong chân không là những hàm sóng mà ta đã giải thích là sóng ánh sáng. Sóng này lan truyền với tốc độ $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$, đó là tốc độ ánh sáng trong chân không. Những nghiệm sóng đó và giá trị tốc độ của chúng xuất hiện từ những phương trình trên được giải trong một hệ quy chiếu quán tính bất kì. Điều này dẫn đến một mâu thuẫn trong thuyết tương đối Galileo giữa điện từ học và phép biến đổi Galileo. Trong hệ quy chiếu của người quan sát O, thành phần vận tốc của một sóng ánh sáng trong chân không lan truyền theo chiều dương của trục x là $u_x = c$. Trong hệ quy chiếu của người quan sát O' liên hệ với hệ quy chiếu của O bằng phép biến đổi Galileo, thành phần vận tốc của ánh sáng được cho bởi phương trình (35-2) : $u'_x = c - v$. Trái lại, nghiệm sóng của các phương trình Maxwell trong hệ quy chiếu đó (và mọi hệ quy chiếu khác) đều có thành phần vận tốc $u'_x = c$.

Để khắc phục mâu thuẫn đó, người ta coi sóng ánh sáng lan truyền trong một môi trường có tên là *ête* (ether). Sóng ánh sáng được xem là truyền trong môi trường *ête* giống như sóng cơ học truyền trong một môi trường cơ học. Trong phương trình mô tả sóng cơ, tốc độ truyền sóng là tốc độ đối với môi trường. Như vậy có thể nghĩ rằng các phương trình Maxwell chỉ nghiệm đúng đối với hệ quy chiếu trong đó môi trường *ête* nằm yên. Tốc độ ánh

sáng trong chân không $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ là tốc độ trong hệ quy chiếu gắn liền với môi trường ête (Môi trường ête được giả thiết là chiếm toàn bộ không gian). Trong một hệ quy chiếu khác chuyển động với tốc độ v đối với môi trường ête, thì tốc độ ánh sáng được xác định bởi phép biến đổi Galileo liên hệ hệ quy chiếu đó với hệ quy chiếu gắn chặt với môi trường ête.

Thí nghiệm Michelson – Morley

Mặc dù có những phản đối gay gắt, nhưng khái niệm ête đã được nhiều người thừa nhận cho đến tận năm 1887 khi thí nghiệm của A. A. Michelson (1852 – 1931) và E. W. Morley (1835 – 1923) đã gieo mối nghi ngờ lên toàn bộ giả thiết đó. Michelson và Morley lập luận rằng khi chuyển động xung quanh Mặt Trời, Trái Đất phải đi qua môi trường ête. Vì tốc độ của ánh sáng (đo trên Trái Đất) tuỳ thuộc vào tương quan giữa hướng truyền của ánh sáng và hướng của vận tốc Trái Đất đi qua môi trường ête, nên có thể làm một thí nghiệm để xác định Trái Đất đi qua môi trường ête như thế nào.

Thí nghiệm đó có ý định sử dụng giao thoa kế Michelson (mục 32-4) để đo độ lệch pha. Độ lệch pha sẽ xuất hiện nếu tốc độ ánh sáng phụ thuộc vào hướng truyền ánh sáng trong hệ quy chiếu Trái Đất. Dưới những điều kiện khác nhau và trong những thời gian khác nhau của năm, họ đã không phát hiện được độ lệch pha nào. Kết quả này là một bí ẩn ở thời đó, nhưng ngày nay

chúng ta đã nhận ra ý nghĩa sâu xa của thí nghiệm Michelson – Morley : *Tốc độ ánh sáng trong chân không là như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính. Nghĩa là tốc độ ánh sáng trong chân không là một bất biến.*

Sự lí giải mới của chúng ta về thí nghiệm Michelson – Morley đã loại bỏ sự cần thiết của khái niệm ête. Giả thiết về môi trường ête được đặt ra để giải thích tại sao ánh sáng có thể có tốc độ khác nhau trong những hệ quy chiếu khác nhau. Nhưng thực tế ánh sáng không có tốc độ khác nhau trong những hệ quy chiếu khác nhau : Tốc độ ánh sáng trong chân không là như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.

Sự "không đổi" đó của tốc độ ánh sáng trong mọi hệ quy chiếu quán tính đã làm sụp đổ lý thuyết tương đối Galileo. Tốc độ ánh sáng là một bất biến, trái với công thức biến đổi vận tốc Galileo (phương trình 35-2). Chúng ta đi tới kết luận rằng phép biến đổi Galileo và quan niệm của chúng ta về không gian và thời gian chưa đúng trong phép biến đổi ấy là không đúng. Điều quan trọng cần lưu ý là phép biến đổi Galileo, mặc dù không đúng nhưng vẫn cho những kết quả tính toán thỏa đáng trong các thí nghiệm hàng ngày của chúng ta. Chỉ khi nào gấp các tốc độ lớn thì những tính chất không bình thường của không gian và thời gian mới trở nên đáng kể và chúng có thể dẫn tới những kết quả gây bất ngờ nằm ngoài trực giác của chúng ta.

VÍ DỤ 35-2

Vận tốc ánh sáng đối với hai người quan sát. Một con tàu vũ trụ chuyển động thẳng, đi qua Trái Đất với tốc độ $v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Một người quan sát trên mặt đất chiếu một chùm laze (ánh sáng) song song với quỹ đạo con tàu và đo được tốc độ ánh sáng của chùm đó là $u_x = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Xác định tốc độ của chùm ánh sáng đó được đo bởi người quan sát trên con tàu.

Giải. Vì tốc độ ánh sáng trong chân không là bất biến nên người quan sát trong con tàu đo được tốc độ ánh sáng của chùm laze đó bằng $u'_x = c = 3 \cdot 10^8$ m/s, y hệt như đo trên mặt đất. Nếu áp dụng phương trình (35-2) cho trường hợp này thì kết quả tìm được ($1 \cdot 10^8$ m/s) là rất sai.

35-3. PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

Năm 1905, Albert Einstein đã đề xuất quan niệm mới về không – thời gian và một lí thuyết tương đối mới, mà ngày nay ta thường gọi là thuyết tương đối hẹp. Thuyết tương đối này gọi là hẹp theo nghĩa là trong đó chỉ xét các hệ quy chiếu quán tính và không xét tới trường hấp dẫn. Các hệ quy chiếu tổng quát hơn và mối liên hệ với hấp dẫn được xét trong thuyết tương đối tổng quát hay thuyết tương đối rộng, sẽ được mô tả trong bài đọc thêm của chương này.

Hai tiên đề

Einstein phát triển thuyết tương đối từ hai tiên đề sẽ được phát biểu dưới đây. Tiên đề thứ nhất là nguyên lý tương đối, có thể coi là luôn có mặt trong mọi lí thuyết vật lí. Tiên đề thứ hai chính thức thừa nhận sự bất biến của tốc độ ánh sáng trong chân không.

Tiên đề 1. Các định luật của tự nhiên có cùng một dạng toán học trong mọi hệ quy chiếu quán tính.

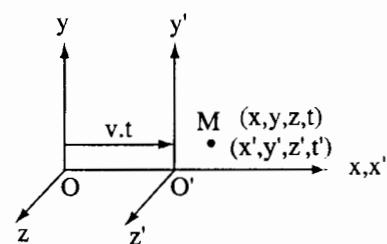
Tiên đề 2. Tốc độ ánh sáng trong chân không là như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.

Công việc đầu tiên để phát triển thuyết tương đối hẹp là xác định phép biến đổi liên hệ các hệ quy chiếu quán tính chuyển động đối với nhau. Phép biến đổi đó sẽ thay thế cho phép biến đổi Galileo nhưng

phải quy về phép biến đổi Galileo trong trường hợp giới hạn của các tốc độ nhỏ.

Phép biến đổi Lorentz

Để đơn giản ta chỉ xét phép biến đổi liên hệ hai hệ quy chiếu chuyển động tương đối dọc theo trục xx' với tốc độ v không đổi. Một lần nữa ta giả thiết có hai người quan sát gắn với hai hệ quy chiếu O và O' ; $t = t' = 0$ tại thời điểm hai hệ quy chiếu trùng nhau. Sau đó vị trí hai hệ quy chiếu được mô tả trên hình 35-2 (nhìn từ phía người quan sát O). Mỗi người quan sát gán các toạ độ không – thời gian cho các sự kiện. Người quan sát O gán tập hợp (x, y, z, t) cho một sự kiện và O' gán tập hợp (x', y', z', t') cho cùng sự kiện đó. Chúng ta sẽ tìm phép biến đổi liên hệ hai tập hợp toạ độ đó đối với một sự kiện bất kỳ.



Hình 35-2. Hai người quan sát chuyển động đối với nhau cùng quan sát một sự kiện. Hình vẽ trên nhìn từ phía người quan sát O .

Chúng ta giả thiết không – thời gian là đồng nhất và có sự tương ứng một – một của các sự kiện đối với hai người quan sát, nên ta chỉ xét các phép biến đổi tuyến tính. Vì gốc toạ độ O' chuyển động dọc theo chiều dương của x với tốc độ v đối với O nên phương trình biểu thị x' theo những đại lượng không dấu phẩy phải tỉ lệ với $x - vt$. Theo cách đó một sự kiện xảy ra tại $x' = 0$, gốc của hệ toạ độ có dấu phẩy, sẽ xảy ra tại $x = vt$ đối với hệ toạ độ không dấu phẩy; như vậy phương trình biến đổi có thể viết dưới dạng :

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (35-3)$$

trong đó γ là hệ số không phụ thuộc các toạ độ không – thời gian của sự kiện.

Một phương trình tương tự có thể biểu thị x theo x' và t' dưới dạng :

$$x = \gamma(x' + vt') \quad (35-4)$$

Dấu + giữa x' và vt' có nghĩa là gốc toạ độ của O' chuyển động dọc theo chiều âm của trục x' với tốc độ không đổi v . Đại lượng γ phải như nhau ở cả hai phương trình trên. Theo nguyên lý tương đối, ta không thể có ưu tiên riêng cho bất kỳ một người quan sát nào. Mọi quan sát trong các hệ quán tính nhằm mô tả thế giới tự nhiên đều có giá trị như nhau. Giá trị của γ không thể đặc trưng riêng cho một người quan sát nào mà liên quan đến cả hai người quan sát.

Giống như phép biến đổi Galileo, các toạ độ có dấu phẩy và không dấu phẩy sẽ bằng nhau đối với các trục toạ độ vuông góc với phương chuyển động tương đối của hai hệ quy chiếu. Điều này tương ứng với tính đồng nhất và tính đẳng hướng của không gian. Đối với trường hợp vẽ trên hình 35-2, ta có :

$$\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad (35-5)$$

Phương trình còn lại của phép biến đổi liên quan đến thời gian. Phương trình nào liên hệ t và t' của một sự kiện? Nó không thể là kết quả của biến đổi Galileo $t' = t$, vì nếu không sẽ trực tiếp dẫn về phép biến đổi Galileo. Dạng của phương trình đó có thể tìm được nếu ta tổ hợp hai phương trình (35-3) và (35-4).

Thay x' trong phương trình (35-4) bằng biểu thức cho bởi phương trình (35-3), ta nhận được :

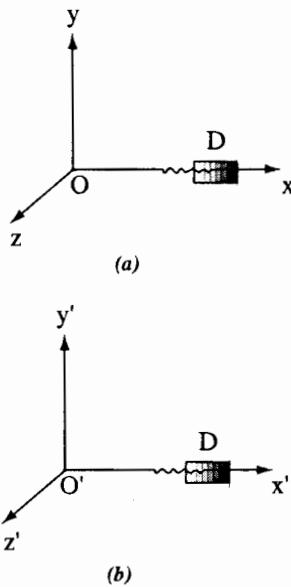
$$x = \gamma[\gamma(x - vt) + vt']$$

và rút t' ra theo x, t , kết quả là :

$$t' = \gamma \left[t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v} x \right] \quad (35-6)$$

Hệ ba phương trình (35-3), (35-5), (35-6) cho ta dạng của phép biến đổi liên hệ các hệ quy chiếu của hai người quan sát O và O' . Các phương trình đó có chứa đại lượng γ , vẫn còn chưa được xác định. Giá trị của nó cần phải phù hợp với tiên đề 2 : cả hai quan sát viên đều nhận giá trị tốc độ ánh sáng trong chân không bằng c . Ta xét cặp sự kiện sau đây trong một phép đo tốc độ ánh sáng.

- Tại $t = t' = 0$, khi hai hệ toạ độ trùng nhau, một xung ánh sáng phát ra từ một nguồn điểm tại điểm gốc chung của hai hệ. Ánh sáng truyền trong chân không.
- Xung ánh sáng đó đi vào một detectơ đặt trên trục xx' . Sự kiện đó xảy ra tại $(x, 0, 0, t)$ đối với người quan sát O và tại $(x', 0, 0, t')$ đối với người quan sát O' ; như cho trên hình 35-3. Vì tốc độ ánh sáng trong chân không là như nhau trong hai hệ quy chiếu, nên ta có $x = ct$ và $x' = ct'$.



Hình 35-3. Một xung ánh sáng đi vào detector D nhìn trong hệ quy chiếu của người quan sát O (a) và của người quan sát O' (b).

Thay các biểu thức đó của x và x' vào các phương trình (35-3) và (35-6) ta được :

$$ct' = \gamma (ct - vt)$$

và :

$$t' = \gamma \left(t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v} ct \right)$$

Chia hai phương trình đó cho nhau sẽ khử được t và t' , ta tìm được :

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - v^2/c^2}$$

Lấy căn bậc hai dương (sao cho hướng dương của trục x và trục x' tương ứng với cùng một hướng), ta được :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (35-7)$$

Từ biểu thức trên của γ^2 ta có thể tính được :

$$\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v} = \frac{v}{c^2}$$

Bây giờ ta có thể xác định phép biến đổi liên hệ hai người quan sát O và O'. Giải

các phương trình trên cho các toạ độ không – thời gian có dấu phẩy theo các toạ độ không dấu phẩy, ta được :

$$x' = \gamma (x - vt) = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (35-8)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left[t - \frac{v}{c^2} x \right] = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Phép biến đổi này gọi là **phép biến đổi Lorentz**, theo tên nhà bác học H. A. Lorentz (xem lục Lorentz ở mục 21-4). Người đã tìm cách giải thích kết quả của thí nghiệm Michelson – Morley qua sự co lại của các độ dài bởi thừa số $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Nhưng Einstein mới là người đầu tiên thu được phép biến đổi đó từ hai tiên đề của thuyết tương đối hẹp.

Các phương trình của phép biến đổi cũng có thể giải cho các toạ độ không dấu phẩy theo các toạ độ có dấu phẩy. Qua các tính toán đại số, ta được :

$$x = \gamma(x' + vt') = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (35-9)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma \left[t' + \frac{v}{c^2} x' \right] = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Cũng có thể thu được các kết quả trên đây bằng cách đổi chỗ các đại lượng có dấu phẩy và không dấu phẩy, đồng thời đổi dấu – trước các số hạng vt và $\frac{vx}{c^2}$ thành dấu +. Sự đổi dấu này tương ứng với hai người quan sát mô tả người này chuyển động đối với người kia theo hai chiều ngược nhau.

35-4. QUAN NIỆM MỚI VỀ KHÔNG GIAN VÀ THỜI GIAN

Một điều cần chú ý là tốc độ ánh sáng trong chân không độc lập đối với chuyển động tương đối của các hệ quy chiếu trong đó tiến hành đo tốc độ ấy. Hai người quan sát đo tốc độ ánh sáng sẽ thu được cùng một giá trị, mặc dù họ có thể chuyển động đối với nhau với tốc độ lớn. Vậy có những tính chất đặc biệt nào của không – thời gian đã trái ngược với các kinh nghiệm thông thường của chúng ta ? Ta có thể áp dụng phép biến đổi Lorentz để dẫn ra các tính chất khác biệt đó.

Thời gian như là một "chiều thứ tư"

Sự khảo sát các phương trình của biến đổi Lorentz cho thấy rằng, chúng ta phải từ bỏ quan niệm về một thời gian tuyệt đối hoặc phổ quát. Từ phương trình cho t' :

$$t' = \gamma \left[t - \left(\frac{v}{c^2} \right) x \right]$$

ta thấy rằng, giá trị của thời gian t' gán cho một sự kiện bởi người quan sát O' không chỉ phụ thuộc vào thời gian mà còn phụ thuộc vào toạ độ x gán cho sự kiện đó bởi người quan sát O . Như vậy, chúng ta không thể có sự phân biệt rạch ròi giữa không gian và thời gian như hai khái niệm tách biệt nhau. Thay cho ba toạ độ không gian (x, y, z) và một thời gian t tách biệt đặc trưng cho một sự kiện, là bốn toạ độ không – thời gian (x, y, z, t) được "hoà trộn" với nhau qua phép biến đổi Lorentz. Về mặt toán học, biến số thời gian có thể xử lí như là một toạ độ không gian thứ tư. Vì lí do đó, đôi khi ta thường coi thời gian là " chiều thứ tư ".

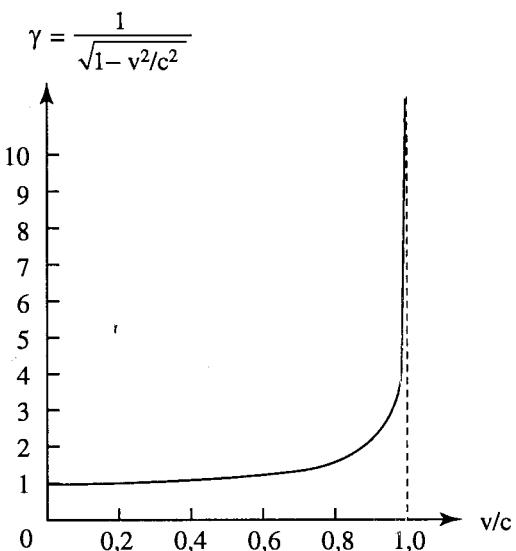
Một điều quan trọng là cần phải hiểu rõ thừa số $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ trong các phương

trình của phép biến đổi Lorentz phụ thuộc như thế nào vào tốc độ tương đối v của hai người quan sát. Sự phụ thuộc đó được mô tả bằng đồ thị trên hình 35-4. Nếu tốc độ tương đối v có giá trị nhỏ sao cho $\frac{v}{c} \ll 1$ thì

$$\gamma \approx 1. \text{ Chẳng hạn nếu } v = 0,001c \text{ thì}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,001)^2}} = 1,0000005. \text{ Với những}$$

giá trị của v tăng lên thì γ cũng tăng, nếu $v = 0,70c$ thì $\gamma = 1,4$, nếu $v = 0,99c$ thì $\gamma = 7,1$. Khi v dần tới c thì γ tăng vô hạn.



Hình 35-4. Với các tốc độ nhỏ thì thừa số $\gamma \approx 1$. Khi $v \rightarrow c$ thì giá trị γ tăng vô hạn.

Sự hoà trộn giữa không gian và thời gian không xuất hiện trong các phép biến đổi giữa các hệ quy chiếu đối với các giá trị nhỏ của tốc độ tương đối ($v \ll c$). Ta hãy xét khoảng thời gian Δt giữa hai sự kiện xảy ra tại hai điểm gần nhau đối với người quan sát O , nghĩa là khoảng cách không gian Δx không lớn. Từ phép biến đổi Lorentz,

khoảng thời gian $\Delta t'$ giữa hai sự kiện đó đối với người quan sát O' là :

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2} \right)$$

Nếu tốc độ tương đối v nhỏ so với tốc độ ánh sáng thì $\frac{v}{c} \ll 1$ và $\gamma \approx 1$. Hơn nữa số hạng $\frac{v\Delta x}{c^2} \ll \Delta t$. Khi đó phương trình biến đổi khoảng thời gian trở thành $\Delta t' \approx \Delta t$. Như vậy, hai người quan sát ghi được cùng một khoảng thời gian giữa hai sự kiện. Có thể phân tích tương tự đối với các phương trình (35-9) của phép biến đổi Lorentz. Bạn có thể chứng minh rằng phép biến đổi Lorentz liên hệ các hệ quy chiếu có thể được thay gần đúng bằng phép biến đổi Galileo trong phạm vi các giá trị nhỏ của tốc độ tương đối ($v \ll c$).

Tính đồng thời

Trong thuyết tương đối Galileo, thời gian là tuyệt đối như nhau trong mọi hệ quy chiếu ($t = t'$). Nếu hai sự kiện xảy ra tại cùng một thời điểm, nghĩa là chúng xảy ra đồng thời trong một hệ quy chiếu nào đó, thì hai sự kiện đó cũng xảy ra đồng thời trong mọi hệ quy chiếu khác.

Phép biến đổi Lorentz chứng tỏ rằng ý tưởng về một sự đồng thời tuyệt đối là không đúng. Giả sử có hai sự kiện xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu của người quan sát O. Ví dụ như một hạt nhân phóng xạ phân rã tại (x_1, y_1, z_1, t_1) và một cặp phân tử va chạm nhau tại (x_2, y_2, z_2, t_2) với $t_2 = t_1$. Khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$ có nghĩa là hai sự kiện trên xảy ra đồng thời trong hệ quy chiếu đang xét. Trong hệ quy chiếu của người quan sát O' chuyển động đối với O với tốc độ v , hai sự kiện trên đây

có xảy ra đồng thời không ? Ta sử dụng phép biến đổi Lorentz để xác định khoảng về thời gian $\Delta t' = t_2' - t_1'$:

$$\Delta t' = \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{v(x_2 - x_1)}{c^2} \right]$$

$$= \gamma \left(0 - \frac{v\Delta x}{c^2} \right)$$

$$\Delta t' = -\frac{\gamma v}{c^2} \Delta x \text{ khi } \Delta t = 0$$

Điều đó có nghĩa là nếu hai sự kiện xảy ra đồng thời tại hai vị trí khác nhau ($\Delta x \neq 0$) đối với người quan sát O, thì chúng sẽ xảy ra tại thời điểm khác nhau đối với người quan sát O'. Vậy *sự đồng thời có tính tương đối, tuỳ thuộc người quan sát*. Tính tương đối của sự đồng thời dẫn tới những hệ quả trong sự so sánh độ dài và khoảng thời gian đối với những người quan sát khác nhau.

Sự giãn nở của thời gian

Giả sử có hai người quan sát chuyển động đối với nhau, tiến hành so sánh chu kì của đồng hồ của họ trong quá trình đo đạc. Hình 35-5 mô tả những đặc trưng chủ yếu của một loại đồng hồ đặc biệt vận hành bằng ánh sáng để cho việc phân tích được đơn giản.

Chu kì của đồng hồ được xác định bằng thời gian ánh sáng đi được (trong chân không) từ một nguồn S đến một detector D đặt gần nguồn. Một xung sáng phát ra từ nguồn S đến phản xạ trên một gương M đặt cố định cách S một khoảng L. Sự ghi nhận xung phản xạ bởi detector D lại kích thích làm phát ra một xung mới và quá trình cứ thế tiếp diễn. Giả sử có một đồng hồ gắn liền với người quan sát O' như trên hình 35-5a, *hệ quy chiếu O' gọi là hệ quy chiếu nằm yên của đồng hồ*. Quãng đường

đi – về của ánh sáng từ S đến D là $2L = c\Delta t' = cT'$. Chu kì của đồng hồ gắn với O' bằng :

$$T' = \frac{2L}{c}$$

Đối với người quan sát O, đồng hồ chuyển động với tốc độ v như trên hình 35-5b, ánh sáng đi từ S đến M qua đoạn đường có độ dài $c\left(\frac{1}{2}\right)T = \sqrt{L^2 + v^2\left(\frac{1}{2}T\right)^2}$ ($\Delta t = T$) và từ M trở về D qua đoạn đường cùng độ dài như trên. Bình phương biểu thức trên rồi giải ra cho T – chu kì của đồng hồ chuyển động đối với người quan sát O, ta được :

$$T = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

Từ hai biểu thức trên ta suy ra :

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma T' \quad (35-10)$$

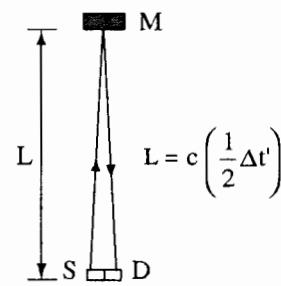
Như vậy đối với hai người quan sát, chu kì của đồng hồ có giá trị khác nhau.

Sự phụ thuộc của chu kì đồng hồ vào chuyển động của đồng hồ đối với người quan sát là một tính chất đặc trưng tổng quát của không – thời gian ; nó không phụ thuộc vào tính chất của một loại đồng hồ đặc biệt nào, chẳng hạn như đồng hồ mô tả ở trên.

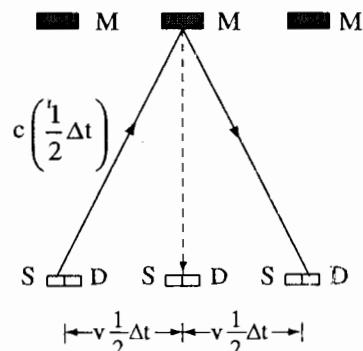
Vì $\gamma > 1$ nên khoảng thời gian T lớn hơn khoảng thời gian T' trong hệ quy chiếu gắn liền với đồng hồ. Từ kết quả này người quan sát O kết luận rằng, đồng hồ chuyển động chạy chậm đi. Chẳng hạn giả sử $T' = 1s$ đối với đồng hồ gắn hệ quy chiếu O', nhưng đối với người quan sát O khoảng thời gian T của đồng hồ chuyển động lại lớn hơn 1s. Nếu $v = 0,600c$ thì $\gamma = 1,25$ và

$T = 1,25s$, tức là đồng hồ chuyển động chạy chậm đi. Hiệu ứng "dãn ra" của thời gian nói trên của đồng hồ chuyển động được gọi là **sự nở của thời gian**.

Sự phân tích của chúng ta về sự nở của thời gian độc lập đối với cấu tạo của đồng hồ. Như vậy mọi quá trình vật lí xảy ra trong một hệ chuyển động diễn biến với một tốc độ chậm hơn. Các đồng hồ sinh học gắn liền với quá trình lão hoá cũng không phải là ngoại lệ đối với hiệu ứng đó.



(a)



(b)

Hình 35-5. (a) Một xung sáng phát ra từ nguồn S phản xạ trên gương M, được ghi nhận bởi detectơ D. Theo đồng hồ gắn liền với hệ quy chiếu của người quan sát O', khoảng thời gian giữa phát xung và nhận xung là T' sao cho $2L = cT'$. (b) Đối với người quan sát O, đồng hồ chuyển động với tốc độ v và :

$$\sqrt{L^2 + v^2\left(\frac{1}{2}T\right)^2} = c\left(\frac{1}{2}T\right).$$

VÍ DỤ 35-3

Thí nghiệm kiểm chứng sự nở của thời gian. Hạt muôn (μ) là một hạt cơ bản tương tự như hạt electron. Nó là một hạt không bền và phân rã với thời gian sống trung bình là $2,2\mu s$ trong hệ quy chiếu nằm yên của hạt đó. Các tia vũ trụ tạo nên các hạt μ với tốc độ lớn ở tầng cao khí quyển. Xác định thời gian sống trung bình (đối với Trái Đất) của hạt μ có tốc độ $v = 0,99c$.

Giải. Giả sử hạt μ nằm yên đối với người quan sát O', khi đó $T' = 2,2\mu s$. Vì $\sqrt{1-v^2/c^2} = \sqrt{1-(0,99)^2} = 0,14$ nên theo phương trình (35-10), ta có : $T = \frac{2,2\mu s}{0,14} \approx 16\mu s$.

Kết quả quan sát được sự tăng thời gian sống của các hạt μ có tốc độ lớn tạo ra bởi các tia vũ trụ là một trong những kiểm chứng đầu tiên của hiệu ứng nở của thời gian.

Bài tự kiểm tra 35-2

Giả sử một người quan sát đo thời gian sống trung bình của một hạt không bền thấy kết quả bằng 35ms khi hạt chuyển động với tốc độ $v = 0,85c$ đối với người quan sát đó. Xác định thời gian sống trung bình của hạt trong hệ quy chiếu gắn với hạt đó.

Đáp số : 18 ms.

Sự co lại của độ dài

Giả sử có một vật, chẳng hạn như một thanh dài nằm yên trong hệ quy chiếu của O', song song với trục x'. Ta quan sát vị trí hai đầu của thanh ứng với hai sự kiện : sự kiện 1 tại (x'_1, t'_1) và sự kiện 2 tại (x'_2, t'_2) .

Khi đó, chiều dài của thanh là $L' = x'_2 - x'_1$, dấu phẩy của L' chứng tỏ rằng chiều dài được đo trong hệ quy chiếu nằm yên. Đối với người quan sát O, thanh dài và hệ quy chiếu của O' đều chuyển động dọc theo chiều dương của trục x với tốc độ v. Người quan sát O sẽ xác định chiều dài của thanh bằng cách xác định đồng thời (trong hệ quy chiếu của người quan sát O) vị trí x_1 và x_2 của hai đầu thanh. Độ dài của thanh chuyển động là khoảng cách giữa hai vị trí được xác định đồng thời của hai đầu thanh : $L = x_2 - x_1$. Sử dụng phương trình thứ nhất của phép biến đổi Lorentz, ta có :

$$L' = x'_2 - x'_1 = \gamma [(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]$$

Các toạ độ x_1 và x_2 được xác định đồng thời trong hệ quy chiếu O, vì vậy $t_2 - t_1 = 0$. Do đó :

$$L' = \gamma(x_2 - x_1) = \gamma L = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Như vậy độ dài của thanh chuyển động dọc theo hướng vận tốc của nó là :

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L'}{\gamma} \quad (35-11)$$

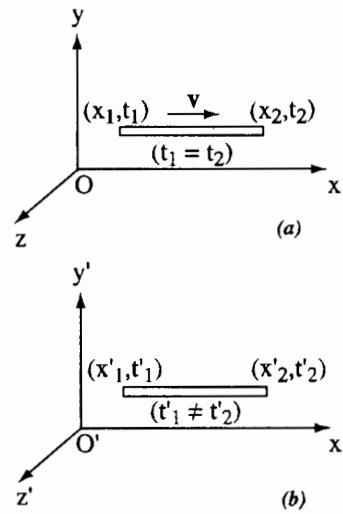
Độ dài của một vật chuyển động dọc theo hướng chuyển động của nó bằng độ dài của vật nằm yên chia cho γ. Vì $\gamma > 1$, nên $L < L'$. Ví dụ, nếu $v = 0,600c$ thì $\gamma = 1,25$ và $L = \frac{L'}{1,25}$, như vậy có sự co ngắn độ dài của vật theo hướng chuyển động. Tốc độ của vật càng lớn, độ dài của vật càng bị co nhiều.

Người quan sát O' sẽ không đồng ý với phép đo thực hiện bởi người quan sát O. Giả sử bây giờ vai trò của hai người quan sát đảo ngược lại ; người quan sát O' đo độ dài của một vật chuyển động, vật này nằm yên trong hệ quy chiếu của O. Như là một bài tập, bạn có thể chỉ ra rằng chiều dài L' của vật chuyển động bị co lại so với chiều

dài nằm yên L một thừa số $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$,

nghĩa là $L' = L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L}{\gamma}$. Như vậy mỗi

người quan sát đều kết luận rằng chiều dài của một vật chuyển động đều bị co lại.



Hình 35-6. Các sự kiện xảy ra ở hai đầu của thanh được sử dụng để đo chiều dài của : (a) thanh chuyển động, (b) thanh trong hệ quy chiếu gắn với nó.

VÍ DỤ 35-4

Con tàu dài vừa khít với chiều dài sân ga. Một con tàu siêu tốc có chiều dài nằm yên là 1200m chạy qua một sân ga che kín. Theo người trưởng ga, độ dài sân ga là 900m và con tàu chạy qua ga dài vừa khít với chiều dài sân ga, nghĩa là đuôi tàu bắt đầu vào sân ga đồng thời với đầu tàu chớm ra khỏi sân ga. Xác định tốc độ của tàu.

Giải. Để chạy qua ga vừa khít với chiều dài 900m, chiều dài của tàu khi chuyển động phải bằng $L = 900m$. Theo phương trình (35-11), ta có :

$$900m = 1200m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Nghĩa là :

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{900}{1200} \right)^2 = (0,75)^2$$

Do đó :

$$v = c \sqrt{1 - (0,75)^2} \approx 2 \cdot 10^8 m/s$$

Bài tự kiểm tra 35-3

Trong ví dụ trên, tìm độ dài của sân ga xác định bởi người lái tàu.

Đáp số : 675m.

35-5. PHÉP CỘNG VẬN TỐC

Mặc dù thoả mãn với các tốc độ nhỏ, công thức Galileo về cộng vận tốc, tức phương trình (35-2), không đúng đối với các tốc độ lớn. Sử dụng phép biến đổi Lorentz ta phải tìm lại phép biến đổi của các thành phần vận tốc. Giả sử các sự kiện 1 và 2 tương ứng với sự quan sát vị trí của một hạt. Thành phần x của vận tốc hạt đối với người quan sát O là :

$$u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Tương tự, thành phần x' của vận tốc hạt đối với người quan sát O' là :

$$u'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1}$$

Ta biến đổi tử số, mẫu số, bằng cách sử dụng phương trình đầu tiên và cuối cùng của phép biến đổi Lorentz (35-8) :

$$u'_x = \frac{\gamma[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]}{\gamma[(t_2 - t_1) - v(x_2 - x_1)/c^2]}$$

Chia tử số và mẫu số cho $t_2 - t_1$ và ước lược thừa số chung γ , ta được :

$$u'_x = \frac{(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) - v}{1 - (v/c^2)[(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)]}$$

Vì $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = u_x$ nên ta có :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2} \quad (35-12)$$

Phép biến đổi Lorentz của vận tốc thay thế cho kết quả Galileo. Trong phạm vi các tốc độ nhỏ $\left| \frac{vu_x}{c^2} \right| \ll 1$, mẫu số của phương

trình (35-12) gần bằng 1 và ta lại tìm được công thức Galileo : $u'_x = u_x - v$.

Phép biến đổi của các thành phần khác của vận tốc hạt có thể tìm được bằng cách tương tự như trên (xem bài tập 18) :

$$u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2} \quad (35-12a)$$

$$u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2} \quad (35-12b)$$

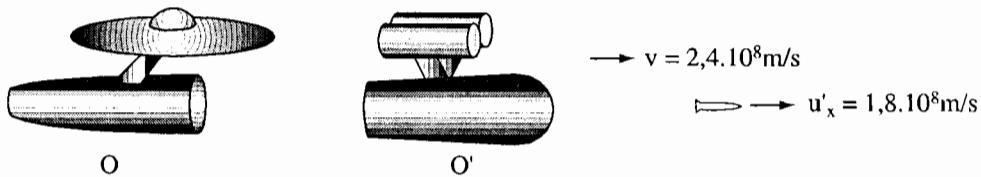
Các phương trình trên của phép biến đổi có thể giải cho các thành phần không có dấu phẩy của vận tốc. Chẳng hạn phương trình (35-12) có thể viết lại thành :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} \quad (35-13)$$

Cấu trúc toán học của các phương trình biến đổi vận tốc trên đưa đến một kết quả đặc biệt quan trọng. Nếu một người quan sát, chẳng hạn O', xác định tốc độ của một vật nhỏ hơn vận tốc ánh sáng c thì người quan sát O cũng xác định được tốc độ của vật ấy nhỏ hơn c. Hai người quan sát tìm được những giá trị khác nhau của tốc độ hạt nhưng mỗi người đều thấy các giá trị tốc độ tìm được đều nhỏ hơn c. Kết quả đó là một trong nhiều điều chứng minh rằng, tốc độ ánh sáng trong chân không là giới hạn trên của các tốc độ. Không quan sát được vật nào có tốc độ lớn hơn c. Theo nghĩa này tốc độ ánh sáng trong chân không là tốc độ lớn nhất.

VÍ DỤ 35-5

Vận tốc tương đối. Những người quan sát ở trong các con tàu vũ trụ khác nhau, chuyển động với tốc độ $v = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ đối với nhau. Người quan sát O' phỏng ra một khói lôi về phía trước như mô tả trên hình 35-7, và đo được tốc độ của khói lôi đó bằng $1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. (a) Xác định tốc độ của khói lôi đối với người quan sát O . (b) Giả sử O' phỏng ra một tia laze về phía trước thay cho khói lôi. Xác định tốc độ của ánh sáng đó đối với người quan sát O .



Hình 35-7. Ví dụ 35-5 : Người quan sát O' chuyển động với tốc độ v đối với người quan sát O , phỏng ra một khói lôi về phía trước với tốc độ $|u'_x|$.

Giải. (a) Ta dùng phương trình (35-13) để xác định thành phần vận tốc u_x của khói lôi đối với người quan sát O ($u'_x = 1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) :

$$u_x = \frac{(1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s} + (2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}))}{1 + (2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s})(1,8 \cdot 10^8 \text{ m/s})/c^2}$$

$$= \frac{4,2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1 + (4,32 \cdot 10^{16})/(9,0 \cdot 10^{16})} \approx 2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Tốc độ của khói lôi đối với O vẫn nhỏ hơn c . (Công thức Galileo sẽ cho một kết quả không đúng. Giá trị tốc độ của khói lôi tính được lớn hơn c). (b) Vì ánh sáng có tốc độ c đối với O' , ta có $u'_x = c$. Thay vào phương trình (35-13) được :

$$u_x = \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} = \frac{c(1 + \frac{v}{c})}{1 + \frac{v}{c}} = c$$

Người quan sát O cũng xác định được tốc độ ánh sáng bằng c . Chúng ta đã biết trước kết quả này, vì rằng phép biến đổi Lorentz được thiết lập để tốc độ ánh sáng trong chân không là bất biến.

Bài tự kiểm tra 35-4

Giả sử người quan sát O' ở trên phóng không lôi về phía sau (về phía O) với tốc độ $1,8 \cdot 10^8$ m/s. (a) Xác định tốc độ của không lôi đối với O. (b) Đối với người quan sát O, thì không lôi đi về phía O hay về phía O'?

Đáp số : (a) $1,2 \cdot 10^8$ m/s. (b) Về phía O'.

35- 6. HIỆU ỨNG DOPPLER TƯƠNG ĐỐI TÍNH

Trong chương 28 (mục 28-6, Tập hai) chúng ta đã thảo luận hiệu ứng Doppler đối với **sóng âm** và đã dẫn ra công thức dịch chuyển tần số (28-17) :

$$v_0 = v_s \frac{v - v_0}{v + v_s} \quad (35-14)$$

trong đó v_s là tần số sóng do nguồn phát ra, v_0 là tần số sóng mà người quan sát (máy thu) nhận được, v là tốc độ của sóng, v_s là tốc độ của nguồn, v_0 là tốc độ của người quan sát (máy thu).

v_s : – Dương khi nguồn lại gần máy thu ;

– Âm khi nguồn ra xa máy thu ;

v_0 : – Dương khi máy thu ra xa nguồn ;

– Âm khi máy thu lại gần nguồn.

Với nguồn đứng yên thì :

$$v_0 = v_s \left(1 - \frac{v_0}{v} \right)$$

khi máy thu lại gần thì $v_0 > v_s$, âm cao hơn, còn khi máy thu ra xa thì $v_0 < v_s$, âm trầm hơn.

Với máy thu đứng yên thì :

$$v_0 = v_s \frac{v}{v - v_s} = v_s \left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v}} \right)$$

khi nguồn lại gần thì $v_0 > v_s$, âm cao hơn, còn khi nguồn ra xa thì $v_0 < v_s$, âm trầm hơn.

Trong công thức dịch chuyển Doppler trên, các tốc độ v , v_0 , v_s đều nhỏ so với tốc độ ánh sáng. Với sự ra đời của thuyết tương đối, tốc độ tương đối của nguồn và máy thu có thể là rất lớn, thêm nữa sự truyền ánh sáng không đòi hỏi một môi trường nào cả. Mặc dù tốc độ ánh sáng trong chân không là như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính, nhưng tần số ánh sáng có thể khác nhau đối với những người quan sát khác nhau. Ở mục này chúng ta sẽ xét sự dịch chuyển Doppler tương đối tính. Để đơn giản chúng ta xét trường hợp nguồn phát S và máy thu O (người quan sát) chuyển động dọc theo đường thẳng lại gần nhau. Chẳng hạn như một con tàu vũ trụ di lại gần người quan sát ở Trái Đất với tốc độ v (hình 35-8), con tàu này phát ra

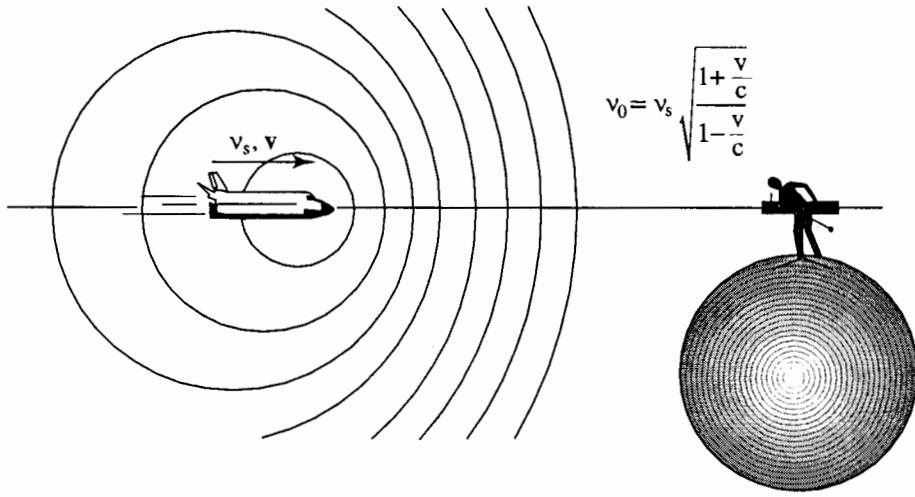
một tín hiệu sáng có tần số $v_s = \frac{1}{T_s}$ được

đo trong hệ quy chiếu của con tàu (gọi là *tần số riêng, chu kỳ riêng*).

Các hệ quy chiếu S và O liên hệ với nhau bởi phép biến đổi Lorentz (35-8). Người

quan sát O (máy thu) đo tần số $v_0 = \frac{1}{T_0}$

bằng cách ghi thời gian hai đỉnh sóng liên tiếp đi qua một điểm xác định trong hệ quy chiếu O. Do sự dãn nở thời gian theo phương trình (35-10), ta có :



Hình 35-8. Tàu vũ trụ tiến lại gần Trái Đất và phát ra sóng sáng có tần số v_s .

Người quan sát trên Trái Đất ghi lại được tần số v_0 của sóng sáng trên.

$$T_0 = \gamma T_s = \frac{T_s}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v_0 = v_s \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c} = v_s \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \quad (35-15)$$

Đối với người quan sát O, trong khoảng thời gian T_0 , ánh sáng truyền đi một khoảng cT_0 và nguồn phát S đi được một khoảng vT_0 , do đó bước sóng :

$$\lambda_0 = \frac{c}{v_0} = cT_0 - vT_0$$

Ta suy ra :

$$T_0 = \frac{1}{v_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)}$$

Mặt khác :

$$T_0 = \gamma T_s = \frac{1}{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{v_0 \sqrt{1 - \frac{v}{c}}}$$

Như vậy, khi nguồn và máy thu đi lại gần nhau thì tần số ánh sáng mà người quan sát ghi được lớn hơn tần số ánh sáng mà nguồn đã phát ($v_0 > v_s$). Nếu nguồn và máy thu đi ra xa nhau, làm tương tự ta có :

$$v_0 = v_s \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \quad (35-16)$$

$v_0 < v_s$ hay $\lambda_0 > \lambda_s$, tức là bước sóng dịch về phía bước sóng của ánh sáng đỏ. Gộp cả hai phương trình (35-15) và (35-16) ta có công thức dịch chuyển Doppler tương đối tính :

$$v_0 = v_s \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \quad (35-17)$$

trong đó v dương khi nguồn và máy thu lại gần nhau, v âm khi nguồn và máy thu ra xa nhau.

Hiệu ứng Doppler không xuyên tâm

Trong phương trình (35-17) chỉ xét trường hợp nguồn S và máy thu O chuyển động dọc theo đường nối giữa nguồn và máy thu và nguồn S phát tín hiệu dọc theo đường thẳng đó. Nay giả sử rằng nguồn S chuyển động với vận tốc v hợp với đường thẳng nối nguồn và máy thu một góc θ (hình 35-9). Nguồn S phát một tín hiệu

sáng về phía máy thu với tần số $v_s = \frac{1}{T_s}$,

khi đó máy thu đo được tần số $v_0 = \frac{1}{T_0}$.

Giữa T_0 và T_s vẫn theo công thức (35-10) :

$$T_0 = \gamma T_s = \frac{T_s}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tuy nhiên bước sóng tính theo công thức :

$$\lambda_0 = \frac{c}{v_0} = cT_0 - v \cos \theta \cdot T_0$$

vì thành phần vận tốc của nguồn phát theo hướng xuyên tâm là $v \cos \theta$. Từ đó suy ra :

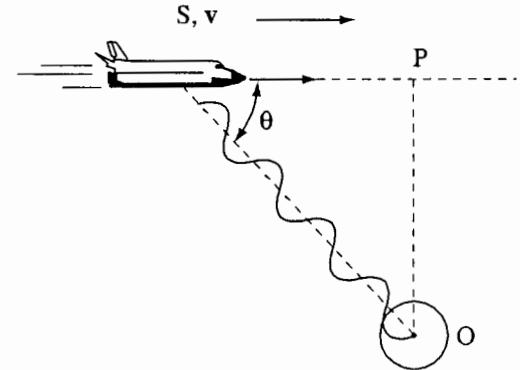
$$T_0 = \frac{1}{v_0(1 - \frac{v}{c} \cos \theta)} = \gamma T_s = \frac{1}{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

hay :

$$v_0 = \frac{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$$

Khi nguồn và máy thu đi xa nhau, làm tương tự ta có :

$$v_0 = \frac{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta}$$



Hình 35-9. Nguồn S chuyển động với vận tốc v hợp với đường thẳng nối nguồn và máy thu một góc θ .

Gộp hai phương trình trên, ta có công thức dịch chuyển Doppler tương đối tính không xuyên tâm :

$$v_0 = \frac{v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (35-18)$$

trong đó v dương khi nguồn và máy thu đi lại gần nhau, v âm khi nguồn và máy thu đi xa nhau.

Khi nguồn S đi tới điểm P (hình 35-9), tại đó $\theta = \frac{\pi}{2}$ thì :

$$v_0 = v_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (35-19)$$

trong điều kiện này, sự thay đổi tần số gọi là **hiệu ứng Doppler ngang**.

Trường hợp giới hạn $v \ll c$

Bằng cách lấy tới vô cùng bé bậc hai của $\frac{v}{c}$ (xem phụ lục 6), từ phương trình (35-17) đối với dịch chuyển Doppler xuyên tâm ta có :

$$v_0 = v_s \left(1 + \frac{v}{c} + \frac{v^2}{2c^2} \right) \quad (35-20)$$

v dương khi nguồn và máy thu lại gần nhau, v âm khi nguồn và máy thu đi xa nhau. Nếu chỉ lấy tới vô cùng bé bậc một thì :

$$v_0 = v_s \left(1 + \frac{v}{c} \right)$$

hay :

$$\frac{v_0 - v_s}{v_s} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{v}{c}$$

Đối với *dịch chuyển Doppler không xuyên tâm*, khi $v \ll c$ và chỉ giữ lại vô cùng bé bậc 1, ta có :

VÍ DỤ 35-6

Một tàu vũ trụ chuyển động rất nhanh hướng tới một ngôi sao xa, ngôi sao này phát ra một ánh sáng màu vàng có tần số $5,0 \cdot 10^{14}$ Hz đo trong hệ quy chiếu của ngôi sao. Ánh sáng mà con tàu ghi lại có tần số bằng bao nhiêu nếu tốc độ tương đối của con tàu và ngôi sao là $0,095c$?

Giải. Áp dụng trực tiếp phương trình (35-17) ta có :

$$v_0 = 5,0 \cdot 10^{14} \sqrt{\frac{1+0,095}{1-0,095}} = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

hay :

$$\lambda_0 = \frac{c}{v_0} = 545 \text{ nm (ánh sáng xanh)}$$

Hiệu ứng Doppler tương đối tính áp dụng cho mọi sóng điện từ. Nếu sóng phát ra từ nguồn bị phản xạ trở lại từ một vật chuyển động thì độ dịch chuyển tần số có thể được dùng để xác định tốc độ tương đối của vật và nguồn. Trong thực tế người ta dùng hiệu ứng này trong radar để đo tốc độ của xe hơi hay máy bay. Trong thiên văn, các phép đo chi tiết cho thấy có một sự dịch chuyển về phía đỏ của ánh sáng do các ngôi sao hay các thiên hà phát ra, thiên hà càng ở xa thì chúng lùi xa chúng ta càng nhanh. Như vậy, chúng ta đang sống trong một vũ trụ đang dần nở.

$$\frac{v_0 - v_s}{v_s} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{v}{c} \cos\theta$$

Còn với **hiệu ứng Doppler ngang**, từ phương trình (35-19) ta có :

$$v_0 = v_s \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

hay :

$$\frac{v_0 - v_s}{v_s} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{v^2}{2c^2}$$

Ta nhận thấy hiệu ứng Doppler ngang nhỏ hơn nhiều.

35-7. ĐỘNG LƯỢNG VÀ NĂNG LƯỢNG

Trong đời sống hằng ngày chúng ta không thấy được những hiệu ứng tương đối tính như sự co của độ dài hoặc sự dãn nở của thời gian. Các vật có kích thước thông thường xung quanh chúng ta không chuyển động đủ nhanh để các hiệu ứng tương đối tính có thể quan sát được. Chúng ta cũng chưa bao giờ tiếp xúc với những người quan sát khác chuyển động đối với chúng ta với tốc độ bằng một phần đáng kể tốc độ ánh sáng. Các vật chuyển động với tốc độ so được với tốc độ ánh sáng là những hạt có kích thước nguyên tử và dưới nguyên tử. Ví dụ, hạt electron trong đèn hình của tivi được gia tốc đến vận tốc bằng $\frac{c}{2}$. Khi làm việc với những hạt như vậy, chúng ta thường chú trọng đến động lượng và năng lượng.

Cùng với sự xét lại các quan niệm của chúng ta về không gian và thời gian, chúng ta cũng phải thay đổi lại định nghĩa của một vài đại lượng động lực, khi chúng còn hữu ích với chúng ta. Trong số đó động lượng và năng lượng là những đại lượng quan trọng và phải được định nghĩa sao cho chúng được bảo toàn đối với một hệ cô lập. Chẳng hạn trong quá trình va chạm của hai hạt, độ tăng động lượng của hạt này phải bằng độ giảm động lượng của hạt kia. Hơn nữa, định nghĩa mới của động lượng phải quy về định nghĩa ban đầu của chúng ta $p = mv$, khi $v \ll c$.

Xét một hạt có khối lượng m với vận tốc v trong một hệ quy chiếu nào đó. Định nghĩa mới của động lượng p của hạt là :

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mv \quad (35-21)$$

Với định nghĩa đó, động lượng sẽ được bảo toàn trong các quá trình va chạm của các hạt, trong mọi hệ quy chiếu quan tính. Chú ý rằng tốc độ $v = |v|$ xuất hiện trong căn ở mẫu số là tốc độ của hạt. Nếu tốc độ của hạt nhỏ so với tốc độ ánh sáng c , khi đó $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1$ và ta lại nhận được định nghĩa cũ của động lượng $p = mv$. Tuy nhiên khi tốc độ v dần tới tốc độ ánh sáng thì biểu thức căn bậc hai trong p dần tới 0 và động lượng sẽ tăng vô hạn. Từ đó suy ra rằng không một hạt nào có thể tăng tốc đến tốc độ ánh sáng vì động lượng của một hạt có độ lớn vô hạn là một điều không thể. Khối lượng m của hạt đôi khi còn gọi là **khối lượng nghỉ**. Đó là khối lượng của hạt trong hệ quy chiếu gắn với hạt, nghĩa là trong hệ quy chiếu hạt nằm yên.

Chúng ta cũng cần xem lại khái niệm năng lượng và sự bảo toàn năng lượng. Khi xét đến sự bảo toàn năng lượng, ta phải kể tới *mọi dạng* của năng lượng biến đổi trong hệ. Einstein đã chứng tỏ rằng có một dạng của năng lượng gắn liền với khối lượng và đã định nghĩa **năng lượng toàn phần** của một hạt có khối lượng m và tốc độ v là :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2 \quad (35-22)$$

Định nghĩa năng lượng toàn phần này của một hạt sẽ đảm bảo sự bảo toàn năng lượng của một hệ cô lập (Thuật ngữ "năng lượng toàn phần" của một hạt không bao gồm thế năng – đại lượng này tách riêng và phải cộng thêm vào).

Từ phương trình (35-22), chú ý rằng năng lượng toàn phần của một hạt vẫn khác không khi hạt ở trạng thái nghỉ. Cho $v = 0$, ta được $E = mc^2$. Đó là năng lượng của một hạt ở trạng thái nghỉ và được gọi là **năng lượng nghỉ** của hạt. Có những trường hợp tổng khối lượng nghỉ của một hệ cô lập thay đổi. Độ biến thiên Δm có thể là dương hoặc âm tuỳ thuộc vào sự biến đổi năng lượng xảy ra trong hệ. Độ biến thiên năng lượng nghỉ $\Delta E = \Delta mc^2$ được bù trừ với độ biến thiên của những dạng năng lượng khác để cho tổng năng lượng của hệ được bảo toàn. Việc đưa năng lượng nghỉ vào trong năng lượng toàn phần của hệ là sự tổng quát hoá định luật bảo toàn năng lượng. Thường dạng tổng quát hoá này được gọi là *định luật bảo toàn của năng lượng – khối lượng*. Sự bảo toàn năng lượng – khối lượng trong các quá trình nhiệt hạch và phân hạch đã có những hệ quả to lớn về chính trị, kinh tế và quân sự.

Nếu một hệ không cô lập thì năng lượng của hệ biến thiên một lượng ΔE , thêm vào hoặc bị lấy đi. Nếu ta dùng biểu thức

$$\Delta E = \Delta mc^2 \text{ thì } \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \text{ được giải thích}$$

là độ biến thiên khối lượng của hệ. Như vậy nghĩa là, *sự tăng thêm năng lượng của một hệ tương đương với sự tăng khối lượng quán tính của hệ đó*. Kết quả này thường được gọi là *sự tương đương của khối lượng và năng lượng*.

Năng lượng nghỉ mc^2 là năng lượng toàn phần của hạt nằm yên. Khi hạt chuyển động thì năng lượng toàn phần của nó tăng lên. Độ tăng năng lượng mà hạt thu được do nó chuyển động được định nghĩa là động năng K của hạt. Lấy năng lượng toàn

phần trừ đi năng lượng nghỉ của hạt ta được định nghĩa mới về động năng của hạt $K = E - mc^2$, hay :

$$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = (\gamma - 1)mc^2 \quad (35-23)$$

Biểu thức trên của động năng cũng nhận được bằng cách tính công của lực tổng hợp tác dụng lên hạt (xem BTNC 7). Với các tốc độ nhỏ $\left(\frac{v}{c} \ll 1\right)$, số hạng

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1 + \frac{v^2}{2c^2} \text{ và } K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Vậy công thức động năng $K = \frac{1}{2}mv^2$ chỉ đúng với những tốc độ nhỏ. Khi tốc độ của hạt tăng lên đến gần vận tốc ánh sáng, căn số trong phương trình (35-23) dần tới 0 và động năng tăng lên vô hạn. Một lần nữa ta lại thấy rằng không một hạt nào có thể tăng tốc đến tốc độ ánh sáng, vì khi đó động năng của hạt tăng vô hạn và điều này là không thể.

Khi xét một hệ hạt thì năng lượng toàn phần của hệ là :

$$E = \sum E_i = \sum \gamma_i m_i c^2 = \sum m_i c^2 + \sum K_i \quad (35-24)$$

Trong lí thuyết tương đối, định luật bảo toàn năng lượng được phát biểu như sau : *Đối với một hệ hạt cô lập, năng lượng toàn phần của hệ (được xác định bằng phương trình 35-24) là không đổi bất kể tương tác nào có thể xảy ra giữa các hạt*. Như vậy trong một quá trình tương tác, năng lượng nghỉ toàn phần của các hạt có thể thay đổi, nhưng động năng toàn phần của các hạt

cũng phải thay đổi một lượng tương tự theo chiều ngược lại để bù trừ.

Trong cơ học cổ điển, động lượng của một hạt là $p = mv$, còn động năng $K = \frac{1}{2}mv^2$, giữa chúng có một hệ thức liên hệ $p^2 = 2mK$.

Trong lí thuyết tương đối, bằng cách khử v trong công thức của động lượng và động năng, ta có :

$$(pc)^2 = K^2 + 2mc^2K$$

Từ công thức của năng lượng toàn phần $E = mc^2 + K$, ta dễ dàng có :

VÍ DỤ 35-7

Electron trong một ống tia X. Một electron trong một ống phát tia X của nha sĩ được tăng tốc từ trạng thái nghỉ nhờ hiệu điện thế $2,0 \cdot 10^5 V$. (a) Xác định tốc độ đạt được của electron. (b) Xác định độ lớn động lượng của electron khi đó.

Giải. (a) Khi chuyển động qua một hiệu điện thế U , hạt electron thu được động năng do độ biến thiên thế năng điện. Như vậy, $K = eU$, với e là điện tích electron. Giải phương trình (35-23) cho căn số, ta được :

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1 + \frac{K}{mc^2}}$$

Bình phương, sắp xếp lại và giải ra cho v , ta có :

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{K}{mc^2}\right)^2}}$$

Tỉ số :

$$\frac{K}{mc^2} = \frac{eU}{mc^2} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} C)(2,0 \cdot 10^5 V)}{(9,1 \cdot 10^{-31} kg)(3,0 \cdot 10^8 m/s)^2} = 0,39$$

Vậy :

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + 0,39)^2}} = 0,69c \approx 2,1 \cdot 10^8 m/s$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

hay :

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \quad (35-25)$$

Chú ý rằng khi hạt nằm yên thì $p = 0$ và $E = mc^2$. Ở một thái cực khác, khi một hạt có $p \gg mc$ thì $E \approx pc$. Hệ thức $E = pc$ hoàn toàn được nghiệm đúng đối với hạt *photon*, lượng tử của bức xạ điện từ, có khối lượng nghỉ $m = 0$, sẽ được nghiên cứu ở chương sau.

(b) Lấy độ lớn của vectơ trong phương trình (35-21), ta được độ lớn của động lượng

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. Vì v = 0,69c, nên ta có :$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - 0,69^2} = 0,72$$

Do đó :

$$p = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg})(2,1 \cdot 10^8 \text{m/s})}{0,72} \approx 2,6 \cdot 10^{-22} \text{kgm/s}$$

Bài tự kiểm tra 35-5

Khi xét những năng lượng cao ta thường tính năng lượng ra đơn vị MeV. Tính các năng lượng sau ra MeV : (a) Động năng của electron ở ví dụ trên ; (b) Năng lượng nghỉ của một electron ; (c) Năng lượng toàn phần của electron ở ví dụ trên. (Gọi ý : hệ số chuyển đổi từ jun sang MeV là $1,602 \cdot 10^{-13} \text{J/MeV}$).

Đáp số : (a) 0,2MeV. (b) 0,511MeV. (c) 0,7MeV

VÍ DỤ 35-8

Năng lượng phản ứng tổng hợp hạt nhân. Trong một phản ứng tổng hợp hạt nhân, một hạt deuteri (${}^2\text{H}$) khối lượng $m_d = 2,01355u$ và một hạt triti (${}^3\text{H}$) khối lượng $m_t = 3,01550u$ tương tác với nhau tạo thành một hạt nôtron (${}^1\text{n}$) khối lượng $m_n = 1,00867u$ và một hạt α (${}^4\text{He}$) khối lượng $m_\alpha = 4,00150u$. Xác định năng lượng toả ra trong phản ứng tổng hợp đó. (Các giá trị khối lượng được tính ra đơn vị khối lượng nguyên tử (u) được định nghĩa sao cho khối lượng của ${}^{12}\text{C}$ đúng bằng $12,00000u$ ($1u = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{kg}$)).

Giải. Khối lượng nghỉ của hệ giảm từ : $m_i = 2,01355u + 3,01550u = 5,02905u$ xuống $m_f = 1,00867u + 4,00150u = 5,01017u$. Độ lớn của độ giảm khối lượng (tính ra kg) là :

$$(5,02905u - 5,01017u) \cdot (1,66054 \cdot 10^{-27} \text{kg/u}) = 3,135 \cdot 10^{-29} \text{kg}$$

Năng lượng giải phóng trong phản ứng tổng hợp trên là :

$$|\Delta E| = |\Delta m|c^2 : (3,135 \cdot 10^{-29} \text{kg}) \cdot (2,998 \cdot 10^8 \text{m/s})^2 = 2,818 \cdot 10^{-12} \text{J} = 17,59 \text{MeV}$$

Bài tự kiểm tra 35-6

Trong một phản ứng tổng hợp hạt nhân khác, hai hạt triti tương tác tạo thành hai hạt nôtron và một hạt α . Tính năng lượng giải phóng trong phản ứng đó.

Đáp số : $1,8 \cdot 10^{-12} \text{J} \approx 11,3 \text{MeV}$.

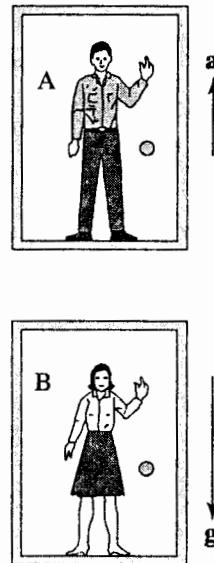
Bài đọc thêm

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI RỘNG

Thuyết tương đối hẹp của Einstein áp dụng nguyên lí tương đối cho các hệ quy chiếu *quán tính*. Năm 1916, 11 năm sau khi thuyết tương đối hẹp ra đời, Einstein đã mở rộng lí thuyết của mình cho cả các hệ quy chiếu *không quán tính*. Lí thuyết mở rộng đó gọi là **thuyết tương đối rộng**. Vì cấu trúc toán học của thuyết tương đối rộng quá phức tạp nên ở đây chúng ta chỉ khảo sát định tính một số phương diện lí thú của không – thời gian.

Một hệ quy chiếu không quán tính chuyển động có gia tốc đổi với một hệ quy chiếu quán tính. Để làm ví dụ về một hệ quy chiếu không quán tính ta xét một người quan sát A, đứng trong một cabin kín chuyển động với gia tốc a không đổi đối với một hệ quy chiếu quán tính. Tình huống đó được mô tả trong hình 35-10a, trong đó để đơn giản ta coi cabin nằm trong khoảng không gian giữa các thiên hà, ở đó lực hấp dẫn không đáng kể. Giả sử A đánh rớt một đồng xu và quan sát nó rơi, ông ta mô tả đồng xu rơi xuống sàn với gia tốc không đổi $-a$.

Một thí nghiệm cùng loại được người quan sát B thực hiện cũng trong một cabin khác tương tự, được mô tả trên hình 35-10b. B ở trong một hệ quy chiếu quán tính nhưng ở đó tồn tại một trường hấp dẫn đều $g = -a$. Người quan sát B cũng đánh rớt một đồng xu và mô tả nó rơi xuống với gia tốc không đổi $-a$. Cô ta quan sát đồng xu của mình rơi xuống thấy giống hệt như A quan sát đồng xu của mình rơi xuống.



Hình 35-10. Các phép đo ở bên trong cabin kín không thể phân biệt : (a) một hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc a và (b) một trường hấp dẫn đều có $g = -a$.

Vì rằng hai sự mô tả là giống nhau, nên làm sao B có thể biết chắc chắn rằng mình đang ở trong một hệ quy chiếu quán tính với sự tồn tại của một trường hấp dẫn và A biết chắc chắn rằng mình đang ở trong một hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc tại đó không có trường hấp dẫn ? Sự tổng quát hoá những ý tưởng đó có thể diễn đạt như sau : *Không thể có một thí nghiệm nào thực hiện trong một khoảng không gian địa phương* (Chẳng hạn như trong một cabin) *có thể phân biệt được một hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc không đổi và một hệ quy chiếu quán tính* trong đó tồn tại một trường hấp dẫn đều. Đây chính là cách phát biểu của **nguyên lí tương đương**, một tiên đề của thuyết tương đối rộng.

Nguyên lí tương đương liên quan đến sự tương đương của khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn (xem mục 5-6). Khối lượng quán tính của một vật, như đồng xu được thả rơi nói trên, xác định cách ứng xử của nó đối với lực trọng trong hệ quy chiếu quán tính và khối lượng hấp dẫn của một vật xác định cách ứng xử của nó đối với một trường hấp dẫn đều. Vì chuyển động trong trường hấp dẫn không khác với chuyển động trong hệ quy chiếu không quán tính, nên hai loại khối lượng nói trên là tương đương. Thuyết tương đối hẹp dẫn tới sự hoà nhập các khái niệm về không gian và thời gian tách biệt thành khái niệm về không – thời gian bốn chiều. Thuyết tương đối rộng đòi hỏi một sự thay đổi khác đối với quan niệm của chúng ta về không – thời gian, đó là sự thay đổi trong đó hấp dẫn được quy về hình học (của không – thời gian). Thay cho một không – thời gian phẳng, không – thời gian trở nên cong ở gần một vật có khối lượng. Tính chất cong đó biểu hiện trong không – thời gian bốn chiều và rất khó hình dung được đối với các sinh vật ba chiều như chúng ta. Sự khác nhau giữa một không gian phẳng và một không gian cong có thể minh họa được trong không gian hai chiều. Mặt phẳng là không gian phẳng hai chiều, mặt cầu là không gian cong hai chiều. Hai không gian hai chiều đó có hình học rất khác nhau. Ví dụ như đường ngắn nhất nối liền hai điểm trên mặt phẳng là đường thẳng ; đường ngắn nhất nối liền hai điểm trên mặt cầu là đường tròn lớn (đường tròn lớn trên mặt cầu có tâm là tâm mặt cầu ; các kinh tuyến trên mặt cầu đều là đường tròn lớn).



Albert Einstein sinh năm 1879 ở Đức, thuở thiếu thời không tỏ ra có nhiều hứa hẹn về các thành đạt trong tương lai. Sau khi hoàn thành chương trình đại học một cách bình thường, đầu tiên ông đến làm việc tại một cơ quan quản lý bằng sáng chế của Thụy Sĩ, ở đó ông đã hoàn thành bài báo rất sâu sắc về chuyển động Brown, hiệu ứng quang điện và thuyết tương đối hẹp. Dù rằng Einstein không thích nổi tiếng, nhưng tên tuổi và tài năng của ông đã được mọi người thừa nhận ngay lập tức. Trong ảnh, Einstein đã chứng tỏ tính ham thích thể thao của mình.

Hãy tưởng tượng bạn là một sinh vật hai chiều luôn chuyển động trên mặt một quả địa cầu. Bạn biết phân biệt bên phải và bên trái, đằng trước và đằng sau, nhưng không có khái niệm gì về bên trên và bên dưới. Giả sử bạn đi theo đường ngắn nhất nối liền hai điểm trên mặt cầu, vì bạn luôn tiến thẳng về phía trước không rẽ trái hoặc rẽ phải nên bạn có cảm tưởng rằng mình luôn luôn đi trên một đường thẳng. Nhưng nếu nhìn từ không gian ba chiều thì con đường ấy là đường tròn lớn, một đường cong.

Thuyết tương đối rộng coi trường hấp dẫn là sự cong của không – thời gian bốn chiều. Sự cong ấy được xác định bởi sự có mặt của khối lượng. Hấp dẫn sẽ được lí giải theo các khái niệm hình học. Ta hãy xét chuyển động của Trái Đất xung quanh Mặt Trời. Vì có khối lượng rất lớn nên Mặt Trời làm cong không – thời gian ở gần nó. Trái Đất chuyển động dọc theo đường ngắn nhất nối liền hai điểm trong không – thời gian cong này, không sang phải và cũng không sang trái. Với cách nhìn như vậy, không có lực nào tác dụng lên Trái Đất cả ; sự cong của không – thời gian chính là hấp dẫn. Dĩ nhiên ta chỉ có thể thấy các sự vật từ góc độ không gian phẳng ba chiều : khi đó ta thấy Trái Đất đi theo đường ellip.

Hiệu ứng cong không – thời gian rất đáng kể ở gần các phân bố khối lượng

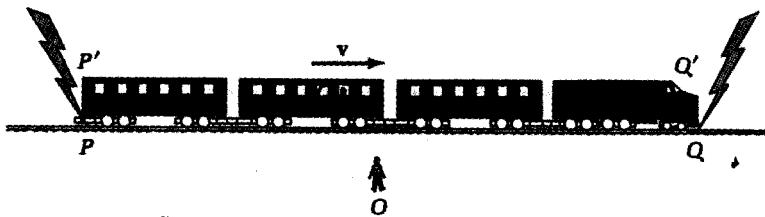
lớn. Chẳng hạn như một sao khối lượng cực lớn hoặc trong các lí thuyết vũ trụ học. Hậu quả khủng khiếp là ở gần các lỗ đen, được coi là giai đoạn phát triển cuối cùng của các sao có khối lượng cực lớn. Một lỗ đen có mật độ rất lớn và kích thước nhỏ giống như khi toàn bộ khối lượng Mặt Trời của chúng ta nằm trong một quả cầu bán kính 2km (bằng 3.10^{-5} bán kính thực của Mặt Trời hiện nay). Trên bề mặt lỗ đen, không – thời gian bị cong đến mức ánh sáng từ bên trong nó không thể thoát ra ngoài, vì vậy nó mới có tên là lỗ "đen".

Tuy nhiên trong cuộc sống hàng ngày, các hiệu ứng của lí thuyết tương đối rộng không thể hiện rõ. Tác dụng của trọng trường Trái Đất đối với chúng ta, chẳng hạn có thể mô tả đầy đủ bằng định luật hấp dẫn vũ trụ của Newton, một trường hợp giới hạn của thuyết tương đối rộng.

?

CÂU HỎI

- 1** Hai người quan sát ở rất xa nhau (chẳng hạn, một người ở Trái Đất, một người ở Hoả tinh). Có cách nào để so sánh thời gian chỉ bởi các đồng hồ của họ không ?
- 2** Một nhà thiên văn tuyên bố đã ghi nhận ánh sáng phát ra từ một thiên hà cách xa chúng ta 2.10^9 năm ánh sáng. Ánh sáng nhận được bởi kính thiên văn trên mặt đất bắt đầu từ khi nào ? Nhà thiên văn sẽ trả lời như thế nào đối với câu hỏi : "Bây giờ thiên hà đó ở đâu ?"
- 3** Bạn làm cách nào để đo độ dài của một xe cứu hoả khi nó chạy qua bạn với tốc độ 75km/h ? Mô tả chi tiết quá trình đo ấy. Giả sử rằng bạn có trong tay đầy đủ các phương tiện cần thiết.
- 4** Einstein đã mô tả tình huống sau đây để minh họa tính tương đối của sự đồng thời. Một con tàu chuyển động với tốc độ không đổi chạy qua trước mặt một người quan sát đứng trên sân ga. Có những tia sét đánh vào điểm đầu và điểm cuối của đoàn tàu như mô tả trên hình 35-11 để lại các dấu vết P', Q' trên con tàu và P, Q trên sân ga. Người quan sát O đứng tại trung điểm của PQ, người quan sát O' ở tại trung điểm P'Q'. Mỗi người quan sát ghi ánh sáng tới từ hai sự kiện trên (hai tia sét) đập vào mắt của mình. Để đơn giản giả thiết ánh sáng truyền trong chân không. Người quan sát O cho là ánh sáng từ hai chớp sét đó tới mắt mình cùng một lúc. Các sự kiện đó có đồng thời đối với người quan sát O không ? Đối với người quan sát O' không ? Hãy giải thích.



Hình 35-11. Hai tia sét đánh vào đầu và đuôi tàu.

Hình vẽ mô tả người quan sát O đứng trên sân ga cạnh đường ray.

- 5 Một máy bay dân dụng bay với tốc độ trung bình 250m/s đối với mặt đất. Hỏi hành khách có phải lấy lại giờ trên đồng hồ của mình sau một chuyến bay do có sự nở của thời gian không ? Hãy giải thích.
- 6 Khối lượng riêng của một vật được định nghĩa bằng khối lượng nghỉ chia cho thể tích của nó. Hai người quan sát chuyển động đối với nhau có nhận được cùng kết quả về giá trị khối lượng nghỉ của một vật không ? Họ có thu được cùng kết quả về khối lượng riêng của vật ấy không ? Giải thích.
- 7 Giả sử bạn đi từ Trái Đất đến Mặt Trăng trên một con tàu vũ trụ nhanh. Nếu bạn đo khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng thì kết quả đó của bạn sẽ như thế nào so với số liệu ghi trong sách ?
- 8 Giả sử bạn đáp tàu vũ trụ con thoi bay đến gần sao Sirius. Khi đó bạn có cảm thấy mạch đập của mình hình như chậm hơn, nhanh hơn hay vẫn giống như khi ở Trái Đất ? Giải thích.
- 9 Giả sử bạn gia nhập một tổ chức du lịch không gian khi bạn 20 tuổi. Bạn được đi bồi dưỡng trong 5 năm trên một con tàu vũ trụ nhanh, bay tới các hệ sao. Khi trở về Trái Đất, trong bữa tiệc mừng ngày trở về của bạn, hãy giải thích tại sao các bạn bè của bạn nhìn đều già hơn so với bạn nhiều.
- 10 Tốc độ một hạt tăng gấp đôi từ 1.10^8m/s lên 2.10^8m/s . Hỏi động lượng của hạt có tăng gấp đôi không ? Động năng của hạt có tăng gấp bốn lần không ? Giải thích.
- 11 Có một giới hạn trên ($v < c$) đối với tốc độ một hạt, chẳng hạn như một electron. Hỏi có một giới hạn trên tương tự đối với động năng hoặc đối với độ lớn động lượng của hạt đó không ? Hãy giải thích.
- 12 Nếu bạn có trách nhiệm phải lập chương trình phóng một con tàu không gian lên quỹ đạo Trái Đất thì bạn sẽ sử dụng $\mathbf{p} = \mathbf{mv}$ hay $\mathbf{p} = \gamma \mathbf{mv}$ để tính động lượng của con tàu ? Giải thích.
- 13 Giả sử bạn truyền nhiệt cho một vật nằm yên, chẳng hạn một đồng xu, và làm nhiệt độ của nó tăng lên. Hỏi khối lượng nghỉ của đồng xu có tăng lên không ? Trọng lượng của nó có tăng không ? Giải thích.
- 14 Khi một lò xo bị nén, thế năng đàn hồi của lò xo tăng lên. Sự tăng này có thể được giải thích là sự tăng năng lượng nghỉ của lò xo không ? Giải thích.



ĐÀI TẬP

Mục 35-1. Các phép biến đổi

- 1 Hai hệ quy chiếu liên hệ với nhau qua phép biến đổi Galileo (các phương trình 35-1). Giả sử một người quan sát O' ở trên con tàu chạy với tốc độ $v = 60\text{km/h}$ đối với người quan sát O trên sân ga. Lúc $t = 1,2$ phút, người quan sát O thấy một xe buýt chạy ngang qua đường ray tại $x = 3,0\text{km}$. Đối với người quan sát O' sự kiện đi ngang qua đường ray đó xảy ra ở đâu và vào lúc nào?
- 2 Phương trình (35-2) có thể tổng quát hoá và viết dưới dạng vectơ bằng cách sử dụng các vectơ vận tốc u , u' và v , với v là vận tốc của O' đối với O .
 - (a) Viết công thức biến đổi Galileo cho vectơ vận tốc.
 - (b) Xác định vectơ vận tốc của O đối với O' .
- 3 Hai người quan sát, O' ở trên con tàu đang chạy và O ở trên sân ga cùng thấy một con ngỗng trời bay đuổi kịp và vượt con tàu theo hướng song song với đường ray. Con ngỗng có tốc độ 2m/s đối với O' và 9m/s đối với O .
 - (a) Xác định tốc độ của tàu đối với O .
 - (b) Xác định vận tốc tương đối của hai người quan sát trong trường hợp người quan sát O mô tả con ngỗng bay về phía trước, còn người quan sát O' mô tả con ngỗng bay giật lùi với tốc độ 2m/s .
- 4 Hai người quan sát O và O' liên hệ với nhau bởi phép biến đổi Galileo với tốc độ v . Hai người quan sát O' và O'' cũng liên hệ với nhau bằng cùng một phép biến đổi như trên nhưng với tốc độ tương đối v' . Chúng tỏ rằng hai người quan sát O và O'' cũng liên hệ với nhau bằng một phép biến đổi Galileo và hãy tính tốc độ tương đối của chúng.

Mục 35-2. Nguyên lí tương đối

- 5 Giả sử lực tác dụng lên một hạt bởi một hạt khác, chẳng hạn như lực hấp dẫn Newton, chỉ phụ thuộc khoảng cách tức thời giữa hai hạt.
 - (a) Chúng tỏ rằng lực đó bất biến đối với phép biến đổi Galileo.
 - (b) Hãy kể ra vài loại lực mà bạn đã học không chỉ phụ thuộc khoảng cách tức thời giữa hai hạt.
- 6 Người quan sát O đứng ở sân một nhà ga tung lên một quả bóng theo phương thẳng đứng đến độ cao $2,6\text{m}$ thì quả bóng rơi xuống trúng vào O . Người quan sát O' ngồi trong con tàu chạy qua nhà ga với tốc độ không đổi 12m/s . Các trục toạ độ có hướng như vẽ trên hình 35-1 trong đó y là trục thẳng đứng. Xác định chuyển động của quả bóng đối với người quan sát O' :
 - (a) quỹ đạo,
 - (b) thời gian bay,
 - (c) độ cao cực đại,
 - (d) các thành phần vận tốc u'_x và u'_y ở độ cao cực đại,
 - (e) các thành phần gia tốc a'_x và a'_y .
 Bỏ qua lực cản của không khí.

Mục 35-3. Phép biến đổi Lorentz

- 7 Hai sự kiện xảy ra tại gốc của một hệ toạ độ gắn với người quan sát O tại các thời điểm $t_1 = 1,58\text{s}$ và $t_2 = 2,13\text{s}$. Sử dụng phép biến đổi Lorentz trong

các phương trình (35-8), xác định khoảng không gian $\Delta x' = x'_2 - x'_1$ và khoảng thời gian $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ của hai sự kiện đó đối với người quan sát O'. Biết tốc độ tương đối của người quan sát đó bằng : (a) 0,0010c, (b) 0,1c, (c) 0,99c.

- 8 Gốc toạ độ của các hệ quy chiếu của hai người quan sát trùng nhau tại $t = t' = 0$. Các hệ quy chiếu đó chuyển động tương đối dọc theo trục yy' với tốc độ không đổi v . Viết phép biến đổi Lorentz liên hệ hai hệ quy chiếu đó.
- 9 Xuất phát từ phép biến đổi Lorentz trong các phương trình (35-8), hãy giải ra các toạ độ không – thời gian không dấu phẩy theo các toạ độ có dấu phẩy. Kết quả tìm được gọi là nghịch đảo của phép biến đổi đó.
- 10 Hai nhà du hành vũ trụ O và O' bay trong khoảng không gian giữa các thiên hà dọc theo trục xx' với tốc độ tương đối bằng $2,5 \cdot 10^8$ m/s. Người quan sát O ghi được sự bùng nổ của một ngôi sao tại $x_1 = -1,55 \cdot 10^{14}$ m, $t_1 = 1,68 \cdot 10^6$ s và sự che khuất nhau của một sao đôi khác tại $x_2 = 0,68 \cdot 10^{14}$ m, $t_2 = 2,94 \cdot 10^6$ s. (a) Các sự kiện đó xảy ra ở đâu và vào lúc nào đối với người quan sát O' ? (b) Giải thích tại sao $x'_2 - x'_1$ có thể âm.
- 11 Kí hiệu β thường được dùng để biểu thị tỉ số $\frac{v}{c}$ với v là tốc độ tương đối của hai hệ quy chiếu. (a) Viết lại phép biến đổi Lorentz với các phương trình (35-8) của phép biến đổi Lorentz trong đó sử dụng β thay cho v .
 (b) Nếu $\beta \ll 1$ chứng tỏ rằng $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2}$. Xác định sai số tương đối khi sử dụng công thức gần đúng cho trong (b) đối với (c) $\beta = 0,010$, (d) $\beta = 0,20$, (e) $\beta = 0,50$.

Mục 35-4. Quan niệm mới về không gian và thời gian

- 12 Một nhà thiên văn từ mặt đất ghi được hiện tượng núi lửa phun ở trên vệ tinh Io của Mộc tinh, cách mặt đất $8 \cdot 10^{11}$ m đồng thời với hiện tượng núi lửa phun tại Mêhicô. Hai sự kiện trên cũng được quan sát bởi một nhà du hành vũ trụ bay qua Trái Đất hướng về phía Mộc tinh với tốc độ $2,5 \cdot 10^8$ m/s. Theo nhà du hành vũ trụ thì : (a) Hiện tượng núi lửa phun nào xảy ra trước ? (b) Xác định khoảng cách không gian giữa hai sự kiện đó.
- 13 Hai nhà quan sát vũ trụ, liên hệ với nhau bởi các phương trình (35-8) của phép biến đổi Lorentz với $v = 0,95c$. Người quan sát O ghi được hai vụ nổ sao siêu mới xảy ra tại $x_1 = 30$ ly, $t_1 = 2,6$ năm và tại $x_2 = 47$ ly, $t_2 = 5,4$ năm (1 ly = 1 năm ánh sáng = quãng đường ánh sáng đi được trong một năm). (a) Đối với người quan sát O' hai sự kiện trên xảy ra tại đâu vào lúc nào ? Đối với người quan sát nào hai sự kiện ấy gần nhau hơn : (b) Về khoảng không gian ? (c) Về khoảng thời gian ?

- 14 Ôn lại phần thảo luận xung quanh phương trình (35-11) và sau đó xét phép đo chiều dài L' của một vật chuyển động bởi người quan sát O' , nghĩa là vật nằm yên đối với O (khi đó chiều dài nằm yên của vật là L_0). Chứng tỏ rằng $L' = L_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}$.
- 15 Người quan sát O đo chiều dài của một thanh chuyển động dọc theo chiều dài với tốc độ v cho trước bằng cách xác định thời gian để hai đầu của thanh lần lượt đi qua một điểm cố định. Chiều dài phải đo là $L = v\Delta t$. Sử dụng sự nở của thời gian, chứng tỏ rằng chiều dài của thanh chuyển động được cho bởi $L = L_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}$. L_0 là chiều dài nằm yên của thanh.
- 16 Thời gian sống trung bình của một nôtron tự do bằng vào khoảng 1.10^3 s trong hệ quy chiếu nằm yên của nó. Ước lượng thời gian sống của nôtron trong hệ quy chiếu ở đó nôtron chuyển động với tốc độ : (a) $0,99c$; (b) $0,80c$; (c) $0,10c$; (d) Tương ứng với động năng trung bình bằng $\frac{3}{2}kT$ trong lò phản ứng (với $T = 600K$ và k là hằng số Boltzman).
- 17 Chiều dài nằm yên của con tàu không gian Klingon là $1800m$ và đồng hồ trên đó dùng một cơ cấu có chu kì $4,77.10^{-7}s$. Con tàu ấy bay qua hành tinh Xzalb với tốc độ $2,95.10^8 m/s$. Hãy xác định : (a) chiều dài con tàu, (b) chu kì của đồng hồ trên con tàu đối với một người quan sát trên hành tinh Xzalb.

Mục 35-5. Phép cộng vận tốc

- 18 Hãy xét sự biến đổi của các thành phần y và z của vận tốc một vật đối với hai người quan sát liên hệ với nhau bởi các phương trình (35-8) của phép biến đổi Lorentz. Chứng tỏ rằng các thành phần vận tốc ấy biến đổi theo các phương trình (35-12).
- 19 Hai người quan sát O và O' chuyển động đối với nhau với tốc độ tương đối v . Người quan sát O' chuyển động theo hướng dương trục x của hệ quy chiếu gắn với O . Cả hai cùng đo vận tốc của một hạt prôtôn chuyển động dọc theo trục xx' . Đối với người quan sát O , thành phần vận tốc của prôtôn là $u_x = 2,76.10^8 m/s$. Xác định vận tốc (độ lớn và hướng) của hạt prôtôn ấy đối với O' , nếu vận tốc tương đối của hai người quan sát bằng : (a) $300 m/s$; (b) $1,00.10^8 m/s$; (c) $2,76.10^8 m/s$; (d) $2,95.10^8 m/s$.
- 20 Người quan sát O theo dõi người quan sát O' chuyển động theo hướng x dương với tốc độ $v = 0,9990c$. Người quan sát O' đo thành phần vận tốc của một electron bằng $u'_x = 0,9999c$. Xác định thành phần vận tốc của electron đối với O ?

Mục 35-7. Động lượng và năng lượng

- 21 Hãy xác định động năng và độ lớn động lượng của một electron có tốc độ :
(a) 0,99c, (b) 0,50c, (c) 0,10c, (d) 0,001c, (e) Đối với tốc độ nào trong số các tốc độ đó có thể sử dụng các biểu thức phi tương đối tính $\frac{1}{2}mv^2$ và mv .
Giải thích.
- 22 Hỏi tốc độ v của một hạt phải có giá trị như thế nào để động năng của hạt ấy bằng : (a) 10 ; (b) 1,0 ; (c) 0,10 ; (d) 0,01 lần năng lượng nghỉ của nó ?
- 23 Biểu thức phi tương đối tính $\frac{1}{2}mv^2$ của động năng của một hạt có thể được sử dụng nếu tốc độ hạt nhỏ so với c. Hỏi với tốc độ nào có thể sử dụng biểu thức đó ứng với một sai số tương đối của động năng bằng : (a) 1% ; (b) 10% ?
- 24 Cùng với các công trình về lí thuyết tương đối, Einstein đã đưa ra một bức tranh lượng tử của ánh sáng, coi ánh sáng là một dòng các hạt gọi là phôtôн. Mỗi phôtôн chuyển động với tốc độ bằng c. Để phù hợp với thuyết tương đối hẹp, một hạt có tốc độ bằng c phải có khối lượng nghỉ bằng 0 (tại sao ?). Chứng tỏ rằng năng lượng và động lượng của hạt phôtôн liên hệ với nhau bởi công thức đơn giản $E = pc$.
- 25 Một hạt anpha (hạt nhân 4He , có khối lượng nghỉ $6,6 \cdot 10^{-27}$ kg) được phát ra trong quá trình phân rã tự phát hạt nhân ${}^{235}U$. Hạt α có động năng 4,2MeV. Hãy xác định : (a) tốc độ, (b) độ lớn động lượng của hạt α , (c) tỉ số giữa động năng và năng lượng nghỉ của hạt α .
- 26 (a) Xác định tốc độ hạt electron có động năng bằng năng lượng nghỉ của nó. (b) Cũng hỏi như vậy đối với hạt prôtôн.
- 27 Hạt nhân 8Be không bền và phân rã tự phát thành hai hạt nhân 4He .
(a) Nếu khối lượng nghỉ của các hạt nhân đó là $m_{Be} = 8,005308u$ và $m_{He} = 4,002603u$, thì năng lượng nghỉ được giải phóng trong quá trình phân rã đó bằng bao nhiêu ? (b) Trong hệ quy chiếu mà lúc đầu hạt nhân Be nằm yên, xác định động năng của mỗi hạt nhân He sau phân rã. (c) Xác định độ lớn động lượng của mỗi hạt nhân He và tốc độ của chúng.
- 28 Khối lượng nghỉ M của một hệ hạt liên kết, chẳng hạn như một nguyên tử, thì nhỏ hơn tổng Σm_i của khối lượng các hạt thành phần. Năng lượng liên kết B của hệ, năng lượng nhỏ nhất cần thiết để tách riêng các thành phần của hệ được cho bởi hiệu các năng lượng nghỉ $B = \Sigma m_i c^2 - Mc^2$. Xác định khối lượng của : (a) hạt đoteri (tạo bởi prôtôн và một nôtron) biết $B = 2,23\text{MeV}$; $m_p = 1,00728u$; $m_n = 1,00867u$ và (b) nguyên tử hiđrô (tạo bởi một prôtôн và một electron) biết $B = 13,6\text{eV}$; $m_p = 1,672648 \cdot 10^{-27}\text{kg}$; $m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

- 29** Giả sử một nữ thám tử đi trên một con tàu với tốc độ bằng $\frac{1}{2}c$. Nữ thám tử nhìn qua cửa sổ và thấy một người đàn ông ở ngang cửa sổ của cô ta bắn một phát súng laze vào đúng 12h trưa. Sau đó nữ thám tử biết rằng có một người đàn bà ở cách 1km dọc theo đường tàu bị súng laze bắn trúng vào lúc $12h + 1\mu s$. Hỏi nữ thám tử có thể buộc tội người đàn ông nói trên không ?
- 30** Những hành khách trên con tàu vũ trụ của người Trafalmadorian chuyển động với tốc độ $0,65c$ đối với Trái Đất, điều chỉnh tivi để xem một tiết lộ về vật lí ở Trái Đất cho vui. Tiết học kéo dài 50 phút đối với các sinh viên ở trong giảng đường trên Trái Đất. Hỏi đối với những người Trafalmadorian, tiết học trên kéo dài bao lâu ?
- 31** Những người Trafalmadorian ở bài tập trên còn tiến hành đo chiều dài của nước Việt Nam. Nếu cơ quan địa chính của Việt Nam báo rằng khoảng cách ấy là 2000km thì khoảng cách đo được bởi những người Trafalmadorian bằng bao nhiêu ?
- 32** Một phôtôn và một prôtôn có cùng năng lượng toàn phần bằng $76eV$.
 (a) Hỏi hạt nào có động lượng lớn hơn ? (b) Tính tỉ số hai động lượng ấy.



ĐÀI TẬP MÔNG CÁO

- 1** **Tính nhân quả.** Vì sự đồng thời có tính tương đối, vậy tính nhân quả sẽ ra sao ? Nếu sự kiện 1 là nguyên nhân của sự kiện 2, thì nguyên nhân có luôn luôn xảy ra trước kết quả đối với mọi người quan sát không ? Giả sử hai sự kiện đó xảy ra tại (x_1, t_1) và (x_2, t_2) trong một hệ quy chiếu với $t_2 > t_1$ (ta bỏ qua hai toạ độ y và z cho đơn giản). Hơn nữa, giả sử rằng các sự kiện có thể liên lạc với nhau bằng một tín hiệu sóng : $|x_2 - x_1| < c(t_2 - t_1)$. Chứng tỏ hai sự kiện đó cũng vẫn còn có quan hệ nhân quả, nghĩa là $t'_2 > t'_1$ trong mọi hệ quy chiếu khác liên hệ với hệ quy chiếu thứ nhất bằng phép biến đổi Lorentz. Kết quả đó gợi ý rằng ảnh hưởng (lực) do hạt này tác dụng lên hạt kia không tức thời mà được truyền đi với vận tốc không lớn hơn c .
- 2** **Nghịch lí cặp sinh đôi.** Xét cặp sinh đôi giống hệt nhau, Việt và Nam. Vào ngày sinh nhật thứ 25 của họ, Nam rời Trái Đất trên một con tàu vũ trụ được tăng tốc nhanh đến tốc độ $v = 0,99c$ đối với Việt. Con tàu ra đi và sau thời gian 12 năm đối với Nam, anh ta trở về ăn mừng ngày sinh nhật thứ 37 của hai người. (a) Tại ngày đó Việt bao nhiêu tuổi ? (b) Nghịch lí là ở chỗ Nam có thể tuyên bố rằng Việt được tăng tốc cùng với hệ Mặt Trời và bay với tốc độ lớn, khi đó Việt sẽ quay về và trẻ hơn Nam nhiều. Nêu ra một số cách giải thích nghịch lí ấy.
- 3** **Người quan sát thứ ba.** Giả sử có ba người quan sát O, O', O'' liên hệ với nhau lần lượt bằng các phép biến đổi Lorentz :

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$x'' = \gamma'(x' - v't')$$

$$y' = y$$

$$y'' = y'$$

$$z' = z$$

$$z'' = z'$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

$$t'' = \gamma' \left(t' - \frac{v'x'}{c^2} \right)$$

trong đó $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, $\gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}$ và v , v' là các tốc độ tương đối

của từng cặp người quan sát tương ứng. (a) Chứng tỏ rằng sự biến đổi trực tiếp liên hệ O và O'' cũng là một phép biến đổi Lorentz với tốc độ tương đối bằng :

$$u = \frac{v + v'}{1 + \frac{vv'}{c^2}}$$

(b) Giải thích tại sao nếu $v = v'$, thì $u \neq 2v$. (c) Giải thích các phép biến đổi đó với $v' = -v$ (Xem v và v' như các thành phần của vận tốc chứ không phải là tốc độ).

◆ ◆ ◆

Thời gian riêng. Tính đẳng hướng và tính đồng nhất của không gian đòi hỏi rằng khoảng cách giữa hai điểm $\Delta s = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2}$ là bất biến không phụ thuộc gốc toạ độ và hướng của các trục toạ độ không gian ba chiều. Trong không – thời gian bốn chiều, có một đại lượng bất biến tương ứng. Để thuận tiện ta biểu thị đại lượng bất biến ấy qua một khoảng thời gian gọi là khoảng thời gian riêng $\Delta\tau$ giữa hai sự kiện. Nó được định nghĩa bởi biểu thức :

$$c^2 \Delta\tau^2 = c^2 \Delta t^2 - (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

đối với người quan sát O . Một người quan sát khác O' có thể tính khoảng thời gian riêng giữa hai biến cố nói trên bằng biểu thức :

$$c^2 \Delta\tau'^2 = c^2 \Delta t'^2 - (\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2)$$

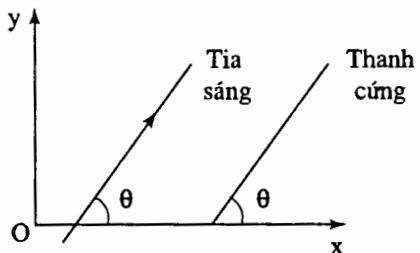
Sử dụng các phương trình (35-8) của phép biến đổi Lorentz, chứng minh rằng hai biểu thức trên đồng nhất bằng nhau. Để giải thích ý nghĩa vật lí của thời gian riêng, ta hãy xét hai sự kiện cũng xảy ra tại cùng một vị trí không gian trong hệ quy chiếu của người quan sát O chẵng hạn. Khi đó $\Delta\tau = \Delta t$; nhưng chú ý rằng trong trường hợp này $\Delta\tau \neq \Delta t'$.

◆ ◆ ◆

Phép biến đổi của các góc. Hai người quan sát O và O' liên hệ với nhau bằng các phương trình (35-8) của phép biến đổi Lorentz. Người quan sát O nhận một tia sáng trong mặt phẳng xy truyền theo hướng hợp với trục x một góc θ , như cho trên hình 35-12. (a) Chứng tỏ rằng người quan sát O' nhận được tia sáng ấy theo hướng hợp với trục x' một góc θ' cho bởi :

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma(\cos \theta - v/c)}$$

(b) Giả sử người quan sát O giữ một thanh cứng hợp một góc θ với trục x. Chúng tỏ rằng người quan sát O' đo được góc ấy là θ' được cho bởi : $\operatorname{tg} \theta' = \gamma \operatorname{tg} \theta$. (c) Giải thích tại sao hai biểu thức trong (a) và (b) lại khác nhau.



Hình 35-12. BTNC 5

Một tia sáng và một thanh cứng nằm yên hợp với trục x cùng một góc θ trong mặt phẳng xy của hệ quy chiếu gắn với O.

6

Định luật Newton thứ hai. Trong động lực học tương đối tính của một hạt, định luật Newton thứ hai được viết dưới dạng $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$, trong đó \mathbf{F} là tổng hợp các lực tác dụng lên hạt và $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ (a) Chúng tỏ rằng định luật Newton thứ hai viết theo giá tốc được cho bởi :

$$\mathbf{F} = \frac{ma}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{mv(va)}{c^2(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

(b) Xét trường hợp riêng của chuyển động tròn đều của một hạt mang điện tích q trong một từ trường đều. Với các tốc độ nhỏ, hạt chuyển động tròn với tần số cyclotron $\omega_0 = \frac{qB}{m}$ không phụ thuộc bán kính r của quỹ đạo (xem chương 21). Chúng minh rằng tần số góc của chuyển động tròn, đối với mọi tốc độ được sửa lại theo công thức $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

7

Công – năng lượng. Xét chuyển động một chiều của một hạt có khối lượng nghỉ m dọc theo trục x dưới tác dụng của lực F_x không đổi. Công dW trong một chuyển dời nhỏ dx được cho bởi $dW = F_x dx = F_x v_x dt$, trong đó v_x là thành phần vận tốc. (a) Sử dụng định luật Newton thứ hai : $F_x = \frac{dp_x}{dt}$ và lấy tích phân để được công trong một chuyển dời hữu hạn

(Gợi ý : Lấy tích phân $\left(\frac{dp_x}{dt} \right) v_x dt$ theo từng phần với $p_x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$).

(b) Áp dụng định lí công – năng lượng cho trường hợp một hạt bắt đầu từ trạng thái nghỉ và chứng tỏ rằng động năng của hạt được cho bởi phương trình (35-23).

8 **Chuyển động tròn tương đối tính.** Sử dụng kết quả của BTNC 6, chứng tỏ rằng bán kính cong R của quỹ đạo của một hạt tích điện q chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với một từ trường đều là $R = \frac{p}{qB}$ trong đó p là động lượng tương đối tính của hạt.

9 **Làm đồng nhất các prôtô.** Các prôtô từ một máy gia tốc có động năng 1GeV. (a) Tính tốc độ u của các prôtô đó trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Cho hạt này bắn vào một bia tạo bởi hiđrô rắn. (b) Chứng tỏ rằng, đối với một hệ quy chiếu chuyển động hướng đến các hạt prôtô đó với vận tốc v = $\frac{c^2}{u} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)$ thì động lượng của các prôtô đó cũng bằng động lượng của các prôtô trong hiđrô rắn. (c) Xác định động lượng ấy.

10 **Tiêu tán tương đối tính.** Xác định năng lượng của các prôtô trong BTNC 9 đối với hệ quy chiếu chuyển động. Giả sử sau va chạm, các prôtô ấy đứng yên trong hệ quy chiếu chuyển động, hãy xác định phần năng lượng đã bị "tiêu tán" trong va chạm.

11 **Các số hạng bậc cao trong động năng.** Chứng tỏ rằng động năng của một hạt có thể biểu thị như sau :

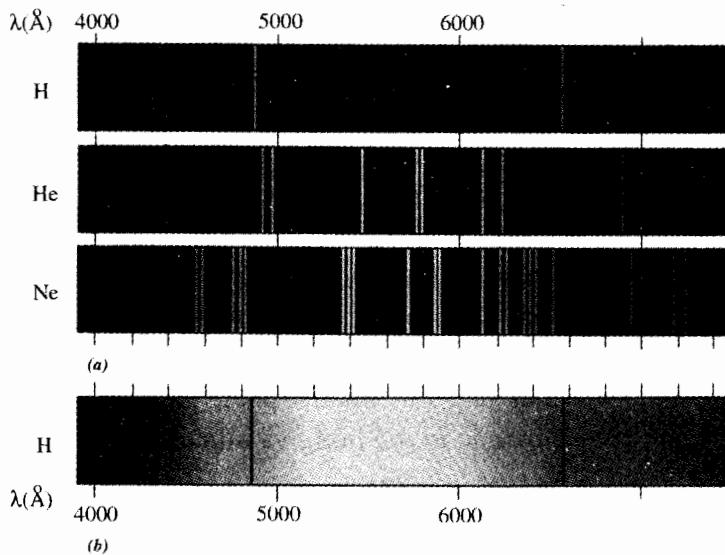
$$K = \frac{mv^2}{2} \left\{ 1 + \frac{3v^2}{4c^2} + \frac{15v^4}{24c^4} + \dots \right\}$$

12 **Piôn phân rã thành phôtô.** Một hạt piôn trung hoà khối lượng M chuyển động với tốc độ v phân rã thành 2 phôtô chuyển động theo hai hướng hợp với hướng chuyển động của hạt piôn nhũng góc bằng nhau θ . (a) Chứng tỏ rằng các phôtô có cùng năng lượng. (b) Chứng tỏ rằng $\cos\theta = \frac{v}{c}$.

13 **Sự phân rã phôtô bị cấm.** Chứng minh rằng các định luật bảo toàn năng lượng tương đối tính và động lượng tương đối tính dẫn tới kết quả là một phôtô cô lập không thể phân rã thành hai hạt có khối lượng. Giả thiết rằng năng lượng của hạt phôtô lớn hơn năng lượng nghỉ của hai hạt đó.

CHƯƠNG 36

LƯỢNG TỬ HOÁ BỨC XẠ ĐIỆN TỬ



36-1. Tương tác của ánh sáng
và vật chất

36-2. Định luật Kirchhoff

36-3. Bức xạ của vật đen

36-4. Hiệu ứng quang điện

36-5. Phôtô và électron

36-6. Phổ vạch

36-7. Mẫu Bohr của hiđrô

Bài đọc thêm :

*Niels Bohr và mẫu nguyên tử
Hiđrô.*

(a) Các vạch phổ được tạo ra do phát xạ trong vùng ánh
sáng thấy được của các nguyên tử hiđrô, heli và neon.

(b) Phổ hấp thụ của các nguyên tử hiđrô.

Hãy tưởng tượng bạn là nhà khoa học trẻ vào năm 1899 và kỉ niệm sự kết thúc của thế kỉ cũ bằng cách ngẫm nghĩ xem bạn đã hiểu đến mức nào về vũ trụ : Cơ học Newton đã giải quyết xong các bài toán về sự chuyển động của các vật thuộc mọi kích cỡ – từ chuyển động của hành tinh tới hạt cát đang rơi. Nhiệt động học đã được phát triển và hoàn thiện từ những cải tiến trong máy hơi nước. Và thực tế đầu máy xe lửa chạy bằng hơi nước đã cung cấp một phương tiện vận chuyển nhanh chóng, kinh tế giữa các châu lục. Điện và từ đã được hợp nhất lại trong các phương trình Maxwell. Hơn nữa, vì ánh sáng cũng chính là một loại sóng điện từ, nên quang học là một nhánh của điện từ học. Dĩ nhiên, đâu đó còn một vài bài toán cần phải tìm hiểu, chẳng hạn như về cấu trúc của các nguyên tử và ánh sáng được chúng phát ra hay bị chúng hấp thụ. Bạn có thể phấn khích lên mà huênh hoang rằng những vấn đề này chẳng mấy nữa sẽ được giải quyết, rằng nhân loại đã ở ngưỡng cửa của việc làm chủ các quy luật cơ bản của thiên nhiên. Nếu vậy, thì bạn đã nhầm to. Thực tế thì các vấn đề này đã đưa đến một cuộc cách mạng về ý tưởng trong vật lí và dẫn đến những đổi thay kì diệu, mở đầu cho cuộc cách mạng mới trong khoa học và công nghệ. Tự nhiên là vô cùng vô tận.

Những nét cơ bản của bộ môn mà bây giờ được gọi là *Cơ học lượng tử*, hay *Vật lí lượng tử* đã được phát triển mạnh mẽ trong suốt 30 năm đầu của thế kỷ hai mươi. Mặc dù vật lí cũ hay vật lí cổ điển vẫn còn hữu dụng trong phạm vi các ứng dụng của nó, nhưng vật lí lượng tử khảo sát cả một lĩnh vực những hiện tượng hoàn toàn mới ở mức nguyên tử và dưới nguyên tử. Trong chương này ta sẽ xem xét một số các hiện tượng này.

36-1. TƯƠNG TÁC CỦA ÁNH SÁNG VÀ VẬT CHẤT

Các nhận biết của chúng ta về thế giới vật lí được chi phối bởi tương tác của ánh sáng và vật chất. Một tương tác diễn ra tại võng mạc mắt về mặt sinh lí đưa tới thị giác. Ánh sáng tới mắt và tạo ra vô số hình ảnh là kết quả của tương tác giữa ánh sáng và vật chất. Như ta đã nói ở chương 30, mắt của chúng ta chỉ nhạy cảm với một phần nhỏ của phổ điện từ. Từ nay về sau khi ta dùng từ "ánh sáng" là ta muốn nói tới bức xạ điện từ có tần số bắt kì – bắt kẽ là bức xạ hồng ngoại, tử ngoại, sóng vi ba hay dải sóng nào khác.

Khi ánh sáng đi tới bề mặt của một vật không trong suốt, một phần ánh sáng thâm nhập vào bên trong vật liệu và bị hấp thụ. Phần ánh sáng còn lại được phản chiếu từ bề mặt. Cái mà ta quan sát được chính là ánh sáng phản chiếu này, nghĩa là chúng ta "nhìn thấy" vật bằng ánh sáng phản chiếu từ nó. Phần ánh sáng được phản chiếu từ bề mặt phụ thuộc vào bước sóng. Chẳng hạn bề mặt của một vật thể có thể phản xạ phần lớn ánh sáng trong phần màu lam và hấp thụ mạnh trong phần màu đỏ. Như vậy nếu ánh sáng trắng đi tới bề mặt, ánh sáng phản xạ sẽ chứa màu lam với tỉ phần lớn hơn màu đỏ. Kết quả là màu thu nhận được của vật là vùng màu lam hay có thể là màu lục. Dài rộng các màu mà mắt có thể phân biệt được là hệ quả của sự nhạy cảm của mắt người đối với các bước sóng khác nhau được phản xạ.

Các mặt có màu tối hơn hấp thụ ánh sáng mạnh hơn các mặt có màu sáng hơn. Các bạn chắc hẳn đã nhận thấy hiệu ứng này trực tiếp trong sự hấp thụ ánh sáng mặt trời bởi áo quần bạn vẫn mặc. Mặt màu trắng là mặt phản xạ tốt tất cả các tần số của ánh sáng tới. Một loại mặt khác dùng làm chất phản xạ tốt (và hấp thụ kém) là mặt kim loại đánh bóng được làm từ chất liệu như nhôm hay bạc chưa bị xỉn. Đối lại là các mặt hấp thụ mạnh (phản xạ kém), ví dụ như hắc ín, bồ hóng và mực in.

Ngoài các vật ta thấy được do ánh sáng phản xạ từ chúng, ta còn có thể nhìn thấy một số vật do ánh sáng từ chúng phát ra. Ví dụ, cục than đang cháy phát ra một phần quan trọng ánh sáng của nó trong phổ khả kiến ; ta có thể nhìn thấy nó trong một buồng tối. Các vật khác trong phòng, ở những nhiệt độ thấp hơn nhiều, cũng phát xạ nhưng với một cường độ rất nhỏ không đáng kể trong phần phổ khả kiến. Như vậy tất cả các vật đều phát ra bức xạ điện từ với cường độ phụ thuộc vào nhiệt độ của bề mặt. Chỉ ở các nhiệt độ cao hơn nhiệt độ phòng rất nhiều, bề mặt vật mới phát ra một lượng bức xạ trong phổ khả kiến đủ để ta có thể dễ dàng quan sát được. Người ta gọi dạng bức xạ phát ra do tác dụng nhiệt là bức xạ nhiệt, nó là dạng bức xạ phổ biến nhất. Khi vật phát ra bức xạ, năng lượng của nó giảm và nhiệt độ

giảm theo ; ngược lại khi vật hấp thụ bức xạ, năng lượng của nó tăng và nhiệt độ cũng tăng theo. Trong trường hợp nếu phần năng lượng của vật mất đi do phát xạ

được bù lại bằng phần năng lượng mà vật nhận được do hấp thụ thì nhiệt độ của vật sẽ không đổi, bức xạ nhiệt của vật cũng không đổi và được gọi là bức xạ nhiệt cân bằng.

36-2. ĐỊNH LUẬT KIRCHHOFF

Năng suất phát xạ

Để nghiên cứu định lượng bức xạ nhiệt cân bằng của vật, ta xét những đặc trưng cơ bản của quá trình này, trước hết là năng suất phát xạ.

Xét một vật đốt nóng được giữ ở nhiệt độ T không đổi, giả sử phân diện tích dS của bề mặt phát ra trong một đơn vị thời gian một năng lượng $d\phi_T$. Theo định nghĩa, đại lượng :

$$R_T = \frac{d\phi_T}{dS} \quad (36-1)$$

được gọi là **năng suất phát xạ toàn phần** của vật ở nhiệt độ T . Ý nghĩa của R_T là lượng năng lượng bức xạ toàn phần do một đơn vị diện tích phát ra trong một đơn vị thời gian ở nhiệt độ T . Trong hệ đơn vị SI, đại lượng R_T đo bằng oát trên mét vuông (W/m^2).

Nói chung, bức xạ toàn phần do vật phát ra bao gồm nhiều bức xạ đơn sắc ứng với các bước sóng λ khác nhau. Phần năng lượng ứng với mỗi bức xạ đơn sắc không bằng nhau. Giả sử lượng năng lượng của bức xạ phát ra có bước sóng từ λ đến $\lambda + d\lambda$ do một đơn vị diện tích phát ra trong một đơn vị thời gian ở nhiệt độ T là dR_T , người ta định nghĩa đại lượng :

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda} \quad (36-2)$$

là **năng suất phát xạ đơn sắc** của vật ở nhiệt độ T ứng với bước sóng λ . Trong hệ đơn vị SI, đại lượng $r_{\lambda,T}$ đo bằng oát trên mét khối (W/m^3). Bằng thực nghiệm có thể đo được $r_{\lambda,T}$ ứng với các bức xạ đơn sắc có bước sóng λ khác nhau ở nhiệt độ T xác định và như vậy có thể tính được năng suất phát xạ toàn phần R_T của vật bằng công thức :

$$R_T = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda \quad (36-3)$$

Chúng ta cũng có thể tính được năng suất phát xạ toàn phần và năng suất phát xạ đơn sắc qua đơn vị tần số ($v = \frac{c}{\lambda}$) :

$$R_T = \int_0^\infty r_{v,T} dv$$

tất nhiên là $|r_{\lambda,T} d\lambda| = |r_{v,T} dv|$, suy ra :

$$r_{\lambda,T} d\lambda = -r_{v,T} dv$$

Do $d\lambda = -\frac{c}{v^2} dv$ nên ta có :

$$r_{v,T} = \frac{c}{v^2} r_{\lambda,T} = \frac{\lambda^2}{c} r_{\lambda,T} \quad (36-4)$$

Hệ số hấp thụ

Rõ ràng là một vật ở nhiệt độ T không chỉ phát ra các bức xạ điện từ, mà còn hấp thụ

các bức xạ tới nó. Gọi $d\phi_T$ là toàn bộ năng lượng bức xạ gửi tới một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian và $d\phi'_T$ là phần năng lượng do diện tích đó hấp thụ được trong cùng khoảng thời gian trên thì đại lượng :

$$a_T = \frac{d\phi'_T}{d\phi_T} \quad (36-5)$$

được gọi là **hệ số hấp thụ toàn phần** của vật ở nhiệt độ T . Các thực nghiệm chứng tỏ rằng đối với một vật bất kì, giá trị a_T luôn nhỏ hơn một ($a_T < 1$). Nếu a_T càng lớn thì phần năng lượng hấp thụ càng nhiều.

Bức xạ toàn phần gửi tới có thể bao gồm nhiều bức xạ đơn sắc khác nhau, phần năng lượng mà vật hấp thụ được với các bước sóng khác nhau cũng không giống nhau. Do đó để đặc trưng cho khả năng hấp thụ ứng với mỗi bức xạ đơn sắc, người ta cũng đưa vào đại lượng gọi là **hệ số hấp thụ đơn sắc**. Theo định nghĩa :

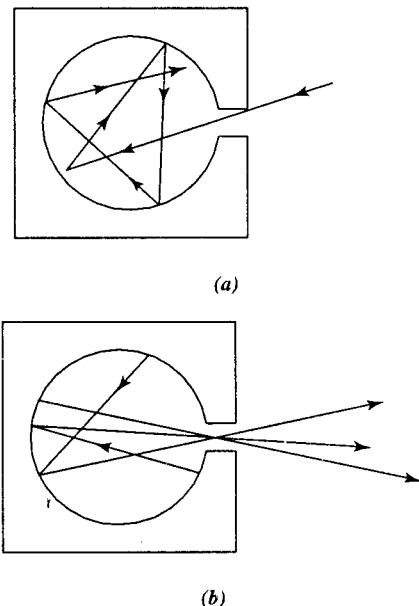
$$a_{\lambda,T} = \frac{d\phi'_{\lambda,T}}{d\phi_{\lambda,T}} \quad (36-6)$$

trong đó $d\phi_{\lambda,T}$ là phần năng lượng bức xạ có bước sóng λ gửi tới một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian và $d\phi'_{\lambda,T}$ là phần năng lượng hấp thụ được. Thông thường thì $a_{\lambda,T} < 1$ đối với mọi vật ở mọi bước sóng và ở mọi nhiệt độ.

Vật đen tuyệt đối

Vật đen tuyệt đối còn gọi là vật đen lí tưởng là vật hấp thụ hoàn toàn năng lượng của mọi bức xạ đơn sắc gửi tới nó và ở mọi nhiệt độ. Như vậy, vật đen tuyệt đối có hệ số hấp thụ $a_{\lambda,T} = 1$ đối với mọi bước sóng λ

và ở mọi nhiệt độ T . Những vật mà hệ số hấp thụ $a_{\lambda,T} < 1$ gọi là **những vật xám**. Trong tự nhiên không có vật đen lí tưởng vì không có vật liệu nào mà bề mặt có hệ số hấp thụ bằng một. Tuy nhiên có những vật gần với vật đen tuyệt đối, ví dụ bồ hóng là vật hấp thụ bức xạ tốt nhất có $a_{\lambda,T} = 0,99$. Trong thực tế một bình kín rỗng có khoét một lỗ nhỏ và mặt trong phủ một lớp đen xốp (bồ hóng chẳng hạn) có thể được xem là vật đen tuyệt đối (hình 36-1).



Hình 36-1. (a) Ánh sáng đi vào hốc qua một lỗ mở nhỏ, bị hấp thụ sau nhiều lần phản xạ. (b) Ánh sáng từ hốc đi ra qua lỗ mở nhỏ được xem gần như là bức xạ của vật đen tuyệt đối.

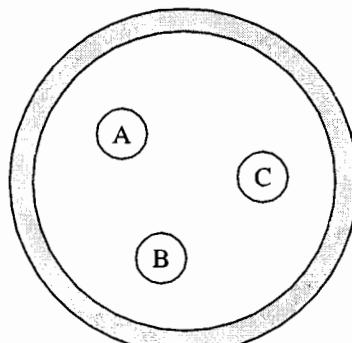
Bề mặt hấp thụ tốt ánh sáng cũng là vật phát xạ tốt ánh sáng. Dùng định luật thứ hai của nhiệt động có thể chứng minh (BTNC 1) rằng tốc độ phát bức xạ có bước sóng λ cũng bằng tốc độ hấp thụ ở bước sóng này. Như vậy, mặt phát xạ lí tưởng có độ phát xạ $\alpha = 1$ cũng là mặt hấp thụ lí tưởng có hệ số hấp thụ $a = 1$. Bức xạ điện từ do một vật đen lí tưởng phát ra được gọi là **bức xạ vật đen**.

Ánh sáng phát ra từ lỗ nhỏ của bình kín rỗng (một hốc) được xem gần đúng như bức xạ của vật đen. Thật vậy, khi một tia sáng đi vào hốc qua lỗ nhỏ thì sau mỗi lần phản xạ nó bị hấp thụ một phần, sau nhiều lần phản xạ gần như toàn bộ năng lượng của tia sáng bị hấp thụ hoàn toàn, bằng cách này lỗ nhỏ biểu hiện như một vật đen lí tưởng (hình 36-1a). Như vậy, ánh sáng từ lỗ nhỏ đi ra ngoài (hình 36-1b) là bức xạ của vật đen. Để nghiên cứu bức xạ của vật đen, chúng ta nghiên cứu bức xạ phát ra từ một lỗ nhỏ của một hốc.

Định luật Kirchhoff

Chúng ta xét các vật A, B, C... đặt trong một bình kín cách nhiệt giữ ở nhiệt độ T (hình 36-2). Bằng cách trao đổi nhiệt, sau một thời gian nhiệt độ của các vật là như nhau, khi đó các vật ở trạng thái cân bằng nhiệt ở nhiệt độ T. Các vật, kể cả thành trong của bình phát ra các bức xạ điện từ và cũng hấp thụ các bức xạ tới nó. Khi ở trạng thái cân bằng nhiệt, chúng phát ra bao nhiêu năng lượng thì cũng hấp thụ bấy nhiêu năng lượng. Xét một phân tử diện tích dS của vật A phát ra một năng lượng $d\phi_A(\lambda, T)$ của bức xạ có bước sóng từ λ đến λ + dλ trong một đơn vị thời gian. Khi đó :

$$d\phi_A(\lambda, T) = r_{\lambda, T}^{(A)} dS d\lambda$$



Hình 36-2. Các vật ở trạng thái cân bằng nhiệt.

Gọi $d\phi(\lambda, T)$ là phần năng lượng của bức xạ ở trong bình có bước sóng từ λ đến λ + dλ gửi tới dS trong một đơn vị thời gian, phần năng lượng hấp thụ của vật A là :

$$d\phi'_A(\lambda, T) = a_{\lambda, T}^{(A)} d\phi(\lambda, T).$$

Do cân bằng nhiệt nên :

$$d\phi_A(\lambda, T) = d\phi'_A(\lambda, T)$$

Đặt $d\phi(\lambda, T) = f(\lambda, T) dS d\lambda$, khi đó :

$$r_{\lambda, T}^{(A)} dS d\lambda = a_{\lambda, T}^{(A)} f(\lambda, T) dS d\lambda$$

hay :

$$\frac{r_{\lambda, T}^{(A)}}{a_{\lambda, T}^{(A)}} = f(\lambda, T)$$

Lí luận tương tự cho các vật khác, ta cũng có :

$$\left(\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} \right)^A = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} \right)^B = \dots = f(\lambda, T)$$

Từ đó Kirchhoff đã phát biểu định luật sau :

Tỉ số giữa năng suất phát xạ đơn sắc $r_{\lambda, T}$ và hệ số hấp thụ đơn sắc $a_{\lambda, T}$ của một vật bất kì ở trạng thái cân bằng nhiệt không phụ thuộc vào bản chất của các vật mà chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ T của nó và bước sóng λ của bức xạ đơn sắc.

$$\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} = f(\lambda, T) \quad (36-7)$$

Hàm số $f(\lambda, T)$ không phụ thuộc vào vật nào, gọi là *hàm số phổ biến*.

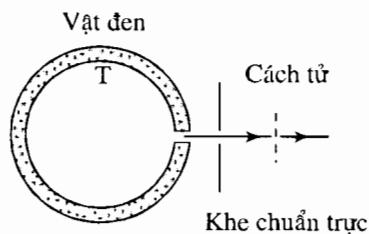
Với vật đen lí tưởng $a_{\lambda, T} = 1$ nên $f(\lambda, T) = r^*_{\lambda, T}$ (dấu * chỉ vật đen lí tưởng). Ý nghĩa của hàm số phổ biến chính là *năng suất phát xạ đơn sắc* của vật đen lí tưởng. Như vậy :

$$r_{\lambda, T} = a_{\lambda, T} r^*_{\lambda, T} < r^*_{\lambda, T}$$

Năng suất phát xạ của một vật xám bao giờ cũng nhỏ hơn năng suất phát xạ của một vật đen lí tưởng ở cùng nhiệt độ và cùng bước sóng.

36-3. BÚC XẠ CỦA VẬT ĐEN

Như đã nói, năng suất phát xạ đơn sắc có thể đo được bằng thực nghiệm bằng cách phân tích bức xạ từ một vật đen (hốc) nhờ một phô kẽ (hình 36-3).

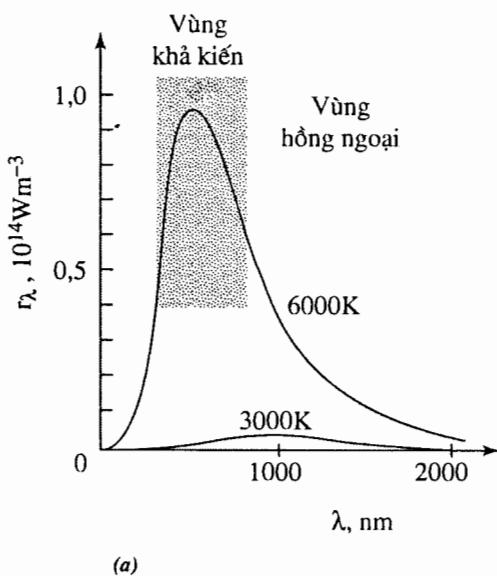


Hình 36-3. Ánh sáng từ vật đen (hốc) đi qua khe chuẩn trực và được tách thành các bước sóng thành phần nhờ một cách tử nhiễu xạ.

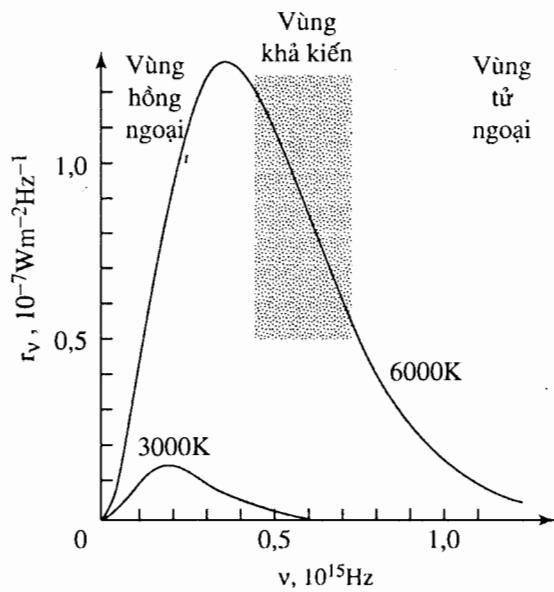
Sự phụ thuộc vào tần số hay bước sóng đối với hai nhiệt độ khác nhau được cho trên hình 36-4. Hãy chú ý tới các đặc điểm chung dưới đây :

- Ở một nhiệt độ cho trước, năng suất bức xạ đơn sắc có một đỉnh hay một cực đại.
- Nếu nhiệt độ tăng lên, năng suất bức xạ đơn sắc tăng đối với mỗi tần số hay bước sóng.
- Bước sóng đỉnh, tức bước sóng ở đó năng suất bức xạ đơn sắc là cực đại, dịch về phía các bước sóng ngắn hơn (các tần số cao hơn) ở các nhiệt độ cao hơn.

Các đặc điểm này cùng với sự phụ thuộc chi tiết vào tần số của năng suất phát xạ, phải được giải thích bởi những lí thuyết vật lí về tương tác giữa ánh sáng và vật chất. Sau đây chúng ta xét một cách tiếp cận cổ điển của bài toán bức xạ.



(a)



(b)

Hình 36-4. Năng suất bức xạ đơn sắc một vật đen, hay từ một lỗ mở của hốc, được vẽ ở hai nhiệt độ khác nhau. Các dải tần số và bước sóng đối với ánh sáng khả kiến được cho bởi các vùng tô sẫm. (a) Sự phụ thuộc của $r^*_{\lambda,T}$ vào λ .
(b) Sự phụ thuộc của $r^*_{v,T}$ vào v .

Cách tiếp cận cổ điển – Công thức Rayleigh – Jeans

Chúng ta xét một hốc bức xạ (vật đen) ở nhiệt độ không đổi T . Các vách trong của hốc phát ra các sóng điện từ và chúng cũng hấp thụ các sóng đó gửi tới. Khi ở trạng thái cân bằng, năng lượng phát ra bằng năng lượng hấp thụ và như vậy bên trong hốc có một bức xạ điện từ với mật độ năng lượng không đổi. Để tìm mật độ năng lượng này, Rayleigh (1842–1919) và James Jeans (1877–1946) cho rằng : vách trong của hốc được xem như là các dao động tử điêu hoà, chúng có thể phát xạ hoặc hấp thụ các bức xạ. Ngoài ra bức xạ điện từ trong hốc được xem như là hỗn hợp của các sóng đứng (sóng dừng) có các tần số và các hướng khác nhau. Như vậy năng lượng của bức xạ trong hốc bằng năng lượng của các dao động tử trong hốc.

Năng lượng này bằng số các dao động tử nhân với năng lượng trung bình của một dao động tử. Để đơn giản, chúng ta xét một hốc hình lập phương có cạnh là a . Các sóng tới và phản xạ theo cùng một phương tạo nên các sóng đứng phải thoả mãn điều kiện :

$$\begin{aligned} a &= j_1 \frac{\lambda}{2} \text{ theo phương } x \\ a &= j_2 \frac{\lambda}{2} \text{ theo phương } y \\ a &= j_3 \frac{\lambda}{2} \text{ theo phương } z \end{aligned} \quad (36-8)$$

với j_1, j_2, j_3 là các số nguyên $0, 1, 2, 3\dots$

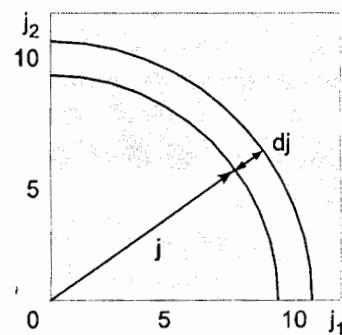
Với một sóng đứng theo một hướng bất kì thì :

$$j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 = j^2 = \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{2av}{c}\right)^2$$

Đây là phương trình của một mặt cầu với ba "tọa độ" là các số nguyên j_1, j_2, j_3 . Mỗi một tần số được biểu diễn bằng một điểm

được xác định bởi ba tọa độ j_1, j_2, j_3 . Như vậy với một tập hợp ba số j_1, j_2, j_3 miễn là tổng các bình phương của chúng là không đổi đều tương ứng với cùng một tần số, nhưng biểu thị các dao động riêng với các hướng khác nhau (chúng được gọi là các mốt của dao động). Để tìm các sóng đứng (các mốt dao động) nằm trong hốc có tần số từ v đến $v + dv$, ta cần tính số các tập hợp (j_1, j_2, j_3) ứng với tần số nằm trong khoảng này. Hình 36-5 chỉ ra một phần của mặt phẳng (j_1, j_2) . Mỗi một điểm trong không gian j tương ứng với một tập các giá trị j_1, j_2, j_3 và như vậy tương ứng với một sóng đứng. Tổng số các tần số giữa v đến $v + dv$ bằng số các điểm trong không gian j mà khoảng cách đến gốc tọa độ nằm giữa j và $j + dj$. Thể tích của lớp cầu bằng $4\pi j^2 dj$, nhưng chúng ta chỉ lấy $\frac{1}{8}$ của lớp cầu này vì chỉ lấy các giá trị dương của j_1, j_2, j_3 . Hơn nữa, vì mỗi tần số v tương ứng với hai hướng phân cực vuông góc nhau của bức xạ nên số các sóng đứng độc lập trong hốc có tần số trong khoảng v đến $v + dv$ là :

$$g(j) dj = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi j^2 dj = \pi j^2 dj$$



Hình 36-5

Mặt khác $j = \frac{2a}{\lambda} = \frac{2av}{c}$; $dj = \frac{2a}{c}dv$, vậy số các sóng đứng :

$$g(v)dv = \pi \left(\frac{2av}{c} \right)^2 \cdot \frac{2a}{c} dv = \frac{8\pi a^3}{c^3} v^2 dv \quad (36-9)$$

Thể tích của hốc là a^3 , nên số các sóng đứng độc lập trong một đơn vị thể tích là :

$$G(v)dv = \frac{8\pi v^2}{c^3} dv \quad (36-10)$$

Trong chương 14, ở phần đọc thêm đã giới thiệu phân bố Boltzmann : số các dao động tử có năng lượng giữa ε và $\varepsilon + d\varepsilon$ là $Ae^{-\varepsilon/kT}d\varepsilon$, do đó năng lượng trung bình của một dao động tử là :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon \exp(-\varepsilon/kT)d\varepsilon}{\int_0^\infty \exp(-\varepsilon/kT)d\varepsilon} \quad (36-11)$$

nếu năng lượng ε tiếp nhận các giá trị liên tục, hoặc :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_n \varepsilon_n \exp(-\varepsilon_n/kT)}{\sum_n \exp(-\varepsilon_n/kT)} \quad (36-12)$$

nếu năng lượng ε tiếp nhận các giá trị gián đoạn.

Theo quan niệm cổ điển, một dao động tử có thể có bất kì giá trị năng lượng nào từ 0 đến ∞ , do đó năng lượng trung bình của một dao động tử tính theo phương trình (36-11) sẽ cho ta :

$$\bar{\varepsilon} = kT \quad (36-13)$$

Vậy năng lượng của bức xạ điện từ trong một đơn vị thể tích có tần số từ v đến $v + dv$ là :

$$\bar{\varepsilon} G(v)dv = \frac{8\pi v^2}{c^3} kT dv \quad (36-14)$$

Đại lượng $\frac{8\pi v^2}{c^3} kT = \rho(v, T)$ được gọi là **mật độ năng lượng**, nó là năng lượng của bức xạ có tần số v ở nhiệt độ T trong một đơn vị thể tích.

Giữa mật độ năng lượng $\rho(v, T)$ và năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối có một liên hệ : $r_{v,T}^* = \frac{c}{4} \rho(v, T)$ (xem BTNC 2). Do đó năng suất phát xạ đơn sắc theo cách tiếp cận cổ điển bằng :

$$r_{v,T}^* = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT \quad (36-15)$$

hay :

$$r_{\lambda,T}^* = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

Phương trình (36-15) được gọi là **công thức Rayleigh – Jeans**. Phương trình này không phù hợp với đường cong thực nghiệm (hình 36-4) ở vùng tần số lớn (hay bước sóng nhỏ) của các tia tử ngoại. Mặt khác nếu chúng ta tính năng suất phát xạ toàn phần theo phương trình (36-3) thì sẽ có giá trị bằng :

$$R_T^* = \int_0^\infty r_{\lambda,T}^* d\lambda = 2\pi ckT \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty$$

Năng suất phát xạ toàn phần của một vật ở nhiệt độ T bằng vô cùng, điều này là vô lý không thể phù hợp với thực nghiệm. Bết tắc này tồn tại trong một khoảng thời gian dài ở cuối thế kỷ XIX và được gọi là "*sự khủng hoảng vùng tử ngoại*".

Lí thuyết lượng tử của Planck

Vào năm 1900, Max Planck (1858–1947) đã đưa ra một công thức có thể mô tả được phân bố tần số đo được của bức xạ vật đen. Để có được cơ sở vật lí cho một vài hằng số trong công thức, Planck đưa ra một số giả thiết mà vào thời bấy giờ được xem là không có cơ sở thực tế và quá cấp tiến. Các giả thiết này có thể được phát biểu như sau :

1. Một dao động tử (kể cả mốt sóng đứng) có tần số v chỉ có thể thay đổi năng lượng của nó bởi một bội số nguyên của một lượng năng lượng nhỏ xác định gọi là *lượng tử năng lượng* $\epsilon = hv$, với h là một hằng số.

2. Năng lượng của dao động tử bị lượng tử hóa ; năng lượng của nó chỉ được nhận một trong các giá trị $E_n = n.hv$, với số lượng tử n là một số nguyên.

Với giả thiết trên, Planck đã tính được năng lượng trung bình của một dao động tử dựa trên phương trình (36-12) :

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum n \epsilon_n \exp(-\epsilon_n / kT)}{\sum n \exp(-\epsilon_n / kT)} \quad \text{với } \epsilon_n = n.hv$$

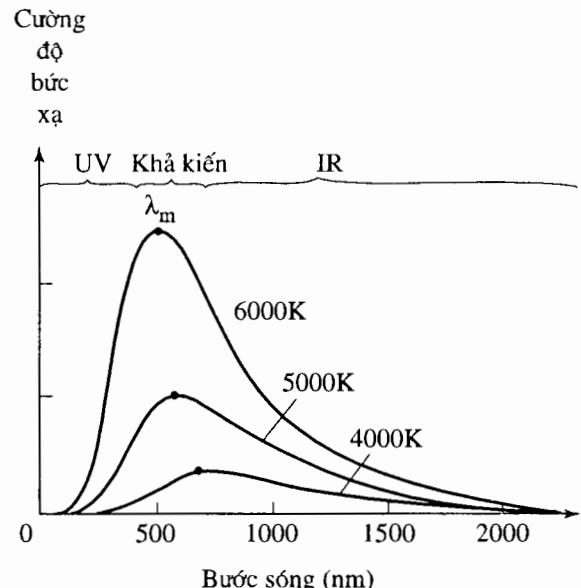
Chúng ta có thể chứng minh được năng lượng trung bình $\bar{\epsilon}$ bằng (xem phần bài tập) :

$$\bar{\epsilon} = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \quad (36-16)$$

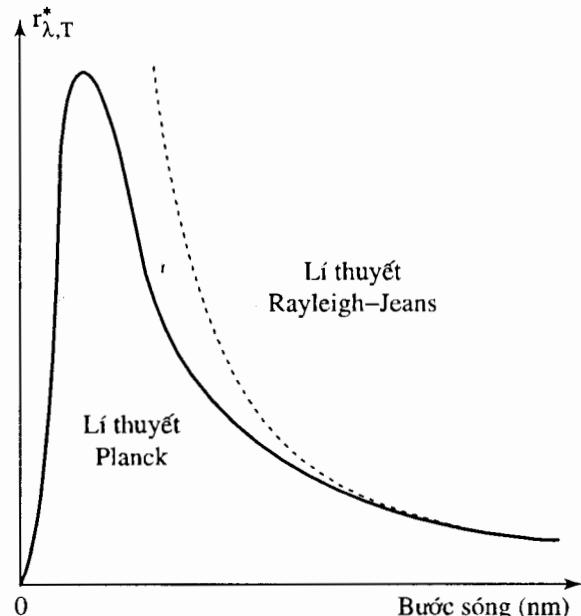
Còn năng lượng của bức xạ điện từ trong một đơn vị thể tích có tần số từ v đến $v + dv$ là :

$$\bar{\epsilon} G(v)dv = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \cdot \frac{8\pi v^2}{c^3} dv$$

Đại lượng $\rho(v, T) = \frac{8\pi v^2}{c^3} \cdot \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$ là mật độ năng lượng của bức xạ có tần số v



(a)



(b)

Hình 36-6. (a) *Năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen (thực nghiệm) ở ba nhiệt độ khác nhau.* (b) *Đường cong lý thuyết của năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen (theo Planck và theo Rayleigh – Jeans).*

và ở nhiệt độ T. Năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen tuyệt đối là :

$$r_{v,T}^* = \frac{c}{4} \rho(v, T) = \frac{2\pi v^2}{c^2} \cdot \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}$$

hay :

$$r_{\lambda,T}^* = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (36-17)$$

Phương trình (36-17) được gọi là **định luật bức xạ Planck**.

Trong các phương trình trên hằng số h liên hệ năng lượng với tần số được gọi là hằng số Planck. Nó được xem là một hằng số cơ bản, ngang hàng với vận tốc ánh sáng c hay điện tích e của electron. Giá trị hiện nay của hằng số Planck trong hệ đơn vị SI là :

$$h = 6,626076 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

Phương trình (36-17) cho phép vẽ được những đường cong đặc trưng của phổ phát xạ của vật đen tuyệt đối hoàn toàn phù hợp với kết quả thực nghiệm (hình 36-6); khắc phục được sự khủng hoảng vùng tử ngoại. Ngoài ra từ công thức Planck có thể tìm lại được các công thức phát xạ của vật đen tuyệt đối.

Công thức Rayleigh – Jeans

Trong vùng tần số nhỏ $hv \ll kT$, ta có :

$$e^{hv/kT} \approx 1 + \frac{hv}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{hv}{kT} \right)^2 + \dots$$

Như vậy có thể lấy $e^{hv/kT} - 1 \approx \frac{hv}{kT}$ và phương trình (36-17) trở thành công thức Rayleigh – Jeans :

$$r_{v,T}^* = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT$$

Định luật Stephan – Boltzman

Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen theo định nghĩa :

$$R_T^* = \int_0^\infty r_{v,T}^* dv = \int_0^\infty \frac{2\pi h}{c^2} \cdot \frac{v^3}{e^{hv/kT} - 1} dv$$

đặt $\frac{hv}{kT} = x$, qua vài phép biến đổi ta có :

$$R_T^* = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

Tích phân $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$, ta được kết quả :

$$R_T^* = \sigma T^4$$

$$\text{với } \sigma = \frac{2}{15} \cdot \frac{\pi^5 k^4}{c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Công suất phát xạ (tốc độ phát năng lượng bức xạ điện từ) từ diện tích A của bề mặt ở nhiệt độ T của vật đen tuyệt đối là : $P^* = \sigma T^4 \cdot A$ và của vật xám là : $P = \alpha \sigma T^4 \cdot A$, với α là hệ số phát xạ (bằng hệ số hấp thụ) như đã trình bày ở chương 12 (phương trình 12-11).

Định luật chuyển đổi Wien

Như đã nhận xét trong mục 36-3, từ các đường cong thực nghiệm, bước sóng đỉnh ứng với năng suất phát xạ đơn sắc cực đại dịch về phía bước sóng ngắn ở nhiệt độ cao hơn. Wien đã tìm ra định luật sau đây gọi là **định luật Wien** :

$$\lambda_m T = b \quad (36-18)$$

Đối với vật đen tuyệt đối, bước sóng λ_m ứng với năng suất phát xạ đơn sắc cực đại tỉ lệ nghịch với nhiệt độ tuyệt đối của vật đó ; trong đó b gọi là hằng số Wien. Giá trị thực nghiệm $b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$.

Từ công thức Planck (36-17), ta đặt $x = \frac{hc}{\lambda kT}$ và lấy đạo hàm $\frac{dr_{\lambda,T}^*}{d\lambda}$ sẽ dẫn đến

$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^5}{e^x - 1} \right) = 0$, từ đó ta tìm được phương

trình $1 - \frac{x}{5} = e^{-x}$. Phương trình này là một phương trình siêu việt, giải bằng phương pháp đồ thị, ta tìm được hai nghiệm $x = 0$ và $x = 4,965$. Từ đó suy ra $\lambda_m T = b$ với $b = \frac{hc}{4,965k} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$.

Đây chính là nội dung của định luật Wien. Như vậy từ lí thuyết của Planck và phương trình (36-17) chúng ta đã giải thích được tất cả các đặc điểm của bức xạ vật đen và tìm lại được các định luật phát xạ đã tìm ra trước đó. Cái gì làm nên yếu tố cấp tiến trong các giả thiết của Planck? Đó là giả thiết cho rằng năng lượng của dao động tử bị lượng tử hoá, rằng năng lượng chỉ có thể

nhận các giá trị gián đoạn, và giữa chúng không có bất kì giá trị nào khác. Đối với dao động cơ học cổ điển hay dao động điện, năng lượng được xem là một đại lượng biến đổi liên tục. Chẳng hạn, năng lượng của một dao động tử điều hòa có khối lượng m và tần số góc ω có thể được biểu thị theo biên độ A của chuyển động :

$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$. Nếu năng lượng bị lượng tử hoá, khi đó tương tự, biên độ có thể chỉ có các giá trị gián đoạn. Tuy nhiên cho đến nay chưa ai quan sát được tính gián đoạn trong biên độ của các dao động tử. Năng lượng (và biên độ) của các dao động tử có kích cỡ thông thường dường như đúng là một biến liên tục.

VÍ DỤ 36-1

Lượng tử hoá năng lượng không thể nhận biết được đối với các dao động tử vĩ mô. Đầu một âm thoa nặng $0,10 \text{ kg}$ dao động điều hòa với tần số 440Hz và biên độ $A = 1,2\text{mm}$. (a) Xác định số lượng tử n đối với trạng thái này của đầu dao động. (b) Nếu số lượng tử giảm từ n xuống $n - 1$, hãy xác định lượng tử thay đổi ΔA trong biên độ.

Giải. (a) Năng lượng của dao động tử là :

$$E = \frac{1}{2} m (2\pi\nu)^2 A^2 = \frac{1}{2} (0,10\text{kg}) (2\pi \cdot 440\text{Hz})^2 (0,0012\text{m})^2 = 0,55\text{J}$$

Vì $E = nh\nu$, ta có thể giải đẳng thức này để tìm số lượng tử n :

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{0,55\text{J}}{(6,63 \cdot 10^{-34}\text{J.s})(440\text{Hz})} \approx 1,9 \cdot 10^{30}$$

Giá trị lớn này của n đối với trạng thái điển hình của một dao động tử vĩ mô là do giá trị nhỏ bé của lượng tử năng lượng, $h\nu = (6,63 \cdot 10^{-34}\text{J.s})(440\text{Hz}) = 2,9 \cdot 10^{-31}\text{J}$.

(b) Vì $E = nh\nu = \frac{1}{2} m \cdot (2\pi\nu)^2 A^2$, ta có $A^2 = \frac{nh}{2\pi^2 m \nu}$. Lấy vi phân biểu thức này sẽ được

hệ thức liên hệ giữa độ biến thiên ΔA và độ biến thiên Δn : $2A\Delta A = \frac{h\Delta n}{2\pi^2 m \nu}$

Chia hai vế cho $A^2 = \frac{nh}{2\pi^2 mv}$, ta được $\frac{2\Delta A}{A} = \frac{\Delta n}{n}$. Vì $\Delta n = -1$, ta có :

$$\Delta A = \frac{\frac{1}{2}(1,2\text{mm})(-1)}{1,9 \cdot 10^{30}} \approx -3,2 \cdot 10^{-34} \text{m}$$

Thay đổi nhỏ như thế trong biên độ không thể quan sát được và biên độ của dao động tử vĩ mô dường như là thay đổi liên tục.

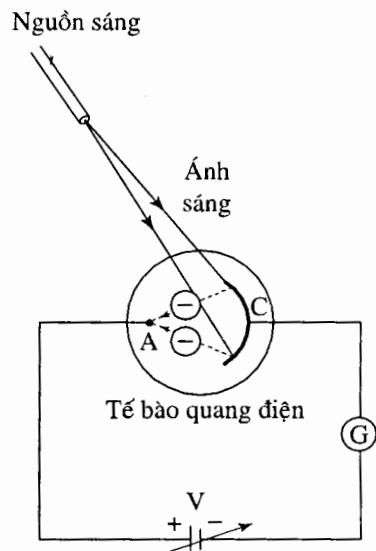
36-4. HIỆU ỨNG QUANG ĐIỆN

Giả thiết của Planck cho rằng năng lượng của dao động tử bị lượng tử hoá vào lúc đó chưa tạo ra được một cách nhìn mới đối với ánh sáng. Các dao động tử được Planck thảo luận là các dao động tử nguyên tử tạo thành các vách trong của hốc, chứ không phải là các mốt sóng đứng. Vào năm 1905, Einstein đã mở rộng ý tưởng về lượng tử hoá cho chính ánh sáng, khi nó truyền tự do và tương tác với vật chất. Lí thuyết mới này về ánh sáng đã trả lời được một số câu hỏi chưa giải đáp được về hiệu ứng quang điện.

Trong **hiệu ứng quang điện**, các *électron* được phát xạ từ một vật liệu khi ánh sáng đập vào bề mặt của nó. Thông thường *électron* liên kết với vật liệu và không thể thoát ra khỏi nó chừng nào chưa được cung cấp thêm năng lượng. Ánh sáng phải cung cấp cho mỗi *électron* phát xạ một năng lượng, đủ để thoát khỏi bề mặt vật liệu. Để có thể được phát xạ ra khỏi bề mặt, *électron* phải nhận được một lượng năng lượng tối thiểu, được gọi là **công thoát** khỏi bề mặt. Giá trị của công thoát phụ thuộc vào vật liệu và trạng thái của bề mặt. Ví dụ, công thoát của nhôm (có bề mặt sạch, không bị ôxi hoá) là 4,2eV.

Các nghiên cứu định lượng về hiệu ứng quang điện được thực hiện với một thiết bị như được vẽ trên hình 36-7. Ánh sáng đập vào một mặt nhạy sáng là catôt C của một tế bào quang điện. Các *électron* phát ra từ

catôt tới được anôt A với tốc độ xác định, dòng điện i đi qua điện kế G. Các *électron* này được gọi là *các quang électron* và dòng điện gọi là *dòng quang điện*. Hiệu điện thế hai đầu tê bào quang điện có thể được thay đổi. Nếu anôt ở điện thế cao hơn catôt, khi đó anôt sẽ hút các *électron* phát xạ. Nếu đảo cực sao cho anôt có điện thế thấp hơn catôt, khi đó anôt sẽ đẩy các *électron*. Giả sử ánh sáng đơn sắc có tần số v đập vào tê bào quang điện, ta sẽ liệt kê dưới đây một số đặc điểm quan sát được của hiệu ứng quang điện.



Hình 36-7. Ánh sáng tới catôt C của một tế bào quang điện làm cho *électron* bị phát xạ. Các *électron* tới anôt A đóng góp cho dòng trên mạch được đo bằng điện kế G. Hiệu điện thế hai đầu tê bào quang điện có thể hiệu chỉnh được.

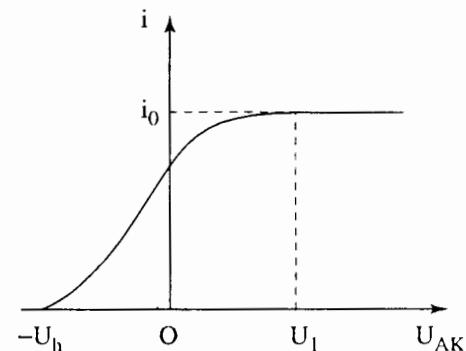
1. Có một *tần số ngưỡng* v_0 , (hay bước sóng giới hạn λ_0) mà hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi $v > v_0$ (hay $\lambda < \lambda_0$). Dòng điện trong mạch trên hình 36-7 sẽ bằng không nếu ánh sáng chiếu tới có tần số $v < v_0$ (hay $\lambda > \lambda_0$). Tần số ngưỡng là đặc trưng của vật liệu và trạng thái bề mặt của nó, và không phụ thuộc vào cường độ ánh sáng.

2. Cường độ dòng quang điện phụ thuộc vào hiệu điện thế giữa anôt và catôt U_{AK} . Đường đặc trưng vôn – ampe như trên hình 36-8. Ta nhận thấy nếu U_{AK} tăng thì i cũng tăng ; tuy nhiên khi U_{AK} lớn hơn một giá trị U_1 nào đó thì dòng quang điện không tăng nữa và có giá trị lớn nhất i_0 , gọi là *cường độ dòng quang điện bão hòa*. Cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ của ánh sáng chiếu tới (hình 36-9).

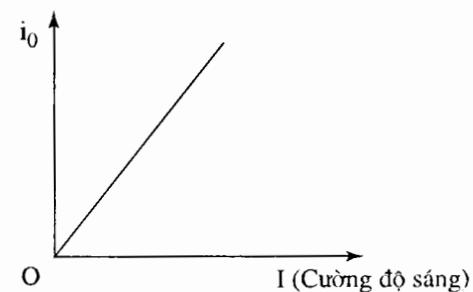
3. Từ đồ thị 36-8, ta cũng nhận thấy có thể làm triệt tiêu dòng quang điện khi tác dụng một hiệu điện thế ngược ($U_{AK} < 0$) bằng cách nối anôt với cực âm và catôt với cực dương của nguồn điện. Hiệu điện thế này có tác dụng ngăn cản không cho các electron thoát ra từ bề mặt vật liệu, chúng có một động năng cực đại K_{max} . Do đó công cảm của lực điện trường gây bởi hiệu điện thế hâm có độ lớn bằng động năng cực đại :

$$eU_h = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \quad (36-19)$$

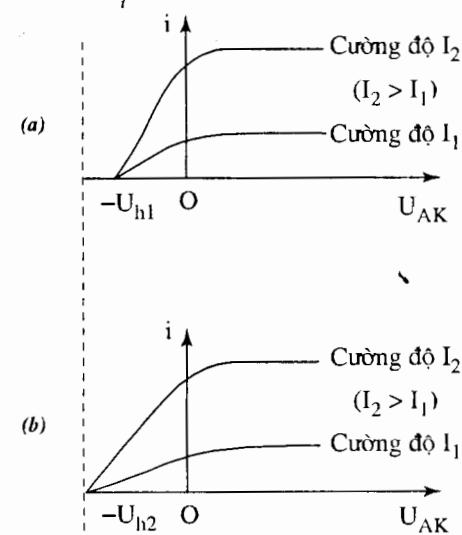
Từ các phép đo thực nghiệm ta thấy độ lớn của hiệu điện thế hâm không phụ thuộc vào cường độ ánh sáng chiếu tới (hình 36-10a) và là khác nhau đối với các vật liệu khác nhau (hình 36-10b).



Hình 36-8. Đường đặc trưng vôn – ampe của dòng quang điện.



Hình 36-9. Suy luận phụ thuộc của dòng quang điện bão hòa vào cường độ sáng.



Hình 36-10. Đường đặc trưng vôn – ampe với hai cường độ sáng khác nhau : (a) vật liệu 1 ; (b) vật liệu 2.

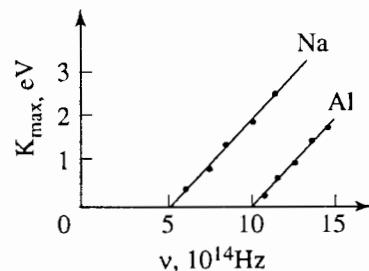
4. Động năng cực đại phụ thuộc tuyến tính vào tần số của ánh sáng tới. Đặc điểm này được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 36-11 đối với hai vật liệu khác nhau. Chú ý rằng giao điểm với trục hoành là tần số ngưỡng và là khác nhau đối với hai vật liệu, nhưng hai đường có độ dốc như nhau.

5. Thí nghiệm cho thấy rằng sự trễ về thời gian giữa thời điểm ánh sáng đập vào bề mặt và thời điểm phát xạ của các electron là không đáng kể.

Bây giờ chúng ta hãy phân tích các đặc điểm trên và phân ra hai loại, một loại có thể giải thích được nhờ lí thuyết sóng cổ điển và một loại không thể giải thích được. Theo lí thuyết sóng, ánh sáng là sóng điện từ, cường độ sóng tỉ lệ với bình phương biên độ của vectơ điện trường \mathbf{E} trong sóng. Lực mà chùm sóng tác dụng lên electron là lực cưỡng bức bằng qE . Vì vậy ta có thể chờ đợi rằng ánh sáng càng mạnh thì lực cưỡng bức càng mạnh, các electron thoát ra càng nhiều và dòng quang điện càng lớn. Như vậy, đặc điểm cường độ dòng quang điện bão hòa tỉ lệ thuận với cường độ ánh sáng có thể giải thích được từ lí thuyết sóng. Tuy nhiên, những đặc điểm khác không có được cách giải thích hợp lí nhờ lí thuyết sóng. Thật vậy, hiệu ứng quang điện lẽ ra phải xảy ra ở mọi tần số miễn là ánh sáng có cường độ đủ mạnh, lí thuyết sóng không cho ta một cơ chế giải thích nào về tần số ngưỡng, dưới tần số ngưỡng hiệu ứng quang điện không thể xảy ra *bất kể ánh sáng mạnh đến mức nào*.

Hơn nữa, theo lí thuyết sóng, ta có thể chờ đợi rằng ánh sáng càng mạnh thì động năng của electron thoát ra càng lớn, tuy nhiên hình 36-10 lại chứng tỏ động năng cực đại K_{max} (và cả U_h) không phụ thuộc vào cường độ ánh sáng. Động năng này chỉ

phụ thuộc vào tần số ánh sáng tới (hình 36-11), sự phụ thuộc tuyến tính này đã được xác nhận bởi các thí nghiệm của R. A Milliken (1868–1953) vào năm 1916. Trong lí thuyết sóng không có cơ sở nào biện hộ cho đặc điểm này. Cuối cùng lí thuyết sóng đòi hỏi rằng electron phải hấp thụ năng lượng liên tục từ sóng, nếu cường độ ánh sáng yếu thì phải có một sự trễ về thời gian trước khi các electron có thể hấp thụ đủ năng lượng để thoát ra khỏi bề mặt. Như vậy lí thuyết sóng hoàn toàn xa lạ với việc quan sát thấy các electron bị phát xạ tức thì.



Hình 36-11. Động năng cực đại K_{max} của các electron phát xạ và thế hahn U_h , $K_{max} = eU_h$, phụ thuộc tuyến tính vào tần số của ánh sáng tới. Hai đường có cùng một độ dốc.

Phôtôн

Einstein đã đề xuất lí thuyết hạt về ánh sáng : ánh sáng đơn sắc với tần số v truyền trong chân không xem như một dòng hạt, hay dòng các lượng tử mà bây giờ ta gọi là các phôtôн. Mỗi phôtôн chuyển động với tốc độ c và có năng lượng :

$$E = hv \quad (36-20)$$

ở đây h là hằng số Planck.Thêm nữa khi phôtôн tương tác "một trên một" với electron, electron sẽ lấy toàn bộ năng lượng của phôtôн, và khi đó phôtôн sẽ không còn tồn tại nữa.

Tất cả các đặc điểm của hiệu ứng quang điện có thể được giải thích một cách đơn giản bằng cách dùng khái niệm phôtônen. Ta hãy xét từng tính chất một đã được nêu trên đây, đó là các tính chất rất khó hiểu trong bức tranh sóng của ánh sáng.

1. Để thoát khỏi bề mặt của vật liệu, electron phải nhận được một năng lượng ít ra phải bằng công thoát A. Nếu năng lượng thu được do hấp thụ phôtônen có năng lượng $h\nu$ nhỏ hơn công thoát, thì khi đó electron không thể được phát ra. Như vậy, có một tần số ngưỡng v_0 sao cho $h\nu_0 = A$. Chỉ đối với các tần số lớn hơn tần số ngưỡng, $v > v_0$, thì electron mới có thể có đủ năng lượng lấy từ phôtônen để thoát khỏi bề mặt.

2. Electron nhận được một lượng năng lượng xác định $h\nu$ bằng cách hấp thụ một phôtônen. Nó phải nhường lại ít nhất một lượng bằng công thoát A để bứt ra khỏi bề mặt. Cho nên có một động năng cực đại đối với các electron phát xạ.

3. Động năng cực đại K_{\max} , theo định luật bảo toàn năng lượng, bằng năng lượng $h\nu$ hấp thụ được từ phôtônen, trừ đi năng lượng cực tiểu A cần thiết để bứt electron khỏi bề mặt. Như vậy :

$$K_{\max} = h\nu - A \quad (36-21)$$

đó là **phương trình quang điện của Einstein**. Biểu diễn qua hiệu điện thế hâm U_h , với $K_{\max} = eU_h$, phương trình (36-21) có thể được viết thành :

$$U_h = \frac{h}{e}(v - v_0)$$

ở đây $v_0 = \frac{A}{h}$. Kết quả này cho sự phụ thuộc tuyến tính của hiệu điện thế hâm vào tần số. Mỗi đường trên hình (36-11) có tần số ngưỡng v_0 được xác định bởi công thoát của vật liệu. Độ dốc của đường biểu diễn không phụ thuộc vào vật liệu ; giá trị của nó là $\frac{h}{e}$.

4. Vì electron hấp thụ phôtônen và nhận được năng lượng ngay lập tức nên không cần phải có một thời gian trễ lớn giữa lúc ánh sáng tới và lúc phát các electron. Các electron có thể được phát xạ tức thời (xem bài tập 12).

5. Cường độ ánh sáng lớn cũng có nghĩa số hạt phôtônen nhiều, do đó dòng quang điện cũng lớn.

Như vậy, lí thuyết hạt về ánh sáng của Eistein đã giải thích được đầy đủ các đặc điểm của hiệu ứng quang điện, và nó đã được thừa nhận rộng rãi. Nhờ công trình của ông về hiệu ứng quang điện, Einstein đã được trao giải Nobel vào năm 1921.

Phôtônen, lượng tử của bức xạ điện từ giống như hạt, có cả động lượng lẫn năng lượng. Vì phôtônen truyền với tốc độ ánh sáng, nên khối lượng nghỉ của nó bằng không. Dùng phương trình (35-18), $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$, với $m = 0$, ta tìm được độ lớn của động lượng phôtônen là $p = \frac{E}{c}$, với $E = h\nu$. Vì $\frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, ta có thể viết độ lớn động lượng của phôtônen bằng :

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (36-22)$$

VÍ DỤ 36-2

Các quang electron phát ra từ natri. Ánh sáng đơn sắc có bước sóng 450nm đập vào một bề mặt natri (Na) sạch với công thoát $A = 3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,3 \text{ eV}$. Xác định : (a) Năng lượng phôtôen của ánh sáng này ; (b) Động năng cực đại của các electron phát xạ ; (c) Tân số ngưỡng của Na ; (d) Độ lớn của động lượng phôtôen trong ánh sáng tới.

Giải. (a) Từ phương trình (36-20), năng lượng của phôtôen $E = hv$. Vì $\frac{c}{\lambda} = 6,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$,

$$\begin{aligned} E &= (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}) (6,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 4,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,8 \text{ eV} \end{aligned}$$

Chú ý rằng năng lượng phôtôen lớn hơn công thoát, cho nên các electron sẽ được phát xạ từ bề mặt Na.

(b) Phương trình quang điện của Einstein, phương trình (36-21), biểu thị sự bảo toàn năng lượng đối với tương tác giữa electron và phôtôen. Electron hấp thụ phôtôen và nhận được năng lượng hv của nó. Nếu electron nhường lại năng lượng tối thiểu A để thoát khỏi bề mặt Na, nó sẽ bứt ra khỏi đó với động năng cực đại :

$$K_{\max} = hv - A = 2,8 \text{ eV} - 2,3 \text{ eV} = 0,5 \text{ eV}$$

(c) Tân số ngưỡng liên hệ với công thoát bằng hệ thức $hv_0 = A$, hay :

$$v_0 = \frac{A}{h} = \frac{3,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}} = 5,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

(d) Độ lớn của động lượng phôtôen đối với ánh sáng tới được cho bởi phương trình (36-22) :

$$\begin{aligned} p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{450 \text{ nm}} \\ &\approx 1,5 \cdot 10^{-27} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

Bài tự kiểm tra 36-1

Đối với thí nghiệm được mô tả ở ví dụ trên, phải có hiệu điện thế hâm bằng bao nhiêu để giữ được bất kì một electron phát xạ nào không cho nó tới được anôt ?

Đáp số : 0,5V.

36-5. PHÔTÔN VÀ ÉLECTRON

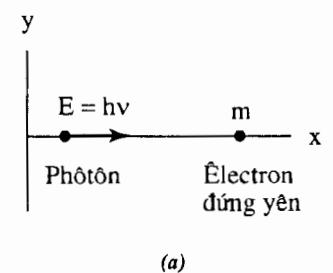
Trong hiệu ứng quang điện, tương tác giữa ánh sáng và vật chất xảy ra như các va chạm electron – phôtônen : phôtônen bị electron hấp thụ, và electron nhận được năng lượng của phôtônen. Nếu năng lượng phôtônen $h\nu$ lớn hơn công thoát của vật liệu, khi đó electron, sau khi hấp thụ phôtônen, có đủ năng lượng để thoát khỏi bề mặt vật liệu. Tuy nhiên cũng còn có các quá trình khác liên quan một cách rõ ràng hơn với tương tác của các electron và phôtônen cá thể. Chúng ta sẽ xét một trong các quá trình này để minh họa thêm cho bản chất hạt của ánh sáng.

Hiệu ứng Compton

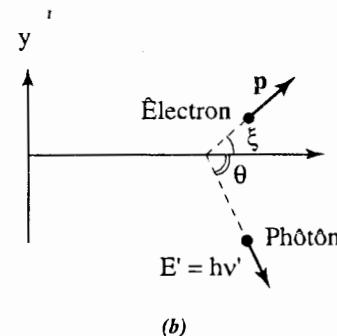
Tán xạ của sóng điện từ bởi một hạt tích điện, như electron trong nguyên tử chẳng hạn, đã được mô tả theo ngôn ngữ cổ điển như sau : sóng phẳng tới, với điện trường và từ trường dao động ở tần số v , tác dụng một lực phát động hình sin lên hạt và làm cho nó dao động với cùng tần số. Một hạt tích điện dao động với tần số v sẽ phát ra một bức xạ điện từ cũng với tần số này, và sóng cầu đi ra đó là sóng tán xạ. Như vậy sóng tới có tần số v bị tán xạ bởi hạt tích điện và sóng tán xạ có cùng tần số như sóng tới.

Năm 1923 A. H. Compton (1892–1962) đã phát hiện thấy rằng tần số của một số tia X bị tán xạ bởi các electron không trùng với tần số của các tia X tới. Sự thay đổi tần số này trong tán xạ được gọi là **hiệu ứng Compton**. Compton đã chứng minh được rằng tương tác này có thể được giải thích như là sự va chạm của hai hạt, một phôtônen và một electron. Trạng thái cuối được xác định bằng cách áp dụng các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng. Trạng thái

đầu được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 36-12a. Động lượng ban đầu của phôtônen nằm dọc theo trục x của hệ toạ độ, còn electron mới đầu đứng yên. Do va chạm mà electron giật lùi với động lượng p dưới góc ξ , như đã được vẽ trên hình 36-12b, còn phôtônen tán xạ dưới góc θ so với hướng tới. Vì electron đã nhận được động năng trong va chạm, nên năng lượng của phôtônen tán xạ $h\nu'$ phải nhỏ hơn năng lượng $h\nu$ của phôtônen tới. Ta phải dùng các biểu thức tương đối tính cho năng lượng electron (phương trình 35-18) vì tốc độ của nó so được với tốc độ ánh sáng.



(a)



(b)

Hình 36-12. (a) *Trạng thái đầu : phôtônen có năng lượng $h\nu$ và động lượng $(h/\lambda)\hat{i}$ đập vào một electron đứng yên. Năng lượng của electron là mc^2 và động lượng bằng không.* (b) *Trạng thái cuối : electron giật lùi với động lượng p và năng lượng $\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$, và phôtônen tán xạ có năng lượng $h\nu'$ và động lượng có độ lớn (h/λ') .*

Năng lượng ban đầu của hệ bao gồm năng lượng $h\nu$ của phôtônen cộng với năng lượng nghỉ mc^2 của electron, còn năng lượng cuối của hệ bằng năng lượng mới $h\nu'$ của phôtônen cộng với năng lượng toàn phần $\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ của electron. Như vậy, định luật bảo toàn cho ta :

$$\frac{hc}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \quad (36-23)$$

ở đây ta đã dùng hệ thức $v = \frac{c}{\lambda}$ và $v' = \frac{c}{\lambda'}$, vì chúng ta đang đi tìm hệ thức liên hệ các bước sóng. Động lượng theo trục x ban đầu của hệ hoàn toàn chỉ là động lượng của phôtônen có giá trị bằng $\frac{h}{\lambda}$. Sau khi va chạm, phôtônen bị tán xạ lệch một góc sao cho động lượng của nó theo phương x là $\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\cos\theta$, còn electron chuyển động lệch một góc ξ nên động lượng theo phương x của nó là $p\cos\xi$. Sự bảo toàn động lượng đọc theo trục x cho ta :

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + p\cos\xi \quad (36-24)$$

Tương tự, sự bảo toàn động lượng đọc theo trục y cho ta :

$$0 = p\sin\xi - \frac{h}{\lambda'}\sin\theta \quad (36-25)$$

Ba phương trình (36-23), (36-24), (36-25) về bảo toàn năng lượng và động lượng có

thể được dùng để tìm biểu thức cho độ thay đổi bước sóng ($\lambda' - \lambda$) của phôtônen theo góc tán xạ θ bằng cách khử p và ξ . Ta bỏ qua các chi tiết giải phương trình ở đây (xem BTNC 3) và chỉ đưa ra kết quả :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (36-26)$$

Bước sóng λ' của bức xạ tán xạ phụ thuộc vào góc tán xạ θ . Đối với tán xạ về phía trước hay là tán xạ theo phương tới ($\theta = 0$), thừa số $(1 - \cos 0) = 0$, và không có sự thay đổi về bước sóng. Ở các góc khác, có sự dịch chuyển $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ về phía các bước sóng dài hơn. Độ dịch chuyển cực đại $\Delta\lambda_{\max}$ diễn ra đối với tán xạ về phía sau ($\theta = 180^\circ$) và từ phương trình (36-26) :

$$\Delta\lambda_{\max} = \left(\frac{h}{mc} \right) [1 - (-1)] = 2 \frac{h}{mc}.$$

Chú ý rằng lượng $\frac{h}{mc}$, có thứ nguyên chiều dài, xác định độ dịch chuyển trong bước sóng đối với tán xạ ở một góc cho trước. Độ dài này phụ thuộc vào khối lượng của hạt tích điện và được gọi là **bước sóng Compton** đối với loại hạt này. Bước sóng Compton đối với electron là $\frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Vì

giá trị này nhỏ so với các bước sóng trong phổ khả kiến (quanh 450nm), hiệu ứng Compton dễ dàng quan sát được chỉ đối với các bước sóng ngắn hơn nhiều, như các bước sóng trong vùng tia X của phổ.

VÍ DỤ 36-3

Tán xạ Compton ở 90° . Các tia X có bước sóng $1,14 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ tán xạ từ các electron tự do trong kim loại. (a) Xác định bước sóng của các tia X tán xạ dưới góc $\theta = \frac{\pi}{2}$ so với phương tới. Giả định các electron ban đầu đều đứng yên. (b) Động năng giật lùi của electron bằng bao nhiêu ?

Giải. (a) Từ phương trình (36-26), độ thay đổi về bước sóng là $\Delta\lambda = \left(\frac{h}{mc} \right) \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{h}{mc}$.

Đối với electron, bước sóng Compton bằng $\frac{h}{mc} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{m}$. Bước sóng của các tia X tán xạ tại góc này bằng :

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda + \Delta\lambda = \lambda + \frac{h}{mc} = 1,14 \cdot 10^{-11} \text{m} + 2,43 \cdot 10^{-12} \text{m} \\ &= 1,38 \cdot 10^{-11} \text{m}\end{aligned}$$

(b) Độ năng K mà electron nhận được bằng hiệu năng lượng của phôtôen tới và phôtôen tán xạ. Như vậy :

$$\begin{aligned}K &= h\nu - h\nu' = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = 3,07 \cdot 10^{-15} \text{J} \\ &= 19,2 \text{keV}\end{aligned}$$

Bài tự kiểm tra 36-3

Với tình huống như ở ví dụ trên, xác định độ lớn động lượng của phôtôen : (a) trước lúc va chạm và (b) sau va chạm.

Đáp số : (a) $5,8 \cdot 10^{-23} \text{ kg.m/s}$; (b) $4,8 \cdot 10^{-23} \text{ kg.m/s}$.

36-6. PHỔ VẠCH

Để nhìn thấy cấu trúc hay sự vận hành bên trong của một thiết bị như một đồng hồ cơ học hay một động cơ điện chẳng hạn, chúng ta phải mở ra và nhìn nó dưới ánh sáng. Với một kính hiển vi tốt, ta có thể phân giải được các chi tiết của một cấu trúc có kích thước gần với giới hạn phân giải ; giới hạn này được xác định bởi dải bước sóng của ánh sáng khả kiến, cỡ từ 400 đến 700nm. Ta không thể nhìn thấy trực tiếp cấu trúc của nguyên tử vì kích thước của nó vào cỡ 0,1nm, rất nhỏ hơn bước sóng của ánh sáng khả kiến. Tuy nhiên, cấu trúc của nguyên tử hay phân tử có thể được nghiên cứu thông qua tương tác của ánh sáng với vật chất. Nghĩa là, các nguyên tử phát xạ hay hấp thụ ánh

sáng và thực hiện việc đó theo cách nào tuỳ thuộc vào cấu trúc của nó.

Nếu ánh sáng phát ra từ hốc được phân tích bằng một phổ kế, như được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 36-3, khi đó phân bố cường độ chứa tất cả các bước sóng trong dải bị tán sắc bởi phổ kế. Phổ này là **phổ liên tục**. Ngược lại, ánh sáng được phát ra từ ngọn đèn phóng điện chứa khí loãng (đèn hơi natri...) chứa các ánh sáng đơn sắc có các bước sóng gián đoạn, do đó trên kính ảnh của phổ kế chứa một dãy các vạch màu riêng biệt hiện trên một nền đen. Phổ có một dãy các vạch ứng với các bước sóng khác nhau được gọi là **phổ vạch** (hình 36-13).

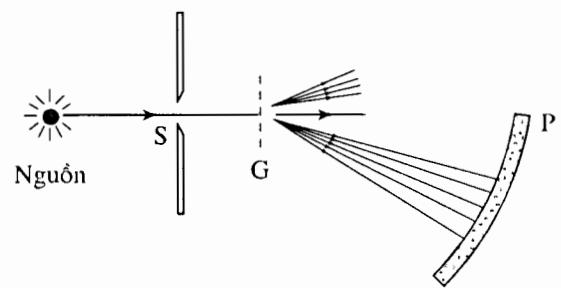
Phổ ánh sáng được một nguồn phát ra, bất kể là phổ liên tục hay phổ vạch, đều được gọi là **phổ phát xạ**. Phổ hấp thụ của một chất (cũng là phổ vạch) có thể thu được bằng cách cho ánh sáng có phổ liên tục đi qua chất này. Ánh sáng truyền qua được phân tích bằng phổ kế.

Dù là phổ phát xạ hay phổ hấp thụ, phổ vạch đối với một chất là duy nhất. Nó tương tự như dấu vân tay người, và có thể được dùng để nhận biết sự có mặt của chất này trong mẫu. Phổ của một chất là đặc trưng của cấu trúc nguyên tử hay phân tử của nó và cho ta thông tin về cấu trúc này. Một mô hình được xem là thành công về nguyên tử phải giải thích được các phổ phát xạ và hấp thụ đặc trưng của nó. Nguyên tử nhẹ nhất và có lẽ đơn giản nhất là hiđrô, một phần trong phổ phát xạ của nó được vẽ cho trên hình 36-14. Bốn vạch được kí hiệu là H_α , H_β , H_γ và H_δ nằm trong phân khía kiến của phổ. Các vạch còn lại trên hình nằm trong phân tử ngoại. Chúng là các thành phần của dãy vạch gọi là **dãy Balmer**.

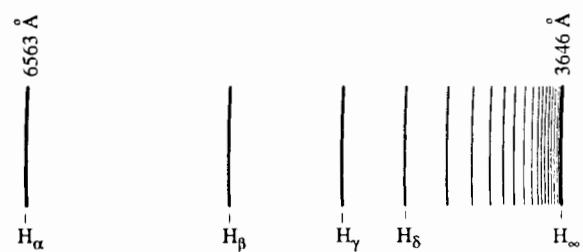
Vào năm 1885, Johann Balmer (1825–1898), một thầy giáo người Thụy Sĩ đã phát hiện ra một công thức toán học đơn giản cho các bước sóng của dãy khía kiến trong phổ hiđrô. Công thức Balmer không có cơ sở lí thuyết, nhưng thay vào đó nó lại là một hệ thức kinh nghiệm mô tả đúng đắn tính quy luật trong phổ đó. Ngoài bốn vạch khía kiến mà Balmer đã biết chắc chắn, công thức còn cho bước sóng của các vạch nằm trong phân tử ngoại của dãy được quan sát thấy sau này. Sẽ rất tiện lợi nếu viết công thức Balmer dưới dạng nghịch đảo của bước sóng :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (36-27)$$

(n = 3, 4, 5,...)



Hình 36-13. Ánh sáng từ nguồn đi qua khe S và bị tách ra thành các bước sóng thành phần của nó nhờ cách tử nhiễu xạ G. Vị trí của mỗi bước sóng được ghi lại trên kính ảnh.



Hình 36-14. Dãy Balmer các vạch phổ của hiđrô. Bốn vạch ở bên trái nằm trong phân khía kiến của phổ. Các vạch còn lại nằm trong phân tử ngoại. Các bước sóng được đo theo đơn vị angstrom (\AA) $10\text{\AA} = 1\text{nm}$.

ở đây $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$ là **hằng số Rydberg** đối với hiđrô, lấy theo tên nhà vật lí J. R. Rydberg (1854–1919). Nếu thay $n = 3$ vào công thức Balmer, bước sóng tính được sẽ là $\lambda = 656,3\text{nm}$. Đây là bước sóng của vạch đầu tiên, hay vạch có bước sóng dài nhất H_α trong dãy Balmer. Dùng các số nguyên liên tiếp lớn hơn của n sẽ cho ta các bước sóng của các vạch tương ứng trong dãy. Khi $n \rightarrow \infty$, công thức Balmer cho ta giới hạn của dãy, $\lambda = 364,6\text{nm}$.

Các dãy vạch phổ của hiđrô sau đó đã được phát hiện ở các phần khác của phổ. Mỗi dãy được mô tả bằng công thức giống

với công thức Balmer. **Dãy Lyman**, nằm trong phần tử ngoại, có các bước sóng được cho bởi :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

Có một số dãy chứa các vạch trong phần hồng ngoại với các bước sóng được cho bởi :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots)$$

Chú ý rằng, hằng số Rydberg R_H xuất hiện trong tất cả các phương trình này. Từ cấu trúc chung của các công thức cho các dãy

phổ này, ta thấy rằng tất cả chúng đều có thể được biểu thị bằng một biểu thức đơn giản, tổng quát hơn :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (36-28)$$

Số nguyên n_f xác định các dãy : $n_f = 1$ đối với dãy Lyman, $n_f = 2$ đối với dãy Balmer,... Với một n_f cho trước, các giá trị $n_i = n_f + 1, n_f + 2, n_f + 3, \dots$ cho ta bước sóng của các vạch liên tiếp trong dãy.

Điều đáng lưu ý là biểu thức đơn giản trong phương trình (36-28) mô tả một cách đúng đắn bước sóng của mỗi vạch trong phổ của hiđrô. Nó cho ta một cách kiểm nghiệm chặt chẽ đối với bất kì một mô hình (mẫu) nào về cấu trúc của nguyên tử.

36-7. MẪU BOHR CỦA HIĐRÔ

Trong các năm 1909–1913, có hai thay đổi sâu sắc đã diễn ra trong "bức tranh" đã được thừa nhận về cấu trúc của nguyên tử. Người ta đã tin (và vẫn tin) rằng các nguyên tử chứa các electron và kích thước của nguyên tử vào cỡ 0,1nm. Là trung hòa điện, nên ngoài các electron tích điện âm ra nguyên tử phải có một lượng điện tích dương bằng thế. Trong mô hình của J. J. Thomson (1856–1940) nguyên tử là một môi trường liên tục (như một chiếc bánh nhân nhô), có kích thước nhỏ bé, tích điện dương có chứa các electron dạng điểm tựa như những quả nho khô nằm rải rác trong chiếc bánh đó.

Mẫu hành tinh của Rutherford hay mẫu hạt nhân nguyên tử

Thay đổi đầu tiên của bức tranh về nguyên tử có liên quan tới phân bố của điện tích

dương và đã được phát triển bởi Ernest Rutherford (1871–1937) như kết quả của các thí nghiệm được tiến hành dưới sự chỉ đạo của ông. Trong các thí nghiệm này, các hạt α tích điện dương (các ion He bị hai lần ion hoá từ nguồn phóng xạ tồn tại tự nhiên) bị tán xạ bởi một lá vàng mỏng. Rutherford rất ngạc nhiên khi thấy rằng một số hạt bị tán xạ ra khỏi lá vàng quay ngược về phía sau. Sau này ông viết : "Hầu như không thể nào tin được, cũng giống như khi bạn bắn một quả đạn pháo 15 inch vào một mảnh giấy lụa, viên đạn lại quặt ngược trở lại làm bạn bị thương". Rutherford lí giải rằng tán xạ quay ngược lại chỉ có thể xảy ra nếu như điện tích dương của nguyên tử được tập trung vào một vùng rất nhỏ so với kích thước của nguyên tử này. Thực ra vùng này có kích

thước nhỏ hơn 10^{-14} m, nhỏ hơn nhiều so với kích thước nguyên tử là 10^{-10} m.

Rutherford đã đề xuất mẫu *hạt nhân* của nguyên tử, trong đó điện tích dương và hầu hết khối lượng của nguyên tử được chứa trong một hạt nhân nhỏ bé. Lực điện do hạt nhân tích điện dương tác dụng lên electron được cho bởi định luật Coulomb. Như vậy, lực tác dụng lên electron hướng về phía hạt nhân, còn độ lớn của nó thay đổi tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách electron – hạt nhân. Tương tự với bài toán hấp dẫn – các hành tinh bị hút về phía Mặt Trời có khối lượng lớn bằng lực hấp dẫn tỉ lệ với nghịch đảo bình phương khoảng cách – nguyên tử được hình dung như một hệ Mặt Trời thu nhỏ với các electron nằm trên quỹ đạo quanh hạt nhân. Kích thước của nguyên tử được xác định bởi chuyển động trên quỹ đạo của các electron quanh hạt nhân.

Ta hãy xét mẫu hành tinh của nguyên tử hiđrô. Hiđrô gồm một hạt nhân có điện tích $+e$ và một electron có điện tích $-e$ chuyển động quanh nó. Hạt nhân của hiđrô được gọi là prôtôn, và khối lượng của nó gấp gần 2000 lần khối lượng m của electron. Điều đó có nghĩa là, trong một phép gần đúng tốt, ta có thể bỏ qua chuyển động của prôtôn. Để cho đơn giản, ta giả thiết rằng electron nằm trên quỹ đạo tròn có bán kính r quanh hạt nhân cố định (hình 36-15). Ta cũng giả thiết rằng vận tốc v của electron nhỏ hơn vận tốc ánh sáng rất nhiều, cho nên ta có thể dùng cơ học phi tương đối tính. Như vậy, độ lớn gia tốc của electron là gia tốc của một vật

thực hiện chuyển động tròn đều $a = \frac{v^2}{r}$.

Độ lớn của lực hướng tâm giữ cho electron nằm trên quỹ đạo của nó được cho bởi

định luật Coulomb là $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Định luật

thứ hai của Newton, $\Sigma F = ma$, áp dụng cho electron là :

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (36-29)$$

Nếu ta nhân vế phải phương trình này với $\frac{r}{2}$, nó sẽ trở thành động năng :

$$\frac{r}{2} \left(\frac{mv^2}{r} \right) = \left(\frac{1}{2} \right) mv^2 = K. \quad \text{Phương trình}$$

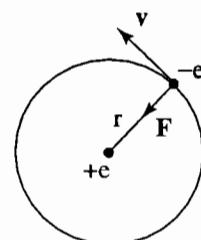
(36-29) cho phép ta biểu diễn động năng K của electron theo bán kính quỹ đạo r của nó :

$$K = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (36-30)$$

Thể năng U của cặp hạt có điện tích $+e$ và $-e$ nằm cách nhau một khoảng r là :

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (36-31)$$

Từ chương 18 ta biết rằng, mốc tính thế năng này ứng với khi hạt nằm xa nhau vô cùng ; nghĩa là $U = 0$ khi $r = \infty$. Điều đó có nghĩa là thế năng không bao giờ dương. Electron càng nằm xa hạt nhân, thế năng của nó càng lớn hơn hay là thế năng của nó càng ít âm hơn.



Hình 36-15. Trong mẫu hành tinh của nguyên tử hidro, một electron nằm trên một quỹ đạo tròn quanh một prôtôn.

Cơ năng của electron, mà ta gọi là năng lượng của nó, là $E = K + U$. Cộng các phương trình (36-30) và (36-31), ta được :

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (36-32)$$

Hoá ra năng lượng của electron đơn giản chỉ bằng một nửa thế năng của nó. Năng lượng này không bao giờ dương ; đổi với các khoảng cách r lớn hơn, năng lượng trở nên lớn hơn, hay ít âm hơn. Electron có thể có năng lượng dương, nhưng khi đó nó không còn chuyển động trên quỹ đạo tròn nữa. Electron với năng lượng dương ứng với nguyên tử bị ion hoá, nhưng bây giờ ta chưa đề cập tới nguyên tử bị ion hoá. Chúng ta chỉ quan tâm đến cái gọi là các **trạng thái liên kết**, ở đó electron vẫn được gắn với một hạt nhân và năng lượng của hệ là âm.

Dùng phương trình (36-32), ta có thể thấy một khó khăn nghiêm trọng mà mẫu hành tinh của nguyên tử gặp phải. Trong điện tử học cổ điển, một điện tích chuyển động có gia tốc luôn phát bức xạ điện từ. Vì electron trên quỹ đạo được gia tốc $\left(a = \frac{v^2}{r} \right)$, nó sẽ phải bức xạ năng lượng điện từ. Từ sự bảo toàn năng lượng, nguyên tử bị mất năng lượng và theo phương trình (36-32), bán kính của quỹ đạo sẽ phải giảm khi năng lượng giảm. Như vậy, trong mẫu hành tinh cổ điển, quỹ đạo electron sẽ không bền vững, electron sẽ chuyển động xoắn ốc vào hạt nhân khi nó bức xạ năng lượng điện từ. Trái với mẫu cổ điển, quá trình tai biến này thực tế không diễn ra. Các nguyên tử vẫn tồn tại một cách bền vững.

VÍ DỤ 36-4

Năng lượng ion hoá của hiđrô. Vào thời Rutherford đề xuất mẫu hành tinh, ta đã biết rằng nguyên tử hiđrô có đường kính cỡ $0,1\text{nm}$, và biết rằng năng lượng ion hoá của hiđrô là $I = 13,6\text{eV}$. Năng lượng ion hoá là năng lượng nhỏ nhất cần để bứt electron ra khỏi nguyên tử ($r = \infty$). Từ mức quy chiếu của chúng ta đổi với thế năng trong phương trình (36-31), mức này ứng với $U = 0$, và vì đây là năng lượng cực tiểu nên $K = 0$. Do đó năng lượng ion hoá là năng lượng cần có để nâng năng lượng của nguyên tử từ $E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$ lên $E = 0$. Giả sử rằng đường kính của quỹ đạo trong mẫu hành tinh đối với hiđrô là $0,100\text{nm}$, hãy tính năng lượng ion hoá.

Giải. Từ phần thảo luận trên đây, mẫu hành tinh cho năng lượng ion hoá của hiđrô bằng :

$$I = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Vì đường kính nguyên tử là $0,100\text{nm}$, bán kính của nó là $0,050\text{nm}$. Thay giá trị này cùng các hằng số vào công thức trên ta được :

$$I = e \frac{(9,0 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{c}^2)(1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})}{2(0,050\text{nm})} = 14\text{eV}$$

Như bạn thấy, kết quả này hoàn toàn gần với giá trị đo được của I đối với hiđrô.

Bài tự kiểm tra 36-3

Dùng mẫu hành tinh và bán kính quỹ đạo bằng 0,050nm để xác định : (a) K, (b) U và (c) E đối với hiđrô. Hãy viết các năng lượng này ra electron vôn.

Đáp số : (a) 14eV ; (b) -29eV ; (c) -14eV.

Mẫu Bohr

Vào năm 1913 Niels Bohr (1885–1962) đã cải tiến mẫu hành tinh đối với hiđrô. Mẫu này chứa những đặc điểm mâu thuẫn với một số nguyên lý của vật lí cổ điển. Nó là bước khởi đầu của lí thuyết lượng tử về vật chất. Để né tránh bài toán cổ điển về electron bức xạ và chuyển động xoắn ốc rơi vào hạt nhân, Bohr đã đưa ra tiên đề về sự tồn tại của một số trạng thái dừng của nguyên tử. Các trạng thái là dừng theo nghĩa là không một bức xạ nào được phát ra khi electron nằm ở một trong số các trạng thái đó. Nghĩa là, ngay cả khi electron ở trạng thái dừng được gia tốc, nó vẫn không phát ra bức xạ.

Bohr nhận ra rằng các phổ phát xạ gián đoạn đòi hỏi một điều kiện mới, phi cổ điển, rằng các tính chất cơ học của nguyên tử phải gián đoạn, hay phải được lượng tử hoá. Điều kiện lượng tử hoá có thể được phát biểu đơn giản đối với momen động lượng có độ lớn L như sau :

$$L = \frac{h}{2\pi} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (36-33)$$

ở đây h là hằng số Planck, còn n là một số nguyên dương. Như vậy, mẫu Bohr của hiđrô cho phép electron chỉ có các giá trị lượng tử hoá của momen động lượng. Số nguyên n được gọi là **số lượng tử** và mỗi giá trị nguyên của số lượng tử ứng với một trạng thái dừng, hay trạng thái lượng tử.

Bây giờ ta dùng điều kiện lượng tử hoá này đối với L trong phương trình (36-33) để chứng tỏ xem nó đưa tới sự lượng tử hoá

các tính chất cơ học khác của nguyên tử như thế nào. Từ mục 9-3 (Tập một) ta thấy rằng một vật có khối lượng m và tốc độ v chuyển động trên quỹ đạo tròn có momen động lượng với độ lớn $L = mvr$. Áp dụng điều kiện lượng tử hoá cho electron trên quỹ đạo tròn, ta có :

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad (36-34)$$

Nhân phương trình (36-29) với r^2 , ta được :

$$mv^2 r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (36-35)$$

Nếu ta chia phương trình (36-35) cho phương trình (36-34), ta sẽ đi tới điều kiện lượng tử hoá đối với tốc độ trên quỹ đạo của electron :

$$v_n = \frac{e^2}{2h\epsilon_0} \left(\frac{1}{n} \right) \quad (36-36)$$

$(n = 1, 2, 3, \dots)$

Ta dùng chỉ số n cho kí hiệu chỉ tốc độ trên quỹ đạo để nhấn mạnh rằng tốc độ bị lượng tử hoá. Tốc độ bị lượng tử hoá vì nó phụ thuộc vào n, và n có thể nhận chỉ các giá trị nguyên. Việc dùng số lượng tử làm chỉ số dưới cho các biến lượng tử là một thông lệ chung.

Bây giờ ta giải phương trình (36-34) để tìm bán kính quỹ đạo :

$$r = \frac{nh}{2\pi mv}$$

Thay v_n từ phương trình (36-36) ta được biểu thức cho bán kính r_n của mỗi quỹ đạo lượng tử hoá :

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 \quad (36-37)$$

(n = 1, 2, 3, ...)

Bán kính quỹ đạo tăng khi số lượng tử tăng. Bán kính nhỏ nhất ứng với n = 1, nó được gọi là bán kính Bohr và được biểu thị bằng kí hiệu a_0 :

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0,053 \text{ nm}$$

Bán kính Bohr là một đại lượng quan trọng vì nó đặc trưng cho kích thước của các nguyên tử. Viết theo bán kính Bohr, bán kính của các quỹ đạo là $r_1 = a_0$, $r_2 = 4a_0$, $r_3 = 9a_0 \dots$

Năng lượng lượng tử hoá tìm được bằng cách đặt r_n thay cho r trong phương trình (36-32) :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad (36-38)$$

Năng lượng lượng tử hoá đổi với mỗi trạng thái dừng là âm, và năng lượng giảm khi số lượng tử tăng. Trạng thái năng lượng thấp nhất, được gọi là **trạng thái cơ bản**, ứng với n = 1.

$$E_1 = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV}$$

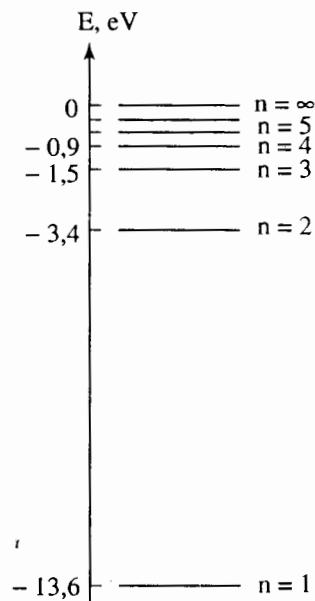
Các trạng thái với năng lượng cao hơn được gọi là **các trạng thái kích thích**, và năng lượng của chúng là :

$$E_2 = \frac{E_1}{4} = -3,40 \text{ eV},$$

$$E_3 = \frac{E_1}{9} = -1,51 \text{ eV},$$

$$E_4 = \frac{E_1}{16} = -0,850 \text{ eV} \dots$$

Bản chất gián đoạn của năng lượng đối với các trạng thái dừng sẽ thể hiện rõ trên sơ đồ các mức năng lượng. Sơ đồ các mức năng lượng đơn giản đối với hiđrô được vẽ trên hình 36-16. Mỗi đường ngang trên sơ đồ biểu diễn một giá trị cho phép của năng lượng trạng thái dừng. Đường thẳng đứng cho thang năng lượng, với điểm không của năng lượng ứng với nguyên tử bị ion hoá. Chú ý rằng số lượng tử n được dùng làm chỉ số cho năng lượng của trạng thái dừng.



Hình 36-16. Sơ đồ các mức năng lượng của hiđrô cho thấy năng lượng của mỗi trạng thái dừng.

Các phổ vạch từ mẫu Bohr

Theo Bohr, nguyên tử không bức xạ khi nằm ở trạng thái dừng. Bức xạ được phát ra, dưới dạng một phôtôen, chỉ khi nguyên tử chịu một chuyển đổi từ một trạng thái dừng này sang một trạng thái dừng khác có năng lượng thấp hơn. Để thấy được ý tưởng này dẫn đến phổ của hiđrô như thế nào, ta hãy xét nguyên tử mới đầu ở trạng thái với số lượng tử n_i . Giả sử rằng nguyên tử thực hiện một chuyển đổi tới trạng thái có năng lượng thấp hơn với số lượng tử n_f .

sao cho $n_f < n_i$. Nếu một phôtôen có năng lượng $h\nu$ được phát ra trong chuyển dời này, do bảo toàn năng lượng ta có $E_i = E_f + h\nu$, hay :

$$h\nu = E_i - E_f \quad (36-39)$$

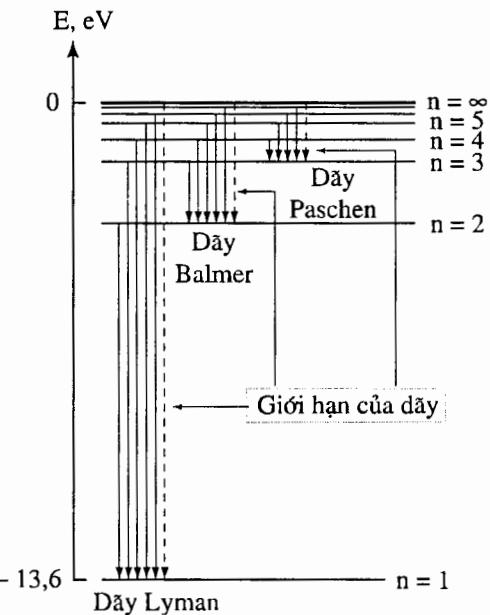
Thay $\nu = \frac{c}{\lambda}$ và E_n từ phương trình (36-38) ta có :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (36-40)$$

So sánh với phương trình (36-28) ta thấy hằng số Rydberg bằng :

$$R_H = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \quad (36-41)$$

Mỗi vạch trong phổ hiđrô có thể được kết hợp với một chuyển dời giữa hai trạng thái dừng. Các chuyển dời này được thể hiện rõ trên sơ đồ các mức năng lượng trong hình 36-17. Các vạch nằm ngang biểu diễn các mức năng lượng, các chuyển dời được sắp xếp theo các dãy. Chú ý rằng mỗi vạch trong dãy Lyman là do chuyển dời về trạng thái cơ bản từ trạng thái có năng lượng cao hơn. Tương tự, mỗi vạch trong dãy Balmer ứng với chuyển dời về trạng thái với $n = 2$ từ trạng thái có năng lượng cao hơn.



Hình 36-17. Các chuyển dời đối với ba dãy trong phổ phát xạ của hiđrô.

Nếu nguyên tử nằm ở trạng thái cơ bản ($n = 1$), không có trạng thái năng lượng thấp hơn để có thể có các chuyển dời tới đó. Như vậy nguyên tử ở trạng thái cơ bản là bền vững.

Mẫu Bohr của nguyên tử hiđrô là bước khởi đầu trong sự phát triển của lí thuyết lượng tử về cấu trúc nguyên tử. Nó chưa đựng sự hỗn hợp giữa vật lí cổ điển xưa cũ và các ý tưởng lượng tử mới mẻ hơn đang hiện dần ra ở những năm đầu của thế kỉ hai mươi. Một vài đặc điểm của mẫu Bohr như hệ các quỹ đạo tròn gián đoạn, không còn được chấp nhận một cách nghiêm túc nữa, tuy nhiên nhiều quan niệm của Bohr vẫn là các bộ phận quan trọng trong cấu trúc của lí thuyết lượng tử.

VÍ DỤ 36-5

Chuyển dời của nguyên tử hiđrô. Electron trong nguyên tử hiđrô thực hiện một chuyển dời giữa các trạng thái với $n_i = 5$ và $n_f = 2$. (a) Xác định năng lượng của trạng thái đầu và trạng thái cuối. (b) Xác định năng lượng của phôtôen và bước sóng của bức xạ phát ra.

Giải. (a) Dùng phương trình (36-38) với $\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = 13,6\text{eV}$ ta có :

$$E_i = \frac{-13,6\text{eV}}{n_i^2} = -0,544\text{eV}$$

$$E_f = \frac{-13,6\text{eV}}{n_f^2} = -3,40\text{eV}$$

(b) Bảo toàn năng lượng, như đã được biểu thị trong phương trình (36-39), cho ta năng lượng của phôtô :

$$hv = E_i - E_f = (-0,54\text{ eV}) - (-3,40\text{ eV}) = 2,86\text{eV}$$

Giải phương trình trên để tìm tần số của bức xạ, ta có :

$$\nu = \frac{(2,86\text{eV})(1,60 \cdot 10^{-19}\text{J/eV})}{6,63 \cdot 10^{-34}\text{J.s}} \approx 6,89 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$$

Bước sóng $\lambda = \frac{c}{\nu}$ bằng :

$$\lambda = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{m/s}}{6,89 \cdot 10^{14} \text{Hz}} \approx 435\text{nm}$$

Bài tự kiểm tra 36-4

Làm lại ví dụ trên với $n_i = 4$ và $n_f = 1$.

Đáp số : (a) $-0,850\text{eV}$ và $-13,6\text{eV}$; (b) $12,7\text{eV}$ và 97nm .

Bài đọc thêm

NIELS BOHR VÀ MẪU NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

Niels Bohr, sinh ở Copenhagen, Đan Mạch, vào ngày mồng 7 tháng 10 năm 1885, bắt đầu công cuộc nghiên cứu vật lí của mình vào năm 1903 tại Trường Đại học Tổng hợp Copenhagen. Bốn năm sau, ông được tặng huy chương vàng của Viện Hàn lâm Hoàng gia Đan Mạch, do công trình về sức căng mặt ngoài của chất

lỏng. Để làm luận văn tốt nghiệp, Bohr đã khảo sát các tính chất điện, từ và nhiệt của các kim loại và nhận thấy sự không thoả đáng trong lí thuyết hiện hành về electron để hiểu được các tính chất này.

Sau khi nhận bằng tiến sĩ vào năm 1911, Bohr được bổ nhiệm giảng dạy tại Trường Đại Học Cambridge và làm việc tại



Niels Bohr vào năm 1917

phòng thí nghiệm Cavendish dưới sự chỉ đạo của J. J. Thomson. Ở đây ông gặp một số khó khăn lớn không giải quyết được, đó là vấn đề ngôn ngữ. Ông viết thư cho mẹ : "Mẹ không hình dung được con lúng túng như thế nào ở phòng thí nghiệm Cavendish đâu, một người nước ngoài tội nghiệp như con, thậm chí không biết các vật khác nhau được gọi tên ra sao, con rơi vào một tình thế hết sức khó khăn..."

Đầu năm 1912, Bohr rời khỏi Cambridge và gia nhập phòng thí nghiệm Manchester dưới sự lãnh đạo của Ernest Rutherford. Chỉ trước đó một năm, Rutherford đã đề xướng mẫu hạt nhân hay mẫu hành tinh của nguyên tử. Bohr rất quan tâm đến mẫu này vì nó mô tả thành công tán xạ của hạt alpha, và muốn nghiên cứu giải quyết thiếu sót hiển nhiên về sự bền vững của các nguyên tử trong mẫu hành tinh.

Mặc dù bức tranh cuối cùng được biết đến về nguyên tử rất quen thuộc với chúng ta và dường như quá hiển nhiên, vậy mà vào năm 1912 đã không có sự nhất trí chung về một vài đặc tính hầu như cơ bản của nguyên tử. Ví dụ, nói chung

chưa thấy rõ có bao nhiêu electron chứa trong nguyên tử. J. J. Thomson trước đây đã cho rằng mỗi nguyên tử chứa hàng ngàn electron được sắp xếp trong các vành tròn xoay đồng phẳng bên trong một hình cầu tích điện dương phân bố đều. Một trong những mục tiêu chính của Thomson là xác định số electron trong nguyên tử. Các thí nghiệm của ông đã đưa ông tới chỗ sửa cho số electron giảm xuống. Chính các thí nghiệm của Rutherford với các hạt alpha đã cho ta thấy rõ là số electron xấp xỉ bằng một nửa số khối của nguyên tử.

Trở về Copenhagen, Bohr đã cố tìm cấu hình bền vững cuối cùng của các electron quay xung quanh hạt nhân ở trung tâm. Ông đã thành công, song các tính toán của ông đã đưa đến gợi ý rằng hiđrô phải có một electron, heli phải có hai electron, liti phải có ba electron.

Vì tập trung vào việc xác định cấu hình electron bền vững, nên Bohr còn chưa có ý định nghiên cứu giải quyết các phổ đặc trưng do các nguyên tử phát ra. Vào tháng hai năm 1913, một đồng nghiệp đã làm ông chú ý tới công thức Balmer cho các vạch phổ của hiđrô. Sau này Bohr kể lại : "Ngay khi tôi nhìn thấy công thức Balmer, đối với tôi mọi việc đều đã trở nên rõ ràng". Chưa đầy tháng sau, ông đã soạn thảo xong bài báo đầu tiên trong số các bài báo nổi tiếng của ông về cấu trúc của nguyên tử.

Khi đưa ra mô hình về nguyên tử hiđrô, Bohr là một người còn rất trẻ. Ông có nhiều đóng góp quan trọng cho vật lí nguyên tử và vật lí hạt nhân. Có thể thậm chí còn quan trọng hơn, đó là vai trò dẫn đầu của ông trong việc chuẩn bị cho lí thuyết lượng tử được phát triển trên hai mươi năm sau đó.

?

CÂU HỎI

- 1** Nếu tất cả các vật đều phát ra bức xạ, thì tại sao ta không thể nhìn được chúng trong bóng tối ? Bóng tối là gì ?
- 2** Một bề mặt hấp thụ mạnh hơn đối với phần đỏ của phổ so với phần lam. Bạn trông đợi bề mặt sẽ có màu gì nếu nó được chiếu sáng bởi : (a) Mặt Trời, (b) bóng đèn nóng sáng màu đỏ, (c) bóng đèn nóng sáng màu lam ?
- 3** Tỉ phần ánh sáng bị phản xạ bởi một bề mặt có thể phụ thuộc vào bước sóng của bức xạ. Khi bạn nhìn vào ảnh trong gương, có phải tất cả các màu đều cho ảnh một cách trung thực không ? Làm sao bạn có thể tin chắc được ?
- 4** Xét các electron bắn ra từ bề mặt do một ánh sáng đơn sắc đập vào gây ra. Độ năng cực đại của các electron bắn ra thay đổi như thế nào nếu : (a) Tần số ánh sáng thay đổi ; (b) Cường độ ánh sáng tăng gấp đôi ; (c) Thời gian chiếu sáng tăng gấp đôi ?
- 5** Giải thích xem bằng cách nào mà mạch điện giống như mạch điện cho trên hình 36-7 có thể được dùng trong thiết bị báo động chống trộm. Hiệu ứng quang điện còn có các ứng dụng nào khác ?
- 6** Một chùm các phôtôen tia X đơn sắc bị tán xạ bởi các electron tự do trong lá kim loại. Tần số của bức xạ tán xạ lớn hơn hay nhỏ hơn tần số của bức xạ tới ? So sánh các bước sóng như thế nào ? Giải thích.
- 7** Sự dịch chuyển trong bước sóng tia X do tán xạ Compton gây ra bởi các electron tự do trong lá kim loại có thể phát hiện được. Bạn có hi vọng dịch chuyển do tán xạ Compton gây ra bởi các ion tích điện dương trong lá kim loại cũng có thể phát hiện được không ? Giải thích.
- 8** Dãy nào trong phổ phát xạ của hiđrô có các tần số cao nhất ? Các vạch này nằm ở phần nào của phổ ?
- 9** Các vạch trong dãy Lyman không đè phủ các vạch trong dãy Balmer. Liệu có dãy nào đè phủ lên dãy Paschen không ? Nếu có đó là dãy nào ?
- 10** Dãy nào trong phổ hiđrô có các vạch nằm trong vùng khả kiến của phổ ? Có bao nhiêu vạch nằm trong phổ khả kiến ? Phần còn lại của các vạch phổ thuộc dãy này nằm trong phần nào của phổ ?
- 11** Khối lượng của electron, hạt anpha và nguyên tử vàng là $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_\alpha = 6,4 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_{Au} = 3,3 \cdot 10^{-25}$ kg. Tại sao Rutherford có thể bỏ qua tác dụng của các electron trong nguyên tử vàng lên hạt anpha trong khi lại đòi hỏi rằng điện tích dương của nguyên tử bị giam trong một vùng rất nhỏ ?
- 12** Trong mẫu Bohr, electron trong trạng thái dừng của hiđrô có đứng yên không ? Giải thích.

- 13** Liệt kê và giải thích một vài nét giống nhau và khác nhau giữa mẫu Bohr của hiđrô và chuyển động trên quỹ đạo của hành tinh quanh Mặt Trời.
- 14** Khi electron bị chuyển dời từ trạng thái có năng lượng cao hơn sang trạng thái có năng lượng thấp hơn, hiệu năng lượng được giải thích như thế nào ? Giải thích như thế nào nếu chuyển dời từ năng lượng thấp hơn lên năng lượng cao hơn ?
- 15** Xét các chuyển dời được vẽ trên hình 36-17 đối với các vạch thuộc dãy Balmer. Một electron trong một nguyên tử tạo ra tất cả các chuyển dời này hay các vạch này được hình thành bởi các electron thực hiện các chuyển dời trong nhiều nguyên tử khác nhau ? Giải thích.

■ ĐÀI TẬP

Mục 36-1. Tương tác của ánh sáng và vật chất

- 1** Một quả cầu bán kính 250mm có một lớp bồ hóng trên bề mặt của nó. Xác định công suất bức xạ nếu nhiệt độ bề mặt là : (a) $T = 300K$, (b) $T = 600K$, (c) $T = 1500K$.
- 2** Xem Mặt Trời như một vật đen ở $6000K$, hãy đánh giá cường độ bức xạ của Mặt Trời đi tới Trái Đất. Bán kính Mặt Trời là 7.10^8m và bán kính trung bình của quỹ đạo Trái Đất là $1,5.10^{11}m$.
- 3** Một quả cầu nhôm (Al) vỏ mỏng, bán kính $R = 280mm$ có một lỗ mở tròn trên mặt của nó với bán kính $a = 2,8mm$. Quả cầu được giữ ở $1100K$ và độ phát xạ của bề mặt của nó trong các điều kiện này là $\alpha = 0,32$. (a) Xác định năng lượng bức xạ từ lỗ mở trong một giờ. (b) Phần diện tích bề mặt của quả cầu sẽ bức xạ với cùng một năng lượng trên trong khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu ? (c) Bạn có mong đợi thấy những khác biệt nào trong vẻ ngoài giữa lỗ mở và bề mặt không ?

Mục 36-3. Bức xạ của vật đen

- 4** Dao động tử lượng tử có tần số $v = 10^{13}Hz$. (a) Mức thay đổi nhỏ nhất về năng lượng của dao động tử này bằng bao nhiêu ? (b) Với tần số bằng bao nhiêu thì có mức thay đổi năng lượng nhỏ nhất là $1eV$? $1J$?
- 5** Xác định năng lượng trung bình của dao động tử lượng tử có tần số $2.10^{12}Hz$ cân bằng ở : (a) $T = 0,42K$, (b) $T = 4,2K$ (nhiệt độ heli lỏng), (c) $T = 300K$, (d) $T = 1000K$. (e) Đối với mỗi trường hợp nhiệt độ trên, so sánh năng lượng trung bình của dao động lượng tử với năng lượng trung bình của dao động tử cổ điển ở nhiệt độ đó.

Mục 36-4. Hiệu ứng quang điện

- 6 Phân khía kiến của phô có các bước sóng nằm trong khoảng từ 400 đến 750nm. Xác định khoảng năng lượng của các phôtôn trong phân này của phô ? Biểu thị đáp số của bạn ra cả electron vôn län jun.
- 7 Một trong những vạch phô mạnh được phát ra bởi ánh sáng của hơi thuỷ ngân có bước sóng $\lambda = 546,1\text{nm}$. Đối với ánh sáng có bước sóng này, hãy xác định : (a) Tần số ; (b) Năng lượng của phôtôn ; (c) Độ lớn của động lượng phôtôn. (d) Giả sử rằng chùm ánh sáng đơn sắc này có cường độ 1W/m^2 . Xác định số phôtôn trong một giây đi qua diện tích 1m^2 đặt vuông góc với phương của chùm.
- 8 Công thoát đối với một mặt Na sạch là $2,5\text{eV}$. (a) Xác định tần số ngưỡng quang điện. (b) Mặt được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc có bước sóng 550nm. Các electron có được phát ra từ mặt này không ? Giải thích.
- 9 Ánh sáng đơn sắc có tần số $6,77 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ đập vào bề mặt Na có công thoát $2,46\text{eV}$. (a) Xác định động năng cực đại của các quang electron. (b) Phải đặt vào giữa catôt và anôt một hiệu điện thế bao nhiêu để giảm dòng quang điện xuống giá trị không ?
- 10 Trong một thí nghiệm quang điện, hiệu điện thế hâm được xác định đối với một tập hợp các tần số. Số liệu đối với một lần làm thí nghiệm được tóm tắt ở bảng 36-1. (a) Vẽ đồ thị giống như đồ thị cho trên hình 36-11. (b) Dùng đồ thị để xác định giá trị của công thoát của mặt catôt và giá trị của hằng số Planck.
- 11 Khi ánh sáng có bước sóng $\lambda_1 = 620\text{nm}$ đập vào bề mặt tế bào quang điện (pin quang điện) các electron bắn ra với động năng cực đại là $0,14\text{eV}$. Hãy xác định : (a) công thoát và (b) tần số ngưỡng đối với mặt này. (c) Động năng cực đại của các electron bắn ra bằng bao nhiêu nếu mặt được chiếu sáng bằng ánh sáng có bước sóng $\lambda_2 = \frac{1}{2}\lambda_1$ và $\lambda_3 = 2\lambda_1$?
- 12 Ánh sáng đơn sắc có cường độ 1W/m^2 chiếu sáng vuông góc vào một mặt 1cm^2 có công thoát 3eV . Giả sử rằng electron liên kết với nguyên tử ở gần bề mặt có thể hấp thụ liên tục tất cả năng lượng từ sóng cổ điển đi tới một diện tích $1\text{nm} \times 1\text{nm}$. (a) Công suất bị electron hấp thụ bao nhiêu ?

Bảng 36-1

$v, 10^{14}\text{Hz}$	$U_h (\text{V})$
.....
7,8	0,11
7,9	0,16
8,1	0,25
8,6	0,46
8,7	0,49

- (b) Đánh giá thời gian cần thiết để electron hấp thụ từ sóng cổ điển một năng lượng đủ lớn để có thể thoát khỏi bề mặt. (c) Dùng bức tranh phôtô, giải thích bằng cách nào electron có thể bắn ra khỏi bề mặt với một sự chậm trễ không đáng kể về thời gian.
- 13** Bề mặt một hợp kim được chiếu sáng bằng ánh sáng 280nm khi có mặt ôxi. Khi bề mặt bị ăn mòn dần dần, hiệu điện thế hâm biến đổi từ 1,3 xuống 0,7V. Hãy xác định các thay đổi tương ứng, nếu có trong :
 (a) Động năng cực đại của các electron bắn ra từ mặt ; (b) Công thoát ;
 (c) Tần số ngưỡng ; (d) Hằng số Planck.

Mục 36-5. Phôtô và electron

- 14** Xác định bước sóng Compton đối với : (a) electron, (b) prôtôn, (c) phân tử O₂, (d) một sinh viên nặng 75kg.
- 15** Tia X có bước sóng 71pm bị tán xạ bởi các electron tự do trong một lá kim loại. Xác định bước sóng của tia X bị tán xạ Compton tại góc : (a) π rad, (b) $\frac{1}{2}\pi$ rad, (c) 0,1 rad.
- 16** Các bước sóng của tia X có thể được đo trong một phô kế nào đó có độ phân giải 1pm. Chùm tia X đi tới có bước sóng 71pm bị tán xạ bởi các electron tự do. Tại góc tán xạ nhỏ nhất bằng bao nhiêu thì bước sóng tán xạ Compton có thể được phân giải đối với bước sóng của chùm tới ?
- 17** Tia X có bước sóng 0,1542nm bị tán xạ bởi các electron tự do. (a) Xác định năng lượng của phôtô trong chùm tới. (b) Nếu electron mới đầu đứng yên, tán xạ một phôtô vào góc π rad, xác định năng lượng giật lùi của electron.
- 18** Tia gamma có năng lượng 8,3MeV bị tán xạ Compton vào góc $\frac{1}{2}\pi$ rad bởi các electron mới đầu đứng yên. Xác định : (a) Năng lượng của phôtô tán xạ ; (b) Độ lớn và phương của động lượng giật lùi của electron.

Mục 36-6. Phổ vạch

- 19** Tính : (a) bước sóng và (b) tần số của bốn vạch nằm trong phần khả kiến của phô hiđrô ?
- 20** Xác định các giá trị của bước sóng dài nhất và bước sóng giới hạn của dãy đối với : (a) dãy Lyman, (b) dãy Balmer, (c) dãy Paschen, (d) dãy Brackett, (e) dãy nào nếu có trong các dãy này có các vạch nằm trong các miền đè phủ nhau của phô ?
- 21** Chứng minh rằng tần số v_{31} của vạch hiđrô có $n_i = 3, n_f = 1$ bằng tổng $v_{32} + v_{21}$, ở đây v_{32} ứng với $n_i = 3, n_f = 2$ và v_{21} ứng với $n_i = 2, n_f = 1$.

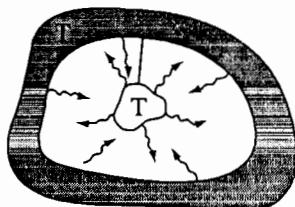
Mục 36-7. Mẫu Bohr của hiđrô

- 22 Nguyên tử hiđrô nằm ở trạng thái $n = 2$. Giả sử rằng electron nằm trên một quỹ đạo tròn, hãy xác định : (a) Bán kính của quỹ đạo ; (b) Thế năng ; (c) Động năng ; (d) Năng lượng toàn phần của electron trên quỹ đạo này.
- 23 Electron trong nguyên tử hiđrô chuyển dời từ trạng thái đầu với $n_i = 5$ đến trạng thái cuối với $n_f = 3$. (a) Xác định dây và vạch đối với bức xạ phát ra từ chuyển dời này. (b) Xác định năng lượng đầu và cuối của electron. (c) Xác định tần số và bước sóng của bức xạ phát ra trong chuyển dời này.
- 24 Electron thực hiện các chuyển dời liên tiếp trong nguyên tử hiđrô. Mới đầu electron ở trạng thái $n_a = 6$. Trong chuyển dời đầu, electron tới trạng thái trung gian n_b , phôtônen phát ra có năng lượng 1,13 eV. Sau chuyển dời thứ hai, electron ở trạng thái cơ bản $n_c = 1$. (a) Xác định số lượng tử n_b đối với trạng thái trung gian. (b) Xác định năng lượng của phôtônen phát ra trong chuyển dời thứ hai. (c) Vẽ hai chuyển dời này trên giản đồ các mức năng lượng đối với hiđrô.
- 25 (a) Đánh giá vận tốc trên quỹ đạo v_1 của electron ở trạng thái lượng tử $n = 1$ của hiđrô. (b) Xác định $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ đối với vận tốc này. Vì vận tốc này nhỏ hơn so với vận tốc ánh sáng, còn các vận tốc trên quỹ đạo của tất cả các trạng thái lượng tử khác đều nhỏ hơn v_1 , điều này biện hộ cho việc chúng ta dùng các công thức phi tương đối tính đối với mẫu Bohr của hiđrô.
- 26 Xét electron ở trạng thái cơ bản của nguyên tử hiđrô. Nó có thể bị chuyển dời bằng cách hấp thụ một phôtônen. (a) Tìm biểu thức giống như công thức Rydberg cho sự phát xạ, đối với nghịch đảo bước sóng $\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ bị hấp thụ bởi nguyên tử hiđrô. (b) Vẽ các chuyển dời này trên giản đồ các mức năng lượng. (c) Dây hấp thụ này ứng với dây nào trong phổ phát xạ của hiđrô ? (d) Giải thích tại sao các vạch ứng với các dây phát xạ khác lại không được quan sát dễ dàng trong phổ hấp thụ.
- 27 Một số lớn các nguyên tử hiđrô mới đầu ở trạng thái với $n = 6$. Xét tất cả các tổ hợp chuyển dời khả dĩ bắt nguồn từ các nguyên tử ở trạng thái này khi các electron thực hiện chuyển dời gây bức xạ. Chú ý, cần phải tính hết các chuyển dời đến và đi từ các trạng thái trung gian. (a) Vẽ tất cả các chuyển dời này trên giản đồ mức năng lượng. (b) Xác định dây và vạch trong phổ phát xạ của hiđrô ứng với mỗi một chuyển dời. (c) Số tổng cộng các chuyển dời khác nhau trong chuỗi này bằng bao nhiêu ?

- 28** Đánh giá công suất được bức xạ bởi cơ thể của bạn. Giả sử rằng nó giống như một vật đen và luôn ở nhiệt độ 37°C . Hãy nhớ dùng định luật Stefan – Boltzmann.
- 29** Nếu Trái Đất không có bầu khí quyển và có $\alpha = 1$, nó sẽ hấp thụ năng lượng từ Mặt Trời và tái bức xạ nó vào khoảng không. Ở trạng thái cân bằng, năng lượng được hấp thụ và năng lượng bị bức xạ phải bằng nhau. Nhiệt độ của Trái Đất sẽ là bao nhiêu nếu điều đó đúng? Chú ý rằng Trái Đất hấp thụ năng lượng chỉ ở một phía nhưng lại bức xạ vào tất cả các hướng (xem bài tập 2).
- 30** Sợi vonfam trong một bóng đèn có đường kính 3mm và dài 10mm, và có độ phát xạ về cơ bản bằng 1. Nó được giữ ở 2500K . Công suất của bóng đèn tính ra oát bằng bao nhiêu?
- 31** (a) Bề mặt ngôi sao phải nóng tới bao nhiêu để nhiệt năng trung bình $\langle E \rangle \approx kT$ đủ để đưa ra các electron trong hiđrô lên trạng thái kích thích đầu tiên? (b) Tại sao ngôi sao phải lên tới gần nhiệt độ này trước khi các vách hấp thụ Balmer được nhìn thấy trong phổ của ngôi sao?
- 32** Công thoát của vonfam vào khoảng $4,5\text{eV}$. (a) Hiệu điện thế hâm đổi với vonfam bằng bao nhiêu? Sợi vonfam phải nóng tới bao nhiêu để electron trong vonfam có năng lượng trung bình bằng 0,1 lần công thoát (và vì vậy ít có cơ hội thoát khỏi sợi)?
- 33** Phôtônen của ánh sáng vàng ($\lambda = 550\text{nm}$) bị tán xạ Compton bởi electron vào góc π rad. (a) Bạn có thể nhận thấy sự biến đổi màu của phôtônen không? (b) Nếu tán xạ ở góc π rad như thế gây ra một thay đổi 55nm trong bước sóng, khối lượng của vật tán xạ phải bằng bao nhiêu?
- 34** Phôtônen của tia gamma có năng lượng 83MeV bị tán xạ ở góc π rad bởi một prôtônen tự do đứng yên. Xác định: (a) Năng lượng của phôtônen tán xạ; (b) Độ lớn động lượng giật lùi của prôtônen.

◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1** **Tốc độ phát xạ bằng tốc độ hấp thụ.** Xét một vật ở trạng thái cân bằng nhiệt với xung quanh ở nhiệt độ T , như được vẽ trên hình 36-18. Chứng minh rằng tốc độ phát xạ của vật bằng tốc độ hấp thụ bức xạ của nó. Bằng cách giả sử rằng các tốc độ này không bằng nhau, hãy chứng minh giả thiết này sẽ vi phạm định luật thứ hai của nhiệt động học. Không gian giữa vật và các vách bao quanh được rút chân không sao cho



Hình 36-18. BTNC 1 : Vật ở nhiệt độ T được treo bằng một sợi dây cách nhiệt và được bao quanh bằng các vách ở cùng nhiệt độ.

không có sự đối lưu hay dẫn nhiệt. Bằng cách nào có thể mở rộng chứng minh trên, để chứng minh rằng tốc độ phát xạ và hấp thụ là như nhau ở mỗi tần số ?

2 **Liên hệ giữa mật độ năng lượng và năng suất phát xạ đơn sắc.** Hãy chứng minh rằng giữa mật độ năng lượng của bức xạ và năng suất phát xạ đơn sắc của vật đen khi cân bằng nhiệt có mối liên hệ sau :

$$r_{v,T}^* = \frac{c}{4} \rho(v, T)$$

3 **Hiệu ứng Compton.** Áp dụng định luật bảo toàn đối với năng lượng và động lượng cho hiệu ứng Compton để tìm phương trình (36-26).

4 **Hiệu ứng Compton phi tương đối tính.** Nếu năng lượng của phôtônen tới không quá lớn, ta có thể dùng các biểu thức phi tương đối tính của năng lượng $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ và độ lớn động lượng (mv) của electron. (a) Thiết lập các phương trình giống như các phương trình ở mục 36-5 và chứng minh rằng :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2 \cos \theta \right)$$

(b) Đối với phôtônen năng lượng thấp, $hv = \frac{hc}{\lambda} \ll mc^2$ và $\lambda' \approx \lambda$; chứng minh rằng về phải của biểu thức trên khi đó thu về phương trình (36-26), đúng với mọi giá trị năng lượng của phôtônen.

5 **Heli ion hoá một lần.** Heli ion hoá một lần có một electron còn lại và điện tích của hạt nhân là $2e$. (a) Chứng minh rằng hằng số Rydberg đối với heli ion hoá một lần bằng bốn lần hằng số Rydberg đối với hiđrô. (b) Xác định các số lượng tử đối với các chuyển đổi trong heli ion hoá một lần có các bước sóng gần như các bước sóng của các vạch thuộc dãy Balmer trong hiđrô. Phần này của phổ heli ion hoá một lần khác với phổ hiđrô như thế nào ?

6 **Sự bình đẳng giữa các hệ quy chiếu.** (a) Một electron có tốc độ $0,75c$ với c là tốc độ ánh sáng. Năng lượng của nó bằng bao nhiêu ? (b) Bước sóng của phôtônen có cùng năng lượng bằng bao nhiêu ? (c) Electron và phôtônen này được quan sát từ hệ quy chiếu chuyển động với tốc độ $0,5c$ theo hướng chuyển động của electron. Năng lượng của electron và phôtônen trong hệ quy chiếu này bằng bao nhiêu ?

7 **Dịch chuyển đỏ Hubble.** Nguồn bức xạ chuẩn sao quasar chuyển động rời xa Trái Đất nhanh đến mức vạch H_β trong phổ của hình 36-14 bị dịch chuyển do hiệu ứng Doppler về vị trí của vạch H_α . (a) Tốc độ lùi xa của nguồn đó bằng bao nhiêu ? (b) Hằng số Hubble H liên hệ khoảng cách của

một vật thể thiên văn tĩnh từ Trái Đất với tốc độ lùi ra xa của nó theo biểu thức $v = Hd$, với v là tốc độ và d là khoảng cách tới nguồn. Nếu $H = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ thì vật chuẩn sao nằm cách Trái Đất bao xa ?

8

Sự giật lùi vì phôtôн. Khi một nguyên tử đứng yên phát ra một phôtôн, nguyên tử phải giật lùi để bảo toàn động lượng. Xét nguyên tử H ở trạng thái kích thích đầu tiên. Nó có năng lượng $10,2\text{eV}$ cao hơn trạng thái cơ bản. (a) Viết các phương trình biểu thị sự bảo toàn động lượng (mà ban đầu bằng không) và bảo toàn năng lượng (ban đầu bằng $10,2\text{eV}$). Chứng minh rằng năng lượng của phôtôн là $h\nu = -Mc^2 \pm (Mc^2)\sqrt{1 + \frac{2E}{Mc^2}}$, hay với một phép gần đúng tốt :

$$h\nu \approx E \left[1 - \frac{E}{2Mc^2} \right]$$

ở đây M là khối lượng của nguyên tử hiđrô. (b) Phụ lục 3 cho thấy rằng R_H được biết chính xác tới một phần 10^{10} . Hiệu chỉnh do giật lùi liệu có quan sát được không ?

9

Bán dẫn Bohr. Các electron trong những chất bán dẫn bị hút bởi các khuyết tật tích điện dương. Bài toán giống với bài toán nguyên tử hiđrô ngoại trừ hằng số điện môi không phải là của không gian tự do mà là của vật liệu bán dẫn. Hằng số điện môi của kim cương là 5,5. Bước sóng của vạch tương đương với vạch Balmer đầu tiên đối với electron trong kim cương ở gần một khuyết tật với điện tích $+e$ bằng bao nhiêu ?

CƠ HỌC LƯỢNG TỬ



- 37-1. Sóng de Broglie
- 37-2. Nhiều xạ electron
- 37-3. Lưỡng tính sóng hạt
Thí nghiệm hai khe
- 37-4. Hệ thức bất định Heisenberg
- 37-5. Ý nghĩa của hàm sóng
- 37-6. Phương trình Schrödinger
- 37-7. Hạt trong giếng thế năng một chiều
- 37-8. Dao động tử điều hoà
- 37-9. Hiệu ứng đường hầm

Bài đọc thêm :
Con mèo của Schrödinger

Các nguyên tử chất khí trong bóng đèn neon được kích thích đến mức năng lượng cao và khi các electron của chúng nhảy xuống các mức năng lượng thấp hơn thì chúng phát ra ánh sáng (các phôtô) có các màu đặc trưng cho các loại khí.

Các hiện tượng được xét trong chương trước đều nhấn mạnh tới bản chất hạt của bức xạ điện từ. Thay vì xem ánh sáng như một sóng liên tục, ta hình dung nó như một chùm các hạt phôtô. Mỗi phôtô đều mang năng lượng và động lượng gián đoạn được xác định bởi tần số và bước sóng của ánh sáng đó.

Điều này có gì là nghịch lí không ? Năng lượng và động lượng gián đoạn đã ngầm chỉ tính định xứ, như với năng lượng và động lượng của một hạt, trong khi đó tần số và bước sóng lại là những tính chất của một sóng điều hoà. Làm sao có thể hình dung các tính chất sóng như tần số và bước sóng, nếu ánh sáng lại gồm các hạt – các phôtô ? Trong chương này chúng ta sẽ thấy rằng, vật chất bộc lộ cả tính chất sóng lẫn tính chất hạt. Sự kết hợp có tính nghịch lí đó của các tính chất sóng và hạt được cô đúc trong cụm từ *lưỡng tính sóng – hạt*, và là nét cơ bản của môn cơ học lượng tử được đề cập ở chương này.

37-1. SÓNG DE BROGLIE

Ta hãy xét một chùm sóng đơn sắc có tần số v và bước sóng $\lambda = \frac{c}{v}$. Phôtô - lượng tử của bức xạ điện từ – có khối lượng nghỉ bằng không, chuyển động với tốc độ c và mang cả năng lượng lẫn động lượng. Mỗi một phôtô trong chùm có năng lượng E và động lượng với độ lớn p , theo chương 36, được cho bởi :

$$E = hv \quad (36-20)$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (36-22)$$

Các phương trình này liên hệ các đại lượng đặc trưng cho hạt E và p với các đại lượng đặc trưng cho sóng v và λ .

Bằng cách xem phôtô như một hạt mang theo năng lượng và động lượng, chúng ta tạo nên một bức tranh thường gắn liền với một hạt vật chất, chẳng hạn như một viên đạn súng hơi. Tương tự, một électron chuyển động từ nơi này đến nơi khác, nó cũng mang theo năng lượng và động lượng. Tất nhiên, électron có khối lượng nghỉ khác không và tốc độ của nó nhỏ hơn c . Vậy thì các hạt vật chất có đặc tính

chung nào với bức xạ điện từ không, có nghĩa là nó có tính chất sóng không ? Chính Louis Victor de Broglie (1892–1987) đã đưa ra một đề nghị vào năm 1924 cho rằng một hạt vật chất, chẳng hạn như électron, cũng có tính chất sóng. Một hạt có năng lượng E và động lượng với độ lớn p cũng có tần số v và bước sóng λ thoả mãn các phương trình trên. Giải phương trình (36-22) cho λ – được gọi là bước sóng de Broglie của hạt, ta có :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (37-1)$$

Đối với hạt chuyển động với tốc độ v nhỏ so với tốc độ ánh sáng, động lượng của hạt có độ lớn $p = mv$ và bước sóng de Broglie là $\lambda = \frac{h}{mv}$. Nếu hạt chuyển động với vận tốc gần vận tốc ánh sáng, thì $p = \gamma mv$ với $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

VÍ DỤ 37-1

Bước sóng de Broglie của électron. Hãy xác định bước sóng de Broglie của (a) một électron có vận tốc bằng 2.10^6 m/s và của (b) một hạt bụi khối lượng $10\mu\text{g}$ có vận tốc bằng 1mm/s.

Giải. Cả hai hạt đều có tốc độ nhỏ so với tốc độ ánh sáng, nên có thể dùng được biểu thức $p = mv$ và $\lambda = \frac{h}{mv}$.

(a) Đối với électron :

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(2 \cdot 10^6 \text{ m/s})} \approx 0,4 \text{ nm}$$

Bước sóng này so sánh được với kích thước của nguyên tử và có thể quan sát được.

(b) Đối với hạt bụi (một vật nhỏ, nhưng vẫn là vĩ mô)

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{(1 \cdot 10^{-8} \text{ kg})(1 \cdot 10^{-3} \text{ m/s})} = 6,63 \cdot 10^{-23} \text{ m}$$

Hiện không có một phương pháp nào đo được khoảng cách nhỏ như vậy, nên bước sóng de Broglie của hạt bụi là quá nhỏ, không thể quan sát được.

Bài tự kiểm tra 37-1

- (a) Xác định tốc độ của một electron nếu biết bước sóng de Broglie của nó bằng 0,10mm ? (b) Tính động năng của electron đó ra electron volt (eV) ?

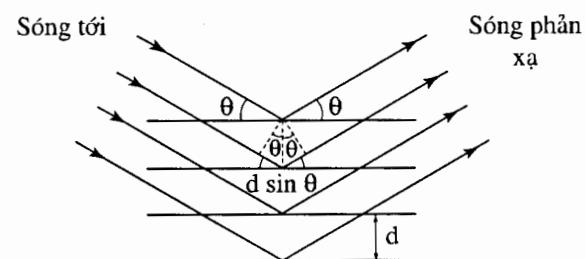
Đáp số : (a) $7,3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; (b) 150eV.

37-2. NHIỀU XẠ ELECTRON

Bước sóng của một vật vĩ mô, như hạt bụi trong ví dụ 37-1, là quá nhỏ không thể quan sát được. Bước sóng của electron trong ví dụ đó cũng nhỏ nhưng so được với kích thước nguyên tử và nằm trong vùng bước sóng các tia X thuộc phổ điện từ. Mặc dù là nhỏ, nhưng bước sóng cỡ đó là có thể đo được. Đối với các tia X, mạng đẽo đan của các nguyên tử trong tinh thể tạo nên một hệ nhiễu xạ, như đã được mô tả trong mục 33-7. Bằng cách thay thế chùm electron cho chùm tia X trong thí nghiệm nhiễu xạ, ta có thể trắc nghiệm được giả thuyết của de Broglie về các sóng vật chất. Điều này có nghĩa là, *nhiều xạ electron* đối với các electron với bước sóng λ cũng sẽ phải thoả mãn đúng những điều kiện đối với nhiễu xạ của các tia X có cùng bước sóng.

Nếu chùm tia X hoặc chùm electron có bước sóng λ được chiếu tới tinh thể, thì chùm sẽ bị tán xạ bởi các nguyên tử. Cực đại giao thoa sẽ xảy ra chỉ đối với các chùm tán xạ theo các hướng đặc biệt nào đó. Điều kiện để có cực đại giao thoa chính là định luật Bragg – phương trình (33-30) :

$2dsin\theta_m = m\lambda$. Định luật này được giải thích thông qua những tia phản xạ từ tập hợp các mặt phẳng nguyên tử. Như được chỉ ra trên hình 37-1, các sóng tới và sóng phản xạ lập một góc θ_m với các mặt phẳng cách nhau một khoảng d . Bạn nên xem lại mục 33-7 để thấy rằng định luật Bragg là hệ quả của bản chất sóng của các tia đó. Điều này có nghĩa là, cực đại giao thoa xuất hiện từ sự chồng chập của các sóng và không phụ thuộc vào loại sóng.

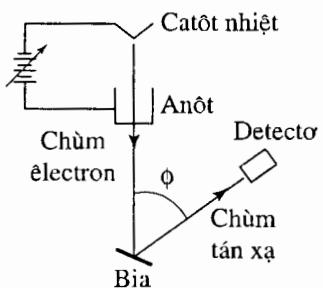


Hình 37-1. Hiệu quang lợp đối với các sóng phản xạ từ các mặt phẳng nguyên tử kế tiếp trong tinh thể là $2d \sin \theta$. Cực đại giao thoa sẽ xảy ra đối với $2d \sin \theta_m = m\lambda$.

Vào đầu năm 1927, những thí nghiệm do C. J. Davison (1881–1958) và L. H. Germer (1896–1971) tiến hành ở phòng thí nghiệm Bell Labs, Hoa Kỳ đã khẳng định một cách dứt khoát bản chất sóng của các electron. Một chùm đơn năng electron (tức là có năng lượng xác định) được chiếu tới một bia niken, như được minh họa sơ lược trên hình 37-2. Các electron được gia tốc qua một hiệu điện thế U và đạt tới động năng $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ và động lượng có độ lớn

$p = mv = \sqrt{2meU}$. Các electron này được tán xạ theo các phương khác nhau và được đếm nhờ một detector di chuyển được. Một số cực đại nhiễu xạ electron từ bia đơn tinh thể đã quan sát được. Dùng định luật Bragg, Davison và Germer đã kiểm chứng lần lượt giả thuyết về bước sóng de Broglie

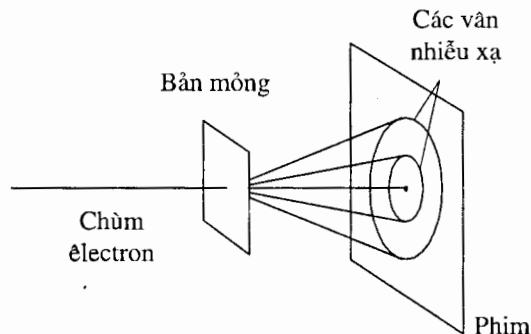
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$
 cho 16 cực đại nhiễu xạ.



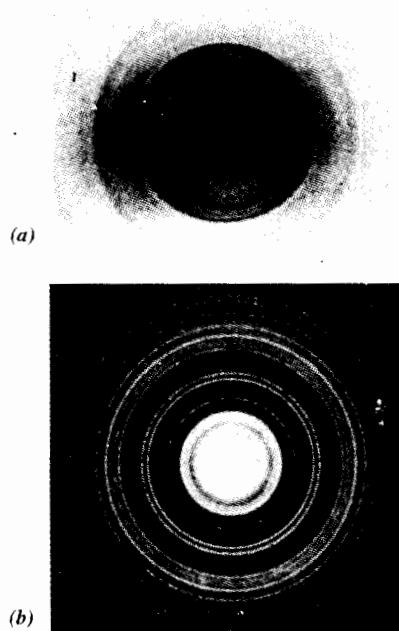
Hình 37-2. Các electron được gia tốc qua một hiệu điện thế U có thể thay đổi được. Chùm electron dập vào bia và các electron tán xạ được đếm ở detector.

Bản chất sóng của electron cũng đã được khẳng định một cách độc lập bởi G. P. Thomson (1892–1975) ở Anh. Thomson đã tiến hành thí nghiệm về nhiễu xạ electron bằng cách dùng một bản mỏng đa tinh thể, như được minh họa trên hình 37-3. Trong phương pháp đó, nhiều tinh thể nhỏ hứng chùm electron. Một số tinh thể nhỏ này được định hướng đối với chùm sao cho thỏa mãn định luật Bragg. Mỗi một tinh

thể đó sẽ tạo ra một chùm nhiễu xạ. Kết quả là các chùm này tạo nên các vân nhiễu xạ tròn trên phim và bức tranh đó là đặc trưng cho khoảng cách giữa các nguyên tử trong cấu trúc tinh thể. Bức tranh nhiễu xạ electron đối với lá bạc được cho trên hình 37-4a. Để so sánh, bức tranh nhiễu xạ của tia X đối với lá nhôm được cho trên hình 37-4b. Chú ý rằng bức tranh nhiễu xạ của các electron giống hệt như của các phôtô (tia X).



Hình 37-3. Chùm electron được chiếu tới một bản mỏng đa tinh thể. Các vân đặc trưng được tạo thành bởi các chùm electron nhiễu xạ.



Hình 37-4. Các bức tranh nhiễu xạ tạo bởi (a) chùm electron trên lá bạc. (b) chùm tia X trên lá nhôm.

Một điều rất thú vị là G. P. Thomson là con trai của J. J. Thomson. Chính J. J. Thomson là người đã tiến hành thí nghiệm vào năm 1897 để xác nhận electron là một hạt tích điện. Ông đã chỉ ra rằng chùm electron bị lệch trong điện trường và từ

trường đúng như được mô tả bởi các định luật Newton. Thí nghiệm của G. P. Thomson 30 năm sau lại khẳng định bản chất sóng của các electron. Hai quan điểm đối lập đó về electron của cha và con thể hiện sự khác biệt giữa hai thế hệ.

VÍ DỤ 37-2

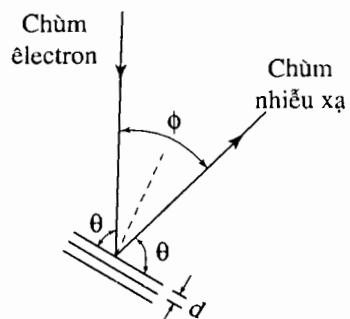
Đo cực đại nhiễu xạ. Một trong số các cực đại nhiễu xạ được quan sát bởi Davisson và Germer ứng với chùm electron có năng lượng 65eV và góc tán xạ $\phi = \frac{\pi}{4}$, như được cho trên hình 37-5. Hãy xác định khoảng cách d của các mặt phẳng nguyên tử trong tinh thể ứng với cực đại nhiễu xạ đó.

Giải. Một electron được gia tốc từ trạng thái đứng yên bởi hiệu điện thế U có động lượng với độ lớn $p = \sqrt{2meU}$. Mặt khác, $p = \frac{h}{\lambda}$ suy ra $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$; nếu thay các giá trị bằng số của h , m và e vào biểu thức trên ta có :

$$\lambda = \frac{1,23\text{nmV}^{1/2}}{\sqrt{U}}$$

Đối với $U = 65\text{V}$:

$$\lambda = \frac{1,23\text{nm}}{\sqrt{65}} \approx 0,15\text{nm}$$



Hình 37-5. Ví dụ 37-2

Góc θ trong định luật Bragg là góc lập bởi chùm tia tới và tập hợp các mặt phẳng. Từ hình vẽ ta thấy : $\theta + \frac{1}{2}\phi = \frac{\pi}{2}$ hay $\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$. Từ định luật Bragg suy ra :

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0,15\text{nm}}{(2)(\sin 3\pi/8)} = 0,083\text{nm}$$

Bài tự kiểm tra 37-2

Từ chương 14 ta biết rằng tốc độ căn quân phương của một hạt có khối lượng m ở trạng thái cân bằng nhiệt với nhiệt độ T bằng $v_q = \sqrt{3kT/m}$, trong đó k là hằng số Boltzmann.

Nutron nhiệt là neutron có tốc độ được cho bởi công thức đó. (a) Hãy xác định tốc độ của neutron nhiệt ở 300K. (b) Tính bước sóng de Broglie của neutron nhiệt đó. (c) Bước sóng của neutron nhiệt ở 300K có thích hợp đối với phép đo bằng cách dùng thí nghiệm nhiễu xạ trên các lớp nguyên tử trong vật rắn không ?

Đáp số : (a) $2,73 \cdot 10^3 \text{ m/s}$; (b) $0,146\text{nm}$; (c) có.

37-3. LUÔNG TÍNH SÓNG HẠT – THÍ NGHIỆM HAI KHE

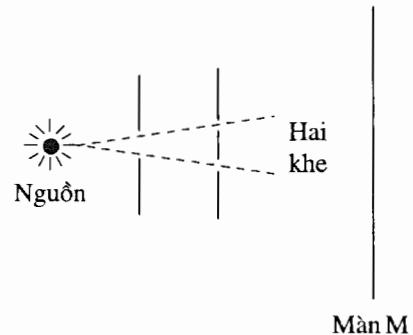
Bản chất sóng của ánh sáng đã được xác lập qua thí nghiệm hai khe của Young. Tuy nhiên trong các hiện tượng khác, chẳng hạn như hiệu ứng quang điện, ánh sáng lại bộc lộ bản chất hạt. Năng lượng và động lượng được mang bởi các phôtônen tựa như hạt. Bản chất luồng tính này của ánh sáng được gọi là **luồng tính sóng hạt**.

Các electron cũng bộc lộ luồng tính sóng hạt. Hình ảnh ban đầu của chúng ta về một electron đó là một hạt (tích điện). Chẳng hạn, các electron tạo nên một chùm trong đèn hình tivi đều tuân theo các định luật của Newton khi chúng bị lệch trong điện trường và từ trường. Tuy nhiên, các thí nghiệm về nhiễu xạ electron của Davison và Germer, cũng như của Thomson lại khẳng định bản chất sóng của các electron. Như vậy, cả bức xạ điện từ lẫn vật chất vi mô (các electron) đều bộc lộ luồng tính sóng hạt.

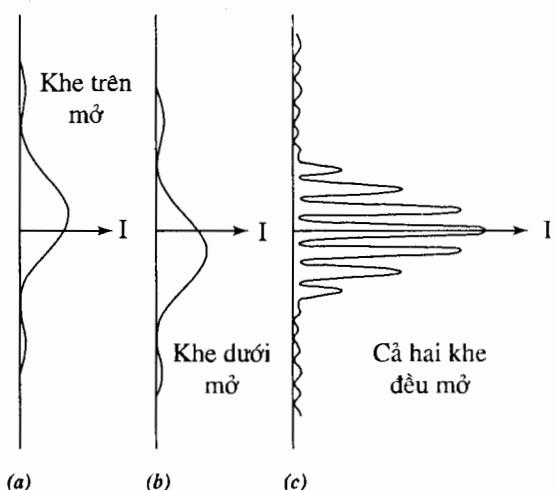
Trong vật lí cổ điển, không tồn tại luồng tính sóng hạt. Thay vì thế, lại có một sự phân biệt rất rõ ràng về khái niệm giữa chuyển động sóng và chuyển động hạt. Một thực thể sẽ được phân loại hoặc là sóng hoặc là hạt. Ví dụ, sự rung động của một dây được xem như một sóng và viên đạn được xem như một hạt. Luồng tính sóng hạt dường như là điều nghịch lí đối với nền tảng của sự phân đôi cổ điển rạch ròi đó giữa hạt và sóng.

Để minh họa thêm nữa cho nghịch lí này, ta hãy xét một thí nghiệm có khả năng phân biệt một thực thể là sóng theo nghĩa cổ điển với một thực thể là hạt theo nghĩa cổ điển. Đó chính là thí nghiệm hai khe của Young. Trước hết giả sử rằng có một sóng tới hệ hai khe, như được cho trên hình 37-6. Phân bố cường độ trên màn

quan sát M sẽ là khác nhau tùy thuộc vào chỗ : (a) chỉ có khe trên mở, (b) chỉ có khe dưới mở hay (c) cả hai khe đều mở. Biên dạng cường độ đối với ba trường hợp được cho trên hình 37-7. Trong hình 37-7a và b chỉ có một khe mở, phân bố cường độ là bức tranh nhiễu xạ qua một khe. Tức là chùm bị loe ra sau khi đi qua một khe hẹp. Trong hình 37-7c cả hai khe đều mở và phân bố cường độ là kết quả giao thoa của các sóng tới từ hai khe.



Hình 37-6. Một chùm từ nguồn được chiếu tới hai khe. Phân bố cường độ được do trên màn quan sát M!



Hình 37-7. Phân bố cường độ trên màn quan sát đối với một sóng tới hệ hai khe : (a) chỉ có khe trên mở ; (b) chỉ có khe dưới mở ; (c) cả hai khe đều mở.

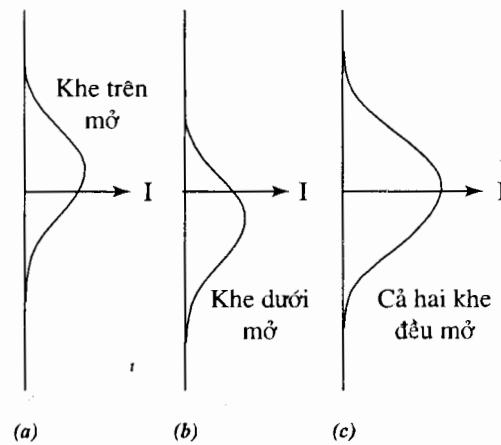
Sự giao thoa của các sóng bắt nguồn từ nguyên lý chồng chập : Sóng tổng hợp tại một điểm là tổng đóng góp của các sóng thành phần – trong trường hợp đang xét là sóng tới từ mỗi khe. Như vậy, tại các điểm trên màn có các sóng tới cùng pha, sóng tổng hợp sẽ có biên độ tương đối lớn. Tại những điểm có các sóng tới ngược pha, sóng tổng hợp sẽ có biên độ tương đối nhỏ. Vì cường độ tỉ lệ với bình phương biên độ, nên bức tranh giao thoa chứa những cực đại và cực tiểu cường độ xen kẽ nhau. Chú ý rằng ở vị trí cực tiểu trên màn, cường độ vẫn còn đáng kể nếu chỉ có khe trên mở hoặc chỉ có khe dưới mở. Nếu cả hai khe đều mở thì tại điểm đó các sóng sẽ giao thoa huỷ nhau và *cường độ gần như bằng không*.

Nếu một chùm rộng các *hạt cổ điển* tới một hệ hai khe, thì phân bố năng lượng hay cường độ [cường độ có thứ nguyên bằng năng lượng/ (diện tích x thời gian)] sẽ hoàn toàn khác nhau trong thí nghiệm hai khe. Loại thí nghiệm này phân biệt rạch ròi dáng điệu hạt cổ điển với dáng điệu sóng cổ điển. Vận dụng cách suy luận trên thì nếu ánh sáng gồm một dòng các hạt (phôtô) làm sao thí nghiệm hai khe lại có thể cho bức tranh giao thoa đối với sóng ?

Để đơn giản ta giả sử rằng, các hạt trong chùm đều có cùng năng lượng E . Khi đó mỗi hạt tới màn sẽ mang đến đó một năng lượng là E . Do đó, cường độ trung bình trong một khoảng thời gian nào đó sẽ tỉ lệ với số hạt N tới một vùng nào đó trên màn. Biên dạng cường độ đối với các hạt cổ điển được vẽ trên hình 37-8 cho các trường hợp : (a) chỉ có khe trên mở ; (b) chỉ có khe dưới mở và (c) cả hai khe đều mở. Trong hình 37-8a và b tương ứng với chỉ có một khe mở, sự loe rộng trong bức tranh cường độ trên màn là do sự tán xạ nhẹ của các hạt vào mép khe. Vì sự loe rộng đó mà các hạt có thể đạt tới vùng trung tâm của màn khi đi qua khe này hoặc khe kia. Khi cả hai khe đều mở, như được cho trên hình 37-8c, cường độ là tổng cường độ đối với các hạt

từ mỗi khe. Không có bức tranh giao thoa đối với các hạt cổ điển. Nghĩa là, số các hạt tới một chỗ nào đó trên màn là tổng các hạt đi qua khe trên và đi qua khe dưới tới đó.

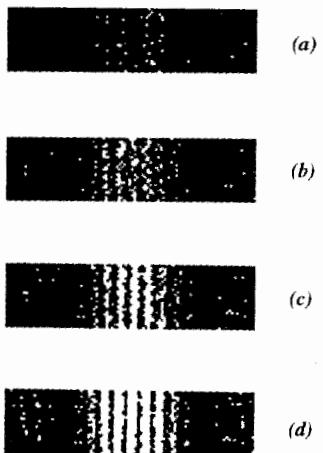
Khi so sánh các hình 37-8c và 37-7c chúng ta thấy rằng *các sóng và hạt cổ điển sử xử hoàn toàn khác nhau trong thí nghiệm hai khe*. Loại thí nghiệm này phân biệt rạch ròi dáng điệu hạt cổ điển với dáng điệu sóng cổ điển. Vận dụng cách suy luận trên thì nếu ánh sáng gồm một dòng các hạt (phôtô) làm sao thí nghiệm hai khe lại có thể cho bức tranh giao thoa đối với sóng ?



Hình 37-8. Phân bố cường độ trên màn quan sát đối với các hạt cổ điển tới hệ hai khe : (a) chỉ có khe trên mở ; (b) chỉ có khe dưới mở ; (c) cả hai khe đều mở.

Còn về các electron thì sao ? Giả sử rằng có một chùm electron tới một hệ hai khe. Loại bức tranh nào sẽ xuất hiện đây ? Nếu màn quan sát có phủ một lớp huỳnh quang, thì một electron khi tới màn sẽ làm cho màn loé sáng ở điểm nó tới ; như vậy, các electron riêng biệt có thể đếm được khi chúng tới chạm vào màn. Một electron đập vào màn là bằng chứng rõ ràng về tính hạt của nó. Nhưng sau khi một số lớn các

electron được đếm, thì bức tranh cường độ xuất hiện lại là bức tranh giao thoa của một sóng, như được thấy trên hình 37-9. Chú ý rằng bức tranh giao thoa không thể nhận ra nếu chỉ có một số ít các electron được đếm (hay tới màn). Như vậy bức tranh nói trên có tính chất thống kê, mà cơ sở của nó ta sẽ xét ở mục 37-5.



Hình 37-9. Sự mô phỏng trên máy tính cho thấy bức tranh giao thoa qua hai khe xuất hiện rõ nét khi càng có nhiều hạt tới màn. (a) 38 hạt ; (b) 181 hạt ; (c) 361 hạt ; (d) 594 hạt.

Thí nghiệm hai khe đối với các electron cũng dẫn tới một nghịch lí như thí nghiệm hai khe đối với ánh sáng. Làm thế nào mà các hạt đi qua hệ hai khe được đếm một cách riêng biệt lại có thể tạo một bức tranh giao thoa vốn chỉ của sóng ? Bức tranh này không phải là kết quả của các electron trong chùm tương tác với nhau. Chính bức tranh giao thoa này cũng sẽ xuất hiện thậm chí nếu một lần chỉ có một electron đi qua hệ hai khe. Như vậy, lưỡng tính sóng hạt đối với các electron có thể áp dụng cho từng electron riêng biệt. Chính điều này cũng đúng cả đối với các phôtô.

Về mặt cổ điển, hai khái niệm sóng và hạt loại trừ lẫn nhau. Lời giải của nghịch lí trên đòi hỏi chúng ta phải thay đổi những quan niệm cổ điển về sóng và hạt.

37-4. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH HEISENBERG

Để mô tả chuyển động của một vật thể vĩ mô điển hình – chẳng hạn như quả bóng trên sân – chúng ta không cần phải dùng tới các phương pháp đo siêu chính xác. Ví dụ, việc xác định toạ độ x của quả bóng với độ bất định (hay nói cách khác là với sai số) $\Delta x = 0,1\text{mm}$ là đủ. Khi biết vị trí của một quả bóng có đường kính 100mm với sai số là $0,1\text{mm}$, ta có thể coi như nó đã được định vị. Nếu ta có thể định vị một vật nào đấy theo cách đó, thì ta có thể xem nó như một hạt. Quan điểm này có nguồn gốc từ quan niệm trực giác của chúng ta về một hạt. Khi xác định chuyển động của

một hạt dưới tác dụng của các lực đã biết, chúng ta đã giả thiết rằng các điều kiện ban đầu đã được xác định một cách chính xác. Nghĩa là, vị trí ban đầu của hạt và vận tốc ban đầu (hay động lượng ban đầu) của nó có thể được đo với độ chính xác cao tùy ý và động tác đo hầu như không có ảnh hưởng gì đến chuyển động của hạt. Khi đó quỹ đạo của hạt sẽ được xác định một cách chính xác từ định luật Newton.

Nếu chúng ta có ý định áp dụng quan niệm về hạt này cho electron hay phôtô, chúng ta sẽ thấy bức tranh không còn sáng sủa như thế nữa. Ta hãy xét một electron trong

nguyên tử. Việc xem electron như một hạt cổ điển với chuyển động hoàn toàn theo dõi được sẽ dẫn tới chỗ chúng ta có thể xác định được *đồng thời* cả động lượng lẫn vị trí của nó đối với những khoảng cách nhỏ hơn rất nhiều so với các vật thể vĩ mô. Ví dụ, độ bất định Δx của toạ độ có thể cỡ 1pm ($1pm = 10^{-12} m$) hoặc ít hơn vì kích thước của nguyên tử cỡ 100pm. Đồng thời, chúng ta cũng có thể xác định được thành phần của động lượng, chẳng hạn p_x , với độ bất định Δp_x chỉ là một phần nhỏ của p_x .

Một khía cạnh hoàn toàn mới của tự nhiên sẽ xuất hiện nếu chúng ta có ý định cực tiểu hoá các độ bất định Δx và Δp_x trong các phép đo đồng thời x và p_x đối với các hạt ở mức nguyên tử. Chính quá trình này đã tạo ra giới hạn dưới đối với tích $\Delta x \cdot \Delta p_x$ của các độ bất định đó. Giới hạn này đã được Werner Heisenberg (1901-1976) – một trong số những người sáng lập ra môn cơ học lượng tử – đưa ra vào năm 1927 và là một trong số *các hệ thức bất định Heisenberg*. Hệ thức bất định Heisenberg đối với các thành phần x và p_x của toạ độ và động lượng là :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar \quad (37-2)$$

ở đây $\hbar = \frac{\hbar}{2\pi}$, tức là hằng số Planck chia cho 2π . (Tổ hợp $\frac{\hbar}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} J.s$ xuất hiện thường xuyên trong cơ học lượng tử, nên để thuận tiện người ta dùng kí hiệu \hbar).

Như vậy, tích các độ bất định $\Delta x \cdot \Delta p_x$ có cận dưới là $\frac{\hbar}{2}$. Nếu vị trí của một electron được xác định trong một khoảng nhỏ, sao

cho Δx là nhỏ, thì độ bất định tương ứng của động lượng $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$ sẽ phải lớn.

Ngược lại, nếu Δp_x là nhỏ, thì $\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x}$

và có một độ bất định lớn về vị trí. Như vậy, sẽ không thể có cả Δx lẫn Δp_x đều cùng nhỏ tùy ý được. Tất nhiên là có những khó khăn về mặt kỹ thuật trong việc đo chính xác vị trí và động lượng của một hạt như electron hoặc phôtô. Nhưng thậm chí nếu dùng cả những dụng cụ tốt nhất đi nữa, thì giới hạn được quy định bởi hệ thức Heisenberg đối với $\Delta x \cdot \Delta p_x$ vẫn không thay đổi. Giới hạn này không phụ thuộc vào các chi tiết của một dụng cụ hay một thủ tục đo nào. Nó là một tính chất cơ bản của tự nhiên và không thể khắc phục bằng một tiến bộ hay đổi mới công nghệ.

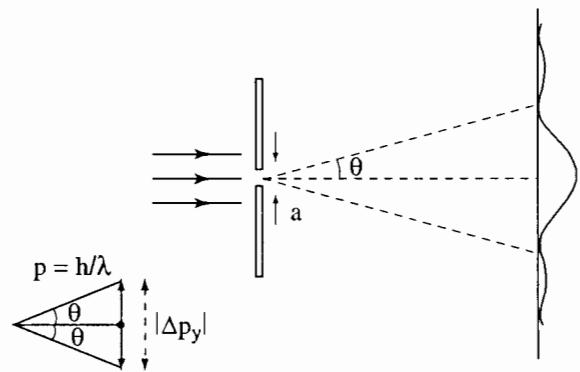
Đối với một hạt cổ điển, ta giả thiết rằng cả Δx lẫn Δp_x đều có thể đồng thời bằng không, khiến cho tích $\Delta x \cdot \Delta p_x$ cũng có thể bằng không. Nhưng hệ thức Heisenberg phát biểu rằng, tích đó tối thiểu là bằng $\frac{\hbar}{2}$ và không thể bằng không được. Như vậy, quan điểm cổ điển về hạt có một phạm vi ứng dụng hạn chế. Vì $\frac{\hbar}{2}$ là nhỏ, nên hệ thức bất định Heisenberg hầu như không đặt một hạn chế nào đối với các vật thể vĩ mô. Tuy nhiên, trong thế giới nguyên tử và dưới nguyên tử, quan niệm về hạt cổ điển cần phải vứt bỏ. Một cách để minh họa cho sự "vận hành" của hệ thức bất định Heisenberg là xét quá trình do. Để quan sát vị trí của một vật ta cần phải nhìn nó bằng cách dùng một loại vật thử nào đó. Ví dụ, chúng ta nhìn thấy quả bóng là nhờ ánh sáng được phản xạ từ bề mặt của nó. Các sóng điện từ cũng như các loại sóng

khác, đều có thể được dùng để phân giải hay phân biệt các kích thước không nhỏ hơn bước sóng λ . Vì ánh sáng thấy được có $\lambda \approx 500\text{nm}$, nên độ bất định Δx của vị trí quả bóng không thể nhỏ hơn λ nhiều. Độ chính xác tối mức đó trong việc xác định vị trí của một quả bóng thường là quá đủ. Chúng ta cũng còn cần phải xem xét động lượng do ánh sáng phản xạ truyền cho quả bóng. Thường thì nó chỉ bằng một phần rất nhỏ động lượng quả bóng và có thể bỏ qua. Điều này có nghĩa là các phép đo hầu như không có ảnh hưởng đến chuyển động của quả bóng.

Tuy nhiên, tình hình sẽ rất khác đối với electron. Ta hãy xét một electron trong một chùm đơn năng đi tới một khe, như được cho trên hình 37-10. Bố trí thí nghiệm này có thể được xem như một cách để đo toạ độ y của electron đi qua khe. Một electron vừa ló qua khe có độ bất định $\Delta y = a$ bằng độ rộng của khe. Vì chúng ta không thể biết trước electron sẽ đập vào chỗ nào trên màn, nên thành phần động lượng p_y có độ bất định là Δp_y mà chúng ta sẽ cần phải xác định. Sử dụng bản chất sóng của electron, chúng ta có thể đoán nhận rằng electron sẽ chủ yếu đập vào đâu đó trên màn trong khoảng giữa hai cực tiểu đầu tiên của bức tranh nhiễu xạ qua một khe, như được chỉ ra trên hình. Điều kiện cực tiểu đối với sóng có bước sóng λ là $\text{asin}\theta = \lambda$. Độ bất định về động lượng đối với electron đập vào đâu đó giữa hai cực tiểu này là $|\Delta p_y| = 2psin\theta = 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\sin\theta$, như đã được chỉ ra trên hình vẽ. Tích các độ bất định bằng :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y = a \left[2 \left(\frac{h}{\lambda} \right) \sin\theta \right] = 2h$$

vì $\text{asin}\theta = \lambda$. Như vậy, quá trình đo dẫn tới những độ bất định phù hợp với hệ thức bất định Heisenberg. Trong ví dụ này, việc xác định độ bất định của các đại lượng đặc trưng cho hạt đều được liên hệ với bản chất sóng của electron và là đúng một cách tổng quát.



Hình 37-10. Một chùm electron chiếu tới một khe hẹp. Khi đó toạ độ y của electron vừa đi qua khe có độ bất định là $\Delta y = a$. Độ bất định về động lượng tương ứng với vùng trung tâm của bức tranh nhiễu xạ qua một khe, sao cho $\frac{1}{2}|\Delta p_y| = p \sin\theta$.

Ngoài phương trình (37-2), còn có một hệ thức khác có dạng tương tự và chúng được gọi là *các hệ thức bất định Heisenberg*. Đối với hạt trong không gian ba chiều, có một hệ thức bất định cho mỗi cặp thành phần toạ độ và động lượng. Các cặp đó là :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{1}{2}\hbar$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{1}{2}\hbar$$

Chú ý rằng trong tích các độ bất định ở trên toạ độ chỉ xuất hiện với thành phần động lượng tương ứng, chẳng hạn Δx với Δp_x . Không có tích tối thiểu của các độ bất định đối với toạ độ và thành phần động

lượng vuông góc với nó, chẳng hạn tích $\Delta x \cdot \Delta p_y$ vẫn có thể bằng không.

Ngoài các hệ thức trên, còn có các hệ thức bất định đối với cặp các đại lượng khác. Trong số các hệ thức đó, có một hệ thức quan trọng liên quan đến năng lượng E và thời gian t. Giả sử rằng năng lượng của hệ được đo với độ bất định là ΔE và phép đo kéo dài trong khoảng thời gian Δt . Khi đó hệ thức bất định Heisenberg cho cặp đại lượng này là :

VÍ DỤ 37-3

Hệ thức bất định Heisenberg áp dụng cho một hòn đá. Chứng tỏ rằng hệ thức bất định Heisenberg không đặt những hạn chế có tính chất thực tiễn nào đối với một vật vĩ mô như hòn đá, chẳng hạn.

Giải. Xét một hòn đá nặng 5g chuyển động với thành phần vận tốc thường gấp là $v_x = 1\text{m/s}$. Khi đó thành phần động lượng tương ứng là $p_x = mv_x = 0,005\text{ kg.m/s}$. Giả sử rằng bằng một phép đo cẩn thận ta xác định được động lượng trên với độ chính xác $\frac{1}{10^6}$: $\Delta p_x = 5 \cdot 10^{-9}\text{ kg.m/s}$. Khi đó cận dưới của độ bất định toạ độ Δx được cho bởi hệ thức bất định Heisenberg trong phương trình (37-2) :

$$\Delta x \geq \frac{\frac{1}{2}\hbar}{\Delta p_x} = \frac{1/2(1,05 \cdot 10^{-34}\text{ Js})}{5 \cdot 10^{-9}\text{ kg.m/s}} \geq 1 \cdot 10^{-26}\text{ m}$$

Giới hạn này đối với độ bất định về toạ độ Δx không có ý nghĩa thực tiễn vì giá trị quá nhỏ của nó. Để so sánh, chú ý rằng kích thước của hạt nhân nguyên tử còn lớn gấp 10^{11} lần giá trị đó.

Bài tự kiểm tra 37-3

Giả sử năng lượng của một hạt được đo trong khoảng thời gian $1 \cdot 10^{-6}\text{s}$. Hãy dùng hệ thức bất định để xác định độ bất định nhỏ nhất đối với giá trị đo được của năng lượng.

$$\text{Đáp số : } 5 \cdot 10^{-29}\text{ J} \approx 3 \cdot 10^{-10}\text{ eV.}$$

VÍ DỤ 37-4

Đánh giá nhờ hệ thức bất định. Hãy dùng hệ thức bất định đánh giá động năng của electron trong nguyên tử hiđrô.

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{1}{2}\hbar \quad (37-3)$$

Nếu phép đo năng lượng diễn ra trong khoảng thời gian Δt , thì độ bất định trong giá trị của năng lượng ít nhất phải bằng $\frac{\hbar}{2\Delta t}$. Như vậy, để đo được một cách chính xác năng lượng của hệ ($\Delta E = 0$) thì cần phải có thời gian dài vô hạn.

Giải. Độ bất định về toạ độ của electron trong nguyên tử hiđrô vào cỡ kích thước của nguyên tử đó. Bán kính Bohr, $a_0 = 0,053\text{nm}$, cho một đánh giá hợp lí về độ bất định của vị trí Δx . Độ bất định về động lượng có cận dưới cho bởi phương trình (37-2) : $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \approx \frac{\hbar}{2a_0}$. Chúng ta sẽ dùng giá trị $\frac{\hbar}{2a_0}$ như một đánh giá về độ lớn p của động lượng. Tức là độ lớn của động lượng ít nhất cũng lớn như độ bất định của nó. Khi đó giá trị ước lượng của động năng electron là $K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{2a_0} \right)^2$ hay $K = \frac{\hbar^2}{8ma_0^2}$.

Vậy :

$$K = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34} \text{J.s})^2}{(8)(9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg})(0,053\text{nm})}$$

$$= 5 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 3 \text{eV}$$

Dùng mẫu Bohr của hiđrô để so sánh và nhớ lại rằng electron ở trạng thái cơ bản có động năng $K = 13,6\text{eV}$, vì vậy giá trị ước lượng ở trên là hợp lí.

Bài tự kiểm tra 37-4

Hãy dùng phương pháp như ở ví dụ trên để ước lượng động năng của proton trong hạt nhân. Cho đường kính của hạt nhân cỡ $5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

Đáp số : $2 \cdot 10^5 \text{eV} = 0,2 \text{ MeV}$.

37-5. Ý NGHĨA CỦA HÀM SÓNG

Hệ thức de Broglie $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ cho bước sóng của sóng liên quan với hạt, chẳng hạn như photon hoặc electron có động lượng p . Trong trường hợp ánh sáng, chúng ta đã xem ánh sáng như một sóng thì đó là sóng điện từ với điện trường và từ trường dao động. Đối với bức tranh hạt hay mô hình hạt của ánh sáng, chúng ta xét các photon riêng biệt, mỗi hạt đều có năng lượng và động lượng gián đoạn.

Vậy những mô tả tương ứng cho electron là gì ? Bức tranh hạt của electron được hình dung bằng cách cho nó một động lượng và năng lượng cùng với bảng liệt kê một số tính chất riêng (nội tại) của nó như

diện tích và khối lượng. Bức tranh sóng của electron khó hình dung hơn. Vấn đề là ở chỗ cái gì là lượng sóng đối với một electron ? Cho đến đây chúng ta đã biết cách xác định bước sóng của sóng đó đối với hạt có động lượng p . Chúng ta cũng đã dùng nguyên lý chồng chập đối với các sóng tuyến tính để giải thích các hiệu ứng giao thoa quan sát được đối với các electron. Nhưng chúng ta chưa đưa ra được dạng toán học của một sóng như vậy và cũng chưa giải thích ý nghĩa vật lí của nó.

Một đặc điểm quan trọng của bức tranh giao thoa đối với các electron đã được nhắc tới trong thảo luận của chúng ta về thí nghiệm hai khe ở mục 37-3. Bức tranh

giao thoa quan sát được cho phân bố của *nhiều electron* đập vào màn. Ở các giai đoạn đầu của thí nghiệm, như được chỉ ra trên hình 37-9a, không có một bức tranh rõ rệt được tạo thành bởi một số ít electron đập vào màn. Chúng ta không có một ý niệm nào về vị trí các electron tiếp sau sẽ đập vào màn. Chỉ sau khi có *nhiều electron* đập vào màn, bức tranh hai khe đặc trưng mới được định hình rõ ràng.

Giả sử chúng ta xác định tỉ phần f của các electron đập vào một vùng nhỏ nào đó trên màn. Chúng ta không biết electron tiếp theo sẽ đập vào đâu. Nhưng chúng ta có thể đánh giá được cơ may hay xác suất P để electron tiếp theo sẽ đập vào vùng nhỏ đã cho đó. Phỏng đoán tốt nhất sẽ là : xác suất đó đúng bằng tỉ phần các electron đã tới vùng đó trên màn, tức là $P = f$. Nếu vùng trên màn ở gần một cực tiểu của bức tranh giao thoa, thì xác suất chạm vào vùng đó của electron sẽ rất nhỏ. Đối với vùng ở gần một cực đại của bức tranh giao thoa, xác suất đó sẽ tương đối lớn. Như vậy, chúng ta có thể xem *bức tranh giao thoa hai khe như một bức tranh xác suất* – xác suất để electron sau khi đi qua hai khe sẽ đập vào một vùng nào đó đã cho trên màn.

Việc sử dụng xác suất làm cho sự mô tả electron có tính chất thống kê và là một yếu tố then chốt của cơ học lượng tử. Việc giải thích ý nghĩa vật lí của hàm sóng do công chủ yếu của nhà vật lí người Đức Max Born (1882–1970) và được thể hiện thông qua xác suất theo cách sau :

Hàm sóng đối với một hạt, chẳng hạn như electron, được ký hiệu bởi $\psi(x, y, z)$. Ta hãy xét một yếu tố thể tích $dV = dx dy dz$ với tâm tại điểm có tọa độ (x, y, z) . Xác

suất (vi phân) dP để hạt nằm trong yếu tố thể tích dV được cho bởi :

$$dP = |\psi(x, y, z)|^2 dV \quad (37-4)$$

ở đây $|\psi|^2$ là bình phương módun⁽¹⁾ của hàm sóng ψ . Vì $|\psi|^2$ nhân với dV cho xác suất, nên bình phương módun của hàm sóng $|\psi(x, y, z)|^2$ chính là *mật độ xác suất* – tức là xác suất để hạt nằm trong một đơn vị thể tích tại điểm (x, y, z) .

Đối với một vùng hữu hạn có thể tích V , lấy tích phân phương trình (37-4) ta sẽ nhận được xác suất P_V để hạt ở trong vùng đó :

$$P_V = \int_V |\psi|^2 dV$$

Vì hạt ở đâu đó trong toàn không gian là một biến cố chắc chắn, nên xác suất sẽ bằng đơn vị ($P_\infty = 1$) nếu ta tích phân theo toàn không gian :

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV \quad (37-5)$$

và hàm sóng được nói là đã được *chuẩn hóa*.

Để thấy sự giao thoa xảy ra như thế nào đối với xác suất, ta hãy áp dụng nguyên lí chồng chập. Giả sử ψ_1 là hàm sóng tại một điểm trên màn đối với electron tới chỉ từ khe 1 (khe 2 đóng), và ψ_2 biểu diễn hàm sóng tại điểm đó đối với electron tới chỉ từ khe 2 (khe 1 đóng) thì khi hai khe đều mở hàm sóng sẽ là $\psi = \psi_1 + \psi_2$. Xác suất để

(1) Nói chung, hàm sóng là một số phức $\psi = \psi_R + i\psi_I$ với ψ_R và ψ_I là phần thực và phần ảo của nó và $i = \sqrt{-1}$. Khi đó $|\psi|^2 = \psi_R^2 + \psi_I^2$. (Xem BTNC 5).

électron tới một điểm trên màn phụ thuộc vào $|\psi|^2$, trong đó :

$$|\psi|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2 \quad (37-6)$$

Bức tranh giao thoa đối với các électron trong thí nghiệm hai khe là kết quả của hiệu pha giữa hai hàm sóng ψ_1 và ψ_2 . Cực đại giao thoa sẽ xảy ra tại những điểm ψ_1 và ψ_2 cùng pha sao cho $\psi_2 = \psi_1$. Cực tiểu giao thoa sẽ xảy ra tại các điểm ψ_1 và ψ_2 ngược pha, tức là $\psi_1 = -\psi_2$ và $\psi = \psi_1 + \psi_2 = 0$. Như vậy, $|\psi|^2$ cho bức tranh giao thoa đối với xác suất trên màn và bức tranh này tỉ lệ với bức tranh cường độ cho trên hình 37-7c. *Chú ý rằng bức tranh giao thoa xác suất hình thành bởi vì trước tiên ta lấy ψ_1 cộng với ψ_2 , rồi sau đó mới lấy môđun bình phương.*

Điều kiện của hàm sóng

Hàm sóng ψ về mặt toán học phải thỏa mãn một số điều kiện nhất định để có thể mô tả đúng tính chất vật lí của hiện tượng. Các điều kiện của hàm sóng là như sau :

- Hàm sóng phải *giới nội*, điều này suy ra từ điều kiện chuẩn hoá của hàm sóng, vì nếu không giới nội thì tích phân 37-5 không thể giới nội (bằng 1).
- Hàm sóng phải *đơn trị*, vì nếu không đơn trị thì ứng với mỗi trạng thái có nhiều giá trị xác suất tìm hạt, điều đó không phù hợp với lí thuyết xác suất.
- Hàm sóng phải *liên tục*, vì mật độ xác suất tìm hạt $|\psi|^2$ không thể thay đổi nhảy vọt.
- Đạo hàm bậc một của hàm sóng phải liên tục, điều này rút ra từ điều kiện của phương trình mà hàm sóng phải thỏa mãn.

37-6. PHƯƠNG TRÌNH SCHRÖDINGER

Trong mục trước chúng ta đã giải thích ý nghĩa vật lí của hàm sóng đối với một hạt. Nếu chúng ta biết hàm sóng ψ đối với một électron, ta có thể tính được $|\psi|^2$ tại một điểm và đó chính là mật độ xác suất tìm hạt tại điểm đó. Nhưng làm thế nào chúng ta tìm được hàm sóng ? Liệu có một phương trình sóng cho électron tương tự như phương trình sóng đối với ánh sáng không ? Năm 1926, Erwin Schrödinger (1887-1961) đã đưa ra một phương trình như vậy và giải nó cho một số trường hợp quan trọng. Phương trình đó bây giờ được gọi là **phương trình Schrodinger**.

Phương trình Schrödinger không thể được rút ra một cách chặt chẽ. Cũng giống như các phương trình Maxwell trong điện từ

học cổ điển, sự đúng đắn của phương trình Schrödinger dựa trên khả năng tiên đoán hoặc mô tả đúng kết cục các thực nghiệm của nó. Tương tự phương trình sóng đã được phát triển trong các chương từ 27 đến 30, phương trình Schrödinger chứa các đạo hàm của hàm sóng ψ .

Chúng ta có thể dẫn đến dạng của phương trình này bằng cách dùng hệ thức $p = \frac{h}{\lambda}$ – hệ thức mô tả lưỡng tính sóng hạt trong một trường hợp đặc biệt. Ta hãy xét một *sóng điều hoà* có bước sóng λ truyền theo trục x. Ta sẽ dùng *số sóng* $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ và dạng sóng :

$$\psi = A \sin(kx) + B \cos(kx) \quad (37-7)$$

với A và B không phụ thuộc x. (Loại dạng sóng này đã được dùng trong chương 27).

Ta giả sử rằng đây là *hàm sóng của một hạt tự do* có động lượng không đổi $p = mv$.

Vì $p = \frac{\hbar}{\lambda}$ và $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, ta có $p = \left(\frac{\hbar}{2\pi}\right)\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)$

hay :

$$p = \hbar k \quad (37-8)$$

Đối với hạt tự do này, năng lượng E của nó

hoàn toàn là động năng và $E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$.

Thay p từ phương trình (37-8) vào, ta được :

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (37-9)$$

Công thức này biểu diễn năng lượng E qua số sóng k – một tham số quan trọng của hàm sóng trong phương trình (37-7). Vì ψ phụ thuộc điều hoà vào x, lấy đạo hàm bậc

hai của ψ , ta được $\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi$, hay

$$k^2 = -\frac{1}{\psi} \frac{d^2\psi}{dx^2}$$

Thay k^2 vào phương trình (37-9), ta được :

$$E = -\frac{1}{\psi} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2}$$

hay

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

Đây chính là phương trình Schrödinger cho trường hợp đặc biệt này.

Bây giờ ta sẽ thực hiện hai phép *tổng quát hóa* : (a) phương trình cũng cần phải chứa các toạ độ không gian khác, tức là y và z ; (b) thế năng U (x,y,z) của hạt cũng cần phải được tính vào. Các phép tổng quát

hoá đó dẫn tới *phương trình sóng Schrödinger* đối với $\psi(x,y,z)$:

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right) + U(x,y,z)\psi \\ & = E\psi. \end{aligned} \quad (37-10)$$

Chú ý rằng ở đây ta dùng đạo hàm riêng vì x,y,z là các biến độc lập.

Một khi thế năng U (x,y,z) đã được cho, phương trình Schrödinger cần được giải cho ψ với những điều kiện thích hợp đối với ψ ở biên của vùng không gian. Trong cơ học lượng tử, ta thừa nhận rằng *trạng thái của hạt (hay hệ hạt)* được xác định *một cách hoàn toàn bởi hàm sóng của nó*.

Nghiệm ψ của phương trình Schrödinger xác định hàm sóng của hạt, từ đó có thể xác định được mọi thứ (tức là các đại lượng vật lí) mà chúng ta có thể biết được về chuyển động của hạt ở trạng thái đó. Bằng cách giải phương trình Schrödinger, thông qua các xác suất chúng ta có thể tiên đoán được kết cục của một thí nghiệm. Tất nhiên, tiên đoán đúng kết quả của một thí nghiệm là trắc nghiệm tối hậu đối với một lý thuyết. Chúng ta sẽ xem xét một số ví dụ đặc biệt về phương trình Schrödinger và nghiệm của nó ở các mục sau.

Phương trình (37-10) không chứa thời gian nên được gọi là *phương trình Schrödinger không phụ thuộc thời gian*, nó mô tả các *trạng thái dừng* của hạt. Cũng có một *phương trình Schrödinger phụ thuộc thời gian*, đó là :

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right) + U(x,y,z)\psi \\ & = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} \end{aligned} \quad (37-11)$$

ở đây $i = \sqrt{-1}$. Phương trình này điều khiển diển biến của hàm sóng *phụ thuộc thời gian* $\psi(x,y,z,t)$ đối với một hạt. Về phương diện này, phương trình Schrödinger tương tự với định luật Newton thứ hai –

định luật mô tả diển biến chuyển động của một hạt trong cơ học cổ điển. Sau đây chúng ta sẽ tập trung xem xét phương trình Schrödinger không phụ thuộc thời gian.

37-7. HẠT TRONG GIẾNG THẾ NĂNG MỘT CHIỀU

Để đưa ra một minh họa đơn giản về việc giải phương trình Schrödinger, ta hãy xét một hạt có khối lượng m bị nhốt trong một vùng một chiều $0 \leq x \leq L$. Giả sử rằng hạt có thể chuyển động *tự do* theo cả hai hướng. Các điểm mút của vùng có tác dụng như một "thành" phản xạ làm cho hạt không thể ra ngoài vùng này được. Hàm thế năng $U(x)$ đối với tình huống mô tả ở trên được vẽ phác trên hình 37-11. Hình vẽ gợi cho ta hình dung hạt như ở trong một cái mà ta gọi là **giếng thế năng** (còn gọi là **hở**). Trong vùng giữa $x = 0$ và $x = L$ hạt chuyển động tự do. Điều này tương ứng với thế năng không đổi và vì điểm không của thế năng có thể chọn tùy ý nên ta đặt $U = 0$ trong vùng đang xét. Tác dụng của thành phản xạ được biểu diễn bởi $U \rightarrow \infty$. Hệ một chiều này có thể được dùng như một mô hình đơn giản nhưng hữu ích cho một electron ở trong một số các phân tử có dạng mạch (xem ví dụ 37-5). Trong chương 39 (mục 39-1), ta sẽ xét hạt trong một giếng thế năng ba chiều.

Từ phương trình (37-10) ta có thể nhận được phương trình Schrödinger cho hạt ở trong giếng bằng cách đặt $U = 0$ và lưu ý rằng ở đây chỉ có toạ độ x là có liên quan. Khi đó :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

Nhân hai vế phương trình với $-\frac{2m}{\hbar^2}$ và thay $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ vào ta được :

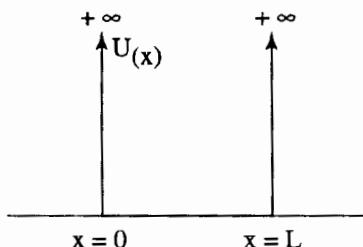
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi \quad (37-12)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình (37-12) có dạng :

$$\psi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$$

Ta đòi hỏi hàm $\psi(x)$ phải bằng không ở khắp nơi ngoài giếng, vì xác suất tìm hạt ở ngoài giếng bằng không. Hàm sóng cũng cần phải bằng không ở hai điểm mút – là "thành" của giếng, vì mật độ xác suất $|\psi|^2$ cần phải liên tục. Như vậy, $\psi(x) = 0$ đối với $x = 0$ và $x = L$ là các *điều kiện biên* đối với bài toán này. Đối với $x = 0$:

$$\psi(0) = B = 0$$



Hình 37-11. Hạt tự do được nhốt trong hộp với chiều dài L có thế năng $U = 0$ đối với $0 < x < L$; $U \rightarrow \infty$ với $x < 0$ và $x > L$.

Điều này có nghĩa là $\psi(x) = A \sin(kx)$. Đòi hỏi $\psi(L) = A \sin(kL) = 0$ có thể thoả mãn đối với một số giá trị xác định của k mà ta sẽ kí hiệu là k_n . Vì sin của một số nguyên lần của π bằng không, tức $\sin(n\pi) = 0$, nên ta có $kL = n\pi$ hay :

$$k_n = \frac{n\pi}{L} \quad (37-13)$$

$$(n = 1, 2, 3 \dots)$$

Đối với mỗi một giá trị cho phép k_n , ta có một hàm sóng $\psi_n(x)$. Đây là hàm sóng cho trạng thái dừng với năng lượng $E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$, hay dùng phương trình (37-13) ta được :

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 \quad (37-14)$$

$$(n = 1, 2, 3 \dots)$$

Hàm sóng đối với hạt trong giếng thế với năng lượng E_n là $\psi_n(x) = A \sin(k_n x)$ hay :

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (37-15)$$

$$(n = 1, 2, 3 \dots)$$

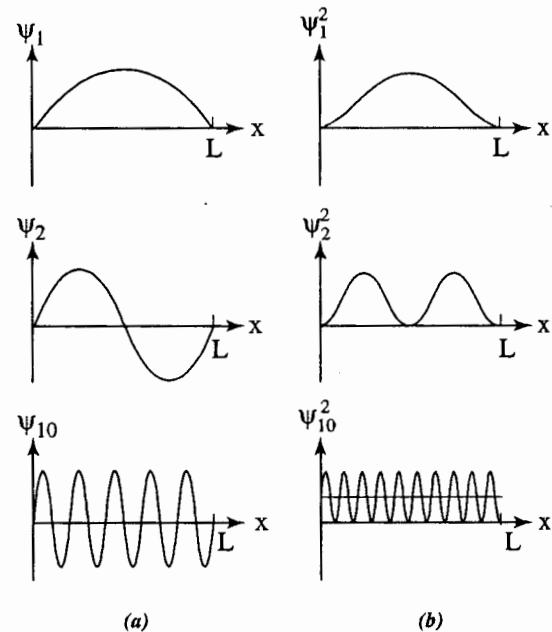
Giá trị của hằng số $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$ được xác định từ điều kiện chuẩn hoá hàm sóng, tức

là $\int_0^L |\psi_n(x)|^2 dx = 1$. Nghiệm ta vừa tìm

được chứng tỏ rằng năng lượng của hạt trong giếng bị *lượng tử hoá*, tức năng lượng chỉ giới hạn trong một tập các giá trị được cho bởi phương trình (37-14). Chú ý rằng sự lượng tử hoá năng lượng là kết quả của việc áp dụng các điều kiện biên.

Đối với mỗi giá trị năng lượng E_n có một hàm sóng ψ_n được cho bởi phương trình (37-15). Các hàm sóng đối với hạt trong

giếng thế có thể được xem là tương tự đối với các sóng đứng trên một sợi dây căng (đã được xét ở mục 27-5). Một số hàm sóng được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 37-12a.



Hình 37-12. (a) *Hàm sóng ψ_n và (b) mật độ xác suất $|\psi|^2$* được vẽ cho các trường hợp $n = 1$, $n = 2$ và $n = 10$. Đối với ψ_{10}^2 còn vẽ cả mật độ xác suất trung bình, nó cho ta một hình dung về phân bố xác suất cổ điển đối với hạt trong giếng thế.

Bình phương môđun hàm sóng $|\psi(x)|^2$ cho ta mật độ xác suất tìm hạt trên một đơn vị dài ở điểm x . Các đồ thị biểu diễn mật độ xác suất của một số trạng thái được cho trên hình 37-12b. Cần lưu ý đáng diệu dao động của :

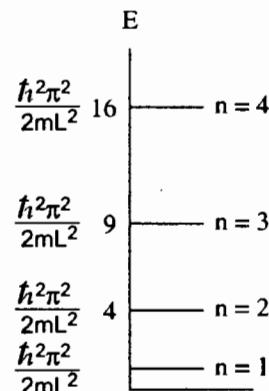
$$|\psi_n|^2 = \psi_n^2 = \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Ở một số điểm trong giếng, ψ^2 bằng không, sao cho không bao giờ có thể tìm thấy hạt ở các điểm đó. Đối với trạng thái

$n = 1$, mật độ xác suất lớn nhất ở tâm của giếng. Các đặc tính cơ học lượng tử này hoàn toàn tương phản với phân bố xác suất đối với một hạt *cổ điển* trong giếng. Thật vậy nếu chúng ta chỉ biết năng lượng của một hạt cổ điển chuyển động tự do trong giếng, thì mật độ xác suất phải như nhau tại mọi điểm trong giếng. Nhưng đối với trạng thái có số lượng tử n lớn, hàm sóng ψ và mật độ xác suất ψ^2 biến thiên nhanh theo x . Nếu lấy trung bình mật độ xác suất trên đoạn thẳng chứa một chu kỳ, thì phân bố tìm được sẽ phù hợp với trường hợp cổ điển. Điều này đã được chỉ ra trên hình 37-12b đối với ψ_{10}^2 .

Một số giá trị năng lượng khả dĩ đối với hạt trong giếng được biểu diễn trên sơ đồ mức năng lượng trong hình 37-13. Các mức năng lượng – tỉ lệ với n^2 – có khoảng cách tăng khi n tăng. Chú ý rằng mức năng

lượng thấp nhất E_1 là dương. Trái lại, hạt cổ điển trong vùng có thế năng $U = 0$ cũng có thể đứng yên, sao cho $E = K + U = 0$. Trong cơ học lượng tử, hạt trong giếng không thể đứng yên. Năng lượng cực tiểu E_1 của nó là dương và thường được gọi là *năng lượng điểm không*.



Hình 37-13. Bốn mức năng lượng thấp nhất của hạt trong giếng.

VÍ DỤ 37-5

Phân tử thuỷt nhuộm. Một số phân tử thuỷt nhuộm hữu cơ có một mạch gồm một số nguyên tử cacbon nằm dọc theo một đường thẳng. Một electron tham gia liên kết các nguyên tử này xử sự na ná như một hạt trong giếng thế năng. Trong mô hình một loại phân tử thuỷt nhuộm, người ta giả thiết rằng electron được nhốt trên một mạch một chiều có chiều dài 0,94nm. (a) Hãy xác định năng lượng của bốn trạng thái thấp nhất; (b) So sánh mật độ xác suất ở điểm giữa của mạch cho các trạng thái với $n = 3$ và $n = 4$; (c) Màu của thuỷt nhuộm là do sự dịch chuyển giữa hai trạng thái này. Hỏi đây là màu gì?

Giải. (a) Các mức năng lượng được cho bởi phương trình (37-14) :

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})^2 \pi^2}{2(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (0,94 \text{ nm})^2} n^2$$

$$= (0,43 \text{ eV}) \cdot n^2$$

Đối với $n = 1, 2, 3, 4$ ta có $E_1 = 0,43 \text{ eV}$, $E_2 = 1,7 \text{ eV}$, $E_3 = 3,8 \text{ eV}$, $E_4 = 6,8 \text{ eV}$

(b) Tại $x = \frac{L}{2}$, hai hàm sóng tương ứng bằng :

$$\psi_3 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\sqrt{\frac{2}{0,94\text{nm}}}$$

và :

$$\psi_4 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{4\pi}{2}\right) = 0$$

Xác suất tìm hạt trên một đơn vị dài tại điểm trên là bình phương môđun hàm sóng tại điểm đó. Như vậy tại $x = \frac{L}{2}$, $|\psi_3|^2 = \left(-\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^2 = \frac{2}{L} = 2,1\text{nm}^{-1}$ và $|\psi_4|^2 = (0)^2 = 0$

(c) Khi electron chuyển dời từ trạng thái có $n = 4$ sang trạng thái có $n = 3$ sẽ có một phôtônen được phát ra. Năng lượng của phôtônen này bằng $h\nu = E_4 - E_3 = 3,0\text{eV}$. Tần số của ánh sáng phát ra bằng $\nu = (3,0\text{eV})/h = 7,2 \cdot 10^{14}\text{Hz}$ tương ứng với bước sóng $\lambda = \frac{c}{\nu} = 410\text{nm}$ nằm trong phần tím của quang phổ.

Bài tự kiểm tra 37-5

(a) Đối với phân tử thuốc nhuộm trong ví dụ trên, hãy xác định bước sóng của ánh sáng phát ra trong chuyển dời từ trạng thái với $n = 3$ sang trạng thái có $n = 2$. (b) Hãy xác định màu của ánh sáng đó.

Đáp số : (a) 580nm ; (b) màu vàng.

37-8. DAO ĐỘNG TỬ ĐIỀU HOÀ

Trong vật lí cổ điển, dao động tử điều hoà được dùng như một mô hình cho những dao động cơ học và dao động điện. Trong cơ học lượng tử, dao động tử điều hoà cũng được dùng như một mô hình lí tưởng hoá quan trọng của các hệ thực. Ở đây chúng ta sẽ xét một số đặc tính lượng tử của một dao động tử điều hoà một chiều.

Thế năng của dao động tử điều hoà $U = \frac{1}{2}kx^2$ với k là độ cứng của lò xo.

Trong vật lí cổ điển, hạt với khối lượng m chuyển động trong thế năng đó sẽ dao động với tần số v và tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi v$. Thế năng thường được

viết dưới dạng $U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ khi dùng $k = m\omega^2$. Phương trình Schrödinger đối với dao động tử điều hoà nhận được bằng cách dùng thế năng trên trong phương trình (37-10) và giới hạn chỉ xét toạ độ x :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi = E\psi \quad (37-16)$$

Vì thế năng tăng cùng với x như $\frac{1}{2}m\omega^2x^2$, nên đối với một dao động tử điều hoà cổ điển, phạm vi biến thiên của x là có giới hạn : đây là một hệ liên kết. Điều này gợi ý rằng xác suất tìm hạt ở khoảng cách lớn từ vị trí cân bằng là nhỏ. Do đó, ta đòi hỏi

hàm sóng ψ tiến tới không khi $x \rightarrow \pm \infty$. Phương trình Schrödinger (37-16) có nghiệm thoả mãn điều kiện trên chỉ đối với một tập gián đoạn các giá trị của E . Việc tìm nghiệm của bài toán trên đòi hỏi những kiến thức toán học vượt ra ngoài phạm vi của giáo trình này. Tuy nhiên, kết quả thu được có một số nét quen thuộc. Cũng giống như với hạt trong giếng thế năng, năng lượng của dao động tử diều hòa bị lượng tử hoá. Ta kí hiệu các mức năng lượng với chỉ số nguyên n :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu \quad (37-17)$$

($n = 0, 1, 2 \dots$)

Sơ đồ các mức năng lượng được cho trên hình 37-14 cho thấy các mức bắt đầu từ trạng thái cơ bản với $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$ và các mức tiếp theo có năng lượng cao hơn. Từ phương trình (37-17) và từ hình vẽ, ta thấy rằng các mức năng lượng ở đây cách đều nhau: $E_{n+1} - E_n = \hbar\omega = h\nu$ và về cơ bản đó là giả thiết của Planck được mô tả ở mục 36-2.

Đối với mỗi mức năng lượng E_n có một hàm sóng đặc trưng ψ_n có dạng:

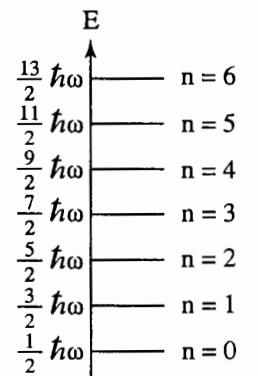
$$\psi_n(x) = f_n(x) e^{-x^2/2a^2}$$

trong đó $a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ là hằng số có thứ nguyên chiều dài và $f_n(x)$ là một đa thức bậc n . Đối với ba hàm sóng đầu tiên, ta có $f_0 = A_0$, $f_1 = A_1 x$ và $f_2 = A_2(2x^2 - a^2)$, trong đó A_0 , A_1 và A_2 là các hằng số. Vậy, ta có:

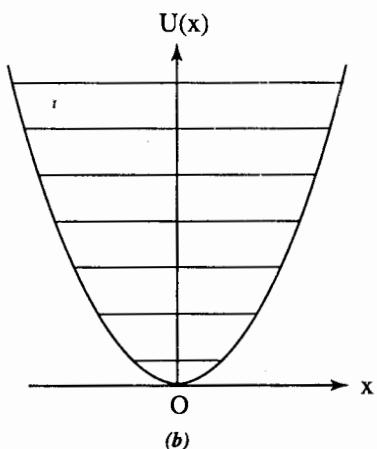
$$\psi_0 = A_0 e^{-x^2/2a^2}$$

$$\psi_1 = A_1 x e^{-x^2/2a^2} \quad (37-18)$$

$$\psi_2 = A_2(2x^2 - a^2) e^{-x^2/2a^2}$$



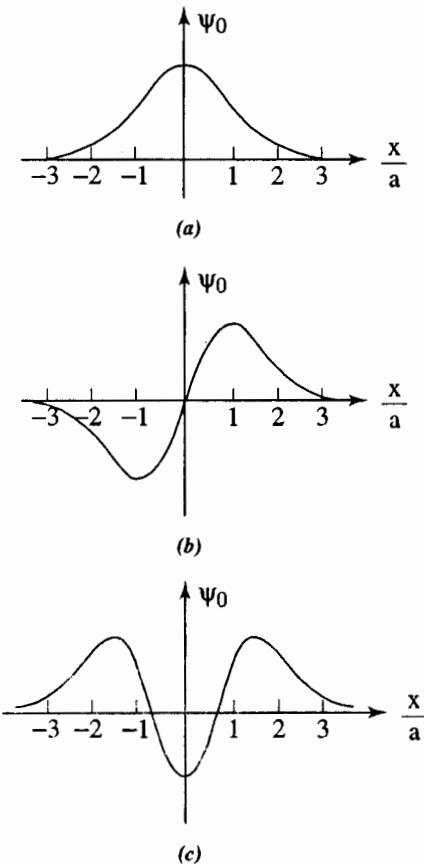
(a)



(b)

Hình 37-14. (a) Các mức năng lượng đối với một dao động tử diều hòa cách đều nhau. (b) Thể năng của dao động tử diều hòa $U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$. Thang năng lượng ở đây cũng như trên sơ đồ các mức năng lượng.

Đồ thị của các hàm sóng đó được cho trên hình 37-15. Trên trục x của đồ thị mỗi hàm sóng đều có đánh dấu những điểm quay lui đối với dao động tử điều hoà cổ điển tương ứng. Điều này có nghĩa là dao động tử cổ điển với năng lượng đó sẽ dao động giữa hai điểm quay lui đó. (Cân nhớ rằng ở điểm quay lui, hạt cổ điển sẽ đứng yên tức thời với năng lượng bằng năng lượng toàn phần). Chú ý rằng hàm sóng mở rộng cả ra ngoài vùng mà hạt có thể tới được theo nghĩa cổ điển. Như vậy, trong cơ học lượng tử, có thể tìm thấy hạt ở cả trong vùng bị cấm theo vật lí cổ điển. Theo vật lí cổ điển thì trong vùng cấm này hạt có năng lượng toàn phần nhỏ hơn thế năng của nó.



Hình 37-15. Hàm sóng của dao động tử điều hoà cho các trạng thái với : (a) $n = 0$, (b) $n = 1$ và (c) $n = 2$. Mỗi hàm sóng đều vươn ra cả bên ngoài vùng cấm theo vật lí cổ điển.

37-9. HIỆU ỨNG ĐƯỜNG HẦM

Các đặc tính hoạt động của một số dụng cụ điện tử quan trọng dựa vào hệ quả của sự kiện là hàm sóng của electron vươn cả ra ngoài vùng bị cấm theo vật lí cổ điển. Diot tunnen (đường hầm) bán dẫn và lớp tiếp xúc Josephson siêu dẫn là những ví dụ về các dụng cụ đó. Mỗi một dụng cụ trên đều có những tính chất tương tự với mô hình một chiều đơn giản được minh họa trên hình 37-16a. Trên hình vẽ, hạt có năng lượng E từ phía trái đi tới một hàng rào được biểu diễn bằng hàm thế năng dạng chữ nhật trong khoảng $0 < x < a$.

Nếu năng lượng toàn phần E của hạt nhỏ hơn U_0 thì vùng $x > 0$ là vùng hạt không thể tới được theo vật lí cổ điển. Điều này có nghĩa là hạt sẽ bị phản xạ ở hàng rào tại $x = 0$ và không thể đi vào vùng $x > 0$.

Trong cơ học lượng tử, hàm sóng có thể vươn cả vào vùng hàng rào thế – nơi mà theo vật lí cổ điển hạt không thể đến được. Nếu hạt có thể được tìm thấy ở bên phải hàng rào thế thì nó được mô tả như đã được "rò qua" hoặc "xuyên đường hầm" qua rào thế và do đó mới có tên diot

"tunnen" (đường hầm) cho dụng cụ bán dẫn sử dụng hiệu ứng đó.

Xác suất xuyên đường hầm nhận được bằng cách giải phương trình Schrödinger (37-10) đối với ba miền trên hình 37-16 với năng lượng $E < U_0$:

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0 \quad (\text{miền I})$$

với $k_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k_2^2 \psi_2 = 0 \quad (\text{miền II})$$

với $k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E)$ (37-19)

$$\frac{d^2\psi_3}{dx^2} + k_3^2 \psi_3 = 0 \quad (\text{miền III})$$

với $k_3^2 = k_1^2$

Nghiệm của các phương trình này viết dưới dạng phức như sau:

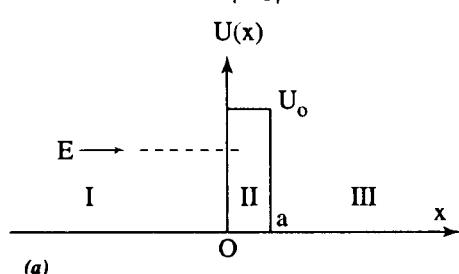
$$\begin{aligned}\psi_1 &= A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \\ \psi_2 &= A_2 e^{-k_2 x} + B_2 e^{k_2 x} \quad (37-20) \\ \psi_3 &= A_3 e^{ik_1(x-a)} + B_3 e^{-ik_1(x-a)}\end{aligned}$$

Số hạng $A_1 e^{ik_1 x}$ đặc trưng cho sóng tới hàng rào thế, còn $B_1 e^{-ik_1 x}$ đặc trưng cho sóng phản xạ từ mặt rào thế. Số hạng $A_3 e^{ik_1(x-a)}$ đặc trưng cho sóng truyền qua rào thế và $B_3 e^{-ik_1(x-a)}$ đặc trưng cho sóng phản xạ từ vô cùng, nhưng sóng này không có nên $B_3 = 0$. Như vậy, hàm sóng kết quả có dạng dao động cả về phía trái lẫn phía phải của rào thế, như được chỉ ra trên hình vẽ. Bên trong rào thế, tức là vùng

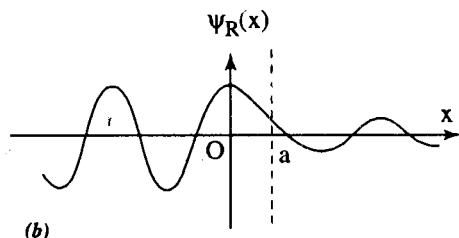
bị cấm theo cơ học cổ điển vì $E < U_0$, hàm sóng không có dạng dao động mà đơn điệu giảm theo x . Vì sự giảm đó mà hàm sóng ở bên phải rào thế có biên độ nhỏ hơn so với bên trái. Biên độ này phụ thuộc mạnh vào bề rộng a và độ cao U_0 của rào thế. Nó trở nên rất nhỏ đối với rào thế cao hoặc rộng.

Để đặc trưng cho sự xuyên hầm, người ta đưa vào một đại lượng gọi là **hệ số truyền qua**:

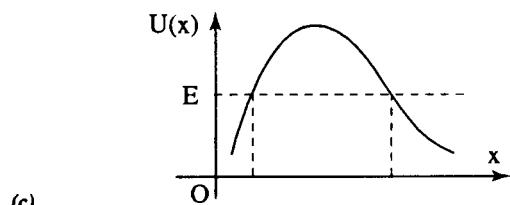
$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$



(a)



(b)



Hình 37-16. (a) Loại hàng rào thế năng có độ rộng a và "chiều cao" U_0 . Hạt với năng lượng $E < U_0$ di tới hàng rào từ phía bên trái. (b) Phần thực của hàm sóng $\psi_R(x)$ được vẽ một cách khái lược. Hàm sóng vươn cả vào vùng hàng rào thế năng. (c) Hàng rào thế năng có dạng bất kì.

Dựa vào các điều kiện liên tục của hàm sóng và đạo hàm của nó tại $x = 0$ và $x = a$, ta có thể xác định được các biên độ A_1 , A_3 . Không đi sâu vào chi tiết, hệ số truyền qua có công thức như sau :

$$D = D_0 e^{-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (37-21)$$

với D_0 là một hằng số.

Trong trường hợp tổng quát, hàng rào thế năng có dạng bất kì (hình 37-16c), biểu

thức của hệ số truyền qua có thể suy rộng từ phương trình (37-21) :

$$D \sim e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x)-E)} dx} \quad (37-22)$$

Xuyên đường hầm đối với một hạt, như electron chẳng hạn, là một hiệu ứng lượng tử. Không có một tương ứng cổ điển nào của sự xuyên đường hầm đối với một hạt.

Bài đọc thêm

CON MÈO CỦA SCHRÖDINGER

Hạt ở đâu khi nó nằm trong giếng thế năng ? Trong vật lí cổ điển, câu trả lời là rõ ràng vì nghiệm cổ điển cho vị trí của hạt như một hàm của thời gian. Tuy nhiên, trong cơ học lượng tử, câu hỏi đơn giản "Hạt ở đâu ?" lại có câu trả lời khá phức tạp. Giả sử hàm sóng được cho bởi ψ_2 trên hình 37-12. Tất cả những điều mà ta có thể biết đó là xác suất để hạt ở những vị trí khác nhau trong giếng với mật độ xác suất được cho bởi $|\psi_2|^2$. Bạn có thể nói rằng chắc là hạt cần phải ở một vị trí đặc biệt nào đó, nhưng cơ học lượng tử chỉ ra rằng nếu bạn chỉ biết năng lượng của hạt trong giếng thế thì bạn phải vứt bỏ ý niệm về vị trí xác định của hạt và phải mô tả nó một cách xác suất cho bởi $|\psi_2|^2$.

Bản chất xác suất này được đưa ra từ một loạt "các thí nghiệm tưởng tượng" do Einstein và Nils Bohr cùng với những người khác đề xuất trong quá trình phát triển của lí thuyết lượng tử. Một thí nghiệm



Erwin Schrödinger

tưởng tượng đó là sự mô tả một thí nghiệm có thể thực hiện được về nguyên tắc và có thể nêu bật được sự khác nhau giữa cách mà một trạng thái của hệ được mô tả trong lí thuyết cổ điển và lí thuyết lượng tử. Einstein không ưng bản chất của lí thuyết lượng tử, ông nói : "Chúa không chơi trò gieo

súc xác với vũ trụ". Tất nhiên, Einstein thừa biết lí thuyết lượng tử đã mô tả đúng đắn những kết quả của các thí nghiệm thực sự, nhưng ông vẫn hy vọng có thể phát triển một lí thuyết không có bản chất xác suất.

Một thí nghiệm tưởng tượng nổi tiếng có tên là "Con mèo của Schrödinger" đã được Erwin Schrödinger đưa ra vào năm 1935.

Một con mèo được nhốt trong một buồng thép cùng với một dụng cụ vô cùng hiểm ác sau (dụng cụ này cần phải bảo đảm để không có sự can thiệp trực tiếp từ phía con mèo) : Trong một máy đếm Geiger có một mẫu nhỏ chất phóng xạ – nhỏ đến mức trong suốt một giờ chỉ có thể có một nguyên tử hoặc không có nguyên tử nào phân rã với xác suất như nhau. Nếu có phân rã, ống đếm sẽ phóng điện và thông qua một rôle làm rơi chiếc búa để đập vỡ một lọ nhỏ axit hiđrôxianic (rất độc). Nếu người ta để cho toàn bộ hệ trên cô lập trong một giờ, con mèo sẽ sống nếu trong thời gian đó không có một nguyên tử nào phân rã. Sự phân rã của nguyên tử đầu tiên sẽ làm cho con mèo chết vì chất độc.

Hỏi sau một giờ hệ sẽ ở trạng thái nào ? Theo lí thuyết cổ điển thì con mèo của Schrödinger hoặc là sống hoặc là

chết và khi mở phòng ra chúng ta sẽ thấy khả năng nào là đúng. Theo lí thuyết lượng tử thì trước khi mở phòng ra con mèo không sống cũng không chết, mà ở trạng thái là chồng chập của hai trạng thái $\psi = \psi_{\text{sống}} + \psi_{\text{chết}}$. Chừng nào thực hiện phép đo – mà trong trường hợp này là hành động mở phòng và nhìn con mèo – thì hàm sóng mô tả con mèo mới chuyển từ hàm sóng "nửa sống – nửa chết" hoặc sang hàm sóng sống hoặc sang hàm sóng chết. Sự thay đổi đột ngột này trong trạng thái của một hệ khi tiến hành phép đo thường được mô tả như sự co lại của hàm sóng.

Việc xem con mèo không sống cũng không chết mà là chồng chập 50 phần trăm của hai trạng thái đó là một điều thật nghịch lí, nếu muốn không nói là khó nghe. Vậy lời giải của nghịch lí đó là gì ? Ở một chừng mực nào đó, nghịch lí này không có lời giải. Đa số các nhà vật lí đều tin rằng việc xem xét vấn đề này chẳng ảnh hưởng gì đến các phép đo hoặc lí thuyết mà họ sử dụng đối với các hệ có kích thước nguyên tử và họ hy vọng rằng ở đâu đó giữa các nguyên tử và những con mèo, vật lí lượng tử "sẽ chuyển mạch sang" vật lí cổ điển.

?

CÂU HỎI

- 1** Hãy nêu một số điểm giống nhau và khác nhau giữa phôtôn và électron.
- 2** Xét các bước sóng de Broglie của électron và prôtôn. Hạt nào sẽ có bước sóng nhỏ hơn nếu chúng có cùng : (a) vận tốc, (b) động năng, (c) động lượng ? Giải thích.
- 3** Nếu động năng của một hạt tăng thì bước sóng de Broglie của hạt đó tăng hay giảm ? Tại sao ?

- 4** Bước sóng de Broglie của một électron được cho bởi công thức $\lambda = \frac{h}{p}$. Biểu thức này có đúng cho prôtôn không ? cho nơtron không ? cho phôtôn không ?
- 5** Phương trình Bragg $2dsin\theta = \lambda$ có thể được dùng cho cả nhiễu xạ tia X lẫn nhiễu xạ électron. Nó có thể dùng cho nhiễu xạ nơtron không ? Giải thích tại sao ?
- 6** Nếu một électron có một bước sóng, thì hỏi nó có màu không ? Giải thích.
- 7** Hệ thức bất định Heisenberg có áp dụng cho chính bạn như một vật thể vĩ mô không ? Giải thích.
- 8** Có thể có $\psi = 0$ nhưng $|\psi|^2 \neq 0$ ở một điểm nào đó không ? Có thể có $|\psi| \neq 0$ nhưng $|\psi|^2 = 0$ ở một điểm nào đó không ? Có thể có $\psi_1 \neq 0$ và $\psi_2 \neq 0$ nhưng $|\psi_1 + \psi_2|^2 = 0$ tại một điểm không ? Giải thích.
- 9** Các phát biểu sau là đúng hay sai :
- Hạt trong giếng thế không đứng yên, thậm chí ở trạng thái cơ bản.
 - Hạt trong giếng thế không đứng yên, thậm chí ở $T = 0K$.
- Kích thước của giếng thế có đóng vai trò gì trong lập luận của bạn không ?
- 10** Trong quá trình dao động của một con lắc đơn, xác suất tìm thấy quả nặng của nó ở điểm biên hay ở điểm thấp nhất lớn hơn ? So sánh với dao động tử điều hoà ở trạng thái lượng tử có $n = 0$.
- 11** Một đường hầm xe lửa xuyên qua núi cho phép con tàu đi từ phía này sang phía kia mà không phải thay đổi cao độ của nó. Sự xuyên đường hầm của hạt qua hàng rào thế có tương tự như vậy không ? Nếu khác thì khác như thế nào ?

ĐỀ TẬP

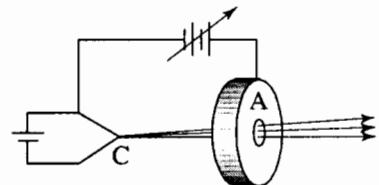
Mục 37-1. Sóng de Broglie

- 1** Một électron, một prôtôn và một nguyên tử Pb có cùng tốc độ $v = 2,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Xác định bước sóng de Broglie của mỗi hạt đó.
- 2** Một électron, một prôtôn và một nguyên tử Pb có cùng bước sóng de Broglie $\lambda = 280 \text{ pm}$. Hãy xác định động năng của mỗi hạt.
- 3** Một électron và một tia X có cùng bước sóng là 28 pm . (a) Hãy xác định độ lớn động lượng của électron và tia X đó. (b) Một électron và một tia X có cùng năng lượng là 2 keV . Hãy xác định bước sóng của chúng.

- 4 "Nôtron nhiệt" trong một chất ở nhiệt độ T là nôtron có động năng bằng $\frac{3}{2} kT$, ở đây $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K là hằng số Boltzmann. Hãy xác định bước sóng của nôtron nhiệt trong một lò phản ứng ở : (a) 300K và (b) 800K.
- 5 Một hạt bụi nặng 10^{-9} kg có bước sóng de Broglie là 10^{-6} m. Hãy xác định : (a) Động lượng và (b) động năng của hạt bụi đó. (c) Hãy so sánh động năng đó với động năng trung bình của một phân tử khí ở 300K (xem bài tập 4).
- 6 Đánh giá động năng của một electron diễn hình trong kim loại khi giả sử rằng bước sóng của nó bằng 0,5nm, gấp hai lần khoảng cách trung bình giữa hai nguyên tử trong kim loại đó.

Mục 37-2. Nhiều xạ electron

- 7 Một electron được gia tốc từ trạng thái đứng yên qua một hiệu điện thế 250V. Hãy xác định : (a) động lượng và (b) bước sóng de Broglie của electron.
- 8 Một sợi đốt phát ra các electron có động năng gần như là bằng không, được dùng làm catôt của một súng electron. Anôt có điện thế U so với catôt, như được chỉ ra trên hình 37-17. Xác định khoảng giá trị của bước sóng de Broglie của các electron do súng đó bắn ra nếu hiệu điện thế biến thiên từ 68 đến 437V.
- 9 Hãy xác định bước sóng của : (a) một electron, (b) một prôtôn và (c) một hạt α (He^{++}), biết rằng các hạt đó đều được gia tốc từ trạng thái đứng yên qua hiệu điện thế 10kV.
- 10 Cực đại nhiễu xạ bậc nhất của các electron xảy ra khi chùm có năng lượng 137eV và lập một góc $8,5^\circ$ với tập hợp các mặt phẳng nguyên tử trong nhôm. Hãy xác định : (a) bước sóng của một electron trong chùm và (b) khoảng cách giữa các mặt phẳng nguyên tử.
- 11 Tập hợp các mặt phẳng trong tinh thể nikén có khoảng cách 0,352nm. Một chùm electron đơn năng lập một góc 30° đối với các mặt phẳng đó. Hãy xác định động năng (thấp nhất) của các electron trong chùm tạo ra một cực đại nhiễu xạ.



Hình 37-17. Bài tập 8. Các electron được gia tốc từ trạng thái đứng yên ở catôt C đến anôt A qua hiệu điện thế U biến thiên.

Mục 37-3. Lưỡng tính sóng hạt – Thí nghiệm hai khe

- 12 Bức tranh giao thoa hai khe dễ dàng quan sát được đối với các sóng có bước sóng hơi nhỏ hơn khoảng cách d giữa hai khe, thường thì $\lambda \approx 0,01d$.

Khoảng cách nào giữa hai khe là thích hợp đối với chùm : (a) ánh sáng đơn sắc thấy được, (b) phôtônen 300eV, (c) électron 30eV, (d) hạt α 300eV ? (e) Trong mỗi trường hợp trên việc tạo hai khe với khoảng cách thích hợp có là khả thi không ?

- 13 Một chùm électron đơn năng 25eV tới hệ hai khe có khoảng cách $d = 1,0\mu\text{m}$. Hãy xác định khoảng cách giữa một cực đại và một cực tiểu giao thoa kề nhau trên một màn quan sát cách hệ hai khe 1,0m.

Mục 37-4. Hệ thức bất định Heisenberg

- 14 Chứng minh rằng tích các độ bất định $\Delta x \cdot \Delta p_x$ và $\Delta t \cdot \Delta E$ có thứ nguyên như \hbar .
- 15 Nếu độ bất định về động lượng của một électron là $\Delta p_x = 5 \cdot 10^{-23} \text{ kg.m/s}$, thì độ bất định cực tiểu về vị trí Δx bằng bao nhiêu ? Có một độ bất định cực đại về vị trí không ?
- 16 Động năng của một électron có thể biểu diễn qua động lượng của nó theo công thức $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$. (a) Chứng minh rằng độ bất định của động năng được cho bởi $\Delta K = v\Delta p$ với $v = \frac{p}{m}$ là tốc độ của électron. (b) Một électron có động năng xấp xỉ bằng 500eV và vị trí của nó đọc theo một phương nào đó được biết với sai số 1mm. Xác định độ bất định cực tiểu về động năng. (Thực tế, độ bất định điển hình của động năng lớn hơn giá trị cực tiểu này nhiều)
- 17 Giả sử độ bất định về vị trí của một hạt bằng bước sóng de Broglie của nó. Hãy chứng tỏ rằng độ bất định cực tiểu của động lượng bằng $\Delta p_x = \frac{p}{4\pi}$.
- 18 Số sóng $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ thường được dùng để mô tả một sóng thay cho bước sóng λ . (a) Chứng minh rằng hệ thức bất định đối với $\Delta x \cdot \Delta p_x$ có thể viết như $\Delta x \cdot \Delta k_x \geq \frac{1}{2}$. (b) Tương tự, dùng hệ thức $E = hv = \hbar\omega$ để chứng minh rằng $\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$ có thể viết thành $\Delta t \cdot \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$.
- 19 Một électron ở trạng thái kích thích $n = 2$ của nguyên tử hiđrô trong thời gian 10^{-9} s trước khi chuyển dời sang trạng thái có $n = 1$ – trạng thái cơ bản. Hãy xác định : (a) năng lượng của phôtônen phát ra (dùng mẫu Bohr) và (b) độ bất định cực tiểu về năng lượng của phôtônen. (c) Xác định độ rộng cực tiểu của vạch phổ (theo bước sóng) $\Delta\lambda$ đối với chuyển dời đó.

- 20** Định luật bảo toàn năng lượng có thể được kiểm tra chỉ trong giới hạn của độ bất định ΔE trong phép đo năng lượng. Do đó, định luật này có thể bị "vi phạm" đối với một khoảng thời gian đủ nhỏ. Hãy xác định khoảng thời gian cực tiểu để năng lượng của một hệ được xác định với độ bất định bằng : (a) Hai lần năng lượng nghỉ mc^2 của electron ; (b) Hai lần năng lượng nghỉ của protôn ; (c) Hai lần năng lượng nghỉ của bản thân bạn.

Mục 37-5. ý nghĩa của hàm sóng

- 21** Xác suất là một đại lượng không có thứ nguyên. (a) Hãy dùng phương trình (37-4) để xác định thứ nguyên của mật độ xác suất $|\psi|^2$. (b) Xác định thứ nguyên của ψ . (c) Xác định thứ nguyên của $\psi(x)$ đối với hạt chuyển động một chiều.
- 22** Trong thí nghiệm hai khe, các electron riêng biệt được đếm khi chúng đập vào một màn quan sát. Trong số 12000 electron đã được đếm có 519 hạt đập vào một vùng nhỏ ở gần tâm màn. Hãy xác định xác suất để : (a) hạt tiếp theo sẽ đập lại vào chính vùng đó và (b) hạt tiếp theo không đập vào vùng đó.
- 23** Các electron đi qua một hệ hai khe trong đó có một khe rộng hơn khe kia, mặc dù cả hai khe đều hẹp. Giả sử ψ_1 là hàm sóng tại một điểm trên màn quan sát nếu chỉ có một khe mở. Tương tự, ψ_2 là hàm sóng nếu chỉ có khe kia mở. Giả sử rằng $|\psi_1|^2 = 4|\psi_2|^2$ trong cả một vùng ở gần tâm trên màn quan sát. Hãy dùng nguyên lí chồng chập để xác định tỉ số cường độ của cực đại và cực tiểu giao thoa trong vùng đó khi cả hai khe đều mở.

Mục 37-6. Phương trình Schrödinger

- 24** Hãy rút ra phương trình Schrödinger không phụ thuộc thời gian từ phương trình Schrödinger phụ thuộc thời gian bằng cách dùng dạng tích $\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\omega t}$. [Chú ý rằng $(\partial/\partial t)e^{-i\omega t} = -i\omega e^{-i\omega t}$ và $E = \hbar\omega$].
- 25** Hãy xác lập nguyên lí chồng chập đối với các nghiệm của phương trình Schrödinger, tức là chứng minh rằng nếu ψ_1 và ψ_2 là hai nghiệm của phương trình Schrödinger thì $\psi = A\psi_1 + B\psi_2$ với A và B là hai hằng số tùy ý cũng sẽ là một nghiệm của phương trình đó. Nguyên lí này có đúng với cả phương trình Schrödinger không phụ thuộc thời gian lẫn phương trình Schrödinger phụ thuộc thời gian không ? Giải thích.

Mục 37-7. Hạt trong giếng thế năng một chiều

- 26 (a) Hãy xác định năng lượng ở trạng thái cơ bản của electron trong một giếng thế một chiều có chiều rộng 500nm. (b) Hãy viết hàm sóng cho trạng thái này. (c) Tính năng lượng của trạng thái thấp nhất kế tiếp. (d) Tính năng lượng của hai mức thấp nhất trong giếng thế có bề rộng lớn gấp đôi.
- 27 Năng lượng của hạt ở trạng thái có $n = 5$ trong một giếng thế là 7,5meV. (a) Tính năng lượng của trạng thái cơ bản. (b) Nếu hạt này là prôtôn thì bề rộng của giếng thế bằng bao nhiêu ?
- 28 (a) Chứng minh rằng hàm sóng $\psi_n = A \sin(n\pi x/L)$ đối với hạt ở trong giếng thế sẽ được chuẩn hoá nếu $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$. (b) Nếu hạt ở trạng thái đó, hãy xác định xác suất để hạt ở trong khoảng $0 \leq x \leq \frac{L}{n}$.
- 29 Xét một electron ở trạng thái $n = 3$ trong một giếng thế một chiều nằm trong khoảng từ 0,00 đến 1,00nm : (a) Hãy xác định năng lượng của electron trong trạng thái đó. Dụng và dùng đồ thị của ψ^2 để đánh giá xác suất tìm thấy electron ở trong khoảng : (b) $0,24\text{nm} \leq x \leq 0,26\text{nm}$; (c) $0,32\text{nm} \leq x \leq 0,34\text{nm}$; (d) $0,49\text{nm} \leq x \leq 0,51\text{nm}$.

Mục 37-8. Dao động tử điều hoà

- 30 Nguyên tử nitơ trong phân tử nitơ xử sự gần giống như một dao động tử điều hoà một chiều với tần số góc bằng $3,4 \cdot 10^{12}$ rad/s. (a) Hãy xác định năng lượng trạng thái cơ bản của dao động tử đó. (b) Dao động tử dịch chuyển từ trạng thái cơ bản lên trạng thái kích thích đầu tiên ($n = 1$) do hấp thụ một phôtôn. Hãy xác định năng lượng của phôtôn đó.
- 31 Trong một mô hình về nhiệt dung riêng do Einstein đề xướng dựa trên các dao động nguyên tử, mỗi nguyên tử được xem như một dao động tử với tần số v . Giả sử rằng $v = 10^{12}$ Hz. (a) Hãy xác định năng lượng điểm không ($n = 0$) đối với một nguyên tử như vậy. (b) Tính năng lượng cần thiết để chuyển dao động tử tới trạng thái có $n = 1$. (c) So sánh sự thay đổi năng lượng cực tiểu đó với kT ở nhiệt độ phòng.
- 32 Giả sử rằng một dao động tử cổ điển với khối lượng m và tần số góc ω có năng lượng đúng bằng năng lượng trạng thái cơ bản $\left(\frac{\hbar\omega}{2}\right)$ của một dao động tử lượng tử. (a) Hãy xác định biên độ của dao động tử cổ điển đó theo m , ω và \hbar . (b) Trên đồ thị của ψ_0 trong hình 37-15a, hãy chỉ ra các điểm tương ứng với biên độ của dao động tử cổ điển với năng lượng đó.

◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

1 **Hệ thức de Broglie và mẫu Bohr.** Xét một electron chuyển động với tốc độ v trên một quỹ đạo tròn bán kính r xung quanh hạt nhân trong nguyên tử hiđrô. Giả sử chu vi của quỹ đạo bằng một số nguyên (m_l) lần bước sóng de Broglie của electron. Chứng minh rằng khi đó có hệ thức $L = m_l \hbar$, trong đó L là độ lớn của momen quỹ đạo và m_l là số nguyên nói ở trên.

2 **Thuyết tương đối và hệ thức de Broglie.** Một electron được gia tốc từ trạng thái đứng yên qua một hiệu điện thế U sao cho động năng của nó $K = eU$ không nhỏ so với năng lượng nghỉ mc^2 của nó ($0,51\text{MeV}$), khi đó phải dùng các biểu thức tương đối cho K và p . (a) Chứng minh rằng trong trường hợp này bước sóng de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ được cho bởi :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU(1 + eU/2mc^2)}}$$

(b) Nếu $eU \ll mc^2$ (tức $U \ll 510\text{kV}$), hãy chứng minh rằng công thức trên lại quy về công thức không tương đối tính trong ví dụ 37-2. (c) Đối với trường hợp siêu tương đối tính, tức là $eU \gg mc^2$, chứng minh rằng :

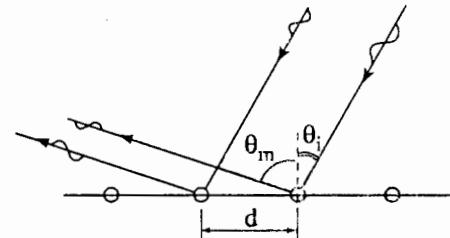
$$\lambda = \frac{1,24 \cdot 10^{-6} \text{Vm}}{U} \quad (\text{U} \gg 510\text{kV})$$

(d) Tính bước sóng de Broglie trong trường hợp $U = 510\text{kV}$.

3 **Nhiều xạ bề mặt.** Xét một sóng có bước sóng λ đi tới một bề mặt, như được thấy trên hình 37-18 biểu diễn một đường các nguyên tử cách nhau một khoảng bằng d . Chùm tia tới lập một góc θ_i với pháp tuyến của mặt. (a) Đối với chùm tán xạ lập một góc θ_m với pháp tuyến, hãy chứng minh rằng điều kiện để có cực đại nhiều xạ là :

$$m\lambda = d(\sin \theta_m - \sin \theta_i) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

(b) Biểu thức này mô tả cả phần phản xạ của tia tới không ? Giải thích.
(c) Trong một thí nghiệm, các nguyên tử He có năng lượng 20meV tới một bề mặt gồm các nguyên tử cacbon cách nhau $d = 0,14\text{nm}$ dưới góc $\theta_i = 15^\circ$. Hỏi các chùm nhiều xạ sẽ xuất hiện dưới những góc nào ?



Hình 37-18. BTNC 3.

4 **Sự tán sắc.** Tần số góc $\omega = 2\pi v$ và số sóng $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ là tỉ lệ với nhau (không có tán sắc) đối với sóng điện từ trong chân không, $\omega = ck$. Một phương trình cho ω như một hàm của k được gọi là *hệ thức tán sắc*. (a) Nhân hệ thức $\omega = ck$ với \hbar để được hệ thức $E = pc$ đối với phôtô. (b) Xuất phát từ

hệ thức phi tương đối tính $K = \frac{p^2}{2m}$ giữa động năng và động lượng của hạt

có khối lượng m , hãy xác định sự phụ thuộc của ω vào k đối với sóng tương ứng. (c) Nay giờ hãy sử dụng hệ thức tương đối tính giữa năng lượng toàn phần và động lượng của hạt có khối lượng m để xác định sự phụ thuộc của ω vào k . (d) Vận tốc v của một sóng được cho bởi $v = \frac{\omega}{k}$, còn năng lượng

và động lượng của một sóng truyền với *vận tốc nhóm* $v_g = \frac{d\omega}{dk}$. Hãy xác định vận tốc sóng và vận tốc nhóm cho ba trường hợp ở trên. (e) Đối với các trường hợp trong phần (b) và (c), hãy chứng minh rằng vận tốc nhóm đối với các sóng đó chính là vận tốc của hạt cổ điển.

5 **Mật độ xác suất đối với một hạt tự do.** Một số phức c được biểu diễn như sau $c = a + ib$ với a và b là các số thực và $i = \sqrt{-1}$. Bình phương módun của c , $|c|^2 = a^2 + b^2$, là không âm. Hàm sóng cũng có thể được viết dưới dạng $\psi = \psi_R + i\psi_I$ với ψ_R và ψ_I là các hàm thực. Hãy tính mật độ xác suất $|\psi|^2$ đối với hàm sóng của hạt tự do $\psi = A\cos(kx - \omega t) + B\sin(kx - \omega t)$ với $B = iA$ và A là số thực. Mật độ xác suất này phụ thuộc vào x và t như thế nào?

6 **Giá trị kì vọng.** Nếu $\psi(x)$ là một hàm sóng chuẩn hoá của một hạt chuyển động một chiều thì xác suất tìm thấy hạt ở trong khoảng giữa x và $x + dx$ là $|\psi|^2 dx$. Do đó giá trị trung bình, hay còn gọi là *giá trị kì vọng* $\langle g \rangle$ của một đại lượng g được cho bởi $\langle g \rangle = \int g(x) |\psi|^2 dx$. Một hạt chuyển động tự do trong giếng thế năng một chiều. Đối với trạng thái có số lượng tử n , (a) chứng minh rằng $\langle x \rangle = \frac{L}{2}$ và (b) tính $\langle x^2 \rangle$.

7 **Điểm quay lui cổ điển đối với dao động tử điều hoà.** Xét các điểm quay lui cổ điển của một dao động tử điều hoà có năng lượng bằng $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$. (a) Chứng minh rằng các điểm này được cho bởi

$x_n = \pm a\sqrt{2n+1}$, với $a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. (b) Chứng minh rằng $\frac{d^2\psi}{dx^2} = 0$ tại $x = x_n$.

(c) Kết quả này có thấy rõ trên hình 37-15 không? Giải thích.

8

Các giá trị kì vọng của dao động tử điệu hoà. (a) Chứng minh rằng giá trị kì vọng $\langle x \rangle = 0$ đối với tất cả các trạng thái của dao động tử điệu hoà.

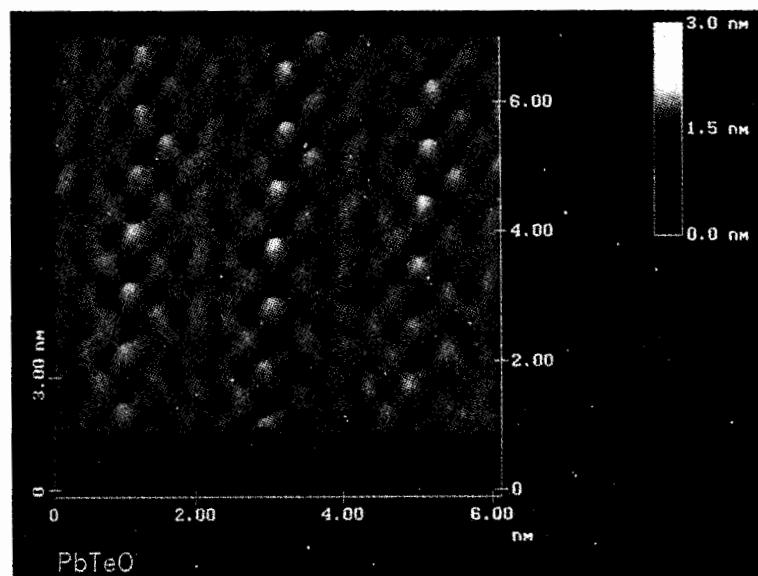
(b) Tính $\langle U \rangle = \frac{1}{2}m\omega^2 \langle x^2 \rangle$ đối với các trạng thái có $n = 0$ và $n = 1$ của dao động tử điệu hoà.

(c) Xác định giá trị kì vọng của động năng của dao động tử điệu hoà đối với hai trạng thái ở phần (b). Chú ý rằng $\langle E \rangle = E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$, cho biết các tích phân :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2/2} du = \sqrt{2\pi} \quad \text{và} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} u^{2p} e^{-u^2/2} du = 1 \cdot 3 \dots (2p-1) \sqrt{2\pi},$$

với p là số nguyên dương.

NGUYÊN TỬ VÀ BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ



Cấu trúc nguyên tử của bề mặt tinh thể silic ghi lại từ kính hiển vi nguyên tử lực.

- 38-1. Nguyên tử hiđrô
- 38-2. Hàm sóng của nguyên tử hiđrô
- 38-3. Nguyên tử kim loại kiềm
- 38-4. Sự lượng tử hóa của momen động lượng và momen tử. Hiệu ứng Zeeman thường.
- 38-5. Spin của electron
- 38-6. Các trạng thái lượng tử của nguyên tử hiđrô
- 38-7. Trạng thái và năng lượng của electron trong nguyên tử
- 38-8. Nguyên lý Pauli và bảng tuần hoàn các nguyên tố
- 38-9. Momen động lượng và momen tử của nguyên tử
- 38-10. Phổ nguyên tử. Hiệu ứng Zeeman dị thường

Trong chương này chúng ta sẽ vận dụng kết quả của cơ học lượng tử để tìm hiểu các nguyên tử. Một trong số những thắng lợi vĩ đại của cơ học lượng tử là mô tả và giải thích được *Bảng tuần hoàn các nguyên tố hóa học*. Chìa khoá để hiểu được bảng tuần hoàn, đó là nguyên tử hiđrô. Các trạng thái của nguyên tử này tạo nên một kiểu mẫu cho các nguyên tử khác và chính kiểu mẫu này đã được thể hiện thành bảng tuần hoàn.

38-1. NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

Nguyên tử đơn giản nhất là nguyên tử hiđrô. Trong nguyên tử hiđrô một electron duy nhất (diện tích $-e$, khối lượng m_e) ở trong trạng thái liên kết quanh hạt nhân (prôtôn với diện tích $+e$ và khối lượng M). Thế năng tương tác của chúng bằng :

$$U = \frac{(+e)(-e)}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (38-1)$$

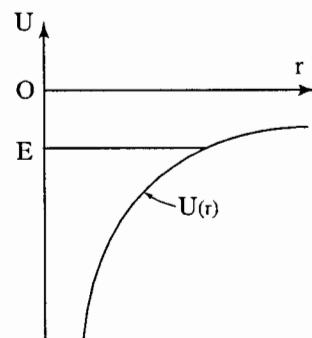
Vì hạt nhân nặng hơn electron nhiều ($M \approx 2000m_e$), nên ta sẽ bỏ qua chuyển động của hạt nhân và cố định gốc toạ độ tại vị trí của hạt nhân. Do vậy, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, với x, y, z là các toạ độ của điểm mà tại đó ta tính hàm sóng của electron. Với phép gần đúng đó, động năng của hệ hoàn toàn là do chuyển động của electron, và phương trình Schrödinger cho hàm sóng ψ của electron là :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U\psi = E\psi \quad (38-2)$$

Các tính chất của nguyên tử hiđrô mà chúng ta tìm kiếm được chứa đựng trong các hàm sóng ψ và năng lượng E tương ứng với các hàm sóng đó. Cách thức được dùng để giải phương trình (38-2) quá dài dòng, chúng ta sẽ không xét ở đây. Chúng ta chỉ giới thiệu các số lượng tử xuất hiện trong quá trình giải và trong mục sau sẽ mô tả một vài hàm sóng.

Chúng ta quan tâm tới nguyên tử, trong đó electron liên kết với hạt nhân (hình 38-1). Như ta đã thấy trong chương trước, nếu một hạt bị nhốt trong một vùng hữu hạn, thì các điều kiện biên đặt ra cho các hàm sóng sẽ làm cho năng lượng bị lượng tử

hoá và các giá trị năng lượng gián đoạn đó được gọi là các **mức năng lượng**. Đối với các bài toán một chiều trong chương trước, mỗi hàm sóng đều có một mức năng lượng tương ứng và cả hai đều được đặc trưng bởi một số lượng tử duy nhất. Trong bài toán ba chiều, có ba số lượng tử đặc trưng cho một hàm sóng. Tên và kí hiệu của ba số lượng tử đó cho các hàm sóng của nguyên tử hiđrô là : (a) *số lượng tử chính n*, (b) *số lượng tử quỹ đạo l* và (c) *số lượng tử từ m_l*.



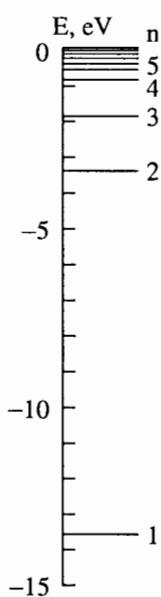
Hình 38-1. Trong nguyên tử hiđrô, hàm thế năng của electron là $U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ và electron liên kết với hạt nhân sao cho năng lượng toàn phần E là âm. Như chúng ta đã thấy ở chương trước, nếu một hạt bị nhốt trong một vùng hữu hạn, thì sẽ xuất hiện các mức năng lượng gián đoạn do áp dụng các điều kiện biên cho hàm sóng của hạt.

Số lượng tử chính n

Các mức năng lượng của nguyên tử hiđrô phụ thuộc vào *số lượng tử chính n* :

$$E_n = -\frac{m_e}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6\text{eV}}{n^2} \quad (38-3)$$

trong đó n chỉ lấy các giá trị nguyên dương : $n = 1, 2, 3\dots$ Đây cũng chính là kết quả đã tìm được từ mẫu Bohr (phương trình 36-21). Sơ đồ các mức năng lượng (giống như đã được xét ở mục 36-6) được cho trên hình 38-2. Trong trường hợp mẫu Bohr, sự lượng tử hoá năng lượng là kết quả của giả thuyết của Bohr cho rằng momen quỹ đạo của electron bị lượng tử hoá. Trong lí thuyết lượng tử, sự lượng tử hoá năng lượng là kết quả của việc giải phương trình Schrödinger và áp dụng các điều kiện biên cho hàm sóng.



Hình 38-2. Cơ học lượng tử cho sơ đồ các mức năng lượng của nguyên tử hidrô liệt như lí thuyết Bohr.

Số lượng tử quỹ đạo l

Số lượng tử quỹ đạo l xác định độ lớn L của momen động lượng quỹ đạo, gọi tắt là momen quỹ đạo của electron :

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (38-4)$$

trong đó l có thể là không hoặc số nguyên dương : $l = 0, 1, 2, \dots$ Như vậy, nghiệm của phương trình Schrödinger cho nguyên tử hidrô được đặc trưng bởi các giá trị gián đoạn hay lượng tử hoá của L .

Các giá trị của L được giới hạn bởi năng lượng, nó không thể vượt quá một giá trị phù hợp với năng lượng đó. Nói bằng ngôn ngữ các số lượng tử, thì điều này có nghĩa là giá trị của n đặt một giới hạn cho giá trị cực đại của l . Cụ thể, l không thể lớn hơn $n - 1$. Nó chỉ có các giá trị khả dĩ là $0, 1, 2, \dots, (n - 1)$. Vì lí do lịch sử chúng ta kí hiệu số lượng tử l như sau :

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Kí hiệu $= s, p, d, f, \dots$

Số lượng tử từ quỹ đạo m_l

Số lượng tử từ quỹ đạo m_l xác định giá trị một thành phần của momen quỹ đạo và thành phần này thường được chọn là thành phần z. Với sự lựa chọn đó, ta có :

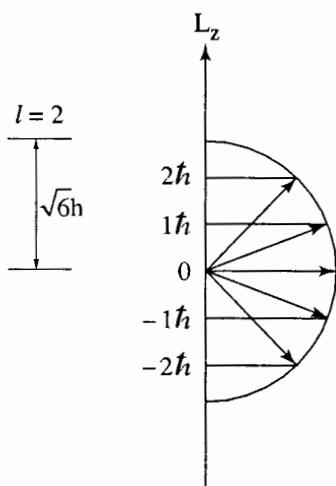
$$L_z = m_l \hbar \quad (38-5)$$

ở đây m_l có thể là không hoặc nguyên dương hoặc nguyên âm : $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Như tên của nó đã ngầm chỉ, số lượng tử từ quỹ đạo có liên quan tới các hiệu ứng từ và sự lượng tử hoá của L_z sẽ trở nên quan sát được nếu nguyên tử được đặt trong một từ trường.

Vì một thành phần của vectơ không thể lớn hơn độ lớn của chính vectơ đó, nên giá trị l sẽ cho một giới hạn đối với các giá trị của m_l . Giả sử $l = 2$ sao cho $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar \approx 2,45\hbar$. Theo phương trình (38-5), các giá trị khả dĩ của L_z là $m_l\hbar$, vì $|L_z| \leq L = 2,45\hbar$, ta có $|m_l| \leq 2,45$.

Do đó, khi $l = 2$, giá trị lớn nhất của m_l là bằng +2 và giá trị nhỏ nhất của nó bằng -2. Trong trường hợp này, m_l được giới hạn trong số các giá trị -2, -1, 0, +1, +2. Điều này được biểu diễn bằng đồ thị trên

hình 38-3. Nói chung, đối với một giá trị l đã cho của l , các giá trị khả dĩ của m_l là $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.



Hình 38-3. Các giá trị khả dĩ của L_z trong trường hợp $l = 2$ và $L = \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$ là $-2\hbar, -1\hbar, 0, +1\hbar, +2\hbar$. Các giá trị khả dĩ của m_l là $-2, -1, 0, +1, +2$.

VÍ DỤ 38-1

Một trạng thái lượng tử của hiđrô. Một nguyên tử hiđrô ở trạng thái $2, 1, -1$. Hãy xác định : (a) năng lượng của nguyên tử, (b) độ lớn momen quỹ đạo của electron và (c) thành phần z của momen quỹ đạo đó.

Giải. Nguyên tử hiđrô ở trạng thái $2, 1, -1$ có $n = 2, l = 1$ và $m_l = -1$. Theo các phương trình (38-3), (38-4) và (38-5), ta có :

$$(a) E_2 = -\frac{13,6\text{eV}}{2^2} = -3,40\text{eV}.$$

$$(b) L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{1(1+1)}\hbar = \sqrt{2}\hbar = 1,41\hbar$$

$$(c) L_z = m_l\hbar = (-1)\hbar = -\hbar$$

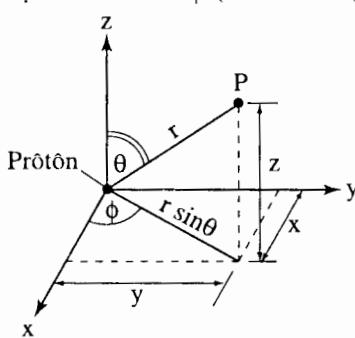
Bài tự kiểm tra 38-1

Làm lại ví dụ trên đối với nguyên tử hiđrô ở trạng thái $3, 2, -2$.

Đáp số : (a) $E_3 = -1,51\text{ eV}$; (b) $L = 2,45\hbar$; (c) $L_z = -2\hbar$.

38-2. HÀM SÓNG CỦA NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

Các hàm sóng của nguyên tử hiđrô tìm được bằng cách giải phương trình Schrödinger (38-2) với U được cho bởi phương trình (38-1) và bằng cách áp dụng các điều kiện biên cho các hàm sóng đó. Vì U có tính đối xứng cầu, nên sẽ rất tiện lợi, nếu ta biểu diễn các hàm sóng đó qua các toạ độ cầu r, θ và ϕ (hình 38-4).



Hình 38-4. Các hàm sóng của electron được biểu diễn qua các toạ độ Đề-các x, y, z hay toạ độ cầu r, θ, ϕ . Đối với bài toán nguyên tử hidrô, các toạ độ cầu là tiện lợi hơn.

Mối liên hệ giữa hai hệ toạ độ đó như sau :

$$\begin{aligned} x &= rsin\theta cos\phi \\ y &= rsin\theta sin\phi \\ z &= rcos\theta \end{aligned} \quad (38-6)$$

và yếu tố thể tích :

$$dV = dx dy dz = r^2 sin\theta dr d\theta d\phi.$$

Hàm sóng $\psi_{n/l/m}$ (r, θ, ϕ) = $R_{n/l}(r)Y_{l/m}(\theta, \phi)$ trong đó $R_{n/l}(r)$ là phần phụ thuộc *khoảng cách* của hàm sóng, nó phụ thuộc vào hai số lượng tử n, l ; còn $Y_{l/m}(\theta, \phi)$ là phần *phụ thuộc góc* của hàm sóng và cũng phụ thuộc vào hai số lượng tử l, m (Ở đây, để đơn giản ta kí hiệu m để chỉ m_l). Dạng của

$R_{n/l}$ và $Y_{l/m}$ rất phức tạp. Để bạn đọc dễ hình dung chúng ta đưa ra một số ví dụ :

$$\begin{aligned} R_{10}(r) &= 2\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0} \\ R_{20}(r) &= \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \\ R_{21}(r) &= \frac{1}{\sqrt{24}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \left(\frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0} \end{aligned} \quad (38-7)$$

trong đó a_0 là bán kính Bohr :

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = 0,0529 \text{ nm} = 0,53 \text{ \AA}.$$

Còn đối với phần góc của hàm sóng :

$$\begin{aligned} Y_{00} &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} ; \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta \\ Y_{1,-1} &= -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\phi} \\ Y_{1,1} &= \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\phi} \end{aligned} \quad (38-8)$$

Mật độ xác suất

Theo định nghĩa, xác suất tìm electron trong một yếu tố thể tích dV là :

$$\begin{aligned} dP &= |\psi_{n/l/m}|^2 dV \\ &= |R_{n/l}(r)Y_{l/m}(\theta, \phi)|^2 r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \end{aligned}$$

Xác suất này phụ thuộc vào r, θ, ϕ . Trước hết chúng ta quan tâm tới phần *xác suất theo khoảng cách* nằm trong vùng không gian từ r đến $r + dr$. Khi đó :

$$dP_r = R_{n/l}^2(r)r^2 dr \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |Y_{l/m}(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

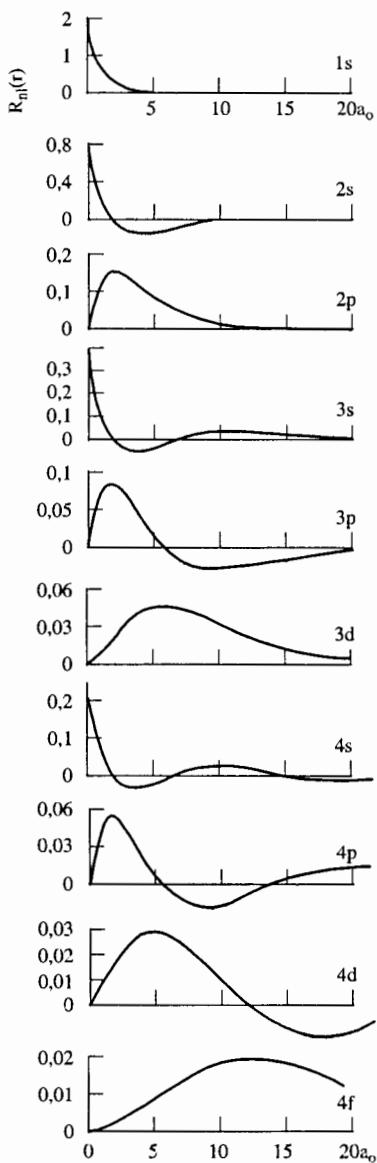
Do tính chất chuẩn hoá của $Y_{l/m}(\theta, \phi)$ nên tích phân trên bằng một. Vậy xác suất tìm

electron trong vùng có khoảng cách từ r đến $r + dr$ là :

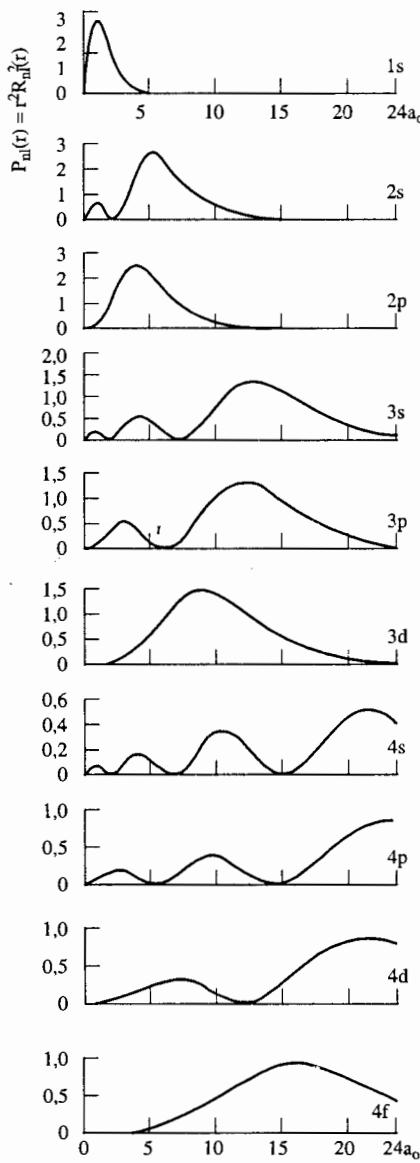
$$dP_r = R_{nl}^2(r)r^2dr = P_{nl}(r)dr \quad (38-9)$$

$P_{nl}(r)$ là mật độ xác suất theo khoảng cách r . Đồ thị biểu diễn $R_{nl}(r)$ và $P_{nl}(r)$ trong một số trường hợp cụ thể được cho trên hình 38-5.

Từ các đồ thị này ta thấy ở bất kì khoảng cách nào cũng có khả năng bắt gặp



electron, nhưng ở mỗi trạng thái đều có một khoảng cách ứng với xác suất lớn nhất. Như vậy electron trong nguyên tử hiđrô (và cả trong các nguyên tử khác) không chuyển động theo một quỹ đạo xác định. Chúng ta có thể hình dung nó như một đám mây electron, đám mây này dày đặc nhất ở khoảng cách ứng với xác suất cực đại.



Hình 38-5. Hàm $R_{nl}(r)$ và mật độ xác suất $P_{nl}(r)$ theo khoảng cách.

VÍ DỤ 38-2

Khoảng cách ứng với xác suất lớn nhất. Hàm sóng của electron trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái có $n = 1, l = 0, m = 0$ có dạng

$$\psi_{100} = \psi_{1s} = R_{10} Y_{00} = 2 \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} e^{-r/a_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

Tìm khoảng cách ứng với xác suất lớn nhất.

Giải. Mật độ xác suất theo khoảng cách có dạng :

$$P_{10}(r) = R_{10}^2(r) \cdot r^2 = \frac{4}{a_0^3} e^{-2r/a_0} \cdot r^2$$

Lấy đạo hàm $\frac{dP_{10}(r)}{dr} = \frac{4}{a_0^3} e^{-2r/a_0} \cdot \left(1 - \frac{r}{a_0} \right) 2r$ và cho bằng không, ta có $r = a_0$. Như vậy

tại khoảng cách bằng bán kính Bohr đâm mây electron dày đặc nhất.

BÀI TỰ KIỂM TRA 38-2

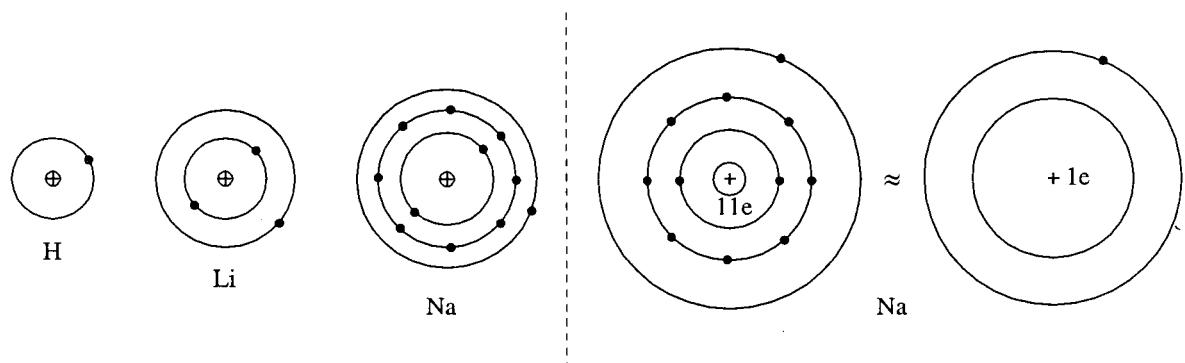
Viết biểu thức của mật độ xác suất và tìm khoảng cách ứng với xác suất lớn nhất của electron trong nguyên tử hiđrô ở trạng thái ψ_{210} .

$$\text{Đáp số : } |\psi_{210}|^2 = \frac{1}{32\pi a_0^2} r^2 e^{-r/a_0} \cos^2 \theta ; r = 4a_0.$$

38-3. NGUYÊN TỬ KIM LOẠI KIỀM

Các nguyên tử kim loại kiềm như Li, Na, K, Rb, Cs,... là những nguyên tử có cấu tạo tương tự như nguyên tử hiđrô. Cấu tạo lớp electron của kim loại kiềm rất đặc trưng,

theo mẫu vỏ nguyên tử, vỏ ngoài cùng của các nguyên tử này chỉ có một electron hoá trị (hình 38-6).



Hình 38-6. Vỏ ngoài cùng của các kim loại kiềm chỉ có một electron hoá trị.

Electron hoá trị này liên kết yếu với hạt nhân và các electron còn lại, vì vậy có thể xem nó như là electron chuyển động trong một trường xuyên tâm gây bởi hạt nhân và các electron còn lại. Dạng của thế năng $U(r)$ như thế nào? Trong một phép gần đúng $U(r)$ có dạng sau :

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{b}{r^2} \right) \quad (38-10)$$

trong đó b là một tham số được xác định từ thực nghiệm. Khi giải phương trình Schrödinger (38-2) với thế năng này năng lượng của electron hoá trị cũng bị lượng tử

hoá, nhưng phụ thuộc vào hai số lượng tử n và l :

$$E_{nl} = -\frac{m_e}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \right)^2 \cdot \frac{1}{(n-x_l)^2} = -\frac{13,6\text{eV}}{(n-x_l)^2} \quad (38-11)$$

trong đó n là số lượng tử chính, x_l là số hiệu chỉnh phụ thuộc vào số lượng tử l .

Giá trị của x_l tỉ lệ nghịch với số lượng tử l .

Bảng 38-1 cho các giá trị thực nghiệm của x_l đối với một số kim loại kiềm ở các trạng thái khác nhau.

Bảng 38-1. Số hiệu chỉnh x_l của một số kim loại kiềm.

Z	Nguyên tố	x_s	x_p	x_d	x_f
3	Li	0,412	0,041	0,002	0,000
11	Na	1,373	0,883	0,010	0,001
19	K	2,230	1,776	0,146	0,007
37	Rb	3,195	2,711	1,233	0,012

Do năng lượng của electron hoá trị trong kim loại kiềm phụ thuộc vào hai số lượng tử, cho nên chúng ta kí hiệu các mức năng lượng là nX với $n = 1, 2, 3\dots$ còn :

$$X = S \quad \text{khi } l = 0$$

$$X = P \quad \text{khi } l = 1$$

$$X = D \quad \text{khi } l = 2$$

$$X = F \quad \text{khi } l = 3$$

Tương tự như đối với nguyên tử hidrô khi có kích thích bên ngoài, electron hoá trị chuyển từ trạng thái có mức năng lượng thấp sang trạng thái có mức năng lượng cao hơn (gọi là trạng thái kích thích). Tuy nhiên thời gian để electron lưu lại ở trạng thái này rất ngắn ($cần 10^{-8}\text{s}$) nên nó lại chuyển về trạng thái có mức năng lượng

thấp hơn và khi đó nguyên tử sẽ phát ra một bức xạ điện từ, tức là một phôtôn có tần số được tính theo công thức :

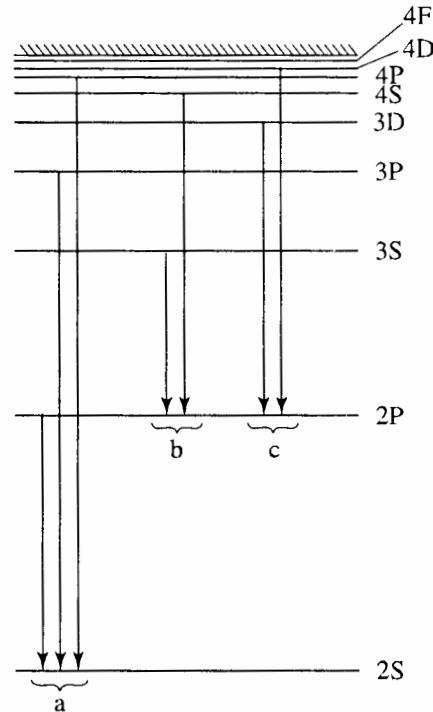
$$\begin{aligned} h\nu &= E_{n_2 l_2} - E_{n_1 l_1} \\ &= -13,6\text{eV} \left[\frac{1}{(n_2 - x_{l_2})^2} - \frac{1}{(n_1 - x_{l_1})^2} \right] \end{aligned}$$

Việc chuyển từ mức năng lượng $E_{n_2 l_2}$ về mức năng lượng $E_{n_1 l_1}$ không phải là tùy tiện mà phải tuân theo một số quy tắc nhất định, gọi là **quy tắc lựa chọn**. Quy tắc này như sau :

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \text{một số nguyên dương bất kì} \quad (38-13)$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \pm 1$$

Để làm ví dụ minh họa, chúng ta xét nguyên tử liti gồm 3 electron, hai electron gần hạt nhân chiếm mức năng lượng 1S còn electron hoá trị khi chưa bị kích thích chiếm mức năng lượng 2S là mức thấp nhất của nó. Theo quy tắc lựa chọn, electron hoá trị ở mức cao chuyển về mức 2S chỉ có thể là các mức nP với $l = 1$ và $n = 2, 3, 4\dots$. Nếu electron hoá trị ở mức cao chuyển về mức 2P thì mức cao đó chỉ có thể là các mức nS với $l = 0$ và $n = 3, 4, 5\dots$ hoặc là từ các mức nD với $l = 2$ và $n = 3, 4, 5\dots$. Sơ đồ các mức năng lượng và các vạch quang phổ được biểu diễn trên hình 38-7.



Hình 38-7. Sơ đồ các mức năng lượng và các vạch quang phổ của nguyên tử liti.

38-4. SỰ LƯỢNG TỬ HOÁ CỦA MOMEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MOMEN TỬ. HIỆU ỨNG ZEEMAN THƯỜNG

Một nét khác biệt của lí thuyết lượng tử là sự lượng tử hoá của các đại lượng động lực. Trong mục 38-1 ta đã thấy rằng việc giải phương trình Schrödinger đối với nguyên tử hiđrô dẫn tới sự lượng tử hoá của (a) năng lượng, (b) độ lớn của momen quỹ đạo và (c) một thành phần của momen quỹ đạo.

Biểu thức cho các mức năng lượng tìm được trong lí thuyết lượng tử, $E_n = -13,6eV/n^2$, cũng chính là biểu thức suy ra từ mẫu Bohr (mục 36-6). Biểu thức này đã được thực nghiệm xác nhận là đúng vì nó cho bước sóng chính xác của các vạch phổ của nguyên tử hiđrô. Đây là bằng chứng thực nghiệm trực tiếp về sự lượng tử hoá năng lượng.

Liệu cũng có những bằng chứng thực nghiệm xác nhận sự lượng tử hoá của momen động lượng không? Câu trả lời là có. Nói một cách ngắn tắt thì sự kiểm chứng này được tiến hành như sau: một hạt tích điện chuyển động tròn tạo ra một momen lưỡng cực từ μ_l và μ_l tỉ lệ với momen quỹ đạo L của hạt đó. Nếu L bị lượng tử hoá thì μ_l cũng bị lượng tử hoá. Hiệu ứng lượng tử hoá của μ_l có thể quan sát được bằng cách đặt nguyên tử vào trong một từ trường.

Bây giờ ta sẽ xét sự kiểm chứng đó một cách chi tiết hơn. Trước hết ta hãy dùng mẫu Bohr để rút ra hệ thức giữa μ_l và L .

Trong mục 25-1 (Tập hai), ta đã chứng tỏ rằng μ_I do một hạt tích điện $-e$ và khối lượng m_e chuyển động tròn sinh ra (hình 38-8) bằng :

$$\mu_I = -\frac{e}{2m_e} L$$

Như vậy, momen từ của hạt tỉ lệ với momen quỹ đạo của hạt đó. Thành phần z của μ_I là :

$$\mu_{I,z} = -\frac{e}{2m_e} L_z \quad (38-14)$$

Dùng $L_z = m_I \hbar$, ta có :

$$\mu_{I,z} = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_I$$

Vì $m_I = 0, \pm 1, \dots, \pm l$, nên thành phần z của momen lưỡng cực từ nguyên tử cũng bị lượng tử hoá với giá lượng $\frac{e\hbar}{2m_e}$. Lượng tử này của momen từ được gọi là *manhêtô Bohr* và được kí hiệu là μ_B :

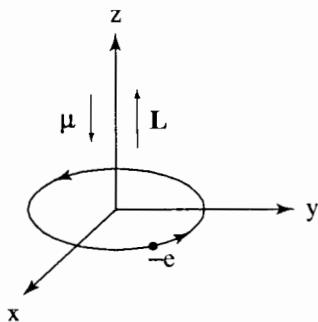
$$\begin{aligned} \mu_B &= \frac{e\hbar}{2m_e} = 5,796 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T} \\ &= 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T} \end{aligned}$$

Trong chương 21 (phương trình 21-10, Tập hai), ta đã thấy rằng thế năng U_m của một vật có momen lưỡng cực từ μ được đặt trong từ trường B bằng :

$$U_m = -\mu \cdot B$$

Nếu ta cho từ trường B hướng dọc theo trục z, tức $B = B.k$, thì $U_m = -B\mu_z$. Do đó, thế năng do momen quỹ đạo của electron bằng $U_m = -\mu_{I,z} \cdot B = -(-\mu_B \cdot m_I) B$, hay

$$U_m = (\mu_B \cdot B) \cdot m_I \quad (38-15)$$



Hình 38-8. Đối với hạt tích điện chuyển động tròn, momen từ μ và momen quỹ đạo L có độ lớn tỉ lệ với nhau. Trong trường hợp hạt tích điện âm, μ và L có hướng ngược nhau.

Như vậy, ta thấy rằng khi một nguyên tử ở trong từ trường thì có thêm một đóng góp vào năng lượng của nó, đóng góp này phụ thuộc vào số lượng tử từ quỹ đạo m_I . Thậm chí đối với các từ trường rất mạnh ($B \approx 1T$ đến $10T$) đóng góp này vào năng lượng của nguyên tử vẫn là nhỏ. Chẳng hạn, giả sử $B = 1,0T$, và $m_I = 1$, thì $U_m = (\mu_B \cdot B) \cdot m_I = (5,7916 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T})(1,0T)(1) = 5,8 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$. So sánh với khoảng cách giữa các mức năng lượng tương ứng với phổ quang học ($c \approx 1 \text{ eV}$), thì năng lượng này là rất nhỏ. Tuy nhiên, vì bước sóng của các vạch phổ có thể đo được một cách chính xác, nên đóng góp này vào năng lượng vẫn có thể kiểm chứng được bằng thực nghiệm.

Bằng chứng về sự lượng tử hoá thể hiện trong phương trình (38-15) tìm được bằng cách đo bước sóng của ánh sáng phát ra từ nguyên tử đặt trong từ trường. Trước khi thảo luận về bằng chứng này, ta cần phải nhớ rằng ngoài momen quỹ đạo của electron ra còn có một đóng góp khác vào momen từ của nguyên tử. Đóng góp thêm này là do momen spin của electron và sẽ được giới thiệu ở mục sau. Còn bây giờ ta muốn tránh sự phức tạp thêm do spin gây ra. Điều này là có thể làm được vì trong một số nguyên tố, như canxi chẳng hạn,

các hiệu ứng của spin có thể bị triệt tiêu. Vậy ở đây ta chỉ giới hạn xét những tình huống trong đó các *hiệu ứng spin* bị triệt tiêu.

Hiệu ứng Zeeman (thường)

Năm 1897 Pieter Zeeman (1865–1943) đã phát hiện ra rằng khi các nguyên tử được đặt trong một từ trường, các vạch phổ do nguyên tử phát ra có thể bị tách ra thành một số vạch. Sự tách các vạch phổ như thế hiện nay được gọi là *hiệu ứng Zeeman*. Nếu spin của electron có liên quan vào hiệu ứng Zeeman thì khi đó nó được gọi là *hiệu ứng Zeeman dị thường*. Còn nếu spin của electron không liên quan vào hiệu ứng Zeeman, thì nó được gọi là *hiệu ứng Zeeman thường*. Như đã nói ở trên, trong mục này chúng ta sẽ chỉ xem xét hiệu ứng Zeeman thường.

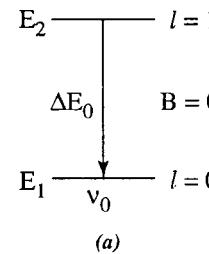
Ta hãy xét việc đo tần số của một vạch phổ đặc biệt nào đó. Để cụ thể ta giả sử rằng vạch phổ này tương ứng với chuyển dời từ mức với $l = 1$ về mức với $l = 0$, như được biểu diễn trên hình 38-9a. Tần số của ánh sáng phát ra bằng $v_0 = \frac{\Delta E_0}{h}$. Hình 38-9b cho hiệu ứng do từ trường gây ra. Mức với $l = 1$ bị tách thành ba mức và mức với $l = 0$ không bị ảnh hưởng. Do đó vạch phổ với tần số v_0 được tách thành ba vạch với tần số v_+ , v_0 và v_- :

$$v_+ = \frac{\Delta E_0 + \mu_B \cdot B}{h}$$

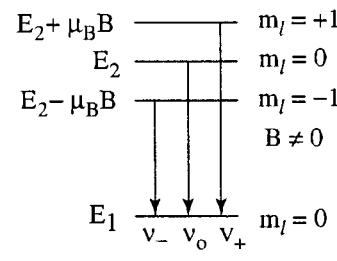
$$v_0 = \frac{\Delta E_0}{h}$$

$$v_- = \frac{\Delta E_0 - \mu_B \cdot B}{h}$$

Như vậy khi từ trường khác không, vạch bức xạ được tách thành ba vạch (tương ứng với ba giá trị của m_l) và khoảng cách Δv giữa các vạch tăng khi từ trường tăng vì $\Delta v = \frac{\mu_B \cdot B}{h}$.



(a)



(b)

Hình 38-9. Những chuyển đổi đối với một nguyên tố thể hiện hiệu ứng Zeeman thường. (a) Khi không có từ trường chỉ quan sát được một chuyển đổi. (b) Khi nguyên tử ở trong từ trường, một vạch ở (a) được tách thành ba vạch. Ở đây khoảng tách đã được phóng to cho dễ nhìn.

Trong trường hợp tổng quát, khi có từ trường B các mức năng lượng E_1 , E_2 phải được cộng thêm một lượng bằng thế năng tương tác từ, ta có :

$$E'_1 = E_1 + (\mu_B B)m_{l_1}$$

m_{l_1} có các giá trị từ $-l_1$ đến $+l_1$

$$E'_2 = E_2 + (\mu_B B)m_{l_2}$$

m_{l_2} có các giá trị từ $-l_2$ đến $+l_2$

Khi đó các vạch phổ được tính :

$$\begin{aligned} v &= \frac{E'_2 - E'_1}{h} = \frac{E_2 - E_1}{h} + \frac{\mu_B B(m_{l_2} - m_{l_1})}{h} \\ &= v_0 + \frac{\mu_B B(m_{l_2} - m_{l_1})}{h} \end{aligned}$$

Vì năng lượng còn phụ thuộc vào số lượng tử từ nên khi electron chuyển trạng thái, nó còn phải tuân theo một *quy tắc lựa chọn đối với m_l* . Quy tắc đó là :

$$\Delta m_l = m_{l_2} - m_{l_1} = 0, \pm 1 \quad (38-16)$$

Như vậy tần số v cũng có ba giá trị :

$$v = \begin{cases} v_0 - \frac{\mu_B B}{h} \\ v_0 \\ v_0 + \frac{\mu_B B}{h} \end{cases}$$

Điều này có nghĩa là trong *hiệu ứng Zeeman thường* một vạch quang phổ bị

tách thành ba vạch trong đó có một vạch trùng với vạch cũ.

Một điều lí thú là, hiệu ứng Zeeman thường cũng có thể mô tả thành công bằng cách dùng cơ học cổ điển. Tuy nhiên, cơ học cổ điển không thể giải thích được hiệu ứng Zeeman dị thường và trong trường hợp này nhất thiết phải dùng đến cơ học lượng tử. Và chính thất bại này đã gợi cho người ta dùng thuật ngữ "dị thường" cho hiệu ứng Zeeman cho trường hợp đó.

38-5. SPIN CỦA ELECTRON

Chúng ta đã thấy rằng ba số lượng tử n , l và m_l xuất hiện do việc giải phương trình Schrödinger cho nguyên tử hiđrô. Ba số lượng tử là điều được chờ đợi phải có từ phương trình này vì nó mô tả electron như một hạt có ba bậc tự do (tự do chuyển động trong không gian ba chiều). Ngoài ba bậc tự do bên ngoài đó, các thực nghiệm còn chứng tỏ rằng, electron còn có một bậc tự do nữa, một *bậc tự do nội tại* dẫn tới một *momen động lượng riêng*. Đôi khi momen động lượng riêng này được xem tương tự như momen động lượng của một vật quay tít trong cơ học cổ điển. Ví dụ, Trái Đất có cả momen động lượng quỹ đạo lẫn momen động lượng tự quay. Momen động lượng quỹ đạo của Trái Đất là do chuyển động hàng năm của nó quanh Mặt Trời, còn momen động lượng tự quay của nó là do sự quay hằng ngày quanh trục của nó. Tương tự, bậc tự do nội tại của electron được gọi là *spin của electron* (spin tiếng Anh có nghĩa là quay) và momen động lượng liên quan đến bậc tự do này được gọi là *momen spin*. Ngoài electron, các hạt khác cũng có spin, chẳng hạn như proton và neutron.

Về mặt lịch sử, khái niệm spin bắt nguồn từ việc giải thích các chi tiết của phổ nguyên tử. Rất nhiều vạch phổ tưởng như là đơn, nhưng khi xem xét kỹ lưỡng hơn hoá ra lại gồm hai hoặc nhiều hơn các vạch rất sát nhau. Đặc điểm có các vạch phổ sát nhau đó được gọi là *cấu trúc tinh tế*. Cấu trúc tinh tế không thể được mô tả một cách đầy đủ bởi ba số lượng tử n , l và m_l . Năm 1925 S. Goudsmit và G. Uhlenbeck, hai sinh viên vừa tốt nghiệp của Đại học Leiden, Hà Lan đã đưa ra giả thuyết về sự tồn tại của spin electron và đã dùng nó để giải thích cấu trúc tinh tế của phổ nguyên tử.

Các đặc trưng của spin

Số lượng tử liên quan với spin của electron được kí hiệu là s . Một nét đặc biệt của số lượng tử này là nó chỉ có thể nhận một giá trị là $s = \frac{1}{2}$, do đó độ lớn của momen spin bị lượng tử hoá với một giá trị duy nhất :

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)}\hbar = \sqrt{\frac{3}{4}}\hbar.$$

Ta thường diễn đạt kết quả này bằng cách nói rằng electron "có spin bằng $\frac{1}{2}$ ".

Tương tự với thành phần L_z của momen quỹ đạo, một thành phần của momen spin cũng bị lượng tử hoá. Cũng như trước, trục được chọn cho thành phần này thường là trục z. Thành phần z, S_z , của momen spin có thể được viết dưới dạng :

$$S_z = m_s \hbar \quad (38-17)$$

trong đó m_s là *số lượng tử từ spin*. Số lượng tử m_s có thể nhận chỉ hai giá trị : $m_s = -\frac{1}{2}$ hoặc $m_s = +\frac{1}{2}$. Điều này có nghĩa là S_z chỉ có hai giá trị lượng tử hoá : $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ hoặc $S_z = +\frac{\hbar}{2}$. Chúng ta thường gọi hai trạng thái spin này là "spin hướng xuống" đối với $m_s = -\frac{1}{2}$ và "spin hướng lên" đối với $m_s = +\frac{1}{2}$.

Thí nghiệm Stern – Gerlach

Một thí nghiệm nổi tiếng do Otto Stern và Walther Gerlach thực hiện vào năm 1922 và nay được gọi là thí nghiệm Stern – Gerlach, đã chứng minh các đặc điểm thuần tuý spin không có sự liên quan gì với momen quỹ đạo. Stern và Gerlach đã dùng các nguyên tử bạc, nhưng thí nghiệm được lặp lại sau đó bởi Phipps và Taylor vào năm 1927 lại dùng hiđrô. Chúng ta sẽ khảo sát thí nghiệm với hiđrô vì nó đơn giản hơn mà vẫn còn giữ lại được những nét chủ yếu của thí nghiệm ban đầu.

Thí nghiệm Stern – Gerlach liên quan đến lực tác dụng lên nguyên tử trong từ trường. Lực này có được là do momen lưỡng cực từ μ của nguyên tử. Trong mục trước, ta đã thấy rằng thành phần z của momen từ quỹ đạo được cho bởi $\mu_{l,z} = -\frac{e}{2m_e}L_z$, tức là

$\mu_{l,z}$ tỉ lệ với $-L_z$. Tương tự, đối với spin của electron, ta có $\mu_{s,z} \sim -S_z$. Ở đây hệ số tỉ lệ là $\frac{ge}{2m_e}$ nên :

$$\mu_{s,z} = -g \frac{e}{2m_e} S_z \quad (38-18)$$

trong đó g là một số không thứ nguyên và được gọi là **hệ số g của spin electron**. Hệ số g của spin electron có giá trị xấp xỉ bằng 2,0023193044 với sai số là ± 1 ở chữ số cuối cùng.

Các giá trị lượng tử hoá của $\mu_{s,z}$ sẽ tìm được bằng cách thay $S_z = m_s \hbar$ vào phương trình (38-18) :

$$\mu_{s,z} = -g \frac{e\hbar}{2m_e} m_s = -g\mu_B m_s \quad (38-19)$$

Như vậy $\mu_{s,z}$ có hai giá trị lượng tử hoá. Thay $g = 2,00$ và $m_s = -\frac{1}{2}$, ta được $\mu_{s,z} = +1,00 \mu_B$. Tương tự, khi $m_s = +\frac{1}{2}$, ta có $\mu_{s,z} = -1,00 \mu_B$. Cần phải luôn nhớ rằng các giá trị trên là chính xác tới ba chữ số có nghĩa, ta có :

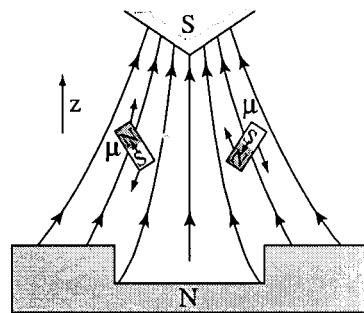
$$\mu_{s,z} = \mu_B \quad (\text{spin hướng xuống})$$

$$\text{và } \mu_{s,z} = -\mu_B \quad (\text{spin hướng lên})$$

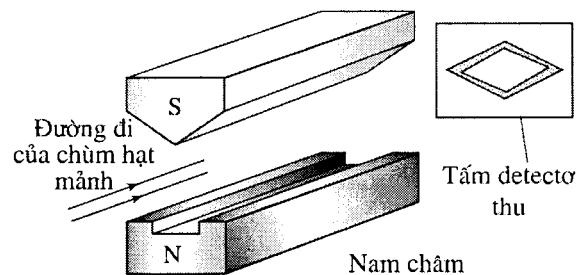
Bây giờ ta sẽ xét nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản. Vì $n = 1$ ở *trạng thái cơ bản*, nên $l = 0$ và $m_l = 0$. Tuy nhiên, vì momen spin của electron là momen động lượng riêng nên nó không thể bằng không được. Và vì có momen spin của electron nên nguyên tử được xem như một lưỡng cực từ bị lượng tử hoá.

Nếu một lưỡng cực từ được đặt trong một từ trường *không đều*, sẽ có một lực từ toàn phần tác dụng lên lưỡng cực đó. Hình 38-10 biểu diễn hai lưỡng cực từ (hai thanh nam châm) treo trong một từ trường không đều : \mathbf{B} về đại thể hướng theo chiều dương của trục z và có độ lớn tăng theo z. Lưỡng cực ở bên trái được định hướng để có cực bắc ở cao hơn cực nam, nên lực từ toàn phần tác dụng lên nó hướng lên trên vì lực tác dụng vào cực bắc hướng lên trên lớn hơn lực tác dụng vào cực nam hướng xuống dưới. Trái lại, lưỡng cực ở bên phải có cực nam ở cao hơn cực bắc làm cho lực toàn phần tác dụng lên lưỡng cực hướng xuống dưới. Như vậy, *hướng của lực toàn phần tác dụng lên lưỡng cực phụ thuộc vào sự định hướng của momen lưỡng cực*. Đây chính là cơ sở của thí nghiệm Stern – Gerlach.

Trong thí nghiệm Stern – Gerlach, một chùm các nguyên tử có dạng một dải mỏng đi qua một từ trường không đều tới một tấm thu hoặc một detectơ (hình 38-11). Ta có thể xét chùm này như gồm hai chùm con, một gồm các nguyên tử trong đó các electron có spin hướng lên và một gồm các nguyên tử trong đó các electron có spin hướng xuống. Lực từ tác dụng lên một chùm con có hướng ngược với lực từ tác dụng lên chùm con kia. Khi đó một chùm con sẽ bị lệch lên phía trên và một chùm con khác sẽ lệch xuống phía dưới. Phép đo thành phần z của momen spin nguyên tử luôn luôn cho thấy nó hoặc hướng lên trên hoặc hướng xuống dưới. *Sự lượng tử hoá định hướng của momen động lượng* được gọi là **sự lượng tử hoá không gian**.



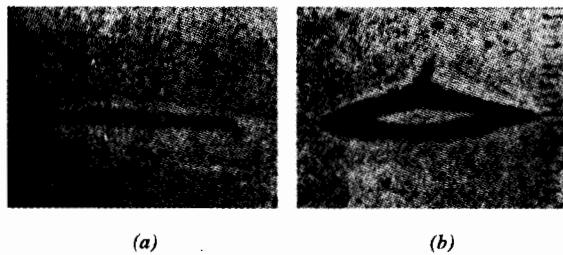
Hình 38-10. Có một lực từ toàn phần tác dụng lên một nam châm nhỏ (tức một lưỡng cực từ) được đặt trong từ trường không đều. Hướng của lực này phụ thuộc vào sự định hướng của momen lưỡng cực.



Hình 38-11. Dụng cụ được dùng trong thí nghiệm Stern – Gerlach. Trong thí nghiệm ban đầu các nguyên tử bạc thoát ra từ một lò đi qua một khe hẹp vào buồng chân không dưới dạng một dải mỏng. Sau đó, chùm di qua một từ trường không đều và được thu trên tấm thuỷ tinh.

Hình 38-12a cho bức tranh tạo ra trên tấm detectơ thu, khi không có nam châm. Khi không có từ trường nên không có lực tác dụng lên các nguyên tử, chúng ta đơn giản chỉ thấy hình ảnh của khe chuẩn trực. Hình 38-12b cho bức tranh khi chùm nguyên tử đi qua một từ trường không đều. Điểm quan trọng trên hình này là ở chỗ chùm ban đầu được tách ra thành hai chùm con *rời biệt nhau*. Nếu không có sự lượng tử hoá, các thành phần của momen từ sẽ được phân bố một cách liên tục và chúng ta sẽ

chỉ nhận được một vết liên tục trên tấm thu. Vậy, thí nghiệm Stern – Gerlach đã chứng tỏ một cách rõ ràng $\mu_{s,z}$ có hai giá trị lượng tử hoá.



Hình 38-12. Các nguyên tử bạc bám trên các tấm detecto thu trong thí nghiệm Stern – Gerlach.
(a) Khi không có từ trường ; (b) Khi có từ trường. Sự tách thành hai chùm con bị lượng tử hoá đã được thấy rõ.

Lí thuyết Dirac

Bạn có thể vẫn còn hoài nghi về sự tồn tại spin electron, mặc dù thậm chí nó đã giải thích được kết quả của thí nghiệm Stern – Gerlach. Vả lại, spin lại không xuất hiện một cách tự nhiên từ việc giải phương trình Schrödinger : nó được bổ sung vào cơ học lượng tử để giải thích một số kết quả thực nghiệm không giải thích được bằng cách khác. Vào giai đoạn phát triển của lí thuyết lượng tử mà chúng ta mô tả cho đến đây, spin chưa có một cơ sở lí thuyết vững chắc. Cơ sở này đã được P. A. M. Dirac (1902 – 1985) xác lập vào năm 1931. Phương trình Schrödinger không bất biến tương đối. Dirac đã tìm ra một phương trình sóng tương đối tính cho các electron và phương trình này lại trở về phương trình Schrödinger trong giới hạn phi tương đối ($v \ll c$). Thêm vào đó, lí thuyết Dirac lại chứa những "sản phẩm

phụ" quan trọng, một trong những sản phẩm đó là spin của electron. Spin electron xuất hiện một cách trực tiếp từ lí thuyết mà không cần phải có một giả thiết nào. Như vậy, spin electron là một đại lượng tương đối tính độc đáo. Không giống như các hiệu ứng tương đối tính khác, các hiệu ứng của spin không trở nên nhỏ có thể bỏ qua khi $v \ll c$. Lí thuyết Dirac đã sáp nhập thuyết tương đối với cơ học lượng tử để sản ra spin electron, mang lại một chỗ dựa quan trọng cho cả hai lí thuyết và làm sáng tỏ nguồn gốc của spin.

Momen toàn phần J

Như chúng ta đã thấy, electron trong nguyên tử hiđrô có cả momen quỹ đạo L lẫn momen spin S . Như vậy momen toàn phần của electron là :

$$J = L + S$$

Momen toàn phần của electron cũng bị lượng tử hoá theo cách tương tự như L và S và sự lượng tử hoá này đã được nhiều thực nghiệm kiểm chứng. Độ lớn của vectơ momen toàn phần $|J| = J = \hbar\sqrt{j(j+1)}$ trong đó j gọi là **số lượng tử toàn phần** của electron. Giá trị của j có thể tiếp nhận các giá trị $l + \frac{1}{2}, l - \frac{1}{2}$. Hình chiếu của vectơ J lên phương của trục z cũng bị lượng tử hoá và được viết dưới dạng :

$$J_z = m_j \hbar \quad (38-20)$$

trong đó m_j là **số lượng tử từ toàn phần**. Số lượng tử m_j nhận các giá trị từ $-j, -j+1 \dots$ đến $+j$; tức là có $(2j+1)$ giá trị.

38-6. CÁC TRẠNG THÁI LƯỢNG TỬ CỦA NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

Các trạng thái lượng tử của nguyên tử hiđrô là khuôn mẫu cho Bảng tuần hoàn. Trước khi nghiên cứu các nguyên tử nhiều electron và sự sắp xếp của chúng trong Bảng tuần hoàn, ta cần phải làm quen cụ thể hơn với các trạng thái của hiđrô. Một trạng thái lượng tử của hiđrô được xác định hoàn toàn bởi một tập đặc biệt gồm bốn số lượng tử đặc trưng cho trạng thái đó, đó là n , l , m_l và m_s .

Các giá trị khả dĩ của n , l , m_l và m_s

1. Số lượng tử n là một số nguyên dương. Giá trị của nó liên quan với năng lượng của nguyên tử và khoảng giá trị của nó là vô hạn (xem bảng 38-1).
2. Số lượng tử l là một số nguyên không âm, nhưng l không thể lớn hơn $n - 1$. Nói chung với n đã cho, l có thể nhận n giá trị khác nhau.
3. Số lượng tử m_l là số nguyên dương, âm hoặc bằng không, nhưng $|m_l|$ không thể lớn hơn l . Nói chung, các giá trị khả dĩ của m_l là $-l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$ và số các giá trị khả dĩ của m_l là $2l + 1$.
4. Số lượng tử m_s có giá trị $-\frac{1}{2}$ hoặc $+\frac{1}{2}$.

Bất kể giá trị của các số lượng tử khác, m_s chỉ có hai giá trị khả dĩ.

Trạng thái có năng lượng thấp nhất của nguyên tử được coi là **trạng thái cơ bản**. Trạng thái cơ bản của hiđrô tương ứng với

$n = 1$ ($E_1 = -13,6\text{eV}$). Vì $n = 1$ ta cần phải có $l = 0$ và vì $l = 0$ ta cần phải có $m_l = 0$.

Vì m_s có thể bằng $-\frac{1}{2}$ hoặc $+\frac{1}{2}$, nên các hàm sóng của trạng thái cơ bản của nguyên tử hiđrô được kí hiệu là $\psi_{100-1/2}$ và $\psi_{100+1/2}$.

Mức năng lượng cao hơn tiếp theo là mức có $n = 2$ ($E_2 = -3,4\text{ eV}$). Khi $n = 2$, l có thể bằng 0 hoặc 1 và khi $l = 1$, m_l có thể bằng $-1, 0$ hoặc $+1$. Do đó có tám hàm sóng với năng lượng E_2 : $\psi_{200-1/2}$ và $\psi_{200+1/2}$ đối với $l = 0$ và $\psi_{21-1-1/2}$, $\psi_{210-1/2}$, $\psi_{21+1-1/2}$, $\psi_{21-1+1/2}$, $\psi_{210+1/2}$ và $\psi_{21+1+1/2}$ đối với $l = 1$

Khi chúng ta xét các mức năng lượng cao hơn, số trạng thái tương ứng với một mức cũng tăng lên. Nếu một mức năng lượng có hơn một trạng thái lượng tử, ta nói mức đó là **suy biến**. Bậc suy biến của một mức là số trạng thái tương ứng với năng lượng đó. Ví dụ, mức $n = 2$ vừa xét ở trên có bậc suy biến là 8. Trong trường hợp tổng quát, nếu một mức có số lượng tử n thì bậc suy biến là :

$$N = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = 2n^2 \quad (38-21)$$

Bảng 38-2. Các số lượng tử của nguyên tử hiđrô.

Số lượng tử	Đại lượng vật lí bị lượng tử hoá	Các giá trị cho phép	Số các giá trị cho phép
n	$E_n = -\frac{13,6eV}{n^2}$	$1, 2, 3 \dots$	Không hạn chế
l	$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$	$0, 1, 2, \dots, (n-1)$	n
m_l	$L_z = m_l \hbar$	$0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	$2l + 1$
m_s	$S_z = m_s \hbar$	$\pm \frac{1}{2}$	2

Kết quả trong đó các mức năng lượng của hiđrô chỉ phụ thuộc vào số lượng tử chính n là một nét độc đáo của hàm thế năng có dạng $\frac{1}{r}$. Nếu hàm thế năng phụ thuộc r khác với dạng $\frac{1}{r}$, chẳng hạn như trong kim loại kiêm, hoặc nguyên tử nhiều electron thì

các mức năng lượng sẽ phụ thuộc vào cả l lẫn n . Điều này có nghĩa là nếu U phụ thuộc r không như $\frac{1}{r}$, thì các trạng thái với độ lớn momen quỹ đạo khác nhau sẽ có năng lượng khác nhau. Điều này rất quan trọng khi ta xét Bảng tuần hoàn ở mục sau.

VÍ DỤ 38-3

Bậc suy biến của mức $n = 3$ và $n = 4$. (a) Liệt kê các hàm sóng ứng với mức $n = 3$. (b) Xác định bậc suy biến của mức $n = 3$ và $n = 4$.

Giải. (a) Các hàm sóng với $m_s = -\frac{1}{2}$ được kí hiệu như sau :

$$\Psi_{300-1/2}$$

$$\Psi_{31-1-1/2}, \Psi_{310-1/2}, \Psi_{31+1-1/2}$$

$$\Psi_{32-2-1/2}, \Psi_{32-1-1/2}, \Psi_{320-1/2}, \Psi_{32+1-1/2}, \Psi_{32+2-1/2}$$

Có một tập tương tự các hàm sóng với $m_s = +\frac{1}{2}$.

(b) Bậc suy biến của mức $n = 3$ là $2 \cdot 3^2 = 18$. Tương tự bậc suy biến của mức $n = 4$ là 32.

Hiệu ứng spin – quỹ đạo

Nhiều mức năng lượng trong nguyên tử được tách ra do một hiệu ứng được gọi là **hiệu ứng spin – quỹ đạo**. Hiệu ứng spin – quỹ đạo

là do một tương tác phụ thuộc vào momen spin và momen quỹ đạo của electron. Năng lượng tương tác spin – quỹ đạo có dạng $\Delta E = aLS$, trong đó a được gọi là **hằng số**

tách tinh tế. Sự tách một mức do hiệu ứng spin – quỹ đạo là nhỏ so với khoảng cách giữa các mức có n khác nhau. Ví dụ, sự tách do hiệu ứng spin – quỹ đạo đối với mức $n = 2$ của hiđrô cỡ $5 \cdot 10^{-5}$ eV, trong khi mức này ở trên mức trạng thái cơ bản ($n = 1$) là 10,2 eV. Mặc dù sự tách này là nhỏ, nhưng hiệu ứng của nó vẫn có thể đo được trong quang phổ phát xạ. Do sự tách này mà bậc suy biến của mức $n = 2$ (là 8) và của mức $n = 3$ (là 18) giảm xuống được một phần. Tuy nhiên, do sự tách là quá nhỏ, nên trong nhiều trường hợp có thể bỏ qua và sự giảm bớt bậc suy biến cũng không cần tính đến.

Kí hiệu lớp và lớp con

Đến đây chúng ta cần phải đưa vào một số thuật ngữ. Các trạng thái có cùng số lượng tử chính n được nói là tạo nên một *lớp*. Các lớp được kí hiệu như sau :

n	1	2	3	4	...
---	---	---	---	---	-----

Kí hiệu lớp	K	L	M	N	...
-------------	---	---	---	---	-----

Ví dụ, trạng thái với $n = 2$ là thuộc lớp L và electron ở trạng thái này được gọi là *electron lớp L*.

Các trạng thái trong một lớp đã cho lại được chia thành các lớp con theo số lượng tử quỹ đạo l của chúng. Chúng ta nhắc lại kí hiệu của số lượng tử l , cũng là kí hiệu của các lớp con như sau :

l	0	1	2	3	4	5	...
-----	---	---	---	---	---	---	-----

Kí hiệu lớp con	s	p	d	f	g	h	...
-----------------	---	---	---	---	---	---	-----

Khi xét một lớp con đặc biệt nào đó người ta cũng thường dùng kí hiệu *số* cho lớp. Ví dụ, trạng thái với $n = 3$ và $l = 1$ thuộc lớp con 3p và electron ở trạng thái đó được gọi là *electron 3p*. Một số kí hiệu các lớp và lớp con được cho trong bảng 38-3.

Bảng 38-3. Các trạng thái của nguyên tử hiđrô theo lớp và lớp con.

n	l	m_l	m_s	Lớp	Số trạng thái trong lớp	Lớp con	Số trạng thái trong lớp con
1	0	0	$\pm 1/2$	K	2	1s	2
2	0	0	$\pm 1/2$			2s	2
2	1	$0, \pm 1$	$\pm 1/2$	L	8	2p	6
3	0	0	$\pm 1/2$			3s	2
3	1	$0, \pm 1$	$\pm 1/2$	M	18	3p	6
3	2	$0, \pm 1, \pm 2$	$\pm 1/2$			3d	10

38-7. TRẠNG THÁI VÀ NĂNG LƯỢNG CỦA ELECTRON TRONG NGUYÊN TỬ

Trong các mục trước chúng ta mới chỉ xét nguyên tử có một electron hoặc có một electron hoá trị. Trong mục này chúng ta xét nguyên tử có nhiều electron. Về nguyên tắc các tính chất của một nguyên tử có thể tìm được bằng cách áp dụng phương trình Schrödinger cho nguyên tử đó, nhưng đối với nguyên tử nhiều electron không thể giải chính xác được. Trước hết ta có thể liệt kê năng lượng của một số loại *tương tác chính* của electron trong nguyên tử.

(a) Thế năng tĩnh điện Coulomb giữa các electron với hạt nhân :

$$U_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Ze^2}{r_i}$$

trong đó Ze là điện tích hạt nhân, r_i là khoảng cách từ electron thứ i tới hạt nhân.

(b) Thế năng tĩnh điện Coulomb giữa các electron với nhau :

$$U_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{e^2}{r_{ij}}$$

trong đó r_{ij} là khoảng cách giữa electron thứ i và thứ j .

(c) Năng lượng tương tác spin – quỹ đạo mà chúng ta vừa nói tới trong mục 38-6, nó có dạng $\Delta\varepsilon = \sum a_i l_i s_i$.

Để giải được bài toán phức tạp này chúng ta phải sử dụng các phép gân đúng.

Phép gân đúng bậc 1. Trong phép gân đúng này chúng ta chỉ kể đến các thế năng tĩnh điện U_0 và U_1 khi đó bài toán có thể

quy về chỉ giải phương trình Schrödinger cho một electron trong một trường xuyên tâm. Giống như trường hợp của nguyên tử hiđrô và kim loại kiềm, hàm sóng của mỗi hạt được xác định bởi 4 số lượng tử n, l, m_l, m_s ; còn năng lượng của mỗi electron được xác định bởi hai số lượng tử n, l như trong kim loại kiềm. Năng lượng này tăng lên theo n và l . Nhìn chung các mức năng lượng trong nguyên tử nhiều electron được sắp xếp theo thứ tự như sau :

$$\begin{aligned} 1s &< 2s < 2p < 3s < 3p < 4s \approx 3d < 4p < 5s \\ &\approx 4d < 5p < 6s \approx 4f \approx 5d < 6p < 7s < 6d \dots \end{aligned}$$

Phép gân đúng bậc 2. Bây giờ kể thêm phần tương tác spin – quỹ đạo, năng lượng của tương tác này là rất nhỏ so với năng lượng tương tác tĩnh điện trong phép gân đúng bậc một. Vì vậy *trạng thái lượng tử của mỗi electron vẫn được xác định bởi 4 số lượng tử n, l, m_l, m_s* . Tuy nhiên, năng lượng phụ bổ sung do tương tác spin – quỹ đạo lại phụ thuộc vào sự định hướng của momen spin. Phép tính chứng tỏ nó phụ thuộc vào số lượng tử j . Nói cách khác *năng lượng toàn phần của electron trong nguyên tử phụ thuộc vào 3 số lượng tử n, l, j* .

Do j có hai giá trị ($j = l \pm \frac{1}{2}$) nên mỗi mức năng lượng lại tách thành hai mức, trừ trường hợp $l = 0$ chỉ có một mức, khoảng cách giữa hai mức này rất nhỏ, cấu trúc như vậy gọi là **cấu trúc tế vi của mức**. Sự tách này đã tạo nên cấu trúc tinh tế trong phổ nguyên tử mà ta đã nói tới trong mục 38-5.

38-8. NGUYÊN LÍ PAULI VÀ BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ

Nguyên lí Pauli

Như ta đã thấy hàm sóng chung của nguyên tử có thể được biểu thị qua hàm sóng của từng electron, do đó có thể mô tả trạng thái của nguyên tử bằng cách mô tả liên tiếp các trạng thái của từng electron. Ban đầu người ta nghĩ rằng trạng thái có năng lượng thấp nhất đối với một nguyên tử tương ứng với trường hợp tất cả các electron của nguyên tử đó đều ở trạng thái có $n = 1$. Tuy nhiên vào năm 1924 Wolfgang Pauli (1900–1958) đã chỉ ra rằng các nguyên tử nhiều electron phải tuân theo một quy tắc mà hiện nay được gọi là **nguyên lí loại trừ Pauli**. Nguyên lí này được phát biểu như sau :

Ở mỗi trạng thái lượng tử xác định (được đặc trưng bởi 4 số lượng tử n, l, m_l, m_s) có tối đa không quá một electron.

Điều này có nghĩa là không thể có hai electron của cùng một nguyên tử lại tồn tại trong cùng một trạng thái lượng tử. Từ nguyên lí này, ta có thể tìm được số electron tối đa có trong một lớp con và trong một lớp.

Số electron cực đại trong một lớp con :

Trong một lớp con (đặc trưng bởi n, l xác định), có $(2l + 1)$ giá trị của số lượng tử m_l và ứng với mỗi một giá trị m_l lại có hai giá trị của m_s (bằng $\pm \frac{1}{2}$). Vậy số electron tối đa trong một lớp con là $2(2l + 1)$.

Ví dụ :

Ở trạng thái s : $l = 0$ có tối đa 2 electron.

Ở trạng thái p : $l = 1$ có tối đa 6 electron.

Ở trạng thái d : $l = 2$ có tối đa 10 electron.

Ở trạng thái f : $l = 3$ có tối đa 14 electron.



Wolfgang Errest Pauli (1900–1958). Một trong số những nhà sáng lập môn cơ học lượng tử. Ông đã phát minh ra nguyên lí loại trừ và tiên đoán sự tồn tại của neutrino. Ông viết cực kì khéo triết nhưng lại ít có duyên với thực nghiệm. Ông cũng nổi tiếng là người có óc châm biếm.

Số electron cực đại trong một lớp :

Trong một lớp (đặc trưng bởi n xác định) các electron có thể khác nhau bởi các giá trị của l, m_l và m_s . Số electron cực đại trong một lớp bằng :

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2.$$

Ví dụ, với $n = 1$ có tối đa 2 electron

$n = 2$ có tối đa 8 electron

$n = 3$ có tối đa 18 electron

Nguyên tắc sắp xếp các electron trong một nguyên tử

Các electron trong nguyên tử được sắp xếp theo các nguyên tắc sau đây :

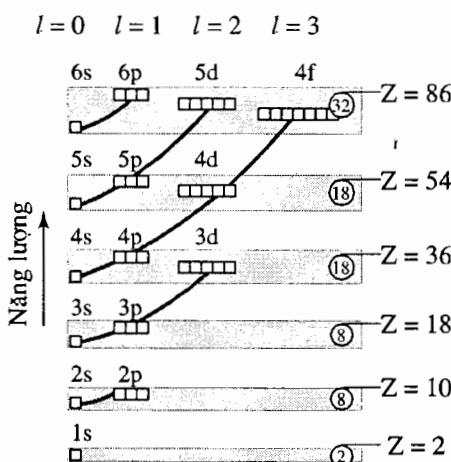
1. *Nguyên lí cực tiểu năng lượng* : Các electron trong nguyên tử được sắp xếp theo thứ tự tăng dần của các mức năng lượng :

1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 6d...

2. *Nguyên lí Pauli* : Ở mỗi trạng thái lượng tử có tối đa không quá một electron. Để dễ hình dung, ta có thể biểu diễn mỗi trạng thái của hạt bằng một "ô lượng tử" với 3 số lượng tử n , l , m_l xác định và trong ô đó chỉ có một hoặc tối đa hai electron. Trường hợp trong ô có hai electron thì spin của chúng phải ngược nhau $\uparrow\downarrow$, ta nói chúng được sắp thành cặp ; còn nếu trong ô chỉ có một electron \uparrow , ta nói electron này là không tạo cặp (hay là electron tự do).

Bảng tuần hoàn các nguyên tố

Trên cơ sở các nguyên tắc sắp xếp này chúng ta có thể xác định được *cấu hình electron* trong một nguyên tử. Đó là một kí hiệu ngắn gọn cho biết giá trị của các số lượng tử n và l đối với mỗi electron trong nguyên tử. Bảng 38-4 chỉ ra cấu hình cho 36 nguyên tố đầu tiên. Hình 38-13 là sơ đồ các mức năng lượng và các trạng thái electron trong nguyên tử. Mỗi một ô biểu thị hai trạng thái electron (ứng với $m_s = \pm \frac{1}{2}$). Các nhóm ô tách rời nhau chỉ các lớp con. Số các electron lấp đầy một lớp được ghi trong vòng tròn ở cột bên phải. Số Z là nguyên tử số của các nguyên tố có lớp được lấp đầy electron.

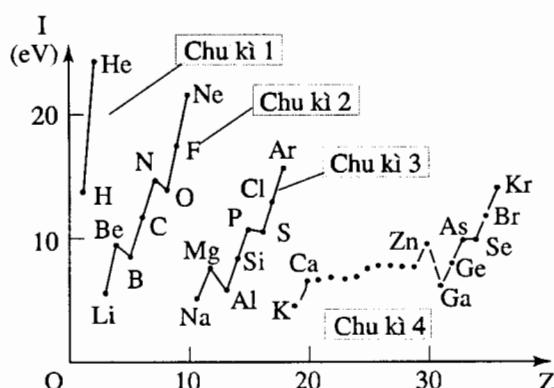


Hình 38-13. Sơ đồ các mức năng lượng và các trạng thái electron trong nguyên tử.

Bảng 38-4. Cấu hình electron cho 36 nguyên tố đầu tiên.

Z	Nguyên tố	Cấu hình electron	Z	Nguyên tố	Cấu hình electron
1	H	$1s^1$	19	K	[Ar] $4s^1$
2	He	$1s^2$	20	Ca	$4s^2$
3	Li	[He] $2s^1$	21	Sc	$3d^14s^2$
4	Be	$2s^2$	22	Ti	$3d^24s^2$
5	B	$2s^22p^1$	23	V	$3d^34s^2$
6	C	$2s^22p^2$	24	Cr	$3d^54s^1$
7	N	$2s^22p^3$	25	Mn	$3d^54s^2$
8	O	$2s^22p^4$	26	Fe	$3d^64s^2$
9	F	$2s^22p^5$	27	Co	$3d^74s^2$
10	Ne	$2s^22p^6$	28	Ni	$3d^84s^2$
11	Na	[Ne] $3s^1$	29	Cu	$3d^{10}4s^1$
12	Mg	$3s^2$	30	Zn	$3d^{10}4s^2$
13	Al	$3s^23p^1$	31	Ga	$3d^{10}4s^24p^1$
14	Si	$3s^23p^2$	32	Ge	$3d^{10}4s^24p^2$
15	P	$3s^23p^3$	33	As	$3d^{10}4s^24p^3$
16	S	$3s^23p^4$	34	Se	$3d^{10}4s^24p^4$
17	Cl	$3s^23p^5$	35	Br	$3d^{10}4s^24p^5$
18	Ar	$3s^23p^6$	36	Kr	$3d^{10}4s^24p^6$

Để tránh lặp lại [He] biểu diễn $1s^2$, [Ne] biểu diễn $1s^2 2s^2 2p^2$, $3s^2 3p^6$.
Xem Phụ lục 9 cho cấu hình electron của tất cả các nguyên tố.



Hình 38-14. Đồ thị biểu diễn năng lượng ion hóa I theo Z đối với 36 nguyên tố đầu tiên.

Trong Bảng tuần hoàn các nguyên tố được liệt kê theo nguyên tử số Z tăng dần và chúng được sắp xếp sao cho các nguyên tử ở cùng một cột có các tính chất hoá học tương tự nhau (phụ lục 9). Ví dụ, He, Ne, Ar, Kr, Xe và Rn là tương tự nhau về mặt hoá học và chúng chiếm cột bên phải ngoài cùng trong bảng (cột VIIIA).

Thêm vào đó, đồ thị biểu diễn *năng lượng ion hóa I* theo *Z* cũng thể hiện tính tuần hoàn y như thế (hình 38-14). *Năng lượng ion hóa* là năng lượng đòi hỏi để bứt một electron liên kết yếu nhất ra khỏi nguyên tử khi nguyên tử đó ở *trạng thái cơ bản*. Khi một nguyên tử tham gia một phản ứng hoá học, thì các electron ở lớp ngoài, liên kết yếu nhất, đóng vai trò chủ yếu. Vì năng lượng trạng thái cơ bản của nguyên tử hiđrô là $E_1 = -13,6$ eV, nên chúng ta thấy ngay rằng năng lượng ion hóa của nó bằng $I_H = 13,6$ eV.

Trong nguyên tử nhiều electron, một electron đã cho được liên kết yếu hơn do có phân bố điện tích âm tạo bởi các electron khác. Điều này có nghĩa là các electron có xu hướng che chắn nhau hạn chế tác dụng đầy đủ của điện tích dương hạt nhân đối với chúng. Tính đến hiệu ứng đó, ta có thể viết *năng lượng ion hóa* như sau :

$$I = \frac{(13,6\text{eV})Z_{\text{eff}}^2}{n_0^2} \quad (38-21)$$

Trong đó Z_{eff} là điện tích dương hiệu dụng đối với electron liên kết yếu nhất trong nguyên tử. Còn n_0 là số lượng tử chính của electron liên kết yếu nhất.

Hình 38-14 cho đồ thị biểu diễn năng lượng ion hóa theo *Z* đối với 36 nguyên tố đầu tiên. Do lực hút Coulomb giữa electron và hạt nhân, người ta nghĩ rằng năng lượng ion hóa *I* sẽ bộc lộ xu hướng chung là tăng cùng với *Z* (hay nói cách khác là tăng cùng với điện tích của hạt nhân). Thực tế thì *I* tăng trong nội bộ mỗi một chu kì vì ở đó *Z* tăng mạnh trong khi số lượng tử chính n_0 của electron liên kết yếu nhất vẫn còn không đổi. Khi nhảy từ chu kì này sang một chu kì khác, chẳng hạn như từ neon sang natri, *I* giảm một cách đột ngột. Điều này tương ứng với n_0 , tăng lên một đơn vị trong công thức

$$I = \frac{(13,6\text{eV})Z_{\text{eff}}^2}{n_0^2}. \text{ Do đó nguyên tố cuối}$$

cùng trong một chu kì có năng lượng ion hóa tương đối lớn và nguyên tố đầu tiên của một chu kì tiếp theo có năng lượng ion hóa tương đối nhỏ.

38-9. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MOMEN TỪ CỦA NGUYÊN TỬ

Momen quỹ đạo và momen spin của nguyên tử

Trong các mục trước chúng ta đã nói tới momen quỹ đạo và momen spin của nguyên tử hiđrô có một electron. Trong mục này chúng ta xét đến *nguyên tử có nhiều electron*. Gọi $\mathbf{l}_i, \mathbf{s}_i$ là momen quỹ đạo

và momen spin của electron thứ *i*, khi đó momen quỹ đạo và momen spin của nguyên tử được định nghĩa như sau :

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \sum \mathbf{l}_i \\ \mathbf{S} &= \sum \mathbf{s}_i \end{aligned} \quad (38-22)$$

Cơ học lượng tử đã chứng minh rằng \mathbf{L} và \mathbf{S} cũng bị *lượng tử hoá*. Độ lớn của các vectơ này có giá trị :

$$|\mathbf{L}| = \hbar\sqrt{L(L+1)} \quad (38-23)$$

$$|\mathbf{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$$

Trong đó L gọi là *số lượng tử quỹ đạo của nguyên tử* và S là *số lượng tử spin của nguyên tử*. Thành phần theo trục z của các vectơ này cũng bị lượng tử hoá :

$$L_z = \sum l_{zi} = \hbar m_L \quad (38-24)$$

$$S_z = \sum s_{zi} = \hbar m_S$$

m_L gọi là *số lượng tử từ quỹ đạo của nguyên tử*, nó có các giá trị $-L, -L+1, \dots, +L$ phụ thuộc vào sự định hướng của momen quỹ đạo \mathbf{L} của nguyên tử đối với từ trường.

Còn m_S gọi là *số lượng tử từ spin của nguyên tử*, nó có các giá trị $-S, -S+1, \dots, +S$ tuỳ thuộc vào sự định hướng của momen spin \mathbf{S} của nguyên tử đối với từ trường.

Chúng ta sẽ không đi sâu vào chi tiết xem \mathbf{L} và \mathbf{S} được tính như thế nào, ta chỉ nêu ra những kết luận mà cơ học lượng tử đã chứng minh. Với một **lớp con đầy** thì giá trị $L = 0$ và $S = 0$. Tính chất trên cho phép chúng ta không cần quan tâm tới các lớp con đầy mà chỉ cần tính momen quỹ đạo và momen spin của các electron trong một **lớp con không đầy**. Số lượng tử L có thể nhận các giá trị nguyên $0, 1, 2, \dots$ còn số lượng tử S có thể nhận các giá trị $\frac{N}{2}, \frac{N}{2}-1, \dots, \frac{1}{2}$ (hoặc 0) tuỳ theo số electron N trong lớp con không đầy là một số lẻ hay chẵn.

Tương tự như trong nguyên tử hiđrô, chúng ta cũng kí hiệu trạng thái của nguyên tử với số lượng tử L như sau :

$$L = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \dots$$

Kí hiệu : S P D F G ...

Momen từ của nguyên tử

Cũng giống như trong nguyên tử hiđrô, chúng ta cũng có khái niệm *momen từ quỹ đạo* và *momen từ spin* của nguyên tử nhiều electron :

$$\mu_L = -\frac{e}{2m_e} L$$

$$\mu_S = -\frac{e}{m_e} S \quad (38-25)$$

Do \mathbf{L} và \mathbf{S} bị lượng tử hoá nên các momen từ μ_L, μ_S cũng bị lượng tử hoá. Độ lớn của các đại lượng này bằng :

$$|\mu_L| = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{L(L+1)} = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

$$|\mu_S| = \frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{S(S+1)} = 2\mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (38-26)$$

Thành phần theo trục z của các vectơ này như sau :

$$(\mu_L)_z = -\frac{e}{2m_e} L_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_L = -\mu_B m_L$$

$$(\mu_S)_z = -\frac{e}{m_e} S_z = -\frac{e\hbar}{m_e} m_S = -2\mu_B m_S \quad (38-27)$$

trong đó m_L có giá trị từ $-L$ đến $+L$ và m_S có các giá trị từ $-S$ đến $+S$.

Momen toàn phần của nguyên tử

Trong mục 38-5 chúng ta đã đề cập tới momen toàn phần của một electron $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$. Với nguyên tử có nhiều electron thì do ở mỗi electron có tương tác spin – quỹ đạo và giữa các electron lại có tương tác với nhau nên tuỳ theo độ lớn của các tương

tác này mà trong nguyên tử có *hai kiểu liên kết*:

1. Nếu ảnh hưởng của *tương tác spin – quỹ đạo là yếu*, các momen quỹ đạo (\mathbf{l}_i) của các electron liên kết với nhau để có momen quỹ đạo của nguyên tử ($\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$), tương tự các momen spin của các electron (\mathbf{s}_i) liên kết lại với nhau để có momen spin của nguyên tử ($\mathbf{S} = \sum \mathbf{s}_i$). Sau đó mới có liên kết giữa \mathbf{L} và \mathbf{S} . Loại liên kết này gọi là **liên kết Russell – Saunders** (liên kết $\mathbf{L-S}$).

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (38-28)$$

Vector \mathbf{J} gọi là *momen toàn phần của nguyên tử*. Độ lớn của \mathbf{J} cũng có giá trị:

$$|\mathbf{J}| = \hbar \sqrt{\mathbf{J}(\mathbf{J} + 1)} \quad (38-29)$$

\mathbf{J} gọi là *số lượng tử toàn phần của nguyên tử*, nó có thể có các giá trị $\mathbf{L} + \mathbf{S}$, $\mathbf{L} + \mathbf{S} - 1$... $|\mathbf{L} - \mathbf{S}|$.

Thành phần theo trục z của momen toàn phần cũng bị lượng tử hóa:

$$(J)_z = \hbar m_J \quad (38-30)$$

m_J là *số lượng tử từ toàn phần của nguyên tử* và m_J có thể nhận các giá trị $-J, -J + 1, \dots, +J$.

Loại liên kết $\mathbf{L-S}$ này thường áp dụng cho các **nguyên tử nhẹ** ($Z \leq 30$) trong đó tương tác spin – quỹ đạo của electron nhỏ hơn tương tác quỹ đạo, cũng như nhỏ hơn tương tác spin của các electron với nhau.

2. Nếu ảnh hưởng của *tương tác spin – quỹ đạo là mạnh* so với tương tác quỹ đạo cũng như tương tác spin của các electron, ta có **liên kết j-j**. Trước tiên ở mỗi electron momen quỹ đạo \mathbf{l}_i liên kết với momen spin

\mathbf{s}_i để có momen toàn phần $\mathbf{j}_i = \mathbf{l}_i + \mathbf{s}_i$. Sau đó momen toàn phần của các electron liên kết với nhau tạo ra momen toàn phần của nguyên tử $\mathbf{J} = \sum \mathbf{j}_i$. Loại liên kết này áp dụng cho các **nguyên tử nặng** có $Z \geq 30$.

Trong mục này chúng ta chỉ xét đến liên kết $\mathbf{L-S}$. Trong nguyên tử, các trạng thái năng lượng của nguyên tử có thể được phân loại theo các số lượng tử L, S, J . Người ta đưa vào khái niệm **số hạng nguyên tử**, kí hiệu $n^{2S+1}L_J$ để chỉ các trạng thái năng lượng của nguyên tử. Trong đó n là số lượng tử chính, $2S + 1$ là *độ bội của trạng thái*. Thực tế thường viết tắt số hạng nguyên tử là $^{2S+1}L_J$. Chẳng hạn số hạng 3D_2 có nghĩa là $2S + 1 = 3$ suy ra $S = 1$, chữ D ứng với $L = 2$ và số 2 chỉ $J = 2$. Một ví dụ khác: Số hạng $^2D_{5/2}$ có nghĩa là $S = \frac{1}{2}$; $L = 3$; $J = \frac{5}{2}$.

Momen từ toàn phần của nguyên tử

Trong các phần trên chúng ta biết rằng tương ứng với momen quỹ đạo nguyên tử \mathbf{L} có momen từ quỹ đạo nguyên tử $\mu_L = -\frac{e\hbar}{2m_e} \mathbf{L}$; tương ứng với momen spin nguyên tử \mathbf{S} có momen từ spin nguyên tử $\mu_S = -\frac{e\hbar}{m_e} \mathbf{S}$. Vì vậy ứng với momen toàn phần \mathbf{J} cũng có momen từ toàn phần của nguyên tử:

$$\mu_{tf} = \mu_L + \mu_S \quad (38-31)$$

Do có hệ số tỉ lệ khác nhau của μ_L và μ_S nên vectơ momen từ toàn phần của nguyên tử μ_{tf} không cùng một phương với

momen toàn phần của nguyên tử \mathbf{J} (hình 38-15). Trong một nguyên tử có lập vectơ \mathbf{J} bảo toàn, các vectơ \mathbf{S} và \mathbf{L} quay xung quanh \mathbf{J} , do đó các vectơ μ_L , μ_S cũng quay xung quanh \mathbf{J} . Điều này có nghĩa là vectơ μ_{tf} cũng tiến động xung quanh \mathbf{J} . Ta đặt :

$$\mu_{tf} = \mu_J + \mu_\perp \quad (38-32)$$

μ_J là thành phần của momen từ toàn phần hướng dọc theo momen toàn phần \mathbf{J} , μ_\perp là thành phần của momen từ toàn phần hướng vuông góc với momen \mathbf{J} . Do sự quay rất nhanh nên trong các hiện tượng phụ thuộc vào momen từ toàn phần của nguyên tử người ta thường lấy giá trị trung bình của nó, mà giá trị trung bình của μ_\perp bằng không. Vì vậy giá trị trung bình của μ_{tf} bằng μ_J . Từ hình (38-15) dễ dàng thấy :

$$\mu_J = -\left\{ |\mu_L| \cdot \cos(\mathbf{L}, \mathbf{J}) + |\mu_S| \cdot \cos(\mathbf{S}, \mathbf{J}) \right\} \frac{\mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} \quad (38-33)$$

Từ công thức $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ suy ra $\mathbf{S} = \mathbf{J} - \mathbf{L}$. Bình phương hai vế, ta có :

$|\mathbf{S}|^2 = |\mathbf{J}|^2 + |\mathbf{L}|^2 - 2|\mathbf{J}||\mathbf{L}|\cos(\mathbf{L}, \mathbf{J})$, từ đó tìm được :

$$\begin{aligned} \cos(\mathbf{L}, \mathbf{J}) &= \frac{|\mathbf{J}|^2 + |\mathbf{L}|^2 - |\mathbf{S}|^2}{2|\mathbf{J}||\mathbf{L}|} \\ &= \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1).L(L+1)}} \end{aligned}$$

Tương tự :

$$\cos(\mathbf{S}, \mathbf{J}) = \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1).S(S+1)}}$$

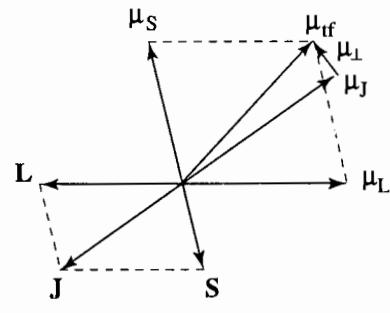
Thay vào (38-33) và sắp xếp lại ta có :

$$\mu_J = -\frac{e}{2m_e} g_J \mathbf{J} \quad (38-34)$$

trong đó :

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (38-35)$$

g_J được gọi là **thừa số Lande**.



Hình 38-15. Quan hệ giữa các momen động lượng \mathbf{L} và spin \mathbf{S} với các momen từ của chúng.

38-10. PHỔ NGUYÊN TỬ. HIỆU ỨNG ZEEMAN DỊ THƯỜNG

Quy tắc lựa chọn

Các mức năng lượng của electron trong nguyên tử được xác định bởi ba số lượng

tử n , L , J . Khi nguyên tử chuyển từ mức năng lượng kí hiệu E_2 được đặc trưng bởi n_2, L_2, J_2 sang mức năng lượng kí hiệu E_1

được đặc trưng bởi n_1, L_1, J_1 thì nó sẽ phát ra (hoặc hấp thụ) một phôtôen có năng lượng được tính theo công thức :

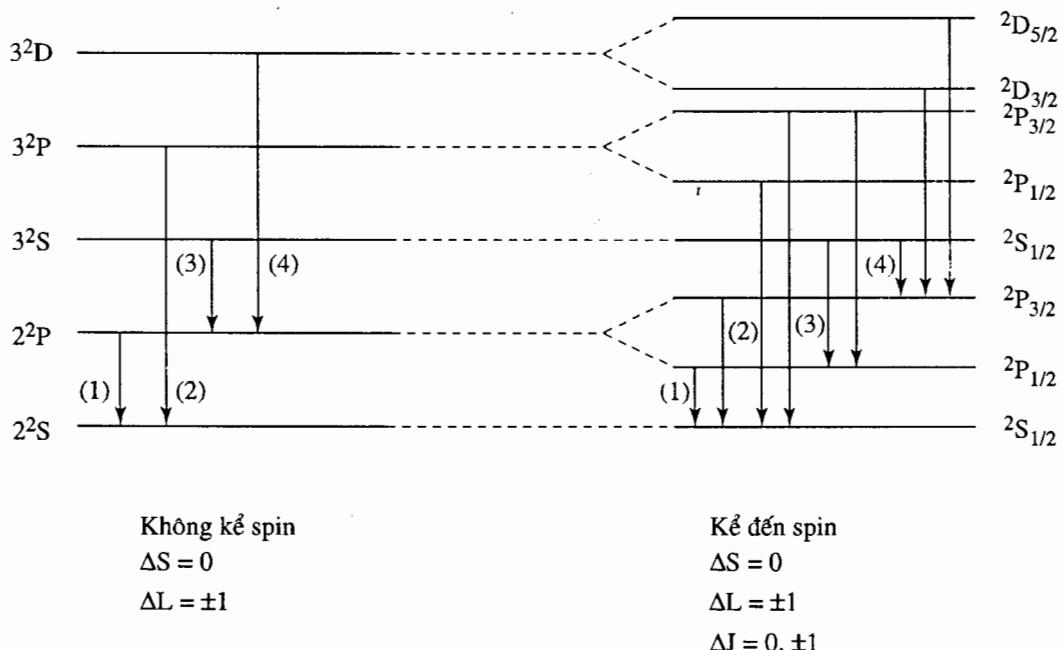
$$hv = E_2 - E_1 = E_{n_2, L_2, J_2} - E_{n_1, L_1, J_1} \quad (38-36)$$

Tuy nhiên, các chuyển dời này phải tuân theo những quy tắc nhất định gọi là các **quy tắc lựa chọn** :

VÍ DỤ 38-4

Vạch phổ của nguyên tử liti. Xét nguyên tử liti, cấu hình electron của liti là $1s^2 2s^1$, có một electron ở vành ngoài cùng. Hãy vẽ sơ đồ mức năng lượng của nguyên tử liti và các chuyển dời lượng tử được phép.

Giải. Các mức năng lượng của nguyên tử liti khi không kể đến spin và khi kể đến spin như hình 38-16.



Hình 38-16

Ta thấy rằng khi kể đến spin, nghĩa là có tương tác spin – quỹ đạo thì các mức năng lượng được tách ra và có cấu trúc tinh tế trong phổ nguyên tử.

Hiệu ứng Zeeman (dị thường)

Nếu nguyên tử được đặt trong từ trường ngoài thì do tương tác của momen từ nguyên tử với từ trường ngoài, cho nên các mức năng lượng nguyên tử được cộng thêm một phần năng lượng phụ :

$$E = E^0 + \Delta\varepsilon = E^0 - \mu_J B$$

Thay μ_J từ phương trình (38-34) ta có :

$$E = E^0 + (g_J m_J B) \mu_B \quad (38-38)$$

Vì vậy khi có một sự chuyển dời lượng tử thì phôtônen được phát xạ hay hấp thụ có năng lượng là :

VÍ DỤ 38-5

Vạch phổ của nguyên tử liti trong từ trường. Xét chuyển dời lượng tử từ mức $2^2P_{1/2}$ sang mức $2^2S_{1/2}$. Hãy vẽ sơ đồ các mức năng lượng và các chuyển dời lượng tử được phép khi nguyên tử đặt trong từ trường. Viết biểu thức tần số của các vạch phổ.

Giải. Các mức năng lượng và các chuyển dời được phép khi nguyên tử liti đặt trong từ trường như hình 38-17.

Các tần số có giá trị như sau :

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{4B}{3h} \mu_B$$

$$\nu_2 = \nu_0 - \frac{2B}{3h} \mu_B$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{2B}{3h} \mu_B$$

$$\nu_4 = \nu_0 + \frac{4B}{3h} \mu_B$$

$$\hbar\nu = E_2 - E_1$$

$$= E_2^0 - E_1^0 + (g_{J_2} m_{J_2} - g_{J_1} m_{J_1}) B \mu_B$$

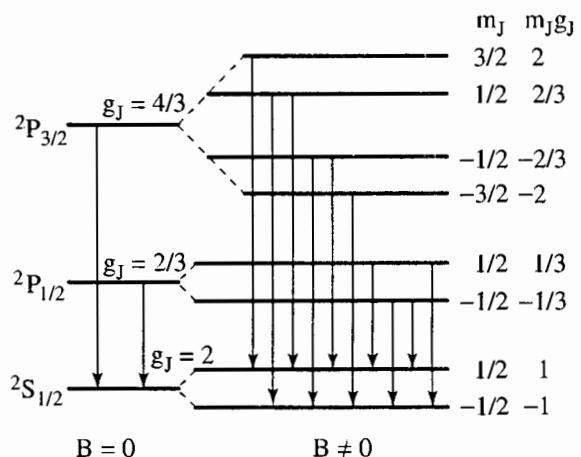
hay tần số :

$$\nu = \nu_0 + \frac{\Delta(g_J m_J)}{h} B \mu_B \quad (38-39)$$

$$\text{trong đó } \Delta(g_J m_J) = g_{J_2} m_{J_2} - g_{J_1} m_{J_1}.$$

Sự chuyển dời này ngoài các quy tắc lựa chọn (38-37) còn phải kể thêm một quy tắc nữa, đó là :

$$\Delta m_J = m_{J_2} - m_{J_1} = 0, \pm 1 \quad (38-40)$$



Hình 38.17

Bài tự kiểm tra 38-5

Xét sự chuyển dời lượng tử từ mức $2^2P_{3/2}$ sang mức $2^2S_{1/2}$. Hãy vẽ sơ đồ các mức năng lượng và các chuyển dời lượng tử được phép khi nguyên tử đặt trong từ trường.

Đáp số : Có 6 chuyển dời lượng tử, ứng với 6 vạch phổ :

$$v = v_0 \pm \frac{1}{3} \frac{B}{h} \mu_B ; v_0 \pm \frac{B}{h} \mu_B ; v_0 \pm \frac{5}{3} \frac{B}{h} \mu_B . \text{(xem hình 38.17)}$$

? CÂU HỎI

1 Tại sao các hàm sóng của nguyên tử hiđrô lại liên quan đến vị trí của electron hơn là vị trí của prôton ?

2 Tại sao sự lượng tử hoá của momen động lượng không được thể hiện khi quan sát chuyển động của các vật thể vĩ mô, chẳng hạn như con quay hồi chuyển ?

3 Lí thuyết lượng tử áp dụng cho nguyên tử hiđrô cho cùng các mức năng lượng lượng tử hoá như mẫu Bohr. Tại sao chúng ta lại xem lí thuyết lượng tử là cơ bản hơn ?

4 *Mặt nút* đối với một electron là mặt trên đó mật độ xác suất của nó bằng không. Có mặt nút cho electron ở trạng thái 2, 0, 0 trong nguyên tử hiđrô không ? Nếu có hãy mô tả mặt đó. Cũng hỏi như trên cho electron ở trạng thái 2, 1, 0.

5 Khi xem xét hiệu ứng Zeeman, tại sao chúng ta lại thấy có lợi nếu chỉ hạn chế xem xét các nguyên tử trong đó các hiệu ứng của spin bị triệt tiêu ?

6 Tại sao bậc tự do liên quan đến momen động lượng riêng của electron lại được gọi là "spin" ? Có nguyên nhân nào để tin rằng bậc tự do đó thực sự là do sự quay của electron như một con quay đang quay không ? Có nguyên nhân nào để tin rằng không phải như vậy không ? (Gợi ý : Nếu là chuyển động tự quay, hãy tính độ lớn của momen spin $|S|$ theo cổ điển và theo lượng tử thì sẽ dẫn tới $v > c$, mâu thuẫn với lí thuyết tương đối).

7 Hãy xét một vật quay, chẳng hạn như một con quay hồi chuyển. Giả sử rằng các bộ phận của con quay đều tích điện, nhưng điện tích tổng cộng của nó bằng không. Con quay này có thể có momen từ không ? Giải thích.

8 Tại sao từ trường không đều lại được dùng trong thí nghiệm Stern – Gerlach ?

9 Một electron có thể ở trong lớp con 3f hay không ? Giải thích.

10 Trong mỗi chu kì của Bảng tuần hoàn, năng lượng ion hoá đều có xu hướng tăng theo sự tăng của Z. Giải thích ? Tại sao lại có sự thay đổi đột ngột của năng lượng ion hoá khi ta đi từ cuối của một chu kì sang đầu của chu kì tiếp theo ?

- 11** Hãy giải thích tại sao các khí trơ lại kém hoạt động nhất về mặt hoá học so với các nguyên tố khác.
- 12** Sự sắp xếp lại các electron trong nguyên tử tuân theo các nguyên tắc nào ?
- 13** Thế nào là hiện tượng Zeeman. Phân biệt hiệu ứng Zeeman thường và dị thường.

■ ĐỀ TẬP

Mục 38-1. Nguyên tử hiđrô

- 1** Đối với nguyên tử hiđrô ở trạng thái 3, 2, +1, hãy xác định : (a) Năng lượng ra electron vôn ; (b) Độ lớn momen quỹ đạo theo đơn vị \hbar , (c) Thành phần z của momen quỹ đạo theo đơn vị \hbar .
- 2** Nguyên tử hiđrô ở trạng thái 4, 3, -1. Hãy xác định : (a) L^2 , (b) L_z^2 , (c) $L_x^2 + L_y^2$, (d) Tổng $L_x^2 + L_y^2$ có bị lượng tử hoá không ?
- 3** Xét một đĩa hát có momen quán tính $I = 1,5 \cdot 10^{-3}$ kg.m² quay trên một mâm có tốc độ $33\frac{1}{3}$ vòng/ phút. Giả sử rằng độ lớn momen động lượng của đĩa bị lượng tử hoá $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ với l là số lượng tử nguyên không âm. Hãy xác định l . Bạn có nghĩ rằng sự lượng tử hoá này có thể quan sát được không ?

Mục 38-2. Hàm sóng của nguyên tử hiđrô

- 4** Hãy tính hàm sóng ψ_{100} theo đơn vị $a_0^{-3/2}$ tại điểm có tọa độ Descartes (x, y, z) là $(0, 0, a_0)$.
- 5** (a) Hãy xác định các giá trị của r tại đó hàm sóng ψ_{300} bằng không, biết :

$$\psi_{300} = C_3(1 - 2\rho + \frac{2\rho^2}{27})e^{-\rho/3}$$

Trong đó $\rho = \frac{r}{a_0}$ và C_3 là hệ số chuẩn hoá (dương). Hãy xác định khoảng các giá trị của r trong đó ψ_{300} là (b) dương, (c) âm.

- 6** Xét một hình cầu có bán kính $0,1a_0$ và có tâm tại hạt nhân của nguyên tử hiđrô. Không cần phải lấy tích phân, hãy chứng tỏ rằng xác suất để electron ở trạng thái cơ bản được chứa trong hình cầu đó là 1.10^{-3} . Hãy thử lại kết quả bằng cách lấy tích phân.

- 7 Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản. Tính xác suất tìm electron trong hình cầu có bán kính a_0 và xác suất tìm electron ở ngoài hình cầu đó.

Mục 38-3. Nguyên tử kim loại kiềm

- 8 Năng lượng liên kết của electron hoá trị trong nguyên tử liti ở trạng thái 2s bằng 5,59eV ; ở trạng thái 2p bằng 3,54eV. Tính các số bô chính Rydberg đối với các số hạng s và p của liti.
- 9 Tìm bước sóng của bức xạ phát ra khi nguyên tử Na chuyển từ trạng thái 4s → 3s. Cho biết các số bô chính $x_s = 1,37$, $x_p = 0,88$.

Mục 38-4. Sự lượng tử hoá của momen động lượng và momen từ. Hiệu ứng Zeeman thường

- 10 Xét một nguyên tử ở mức năng lượng có momen spin toàn phần bằng không. Như vậy spin không cho đóng góp gì vào momen của nguyên tử. Giả sử mức này có $l = 2$. (a) Hỏi mức này sẽ được tách thành bao nhiêu mức khi nguyên tử đó được đặt vào từ trường ? (b) Nếu độ lớn của từ trường là 0,35T, thì khoảng cách giữa các mức năng lượng mới tách ra là bao nhiêu electron volt ?
- 11 Các nhà thiên văn học sử dụng hiệu ứng Zeeman để đo từ trường trên bề mặt của các sao. Giả sử người ta quan sát được sự tách mức năng lượng của các nguyên tử ở bề mặt một sao là $1,02 \cdot 10^{-4}$ eV. Người ta cũng biết rằng spin toàn phần của các nguyên tử ở các mức đó bằng không và do đó spin không cho đóng góp vào momen động lượng. Hãy xác định độ lớn B của từ trường trên bề mặt của sao đó.
- 12 Trong các phép đo hiệu ứng Zeeman, cũng như nhiều phép đo phổ khác, người ta đo khoảng cách bước sóng $\Delta\lambda$ giữa các vạch, rồi tính khoảng cách năng lượng ΔE giữa các mức. (a) Dùng biểu thức năng lượng của phôtônen $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ và giả sử ΔE là nhỏ, hãy chứng minh rằng $\Delta E = -\left(\frac{hc}{\lambda^2}\right)\Delta\lambda$.
 (b) Nêu ý nghĩa của dấu trừ trong biểu thức đó của ΔE . (c) Tính ΔE ra eV giữa hai vạch phổ có bước sóng 506,4 và 506,8nm.

Mục 38-5. Spin của electron

- 13 Hãy xác định thành phần z của momen từ spin chính xác tới ba chữ số có nghĩa (eV/T) đối với electron có spin : (a) hướng xuống và (b) hướng lên.
- 14 Các nguyên tử bạc (có $M = 1,8 \cdot 10^{-25}$ kg) được dùng trong thí nghiệm ban đầu của Stern – Gerlach. Thành phần z của lực (F_z) tác dụng lên một lưỡng cực từ (có thành phần z là μ_z) bằng :

$$F_z = \mu_z \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

với $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ là gradient của từ trường không đều. (a) Cho μ_z là thành phần z của

momen từ spin của một electron, hãy tính F_z cho trường hợp $\frac{\partial B_z}{\partial z} = 1,5 \text{ kT/m}$.

(b) Giả sử rằng đây là lực duy nhất tác dụng lên nguyên tử bạc. Hãy xác định thành phần z của gia tốc (a_z) của nguyên tử đó. (c) Giả sử ta có chùm nguyên tử chuyển động với tốc độ $1,0 \text{ km/s}$ trên khoảng cách $d = 40 \text{ mm}$ qua từ trường nói trên (xem hình 38-11). Hãy xác định độ lệch Δz của hai chùm con.

Mục 38-6. Các trạng thái lượng tử của nguyên tử hiđrô

- 15** (a) Tính số các trạng thái trong lớp con 4f. Hãy xác định : (b) năng lượng và (c) độ lớn momen quỹ đạo đối với electron trong nguyên tử hiđrô ở lớp con đó.
- 16** (a) Tính số trạng thái trong lớp N ? (b) Liệt kê các giá trị khả dĩ của l đối với electron thuộc lớp N. (c) Liệt kê các giá trị khả dĩ của m_l đối với electron thuộc lớp con 4f.
- 17** Lớp $n = 3$ chứa đầy các electron. Tìm số electron : (a) Có cùng số lượng tử $m_s = \frac{1}{2}$; (b) Có cùng số lượng tử $m_l = 1$; (c) Có cùng số lượng tử $m_s = -\frac{1}{2}$ và $m_l = 0$; (d) có cùng số lượng tử $m_s = \frac{1}{2}$ và $l = 2$.
- 18** Một ví dụ về sự tách các vạch phổ do hiệu ứng spin – quỹ đạo hay được nói đến là trường hợp các vạch D của natri. Các vạch này có bước sóng bằng $588,995$ và $589,592 \text{ nm}$. Hãy xác định độ tách năng lượng và năng lượng trung bình của các dịch chuyển. (Gợi ý : Dùng kết quả cho trong bài tập 12).

Mục 38-8. Nguyên lí Pauli và bảng tuần hoàn các nguyên tố

- 19** Tìm năng lượng ion hoá đối với : (a) ion He^+ và (b) ion Li^{++} .
- 20** Hãy xác định các số lượng tử n và l cho electron liên kết yếu nhất trong nguyên tử : (a) Al ($Z = 13$) và (b) Ga ($Z = 31$).
- 21** Hãy xác định Z_{eff} đối với : (a) Li và (b) Ne. Biết năng lượng ion hoá đối với các nguyên tố này là $5,39$ và $21,6 \text{ eV}$ tương ứng.

Mục 38-9. Momen động lượng và momen từ của nguyên tử

- 22** Xác định momen từ toàn phần của nguyên tử ở trạng thái : (a) ${}^1\text{F}_3$, (b) ${}^2\text{D}_{3/2}$, (c) ứng với $S = 1, L = 2$ và thừa số Lande bằng $\frac{4}{3}$.

- 23 Nguyên tử ở trạng thái $L = 2$; $S = \frac{3}{2}$ có momen từ toàn phần bằng không. Tìm momen toàn phần của nguyên tử đó.
- 24 Nguyên tử ở trạng thái có độ bội bằng 3 và momen toàn phần bằng $\hbar\sqrt{20}$. Tìm các số lượng tử L có thể có của momen quỹ đạo nguyên tử.
- 25 Nguyên tử ở trạng thái có $S = 2$, momen toàn phần bằng $\hbar\sqrt{2}$ và momen từ toàn phần bằng không. Xác định số hạng nguyên tử.

Mục 38-10. Phổ nguyên tử. Hiệu ứng Zeeman dị thường

- 26 Vẽ sơ đồ các mức năng lượng và các chuyển đổi lượng tử giữa hai mức 1S_0 và 1P_1 khi nguyên tử đặt trong từ trường.
- 27 Xét một chuyển đổi lượng tử giữa hai mức 1D_2 và 1P_1 . Tìm số các chuyển đổi và số vạch phổ khi nguyên tử đặt trong từ trường.
- 28 Một nguyên tử đặt trong từ trường $B = 2,5\text{kG}$ ($1\text{G} = 10^{-4}\text{T}$). Tính khoảng cách năng lượng toàn phần theo eV của các số hạng nguyên tử sau đây
(a) 1D_2 ; (b) 3F_4 .

◆ BÀI TẬP NÂNG CAO

1 **Giá trị trung bình (kì vọng).** Các hàm sóng có thể được dùng để tính giá trị trung bình hay giá trị kì vọng của các đại lượng động lực. Ví dụ, giá trị trung bình $\langle r \rangle$ của khoảng cách electron – hạt nhân r bằng :

$$\langle r \rangle = \int_{\text{toute l'espace}} r |\psi|^2 dV$$

(a) Hãy xác định $\langle r \rangle$ đối với trạng thái $1,0,0$ của hiđrô. (b) Tương tự, giá trị trung bình của $\frac{1}{r}$ và $\frac{1}{r^2}$ được cho bởi :

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \int_{\text{toute l'espace}} \frac{1}{r} |\psi|^2 dV ; \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle = \int_{\text{toute l'espace}} \frac{1}{r^2} |\psi|^2 dV$$

Hãy xác định $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$ và $\left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle$ đối với trạng thái $1,0,0$ của hiđrô.

- 2** **Giá trị trung bình của động năng và thế năng.** (a) Chứng minh rằng các mức năng lượng của hiđrô có thể viết dưới dạng : $E_n = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0} \right) \frac{1}{n^2}$.
- (b) Tìm giá trị trung bình $\langle U \rangle_1$ của hàm thế năng của nguyên tử hiđrô ở

trạng thái 1, 0, 0 (xem phương trình 38-1). (c) Chứng minh rằng $\langle U \rangle_1 = 2E_1$ và giá trị trung bình $\langle K \rangle_1$ của động năng đối với trạng thái 1, 0, 0 của hidrô là $\langle K \rangle_1 = -E_1$. (d) Tìm giá trị trung bình của lực Coulomb.

3

Hệ số g của các hạt chuyển động tròn. Xét hệ gồm hai hạt a và b, như được cho trên hình 38-18, mỗi hạt chuyển động trên một quỹ đạo tròn. Hai hạt đều có cùng khối lượng bằng $\frac{1}{2}M$ và có cùng tần số góc ω . Bán kính quỹ đạo của chúng bằng R đối với hạt a và $2R$ đối với hạt b. Giả sử q_a là điện tích của hạt a và q_b là điện tích của hạt b. (a) Chứng minh rằng độ lớn của momen quỹ đạo của hệ đối với tâm O bằng $L = \frac{5}{2}MR^2\omega$. (b) Chứng minh rằng độ lớn của momen lưỡng cực từ bằng $\mu = \frac{1}{2}\omega R^2(q_a + 4q_b)$. (c) Nếu ta định nghĩa hệ số g của hệ thông qua biểu thức $\mu = \frac{g e L}{2M}$, hãy chứng minh rằng

$$g = \frac{2}{5} \left(\frac{q_a + 4q_b}{e} \right).$$

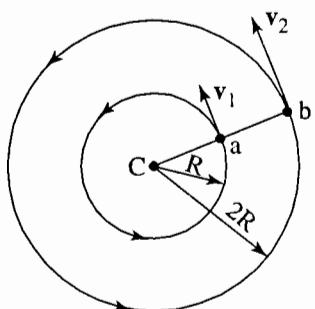
(d). Chứng minh nếu $q_a = q_b = \frac{1}{2}e$ thì $g = 1$. (e) Hãy xác định q_a và q_b để $q_a + q_b = e$ và $g = 2$. (f) Hãy xác định q_a và q_b để $q_a + q_b = 0$ và $g = 1,5$. Chú ý rằng hệ có điện tích toàn phần bằng không. Chẳng hạn, nôtron là trung hòa về điện nhưng vẫn có momen lưỡng cực từ.

4

Bước sóng của các vạch tinh tế do tương tác spin – quỹ đạo của nguyên tử Na khi có chuyển đổi lượng tử từ số hạng 3^2P đến 3^2S là 589,00nm và 589,59 nm. (a) Hãy xác định hằng số tách tinh tế của số hạng 3^2P theo eV. (Gợi ý : Năng lượng tương tác spin – quỹ đạo $\Delta E = a LS = \frac{a}{2} \{ J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \}$). (b) Tìm khoảng cách năng lượng giữa hai mức con liên tiếp của các số hạng nguyên tử $3^2P_{3/2}$ và $3^2P_{1/2}$ trong một từ trường \mathbf{B} . (c) Biết khoảng cách năng lượng giữa hai mức con liên tiếp của số hạng nguyên tử $3^2P_{3/2}$ khi có từ trường \mathbf{B} bằng $\frac{1}{50}$ khoảng cách năng lượng giữa hai mức của số hạng 3^2P do tương tác spin – quỹ đạo khi không có từ trường. Hãy xác định độ lớn của từ trường \mathbf{B} .

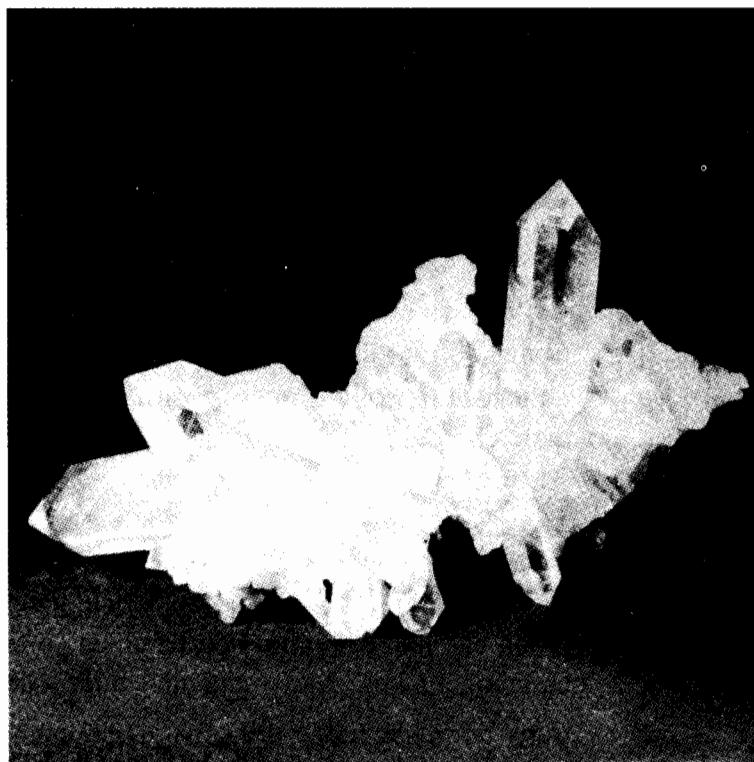
5

Một vạch quang phổ được tạo ra khi có sự chuyển đổi lượng tử ${}^3D_1 \rightarrow {}^3P_0$. Vạch này lại tách ra thành một số vạch khác khi đặt trong từ trường yếu. Khoảng cách giữa hai vạch liên tiếp là $\delta v = 2,1 \cdot 10^9$ Hz. Tìm độ lớn của từ trường.



Hình 38-18. BTNC 3

VẬT RẮN TINH THỂ VÀ LAZE



Dạng tự nhiên của tinh thể thạch anh SiO_2

Ngay sau khi ra đời, cơ học lượng tử đã được áp dụng thành công cho nhiều bài toán mà vật lí cổ điển không thể giải thích nổi. Trong số những bài toán đó có bài toán về sự dẫn điện trong chất rắn tinh thể. Điện trở suất của các vật liệu thường gấp này trải trên một khoảng cực rộng từ $10^{-10} \Omega m$ đối với chất dẫn điện tốt ở nhiệt độ thấp đến $10^{20} \Omega m$ đối với các chất cách điện chất lượng cao.

Trong chương này ta sẽ mô tả tính dẫn điện trong chất rắn và cũng thấy rằng nguyên lí Pauli có ảnh hưởng quyết định đến các tính chất điện của các chất đó.

- 39-1. Mẫu electron tự do
- 39-2. Thống kê Fermi–Dirac
- 39-3. Dẫn điện trong mẫu electron tự do
- 39-4. Lí thuyết vùng năng lượng
- 39-5. Các chất bán dẫn
- 39-6. Siêu dẫn
- 39-7. Laze
- 39-8. Môi trường kích hoạt, trạng thái nhiệt độ âm
- 39-9. Máy phát Laze, các ứng dụng, phép toàn ảnh (holography)

39-1. MẪU ELECTRON TỰ DO

Trong mô hình Drude về vật dẫn, được mô tả ở mục 20-4 (Tập hai), các electron được gia tốc bởi điện trường ngoài và có những va chạm với các ion. Nhưng các electron cũng có thể được xét theo một cách khác, cụ thể là chúng được xem như các hạt chuyển động tự do, tựa như là một chất khí trong hộp tạo bởi các bề mặt của vật dẫn.

Mô hình Drude mặc dù xem các electron như các hạt cổ điển nhưng cũng cho ta một hiểu biết nhất định về quá trình dẫn điện trong kim loại. Tuy nhiên, mô hình này chưa cho những kết quả phù hợp với thực nghiệm, đặc biệt là sự phụ thuộc nhiệt độ của điện trở suất. Để nhận được một mô hình tốt hơn, chúng ta phải xét các electron theo cơ học lượng tử và cần phải đưa vào cả những hiệu ứng của nguyên lý loại trừ Pauli. Bước đầu tiên, ta sẽ xét một electron chuyển động tự do trong một hộp ba chiều.

Electron tự do trong hộp ba chiều (giếng thế năng ba chiều)

Ta đã giải phương trình Schrödinger cho hạt có khối lượng m trong hộp (giếng thế năng) một chiều có bề rộng L ở mục 37-7. Mỗi trạng thái được kí hiệu bằng một số nguyên n . Hàm sóng được cho bởi phương trình (37-15) là :

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

Mức năng lượng của trạng thái này được cho bởi phương trình (37-14) :

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$$

Mỗi trạng thái tương ứng với một sóng đứng (đứng) có thể đặt vừa khít trên bề rộng của hộp. Việc đặt vừa khít một sóng đứng như vậy vào hộp tương ứng với điều kiện biên $\psi = 0$ tại $x = 0$ và $x = L$.

Giả sử một hạt là electron bị nhốt trong một hộp ba chiều, cụ thể là một khối lập phương mỗi cạnh dài L và có thể tích là L^3 . Ta đòi hỏi hàm sóng $\psi(x, y, z)$ phải bằng không tại sáu thành hộp, tức là tại $x = 0$ và $x = L$; $y = 0$ và $y = L$; $z = 0$ và $z = L$. Đòi hỏi này dẫn tới các sóng đứng ba chiều. Sóng đứng đối với một hộp ba chiều đúng bằng tích ba sóng đứng một chiều, mỗi sóng cho một chiều :

$$\psi_{n_1 n_2 n_3} = \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n_1 \pi x}{L} \right) \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n_2 \pi y}{L} \right) \left(\sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n_3 \pi z}{L} \right)$$

hay :

$$\psi_{n_1 n_2 n_3} = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \left(\sin \frac{n_1 \pi x}{L} \right) \left(\sin \frac{n_2 \pi y}{L} \right) \left(\sin \frac{n_3 \pi z}{L} \right) \quad (39-1)$$

trong đó n_1, n_2, n_3 là các số nguyên dương. Hàm sóng trên ứng với năng lượng được cho bởi :

$$E_{n_1 n_2 n_3} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \quad (39-2)$$

Cũng như trong trường hợp một chiều, năng lượng của hạt trong một hộp ba chiều cũng bị lượng tử hóa. Một trạng thái được đặc trưng bởi ba số lượng tử n_1, n_2, n_3 là những số xác định năng lượng của trạng thái.

Trạng thái cơ bản ứng với $n_1 = n_2 = n_3 = 1$ có năng lượng bằng :

$$E_{111} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (1^2 + 1^2 + 1^2) = 3 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$$

Mặc dù bị lượng tử hóa, nhưng các mức năng lượng có thể rất sát nhau đối với hộp có kích thước vĩ mô.

VÍ DỤ 39-1

Khoảng cách giữa hai mức năng lượng thấp nhất. Hãy xác định khoảng cách giữa mức năng lượng của trạng thái cơ bản và mức ở ngay sát nó đối với một électron nằm trong khối lập phương bằng đồng mỗi cạnh dài 10mm.

Giải. Giả sử électron ở trong khối đồng được xem như một hạt tự do trong hộp ba chiều. Trạng thái cơ bản được xác định bởi $n_1 = n_2 = n_3 = 1$. Trạng thái ngay tiếp sau có một trong các số n , chẵng hạn n_1 bằng 2 và các số còn lại vẫn bằng 1. Từ phương trình (39-2), hiệu năng lượng là :

$$\begin{aligned} E_{211} - E_{111} &= \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} [(2^2 + 1^2 + 1^2) - (1^2 + 1^2 + 1^2)] \\ &= \frac{(1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})^2 \pi^2}{2 \cdot (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (10^{-2} \text{ m})^2} \cdot 3 \\ &= 6 \cdot 10^{-32} \text{ J} \approx 3,7 \cdot 10^{-13} \text{ eV} \end{aligned}$$

Để đánh giá hiệu năng lượng này nhỏ tới mức nào, ta hãy so sánh nó với kT , là năng lượng đặc trưng cho một hệ ở nhiệt độ T . Ta sẽ thường xuyên dùng kT như một thước đo hữu ích sự trao đổi năng lượng đối với các électron trong hệ có chứa nhiều électron. Ở nhiệt độ phòng $kT = (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K})(290\text{K}) = 25\text{meV}$, lớn gấp khoảng $7 \cdot 10^{10}$ lần hiệu năng lượng ở trên.

Bài tự kiểm tra 39-1

Trong ví dụ trên, ta đã thấy khoảng cách giữa hai mức năng lượng thấp nhất của électron tự do trong khối đồng có kích thước vĩ mô ($L = 10\text{mm}$) là nhỏ hơn kT rất nhiều ở nhiệt độ phòng (25meV). (a) Hãy xác định L của khối đồng để nó có hai mức năng lượng thấp nhất cách nhau là 25meV. (b) Khối đồng đó là lớn hay nhỏ hơn một hạt cát.

Đáp số : (a) $6,7 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; (b) Kích thước dài của khối đồng đó nhỏ hơn một hạt cát cỡ 10^4 lần.

Mật độ trạng thái đối với các électron tự do

Vì năng lượng của các trạng thái électron quá sát nhau như vậy, nên sự lượng tử hoá còn tinh vi hơn nhiều so với độ phân giải mà chúng ta thường có. Nói một cách khác là có một số rất lớn các trạng thái với năng lượng E nằm trong khoảng năng lượng nhỏ dE . Các tính chất quan trọng của một vật dẫn phụ thuộc vào chỗ các électron cư trú

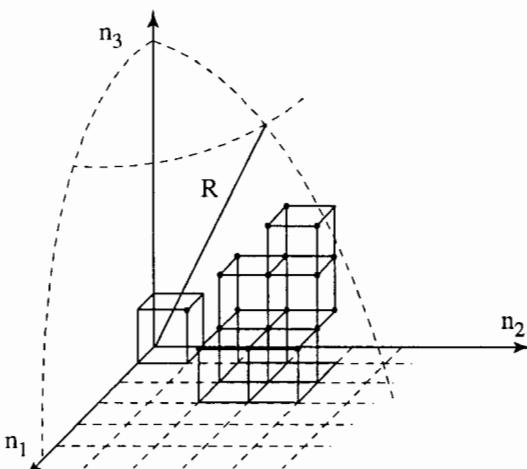
trong những trạng thái đó như thế nào. Vì vậy chúng ta cần phải biết các trạng thái này được phân bố theo năng lượng ra sao. Một đại lượng thuận tiện để mô tả sự phân bố đó của các trạng thái như một hàm của năng lượng E là **hàm mật độ trạng thái $g(E)$** . Nó được định nghĩa sao cho số trạng thái dN với năng lượng nằm trong khoảng giữa E và $E + dE$ được cho bởi :

$$dN = g(E)dE \quad (39-3)$$

Như vậy, *mật độ trạng thái* là số trạng thái trên một đơn vị năng lượng, với năng lượng nằm trong khoảng từ E đến $E + dE$.

Để xác định hàm mật độ trạng thái đối với giá trị năng lượng E , trước hết ta hãy đếm số trạng thái có năng lượng bằng hoặc nhỏ hơn E . Việc đếm này sẽ dễ dàng hơn nếu ta dùng cách dựng hình như trên hình 39-1, trong đó biểu diễn các điểm trong "không gian các số lượng tử". Mạng bao gồm các điểm với các tọa độ (n_1, n_2, n_3) là các số nguyên dương và chiếm toàn bộ góc một phần tam của không gian ba chiều. (Không gian các số lượng tử trừu tượng này chỉ được dùng để đếm số trạng thái. Nó không phải là không gian vật lí thực mà trong đó các electron chuyển động). Vì một trạng thái lượng tử được xác định bởi ba số nguyên dương n_1, n_2, n_3 , nên mỗi điểm trên hình tương ứng với một trạng thái lượng tử, và do đó việc đếm các điểm này cũng chính là đếm các trạng thái. Trong hình 39-1, khoảng cách R từ gốc đến điểm (n_1, n_2, n_3) trong không gian các số lượng tử được cho bởi :

$$R^2 = n_1^2 + n_2^2 + n_3^2$$



Hình 39-1. Mạng tạo bởi các tọa độ nguyên dương n_1, n_2, n_3 . Chỉ một số ít điểm được vẽ trong góc một phần tam của không gian.

Thay bán kính R này vào phương trình (39-2), ta được :

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} R^2 \quad (39-4)$$

Bình phương bán kính R tỉ lệ với năng lượng của trạng thái. Như chúng ta thấy từ hình vẽ, mỗi điểm trong góc một phần tam của hình cầu bán kính R tương ứng với một trạng thái có năng lượng nhỏ hơn hoặc bằng giá trị đó của E . (Việc đếm chỉ liên quan tới góc một phần tam của hình cầu, vì các số lượng tử n_1, n_2, n_3 luôn là dương). Như vậy số trạng thái với năng lượng bằng hoặc nhỏ hơn E sẽ bằng số điểm mạng nằm trong góc một phần tam đó của hình cầu. Vì R được đo bằng đơn vị của các số lượng tử, nên số trạng thái N_s đúng bằng thể tích của góc một phần tam đó tính theo R , tức là :

$$N_s = \frac{1}{8} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{\pi R^3}{6}$$

Các số lượng tử n_1, n_2, n_3 mới chỉ tính đến ba bậc tự do không gian của một electron. Ngoài ra mỗi electron còn có một bậc tự do nội tại mà ta gọi là spin và số lượng tử spin m_s có hai giá trị là $+\frac{1}{2}$ và $-\frac{1}{2}$. Như vậy, tổng số N các trạng thái của electron sẽ gấp đôi số N_s các trạng thái không gian. Do đó :

$$N = \frac{\pi R^3}{3} \quad (39-5)$$

Để biểu diễn N qua E , ta giải phương trình (39-4) cho R :

$$R = \sqrt{\frac{2mL^2}{\hbar^2 \pi^2}} E$$

và phương trình (39-5) trở thành :

$$N = \frac{L^3 (2mE)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} \quad (39-6)$$

Phương trình (39-6) cho số trạng thái electron có năng lượng bằng hoặc nhỏ hơn E. Để nhận được mật độ trạng thái, ta lấy đạo hàm của N theo E. Nghĩa là, theo phương trình (39-3), $g(E) = \frac{dN}{dE}$, vì $dN = g(E)dE$.

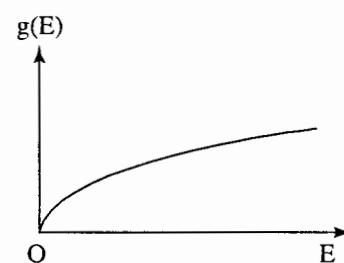
Vậy :

$$g(E) = \frac{L^3 (2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} \quad (39-7)$$

Như vậy, hàm mật độ trạng thái đối với các electron tự do tỉ lệ với căn bậc hai của năng lượng. Tính chất này được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 39-2.

Cần phải lưu ý rằng mật độ trạng thái xác định các trạng thái được phân bố theo năng

lượng như thế nào, nhưng nó không cho biết các trạng thái này được chiếm ra sao. Chúng ta có thể tiên liệu rằng, các trạng thái này đều cho phép các electron chiếm, nhưng không quá một electron cho một trạng thái, theo quy định của nguyên lý loại trừ Pauli. Đây là đặc điểm mà chúng ta sẽ xét ở mục sau.



Hình 39-2. Mật độ trạng thái của electron tự do tăng theo E, $g(E) \sim E^{1/2}$.

VÍ DỤ 39-2

Số trạng thái trong khoảng năng lượng kT ở 6,0eV. Đánh giá số trạng thái của electron dẫn trên khoảng năng lượng 25meV ở 6,0eV trong một khối đồng $(10\text{mm})^3$.

Giải. Mật độ trạng thái được xác định từ phương trình (39-7) :

$$\begin{aligned} g(6,0\text{eV}) &= \frac{(10^{-2}\text{m})^3 (2,9 \cdot 10^{-31}\text{kg})^{3/2}}{2\pi^2 (1,05 \cdot 10^{-34}\text{J.s})^3} (9,6 \cdot 10^{-19}\text{J})^{1/2} \\ &= 1,1 \cdot 10^{41} \text{J}^{-1} = 0,7 \cdot 10^{22} \text{eV}^{-1} \end{aligned}$$

Số trạng thái ΔN trong khoảng năng lượng $\Delta E = 25\text{meV}$ tại 6,0eV, theo phương trình (39-3), bằng :

$$\begin{aligned} \Delta N &= g(E) \Delta E = (0,7 \cdot 10^{22} \text{eV}^{-1}) (25\text{meV}) \\ &= 1,75 \cdot 10^{20} \end{aligned}$$

Bạn có thể thấy rằng số trạng thái trong khoảng năng lượng đó, đối với một khối đồng có chiều dài mỗi cạnh là 10mm là rất lớn.

Bài tự kiểm tra 39-2

Xét khoảng năng lượng ΔE chỉ chứa một trạng thái ($\Delta N = 1$). Hãy tính giá trị ΔE đó tại năng lượng 6,0 eV.

$$\text{Đáp số: } \Delta E = \frac{1}{g(E)} \approx 10^{-22} \text{ eV.}$$

39-2. THỐNG KÊ FERMI – DIRAC

Nguyên lí loại trừ Pauli đóng một vai trò rất cẩn bản để hiểu Bảng tuần hoàn các nguyên tố. Chúng ta đã hình dung được việc sắp xếp các electron, từng hạt một trong một nguyên tử, sao cho không có hai electron chiếm cùng một trạng thái. Cũng hệt như vậy, ta hình dung việc lấp đầy các trạng thái electron trong một chất rắn, cũng tuân theo nguyên lí loại trừ Pauli, tức là một trạng thái hoặc bị chiếm bởi một electron hoặc không bị chiếm. Không có trạng thái nào được chiếm bởi hơn một electron.

Đối với các electron trong chất rắn, số các trạng thái là cực lớn, như chúng ta đã thấy trong ví dụ 39-2. Do đó, chúng ta sẽ không quan tâm tới việc một trạng thái cụ thể nào đó có bị chiếm hay không mà chỉ cần biết số trung bình các trạng thái có năng lượng E đã bị chiếm. Nói một cách khác, chúng ta cần biết xác suất để một trạng thái electron có năng lượng E bị chiếm, nghĩa là chúng ta sẽ xét sự chiếm một trạng thái nào đó *một cách thống kê*.

Có hai đặc điểm thống kê khác nhau trong cách mô tả lượng tử các electron trong chất rắn :

1. Một electron đơn lẻ được mô tả theo xác suất như đã được trình bày trong các chương 37 và 38. Nếu $\psi(x, y, z)$ là hàm

sóng của hạt đó, thì $|\psi(x, y, z)|^2$ là mật độ xác suất tìm thấy hạt tại điểm (x, y, z) .

2. Một số lớn các electron được phân bố theo một số lớn các trạng thái. Sự mô tả khả năng chiếm các trạng thái đó bởi các electron được thông qua một xác suất thứ hai. Và bây giờ chúng ta sẽ xét xác suất thứ hai này.

Bài toán thống kê cơ bản đặt ra ở đây là : Đối với một hệ ở nhiệt độ T , xác suất $p(E)$ để trạng thái electron có năng lượng E được chiếm bằng bao nhiêu ? Câu trả lời đã được Enrico Fermi (1904 – 1954) đưa ra vào năm 1926 và được cho bởi :

$$p(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (39-8)$$

trong đó k là hằng số Boltzmann và E_F là một tham số, được gọi là **năng lượng Fermi** mà ta sẽ thảo luận dưới đây. Phân bố xác suất trong phương trình (39-8) được gọi là **hàm phân bố Fermi – Dirac**. Hàm phân bố Fermi – Dirac cũng mô tả các hạt khác có spin bán nguyên (như proton, neutron,...) và chúng cũng tuân theo nguyên lí loại trừ Pauli. Loại hạt có spin bán nguyên này tuân theo **thống kê Fermi – Dirac** và được gọi là các **fermiône**.

Để thấy hàm phân bố Fermi – Dirac phụ thuộc vào E_F – năng lượng Fermi – như

thế nào, ta hãy xét các hệ electron ở $T = 0$. Trong trường hợp này, các electron chiếm các trạng thái khả dĩ từ năng lượng thấp lên cao, một electron ở mỗi trạng thái, cho đến khi các electron được "yên vị" hết. Khi đó, tất cả các trạng thái với năng lượng nhỏ hơn một giá trị xác định nào đó sẽ bị chiếm hết và tất cả các trạng thái với năng lượng cao hơn đều chưa bị chiếm. Trong cấu hình đó, năng lượng toàn phần của hệ sẽ là cực tiểu, như ta dự kiến đối với trường hợp $T = 0$. Năng lượng Fermi chính là giá trị năng lượng phân cách các trạng thái bị chiếm với các trạng thái chưa bị chiếm. Thật vậy, từ phương trình (39-8) ta thấy xác suất bị chiếm của một trạng thái được cho bởi :

$$\begin{cases} p(E) = 1 \text{ đối với } E < E_F \\ p(E) = 0 \text{ đối với } E > E_F \end{cases} \quad (T = 0)$$

Hàm phân bố Fermi – Dirac gián đoạn tại $E = E_F$ đối với $T = 0$. Vì $p = \frac{1}{2}$ ở chính giữa

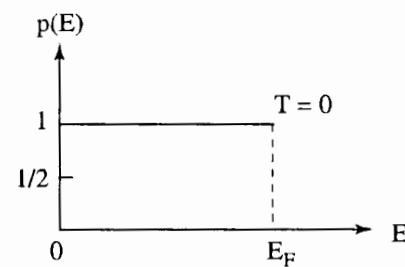
$p(E) = 1$ đối với $E < E_F$ và $p(E) = 0$ đối với $E > E_F$, nên để thuận tiện ta định nghĩa

$p(E_F) = \frac{1}{2}$. Như vậy, xác suất để trạng thái có năng lượng ở năng lượng Fermi E_F bị chiếm là $\frac{1}{2}$. Tính chất trên được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 39-3.

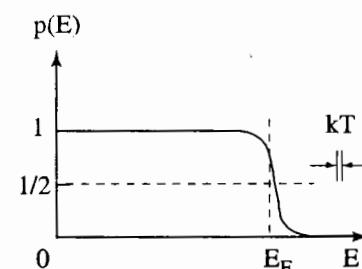
Ở nhiệt độ $T \neq 0$ hàm phân bố Fermi – Dirac là liên tục. Dáng điệu của nó – được minh họa trên hình 39-4 – tương tự với dáng được "làm tròn" của đồ thị trên hình 39-3. Ở những nhiệt độ $T \neq 0$, năng lượng Fermi cũng được giải thích hệt như đối với trường hợp $T = 0$. Tức là xác suất để trạng thái có năng lượng $E = E_F$ bị

chiếm bằng $\frac{1}{2}$. Điều này có thể thấy từ phương trình (39-8).

Giá trị của kT cho ta một thang rất thuận tiện để thảo luận về sự phụ thuộc năng lượng của hàm phân bố Fermi – Dirac. Nếu E nhỏ hơn E_F một vài đơn vị kT , thì hàm $e^{\frac{E}{kT}}$ là nhỏ và $p(E)$ gần bằng 1. Nếu E lớn hơn E_F một vài đơn vị kT thì hàm $e^{\frac{E}{kT}}$ là lớn và $p(E)$ gần bằng không. Trong vùng trung gian, có một khoảng năng lượng rộng vài kT , như được chỉ trên hình 39-4, trong đó $p(E)$ biến thiên từ xấp xỉ 1 đến xấp xỉ 0.



Hình 39-3. Hàm phân bố Fermi – Dirac tại $T = 0$ gián đoạn ở năng lượng Fermi E_F .



Hình 39-4. Hàm phân bố Fermi – Dirac liên tục đối với $T > 0$. Xác suất chiếm $p(E)$ thay đổi từ gần 1 đến gần 0 trong khoảng vài kT xung quanh E_F .

VÍ DỤ 39-3

Khoảng năng lượng trên đó $p(E)$ **giảm từ 0,9 đến 0,1.** Xác định khoảng năng lượng (theo kT) trên đó hàm phân bố Fermi – Dirac giảm từ 0,9 đến 0,1.

Giải. Giả sử E_b là năng lượng tại đó $p(E_b) = 0,1$. Thay giá trị đó vào phương trình (39-8) và giải cho hàm e^{μ} , ta được $e^{(E_b - E_F)/kT} = 9,0$ hay $\frac{E_b - E_F}{kT} = \ln 9,0$. Tương tự, giả sử E_a là năng lượng tại đó $p(E_a) = 0,9$. Khi đó $\frac{E_a - E_F}{kT} = \ln 0,1$. Hiệu của hai biểu thức này cho ta khoảng năng lượng cần tìm : $\frac{E_b - E_a}{kT} = \ln 9,0 - \ln 0,1 = \ln \frac{9,0}{0,1} \approx 4,4$. Như vậy xác suất để trạng thái bị chiếm thay đổi từ 90% đến 10% ở trong khoảng năng lượng $E_b - E_a \approx 4,4kT$ bao quanh năng lượng Fermi.

Bài tự kiểm tra 39-3

Tính $p(E)$ ở (a) $E = E_F - kT$ và ở : (b) $E = E_F + kT$.

Đáp số : (a) 0,73 ; (b) 0,27.

Năng lượng Fermi đối với mẫu electron tự do

Năng lượng Fermi có thể được xác định dễ dàng đối với hệ electron tự do ở $T = 0$. Phương trình (39-6) cho số các trạng thái electron có năng lượng nhỏ hơn hoặc bằng một giá trị E nào đó :

$$N = \frac{L^3 (2mE)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3}$$

Nếu đặt $E = E_F$ trong biểu thức đó thì $N = N_e$, với N_e là số electron ở trong hộp. Điều này có nghĩa là ở $T = 0$, tất cả các trạng thái với năng lượng thấp hơn E_F đều đã được chiếm, sao cho số electron đúng bằng số các trạng thái. Để thuận tiện, ta biểu diễn số electron trong hộp bằng mật độ electron n_e nhân với thể tích L^3 của hộp. Khi đó :

$$N = N_e = n_e L^3 = \frac{L^3 (2mE_F)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3}$$

Sau khi giản ước L^3 trong đẳng thức trên, rồi giải ra E_F ta sẽ tìm được sự phụ

thuộc của năng lượng Fermi ở $T = 0$ vào mật độ electron trong hộp :

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_e)^{2/3} \quad (39-9)$$

Năng lượng Fermi ở nhiệt độ cao hơn có thể khác với giá trị của nó ở $T = 0$. Đối với một chất dẫn điện tốt điển hình, chẳng hạn như đồng, sự phụ thuộc nhiệt độ của E_F là rất yếu và giá trị của nó được xác định tại $T = 0$ là một gần đúng tốt cho năng lượng Fermi đối với các nhiệt độ lên tới tận điểm nóng chảy.

Điều quan trọng là cần phải thừa nhận rằng, năng lượng Fermi vạch một đường phân cách về năng lượng giữa các trạng thái có khả năng bị chiếm nhiều hơn ($E < E_F$) và các trạng thái có khả năng không bị chiếm nhiều hơn ($E > E_F$). Trong mẫu electron tự do của vật dẫn, năng lượng Fermi chỉ phụ thuộc vào khối lượng và mật độ electron theo phương trình (39-9). Ta bỏ qua sự phụ thuộc nhiệt độ của E_F .

VÍ DỤ 39-4

Xác định năng lượng Fermi đối với đồng. Giả sử trong đồng có một electron tự do tính trên một nguyên tử, hãy xác định năng lượng Fermi đối với đồng.

Giải. Khối lượng riêng của đồng $\rho = 8,95 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ và khối lượng mol của nó là $M = 63,5 \text{ g/mol}$. Nếu ứng với mỗi nguyên tử có một electron tự do, thì mật độ các electron tự do đúng bằng mật độ nguyên tử :

$$n_e = \frac{\rho N_a}{M} = \frac{(8,95 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) \cdot (6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{0,0635 \text{ kg/mol}} = \\ = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

Theo phương trình (39-9), năng lượng Fermi bằng :

$$E_F = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})^2}{2(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})} [3\pi^2 (8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3})]^{2/3} \\ = 1,1 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 7,0 \text{ eV}$$

Chú ý rằng giá trị này là lớn so với kT , thậm chí ở gần điểm nóng chảy của đồng : $k(1400\text{K}) = 0,12 \text{ eV}$.

Bài tự kiểm tra 39-4

Khối lượng riêng của bạc là $10,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ và khối lượng mol của nó là $107,9 \text{ g/mol}$. Giả sử rằng bạn có một electron tự do tính trên một nguyên tử. Dùng mẫu electron tự do, hãy tính : (a) mật độ electron tự do và (b) năng lượng Fermi của bạc.

Đáp số : (a) $5,86 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$; (b) $8,7 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5,4 \text{ eV}$.

39-3. SỰ DẪN ĐIỆN TRONG MẪU ELECTRON TỰ DO

Mẫu electron tự do cho ta một mô hình đơn giản nhưng hữu ích để hiểu được một số đặc điểm cơ bản của điện trở suất của kim loại. Không đi sâu vào chi tiết, mẫu này chỉ ra rằng, biểu thức về điện trở suất ρ giống như biểu thức (20-14) (Tập hai) trong mẫu Drude cổ điển. Biểu thức đó như sau :

$$\rho = \frac{m}{n_e e^2 \tau} \quad (39-10)$$

trong đó m và e là khối lượng và điện tích của electron, n_e là mật độ electron tự do và τ là thời gian hồi phục. Thời gian hồi phục đặc trưng cho các quá trình tản xạ gây ra sự cản trở (diện trở) đối với dòng các electron.

Mặc dù biểu thức (39-10) có dạng giống hệt như trong trường hợp cổ điển, nhưng chúng ta cần phải nhận thấy hai sự khác

bíệt quan trọng về mặt quan niệm bắt nguồn từ sự khảo sát lượng tử đối với điện trở của vật dẫn :

1. Các electron được mô tả bằng các hàm sóng thay vì được xem như các hạt cổ điển.
2. Nguyên lí loại trừ Pauli chỉ cho phép sự tản xạ đối với các electron có năng lượng gần năng lượng Fermi.

Bây giờ ta sẽ xét chi tiết hơn về các đặc điểm này.

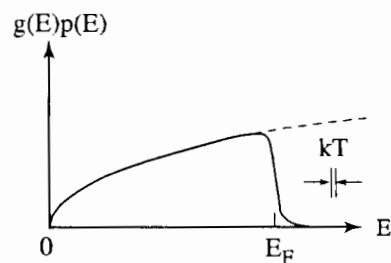
1. Trong mẫu Drude cổ điển, điện trở được giả thiết là do sự tản xạ (va chạm) của các electron (giống như các hạt) bởi các ion của mạng tinh thể. Thậm chí với một mạng hoàn hảo, với các ion đứng yên, cũng vẫn có điện trở đối với dòng electron. Tuy nhiên khi xem xét các electron theo cơ học lượng tử, hàm sóng của electron được xác định bởi mạng tinh thể và sự tản xạ của electron xảy ra nếu mạng là không hoàn hảo. Hai điểm không hoàn hảo quan trọng trong các kim loại, đó là dao động của các ion xung quanh các vị trí của chúng và các tạp chất, chẳng hạn như các tạp ion Zn trong mạng của đồng.

2. Tản xạ của các electron bởi những điểm không hoàn hảo của mạng là chuẩn đòn hồi. Ví dụ, trong tản xạ của electron bởi một ion dao động trong một vật dẫn ở nhiệt độ T vừa phải, năng lượng được truyền giữa electron và ion vào cỡ kT . Ta hãy xét các electron ở trạng thái có năng lượng E_1 nằm dưới xa năng lượng Fermi, $|E_1 - E_F| \gg kT$. Có nhiều electron như thế, vì xác suất để những trạng thái như vậy bị chiếm đều xấp xỉ bằng 1 (xem hình 39-5). Nguyên lí loại trừ Pauli cấm không được có hơn một electron trong một trạng thái. Do đó, các electron với năng lượng nằm dưới E_F một vài kT không thể tản xạ

bởi các ion của mạng được.

Tương tự có rất ít khả năng xảy ra tản xạ của các electron với năng lượng ở trên xa năng lượng Fermi, tức $E - E_F \gg kT$, vì xác suất để một electron chiếm một trạng thái như vậy là xấp xỉ bằng không. Như vậy, chúng ta thấy rằng chỉ những trạng thái với năng lượng gần năng lượng Fermi mới là quan trọng trong các quá trình tản xạ. Tại năng lượng Fermi, xác suất để một trạng thái bị chiếm hoặc không bị chiếm đều bằng $\frac{1}{2}$. Do đó, đối với những trạng thái nằm xung quanh năng lượng Fermi một vài kT , có nhiều electron có thể bị tản xạ và cũng có nhiều trạng thái chưa bị chiếm sẵn sàng tiếp nhận các electron tản xạ đó.

Hình 39-5 minh họa những điều mà ta vừa thảo luận ở trên, bằng cách biểu diễn tích của mật độ trạng thái và hàm phân bố Fermi – Dirac [$g(E)p(E)$] theo năng lượng E trong trường hợp $T > 0$. Mật độ trạng thái tăng như $E^{1/2}$ và $p(E)$ biến thiên từ xấp xỉ 1 đến xấp xỉ 0 trong vùng lân cận năng lượng Fermi một vài kT . Tích này cho ta số trạng thái bị chiếm tính trên một đơn vị năng lượng. Chú ý rằng chỉ ở gần mức Fermi mới có cả electron bị tản xạ và các trạng thái có thể tiếp nhận chúng.



Hình 39-5. Số trạng thái bị chiếm tính trên một đơn vị năng lượng được xác định bởi tích $g(E)p(E)$.

Thời gian hồi phục xuất hiện trong phương trình (39-10) của điện trở suất là đặc trưng cho tán xạ của các electron với năng lượng ở gần năng lượng Fermi. Có hai loại thời gian hồi phục :

- Thời gian hồi phục đối với những tán xạ gây bởi các tạp chất τ_1 .
- Thời gian hồi phục đối với những tán xạ gây bởi dao động của các ion τ_2 .

Thời gian hồi phục τ_1 có thể liên hệ với quãng đường tự do trung bình $\lambda_1 = v_F \tau_1$ là quãng đường trung bình mà các electron đi được giữa hai tán xạ liên tiếp. Khoảng cách này cũng xấp xỉ khoảng cách trung bình giữa các tạp chất trong vật dẫn và do đó độc lập với nhiệt độ. Vì E_F về cơ bản không phụ thuộc vào nhiệt độ, nên cả v_F và $\tau_1 = \frac{\lambda_1}{v_F}$ cũng như vậy. Tóm lại, điện

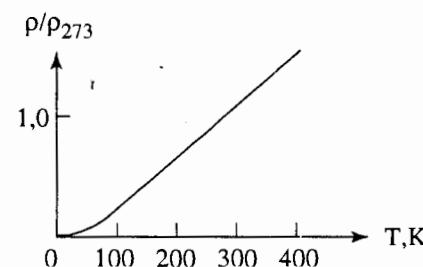
trở suất ρ_1 đối với tán xạ bởi các tạp chất là độc lập với nhiệt độ, vì các đại lượng trong phương trình (39-10) đều độc lập với nhiệt độ.

Trái với tán xạ bởi tạp chất, tán xạ do dao động của các ion lại phụ thuộc vào nhiệt độ. Nhiệt độ càng cao, biên độ dao động của các ion càng lớn và điều này làm tăng

tán xạ. Nhiều tán xạ hơn sẽ dẫn đến quãng đường tự do trung bình càng ngắn hơn và vì vậy thời gian hồi phục τ_2 cũng càng ngắn hơn. Người ta thấy rằng $\frac{1}{\tau_2}$ gần như

tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối T , trừ trường hợp ở những nhiệt độ rất thấp. Do vậy, điện trở suất do dao động của các ion về căn bản là tỉ lệ với T .

Đối với trường hợp nồng độ tạp chất nhỏ, những đóng góp vào điện trở suất do tạp chất và do dao động của các ion có thể cộng lại, do đó điện trở suất của một kim loại điển hình là $\rho_1 + \rho_2$. Ở nhiệt độ cao sự đóng góp vào điện trở suất do dao động là chủ yếu và ρ gần như tỉ lệ với T , như được minh họa trên hình 39-6. Ở nhiệt độ thấp, những đóng góp của dao động là nhỏ không đáng kể và chỉ có đóng góp do các tạp chất.



Hình 39-6. Điện trở suất của Cu do các tạp chất ở nhiệt độ thấp và biến thiên gần như tuyến tính theo T ở nhiệt độ cao hơn. Điện trở suất ở đây được định cỡ theo giá trị của nó ở 273K.

VÍ DỤ 39-5

Tán xạ do tạp chất trong đồng. (a) Hãy dùng kết quả của ví dụ 39-4 để đánh giá tốc độ Fermi đối với một electron trong Cu. (b) Đánh giá thời gian hồi phục đối với tán xạ do tạp chất trong đồng, nếu cho khoảng cách trung bình giữa các tạp chất là 30nm. Điều này tương ứng với nồng độ tạp chất nguyên tử cỡ 0,1%.

Giải. (a) Năng lượng Fermi đối với đồng đã được xác định trong ví dụ trước là $E_F = 7,0 \text{ eV} = 1,1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Vì $E_F = \frac{1}{2}mv_F^2$ ta có :

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \sqrt{\frac{2(1,1 \cdot 10^{-18} \text{ J})}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

(b) Đặt quãng đường tự do trung bình $\lambda_1 = v_F \cdot \tau_1 = 30 \text{ nm}$, ta sẽ xác định được thời gian hồi phục bằng :

$$\tau_1 = \frac{\lambda_1}{v_F} = \frac{30 \text{ nm}}{1,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}} \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

Bài tự kiểm tra 39-5

Dùng kết quả của ví dụ trên, hãy xác định đóng góp vào điện trở suất bởi các tạp chất trong mẫu đồng.

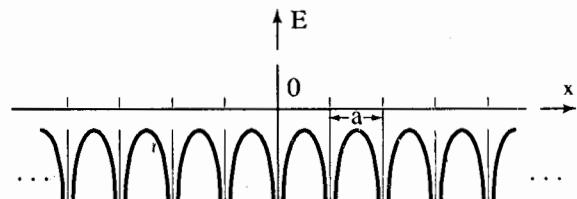
Đáp số : $2 \cdot 10^{-7} \Omega \text{m}$.

39-4. LÍ THUYẾT VÙNG NĂNG LƯỢNG

Chuyển động của electron trong mạng tinh thể

Mẫu electron tự do đã giải thích được một số đặc điểm chung của điện trở suất của các vật dẫn. Đây là một mẫu đơn giản hóa trong đó đã bỏ qua hoàn toàn mạng tuần hoàn tạo bởi các ion. Trong mẫu này tất cả các chất đều là dẫn điện cả. Để hiểu tại sao một số vật liệu là dẫn điện, một số khác lại là cách điện, ta cần phải xét tới ảnh hưởng của mạng tuần hoàn lên chuyển động của electron.

Mạng tinh thể có cấu trúc tuần hoàn nên thế năng của electron trong mạng cũng là một hàm tuần hoàn theo chu kì mạng. Ví dụ, với mạng một chiều, thế năng có dạng như hình 39-7.

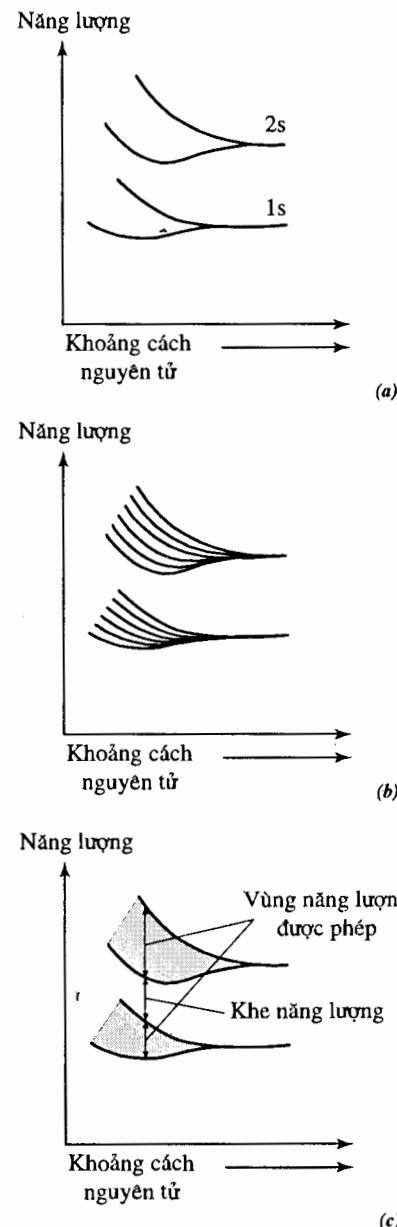


Hình 39-7. Thế năng của electron trong mạng tuần hoàn một chiều $U(x) = U(x+a)$.

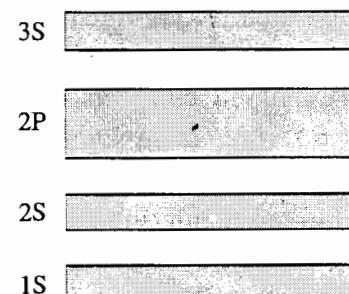
Chuyển động của electron trong một trường tuần hoàn tạo nên một cấu trúc mới về phổ năng lượng. Việc giải phương trình Schrödinger với một thế năng tuần hoàn khá phức tạp, vượt ra ngoài phạm vi của Vật lí đại cương. Nhưng để hiểu được những nét chính, chúng ta có thể suy luận như sau : Xét một tinh thể có N nguyên tử giống nhau. Giả sử ban đầu các nguyên tử này ở rất xa nhau (coi như không tương tác với nhau). Lúc đó mức năng lượng của electron trong mọi nguyên tử là giống

nhau. Gọi g_n là độ suy biến của mức n thì hệ gồm N nguyên tử trên có độ suy biến là Ng_n . Bây giờ ta cho các nguyên tử lại gần nhau để tạo thành tinh thể như nó tồn tại trên thực tế, lúc đó các nguyên tử sẽ tương tác với nhau và các mức năng lượng trên sẽ tách ra, độ suy biến giảm. Do N là một số rất lớn (vào cỡ 10^{23} nguyên tử/ cm^3) nên khoảng cách giữa các mức là rất bé, ta có thể coi như là có một *vùng năng lượng gần như liên tục*. Để minh họa ta xét hai nguyên tử và xét hai mức năng lượng $1s$ và $2s$ của chúng lúc hai nguyên tử xa nhau. Khi hai nguyên tử lại gần nhau thì mỗi mức bị tách ra làm hai (hình 39-8a), nếu có 6 nguyên tử thì một mức tách ra làm 6 mức con (hình 39-8b). Khi số nguyên tử N lớn (cỡ 10^{23} nguyên tử/ cm^3) thì mỗi một mức ban đầu tách ra thành một vùng năng lượng gần như liên tục (hình 39-8c). Các vùng này gọi là **vùng được phép**.

Giữa các vùng này có những khoảng trống, gọi là **khe năng lượng** (hay **vùng cấm**) trong đó không tồn tại trạng thái nào của electron và dĩ nhiên không có electron nào trong vùng đó. Cũng có những miền trong đó có hai hay nhiều vùng năng lượng xen phủ nhau về mặt năng lượng. Các vùng được phép có thể là vùng trống nếu như mọi mức năng lượng của nó chưa bị electron chiếm chỗ ; cũng có thể là vùng đầy nếu như mọi mức năng lượng đều bị electron chiếm chỗ ; hoặc có thể là vùng chưa đầy nếu như có một số mức năng lượng ở phía trên trong vùng còn bị bỏ trống. Hình 39-9 mô tả sơ đồ các vùng năng lượng của tinh thể Na, trong đó vùng được phép $3S$ chỉ mới choán đầy một nửa. Các tính chất điện của một vật rắn phụ thuộc vào sự sắp xếp các vùng và các khe năng lượng, đồng thời cũng phụ thuộc vào việc các vùng đó được cư trú bởi các electron như thế nào.



Hình 39-8. Các vùng năng lượng được tạo thành trong tinh thể.



Hình 39-9. Sơ đồ các vùng năng lượng của tinh thể Na.

Phân loại vật rắn theo thuyết vùng năng lượng

Thuyết vùng năng lượng cho phép giải thích được tính dẫn điện của vật rắn. Có ba loại vật liệu là : vật dẫn, cách điện (điện môi) và bán dẫn. Chúng ta sẽ xem xét từng loại vật liệu theo cách nhìn của thuyết vùng năng lượng.

Vật dẫn

Hãy xét một chất có cấu trúc vùng năng lượng như hình 39-10a. Chúng ta hình dung việc lấp đầy các trạng thái trong vùng theo nguyên lý Pauli : Ở vùng năng lượng cao nhất chưa đầy, có nhiều mức bị chiếm và nhiều mức còn trống. Mức năng lượng Fermi nằm trong vùng này. Vì các electron trong vùng này gây ra sự dẫn điện nên nó thường được gọi là **vùng dẫn**. Vật rắn Na có cấu trúc vùng năng lượng như hình 39-10a. Mỗi nguyên tử Na có cấu hình $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$, mức cao nhất là 3s có một electron. Khi tạo thành tinh thể mức 3s chuyển thành vùng 3S (xem hình 39-9), vùng này chứa N electron trong khi có khả năng chứa $2N$ electron (ứng với $m_s = \pm \frac{1}{2}$).

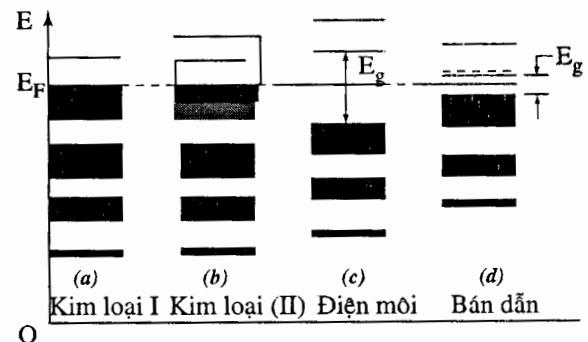
Như vậy vùng 3S chưa đầy. Khi đặt một hiệu điện thế giữa hai đầu vật dẫn thì các electron có thể chuyển lên những mức cao hơn trong vùng, như vậy chúng có thể chuyển động định hướng có tốc độ dưới tác dụng của điện trường ngoài, dòng điện đã được hình thành và vật rắn Na là vật dẫn tốt. Tuy nhiên cũng có vật rắn như Mg có sơ đồ vùng năng lượng như hình 39-10b. Mỗi nguyên tử Mg có hai electron ở mức 3s, khi tạo thành tinh thể mức 3s trở thành vùng 3S đã đầy. Nhưng vùng trống 3P lại phủ lên vùng 3S, vì vậy các electron trong vùng 3S có thể dễ dàng chuyển lên

các mức của vùng trống 3P. Do đó Mg cũng là vật dẫn. Như vậy, *vật dẫn là chất có vùng năng lượng cao nhất chưa đầy, hoặc có vùng năng lượng cao nhất đã đầy nhưng lại nằm chồng lên một vùng trống*.

Chất cách điện (điện môi)

Cấu trúc vùng năng lượng điển hình đối với chất cách điện được cho trên hình 39-10c. Vùng năng lượng cao nhất đã được **choán đầy** (vùng này gọi là **vùng hoá trị**), vùng năng lượng tiếp theo (gọi là **vùng dẫn**) là **vùng trống** nhưng nó nằm cách xa vùng hoá trị, nghĩa là khe năng lượng của vùng cấm khá lớn (E_g cỡ từ 5 đến 10eV). Năng lượng Fermi đối với chất cách điện nằm ở giữa vùng hoá trị và vùng dẫn. Ở nhiệt độ phòng (300K) năng lượng nhiệt của electron vào cỡ $\frac{3}{2}KT \approx 0,04\text{eV}$, năng lượng

này quá nhỏ để các electron có thể chuyển lên vùng dẫn. Do mọi mức năng lượng trong vùng hoá trị đều bị lấp đầy nên các electron không thể di chuyển được, ngay cả khi đặt một hiệu điện thế vào hai đầu vật rắn, vì vậy không có dòng điện chạy qua. Vật liệu loại này là chất cách điện.



Hình 39-10. Sơ đồ vùng năng lượng của các vật dẫn, điện môi và bán dẫn.

39-5. CÁC CHẤT BÁN DẪN

Ở mục trên ta đã thấy rằng chất cách điện có *khe năng lượng lớn* ngăn cách giữa vùng đã bị choán đầy và vùng hoàn toàn còn trống. Có những vật liệu như silic và gali asen lại có *khe năng lượng nhỏ hơn*, ngăn cách vùng hoá trị đã đầy và vùng dẫn còn trống hoàn toàn ở $T = 0$. Ví dụ, khe năng lượng của silic là 1,17eV. Đối với các vật liệu như vậy, ở nhiệt độ thấp có rất ít electron được kích thích chuyển lên vùng dẫn và do đó điện trở suất của nó là lớn, giống như các chất cách điện. Ở những nhiệt độ cao hơn, ví dụ ở nhiệt độ phòng, một phần nhỏ nhưng đáng kể các electron được kích thích vượt qua khe lên vùng dẫn. Khi đó vật liệu có thể mang một dòng điện không quá nhỏ và điện trở suất của nó giống vật dẫn hơn là vật cách điện. Những vật liệu có tính chất đó được gọi bằng cái tên rất phù hợp là **các chất bán dẫn**. Hình 39-10d là sơ đồ vùng năng lượng của chất bán dẫn. Ta thấy rằng trong chất bán dẫn vùng hoá trị (đã đầy) nằm gần vùng dẫn (còn trống). Khe năng lượng của chất bán dẫn là nhỏ. Bảng 39-1 chỉ ra khe năng lượng của một số chất bán dẫn.

Bảng 39-1. *Khe năng lượng của một số chất bán dẫn ở nhiệt độ phòng.*

Indi antimon (InSb)	0,16eV
Gemanii (Ge)	0,67eV
Silic (Si)	1,17eV
Gali asen (GaAs)	1,4eV
Cadimi sunfua (CdS)	2,42eV
kẽm sunfua (ZnS)	3,6eV

Các chất bán dẫn thuần

Trong một chất bán dẫn thuần ở $T = 0$, tất cả các trạng thái trong vùng hoá trị đều đã bị chiếm, và không có một electron nào trong vùng dẫn. Trong một tinh thể tinh khiết và hoàn hảo, các electron choán đầy hoàn toàn vùng hoá trị. Ở những nhiệt độ cao hơn, một số electron bị kích thích chuyển lên vùng dẫn. Vì mỗi electron bị kích thích chuyển lên vùng dẫn đều để lại sau nó một lỗ trống trong vùng hoá trị và trong một vật liệu tinh khiết, số lỗ trống và số electron ở vùng dẫn là như nhau. Các electron và lỗ trống này đều là các hạt tải điện và dòng điện có được là do chuyển động của chúng. Nồng độ của các hạt tải điện đó trong một chất bán dẫn thuần ở nhiệt độ đã cho chỉ phụ thuộc vào bản thân vật liệu. Vì nguyên nhân đó, chất bán dẫn và sự dẫn điện xảy ra trong nó được gọi là **thuần**. Mức năng lượng Fermi trong một chất bán dẫn thuần nằm ở gần giữa khe năng lượng ngăn cách vùng hoá trị và vùng dẫn.

Do sự phụ thuộc nhiệt độ của xác suất chiếm được xác định bởi hàm phân bố Fermi – Dirac, nên nồng độ các electron và lỗ trống phụ thuộc rất mạnh vào nhiệt độ. Vì nồng độ hạt tải điện tăng khi tăng nhiệt độ, nên độ dẫn điện cũng tăng. Tuy nhiên độ dẫn điện của bán dẫn thuần thường là nhỏ, vì số lượng electron và lỗ trống nhỏ.

Các chất bán dẫn có pha tạp chất

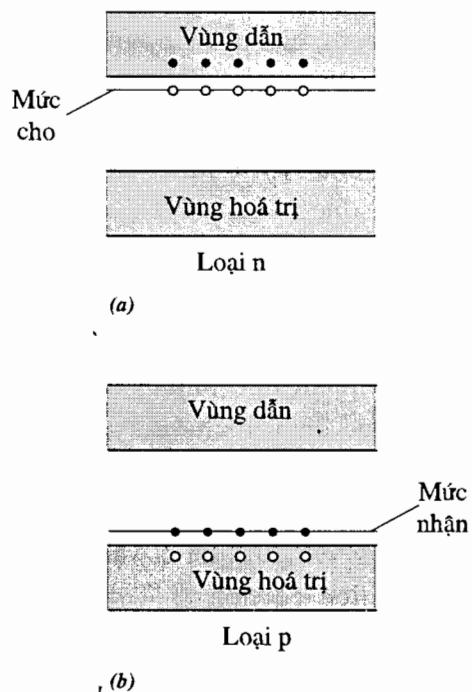
Các linh kiện bán dẫn trong máy tính, radio, và các thiết bị điện tử khác đều dùng các bán dẫn có pha tạp chất. Để đạt

được các đặc tính mong muốn, người ta pha những tạp chất được chọn lựa vào vật liệu tinh khiết theo cách điều khiển được. Như đã được thảo luận ở mục 20-5 (Tập hai), loại tạp chất cho thêm các electron và vì các electron tích điện âm là hạt tải điện chủ yếu, nên vật liệu được gọi là loại n. Các tạp chất nhận các electron, sao cho có thêm các lỗ trống được tạo ra và vì các lỗ trống tích điện dương là hạt tải điện chủ yếu, nên các vật liệu này được gọi là loại p.

Sơ đồ các mức năng lượng đối với các chất bán dẫn loại n được cho trên hình 39-11a. Cũng như với chất bán dẫn thuần, các vùng dẫn và vùng hoá trị được ngăn cách bởi một khe năng lượng. Nhưng ở đây còn có các mức năng lượng trong khe, đó là các mức năng lượng được định xứ trên các ion của tạp chất cho. Những mức này về năng lượng rất gần với vùng dẫn, và đa số các electron được kích thích chuyển từ các mức của chất cho tới vùng dẫn. Như vậy, các tạp chất cho có các mức ở gần vùng dẫn và cho vùng này các electron.

Hình 39-11b là sơ đồ các mức năng lượng của chất bán dẫn loại p. Trong trường hợp này, các mức năng lượng định xứ của các tạp chất ở gần vùng hoá trị. Vì các mức

của chất nhận ở gần vùng hoá trị, nên đa số các mức này bị chiếm bởi các electron. Mỗi một electron được kích thích từ vùng hoá trị lên một mức của chất nhận để lại sau nó một lỗ trống trong vùng hoá trị. Theo cách đó, các tạp chất nhận làm tăng nồng độ các lỗ trống trong vùng hoá trị.



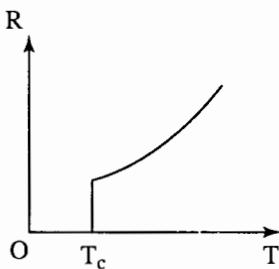
Hình 39-11. (a) Các mức của chất cho ở sát vùng dẫn trong chất bán dẫn loại n. (b) Các mức của chất nhận ở sát vùng hoá trị của chất bán dẫn loại p.

39-6. SIÊU DẪN

Kamerlingh Onnes đã có một quan sát đầy bất ngờ vào năm 1911, khi ông tiến hành đo điện trở của một mẫu thuỷ ngân ở nhiệt độ thấp. Điện trở của mẫu đột ngột giảm xuống không ở nhiệt độ khoảng 4K. Người ta đều tiên liệu trước rằng, điện trở của một kim loại tinh khiết sẽ giảm theo nhiệt độ (như đã được chỉ ra trên hình 39-6

đối với đồng). Nhưng sự biến mất điện trở một cách đột ngột, như được thấy trên hình 39-12 là một điều hoàn toàn bất ngờ. Từ phát hiện ban đầu đó về các dòng điện không có điện trở hay là có tính siêu dẫn, nhiều vật liệu khác đã được tìm thấy cũng bộc lộ tính siêu dẫn. Đối với mỗi chất siêu dẫn có tồn tại một nhiệt độ chuyển pha của

chúng. Nhiệt độ chuyển pha, hay cũng còn gọi là **nhiệt độ tới hạn** T_c là nhiệt độ mà dưới nó chất đang xét trở thành siêu dẫn.

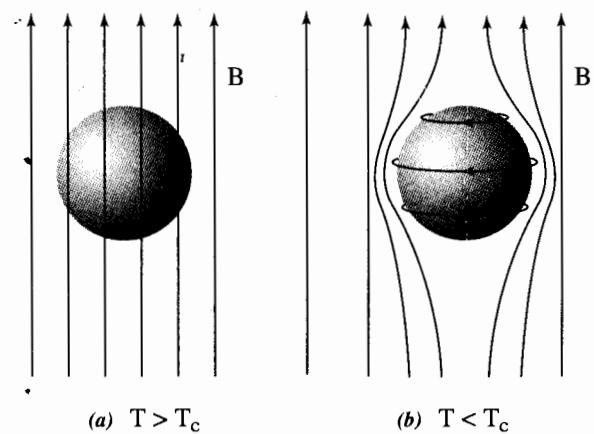


Hình 39-12. Điện trở của một chất siêu dẫn giảm đột ngột không ở nhiệt độ chuyển pha T_c .

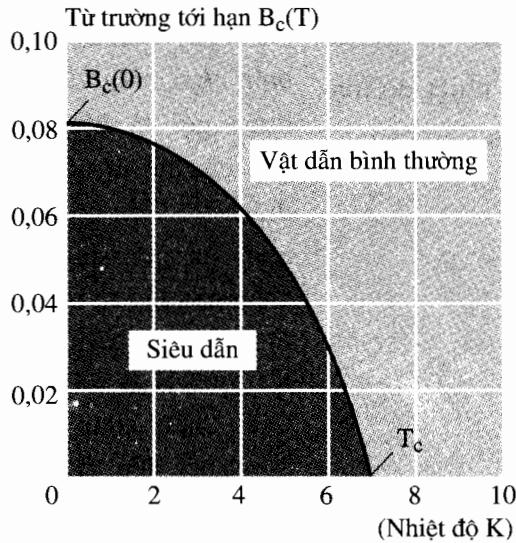
Một chất siêu dẫn thực sự là không có điện trở ; dòng điện được xác lập trong chất siêu dẫn sẽ được duy trì nhiều năm mà không hề suy giảm đáng kể. Một ứng dụng thực tiễn của tính siêu dẫn là để tạo ra những từ trường mạnh, bằng cách dùng các dòng điện lớn trong các cuộn dây siêu dẫn mà không có tổn hao do tỏa nhiệt.

Các chất siêu dẫn có hành vi rất khác với các chất dẫn điện bình thường khi *có mặt từ trường*, và cũng không phải tất cả các chất siêu dẫn đều có hành vi giống hệt nhau. Chúng ta sẽ mô tả trước hết hành vi của các **chất siêu dẫn loại I**. Giả sử có một mẫu siêu dẫn hình trụ được đặt trong một từ trường đều, hướng dọc theo trục của khối đó. Nếu nhiệt độ cao hơn nhiệt độ tới hạn, tức mẫu là một chất dẫn điện bình thường, thì từ trường trong mẫu gần như bằng từ trường ở bên ngoài nó (hình 39-13a). Khi nhiệt độ được hạ xuống dưới T_c , mẫu trở thành siêu dẫn và từ trường bị đẩy ra khỏi vùng bên trong mẫu, như được minh họa trên hình 39-13b.

Như vậy, *không có từ trường bên trong một chất siêu dẫn loại I*. Hiệu ứng này được gọi là **hiệu ứng Meissner**, nguồn gốc của nó là do sự tồn tại của các *dòng điện siêu dẫn* có tác dụng che chắn tại bề mặt của chất siêu dẫn. Các dòng điện che chắn này tạo ra một từ trường làm triệt tiêu từ trường ngoài ở bên trong chất siêu dẫn. Kết quả là $B = 0$ bên trong chất siêu dẫn. Các chất siêu dẫn bộc lộ hiệu ứng Meissner nếu từ trường ngoài đặt vào nhỏ hơn từ trường tới hạn B_c . Các từ trường lớn hơn B_c sẽ làm cho mẫu trở thành chất dẫn điện bình thường và mất đi các tính chất siêu dẫn của nó. Hình 39-14 mô tả sự thay đổi của từ trường tới hạn B_c theo nhiệt độ đối với chì (Pb). Phân ở dưới đường cong, chì là chất siêu dẫn ; phân ở trên đường cong, chì là chất dẫn điện thường.



Hình 39-13. Với chất siêu dẫn loại I : (a) Từ trường tồn tại trong vật dẫn bình thường khi $T > T_c$. (b) Từ trường bị đẩy ra khi mẫu trở thành siêu dẫn $T < T_c$.



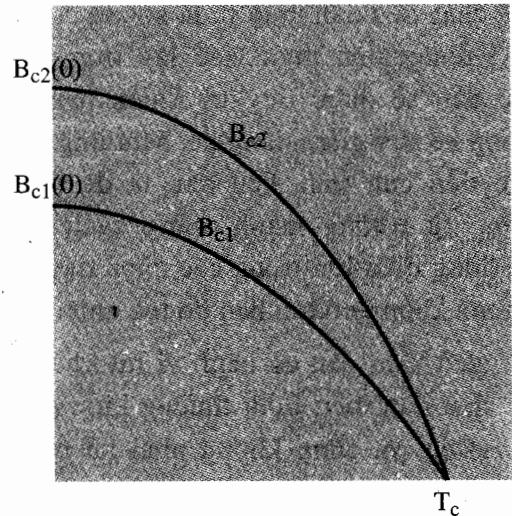
Hình 39-14. *Sự phụ thuộc của từ trường tối hạn B_c vào nhiệt độ đối với chất siêu dẫn loại I.*

Như vậy các chất siêu dẫn loại I chỉ tồn tại ở hai trạng thái *bình thường* và *siêu dẫn*. Bảng 39-2 liệt kê một số chất siêu dẫn loại I.

Bảng 39-2. *Nhiệt độ tối hạn T_c và từ trường tối hạn B_c ($\delta T = 0$) của một số chất siêu dẫn loại I.*

Chất	T_c , (K)	$B_c(0)$, (T)
Al	1,18	0,0105
In	3,41	0,0281
Sn	3,72	0,0305
Pb	7,19	0,0803
Hg	4,15	0,0411
Zn	0,85	0,0054

Các chất siêu dẫn loại II xử sự hơi khác trong từ trường. Một chất siêu dẫn loại này có hai từ trường tối hạn B_{c1} và B_{c2} (hình 39-15). Khi từ trường ngoài nhỏ hơn B_{c1} thì chất siêu dẫn loại II xử sự giống như chất siêu dẫn loại I, nghĩa là nó là chất siêu dẫn đầy được từ trường ra khỏi vùng bên trong của nó. Khi từ trường ngoài



Hình 39-15. *Sự phụ thuộc của từ trường tối hạn B_{c1} và B_{c2} vào nhiệt độ đối với chất siêu dẫn loại II.*

$B > B_{c2}$ thì chất siêu dẫn loại II xử sự giống như một chất dẫn điện bình thường. Tuy nhiên nếu từ trường ngoài ở trong khoảng B_{c1} và B_{c2} thì chất siêu dẫn loại II ở trong trạng thái hỗn hợp vừa có tính siêu dẫn nhưng lại có cả từ trường bên trong nó ; điều này có nghĩa là mẫu có chứa các vùng siêu dẫn lân các vùng dẫn điện bình

thường. Bảng 39-3 chỉ ra các nhiệt độ tới hạn (T_c) và từ trường tới hạn cao nhất (B_{c2}) ở nhiệt độ $T = 0K$ (bằng cách ngoại suy) của một số chất siêu dẫn loại II.

Bởi vì từ trường tới hạn cao nhất B_{c2} có thể khá lớn nên các chất siêu dẫn loại II được sử dụng để tạo ra các nam châm có từ trường cực mạnh dùng trong các máy gia tốc hạt, trong các lò phản ứng nhiệt hạch... Một ứng dụng thực tiễn là chế tạo tàu "đệm từ", trong đó các lực từ vừa nâng các toa tàu lên và đẩy chúng đi.

Gần đây, siêu dẫn đã được phát hiện ở các vật liệu gồm, như $YBa_2Cu_3O_7$ với nhiệt độ tới hạn cỡ 77K, tức ở điểm sôi chuẩn của nitơ lỏng. Các chất siêu dẫn "nhiệt độ cao" này đang là đối tượng của những nghiên cứu và phát triển rất sôi động. Chúng có một tiềm năng lớn cho những ứng dụng công nghệ, vì giá nitơ lỏng như một chất làm lạnh tương đối thấp.

Bảng 39-3. Nhiệt độ T_c và B_{c2} của một số chất siêu dẫn loại II.

Siêu dẫn	T_c , (K)	$B_{c2}(0)$, (T)
Nb_3Sn	18,0	24,5
Nb_3Ge	23,2	38
Nb_3Al	18,7	32,4
$Nb_3(AlGe)$	20,7	44
V_3Ge	14,8	2,08
V_3Si	16,9	2,35
$PbMoS$	14,4	6,0

Trạng thái siêu dẫn

Nếu một chất bị chuyển pha thì một số tính chất của nó sẽ thay đổi. Ví dụ, nhiệt dung riêng của nước sẽ thay đổi khi hơi nước ngưng tụ thành chất lỏng ở nhiệt độ chuyển pha (373,15K ở áp suất khí quyển).

Sự chuyển từ dẫn điện bình thường sang siêu dẫn cũng là một sự chuyển pha. Trong quá trình chuyển pha này, nhiệt dung riêng cũng thay đổi. Ngoài ra một tính chất nữa cũng thay đổi đó là điện trở. Nó thay đổi từ giá trị khác không đổi với trạng thái bình thường sang giá trị không ở trạng thái siêu dẫn.

Chuyển pha dẫn điện thường – siêu dẫn khác với các chuyển pha thông thường. Cấu trúc tinh thể của mạng cơ bản là như nhau đối với trạng thái dẫn điện thường và trạng thái siêu dẫn. Chỉ có cấu trúc electron của hai trạng thái đó là khác nhau về căn bản. Trong trạng thái bình thường của kim loại, cấu trúc electron được mô tả bằng bức tranh các vùng năng lượng, như được trình bày trong mục 39-4. Các electron chiếm một vùng (hoặc các vùng phủ nhau) còn chưa đầy. Còn nhiều trạng thái khả dụng ở gần năng lượng Fermi sao cho chỉ cần một điện trường nhỏ đặt vào là có thể tạo ra dòng điện. Va chạm của các electron với các ion dao động trên nút mạng hoặc với các tạp chất là nguyên nhân gây ra điện trở. Tựa như trong mẫu electron tự do, chúng ta xem ở trạng thái dẫn điện bình thường các electron chuyển động hầu như là độc lập với nhau, chúng chiếm các trạng thái khả dĩ theo đúng thống kê Fermi – Dirac.

Phải rất lâu sau khi Onnes phát hiện ra hiện tượng siêu dẫn, người ta mới hiểu được những nét cơ bản về cấu trúc electron của trạng thái siêu dẫn. Một lý thuyết vi mô về siêu dẫn mãi đến năm 1957 mới được J. Bardeen, L.N Cooper và J. R Schrieffer đưa ra và nó được gọi là lý thuyết BCS (theo chữ cái đầu tiên của tên ba nhà khoa học đó). Lý thuyết BCS là một lý thuyết hệ nhiều hạt dựa trên cơ học lượng tử. Thay vì xem các electron là độc lập nhau, lý thuyết

này tập trung vào trạng thái có tính *tập thể* hay có tính *tương quan* của cả một *tập hợp* các *électron*. Trong trạng thái siêu dẫn, có một *tính kết hợp giữa các hàm sóng* của các *électron* và *tính kết hợp* này mở rộng tới các kích thước *vĩ mô*.

Khái niệm then chốt của lí thuyết BSC về siêu dẫn là **cặp Cooper**. Một tương tác hút giữa các *électron* dù là yếu cũng dẫn đến trạng thái liên kết của một cặp *électron* thích hợp. Điều này có nghĩa là, năng lượng của cặp Cooper sẽ thấp hơn năng lượng của chúng khi không có tương tác hút một lượng gián đoạn. Việc tạo thành cặp Cooper phụ thuộc vào sự có mặt của các *électron* khác. Có nghĩa là, hiệu ứng của tương tác nói trên sẽ được tăng cường do sự chiếm gần như hoàn toàn của các trạng thái ở dưới mức Fermi. Điều này dẫn đến sự liên kết các *électron* có spin ngược nhau và momen động lượng ngược nhau khi tạo thành cặp Cooper. Spin của hai hạt sẽ được cộng lại cho momen spin toàn phần của cặp bằng không. Khi đó, *cặp Cooper* sẽ được mô tả như một *hạt phức hợp* có *spin không* và *momen động lượng không*. Và trạng thái siêu dẫn có thể được xem gần đúng như một thể ngưng tụ có tính chất kết hợp của các cặp Cooper đó.

Trong đa số các chất siêu dẫn, tương tác giữa các *électron* dẫn tới cặp Cooper đều có liên quan tới sự chuyển động của mạng ion. Tương tác này được hình dung theo ngôn ngữ cổ điển như sau : (a) *électron* có điện tích âm kéo nhẹ các ion dương ở lân cận về phía nó làm cho mạng tại chỗ đó bị xô lệch. (b) *électron* khác sẽ bị hút bởi chỗ có các điện tích dương được tập trung hơi lớn hơn các chỗ khác.

Tương tác hút cũng có thể được mô tả dựa trên cơ học lượng tử. Dao động của các ion trong mạng không định xứ mà lan truyền

trong mạng, tạo nên một sóng đàn hồi tự như sóng âm. Vì vậy dao động trong mạng có thể mô tả như một sóng. Tương tự với các phôtôn là lượng tử của ánh sáng, **phônon** là lượng tử của các dao động trong mạng. Tương tác của một *électron* với mạng sẽ được xem như là sự hấp thụ hoặc phát một phônon bởi một *électron*. Như vậy, một *électron* có thể phát một phônon và sau đó phônon này được một *électron* khác hấp thụ. Theo cách đó, hai *électron* tương tác với nhau thông qua mạng. Điều đáng lưu ý ở đây là, chính quá trình hấp thụ hoặc phát một phônon của một *électron* có thể dẫn tới điện trở đối với chất dẫn điện thường hoặc không có điện trở của các chất siêu dẫn. Trong chất dẫn điện bình thường, điện trở là do *électron* bị tán xạ bởi phônon. Trong chất siêu dẫn, sự trao đổi phônon giữa các *électron* dẫn tới cặp Cooper. Chính các cặp Cooper, với điện tích $-2e$, sẽ là các hạt tải điện đi qua vật rắn. Ta biết rằng các dao động mạng và các tạp chất làm tán xạ các *électron* riêng rẽ ở trạng thái thường. Những tán xạ đó làm hao tốn năng lượng và dẫn tới điện trở. Tuy nhiên trong chất siêu dẫn, các *électron* lại liên kết tạo thành các cặp Cooper. Vì các quá trình tán xạ thông thường không thể truyền đủ năng lượng để phá vỡ cặp, nên không có những tán xạ làm hao tốn năng lượng và do đó không có điện trở.

Lượng tử hóa từ thông

Một số tính chất của chất siêu dẫn, chẳng hạn như không có điện trở, có thể hiểu được khi dùng khái niệm cặp Cooper. Có một *sự kết hợp tầm xa* tồn tại giữa tất cả các *électron* siêu dẫn. Điều này được gọi là *sự kết hợp về pha*, tương tự như pha của một sóng. Chỉ đối với hai sóng có hiệu pha không đổi, mới có thể có giao thoa tăng

cường hoặc hủy nhau giữa hai nguồn electron siêu dẫn.

Một hiệu ứng của tính kết hợp về pha là **sự lượng tử hoá từ thông**. Một vòng dây siêu dẫn loại I với dòng điện duy trì được cho trên hình 39-16. Ta hãy xét từ thông $\phi_B = \int BdS$ đối với mặt giới hạn bởi vòng dây. Pha liên kết với trạng thái siêu dẫn thay đổi theo vị trí trên vòng dây này. Vì một mạch điện vòng đưa ta về điểm xuất phát, nên pha cũng cần phải trở về giá trị ở điểm xuất phát của mạch (cũng tương tự như θ và $\theta + 2\pi$ biểu diễn cùng một góc phẳng). Người ta thấy rằng yêu cầu về tính đơn trị của pha kết hợp sẽ dẫn đến sự lượng tử hoá từ thông. Từ thông ϕ_B đối với một vòng siêu dẫn chỉ có thể là các bội nguyên n của *lượng tử từ thông* ϕ_0 :

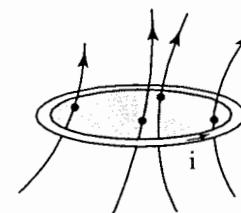
$$\phi_B = n\phi_0 \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (39-11)$$

trong đó $\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb. Thừa số $2e$ ở mẫu số phản ánh điện tích $-2e$ của cặp Cooper.

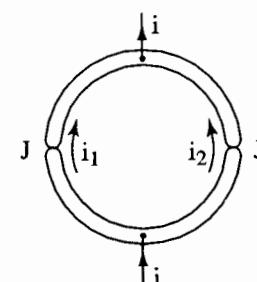
Tính kết hợp về pha còn được bộc lộ trong hiện tượng giao thoa ở một dụng cụ có tên là SQUID (*superconducting quantum interference device – thiết bị giao thoa lượng tử siêu dẫn*). Một SQUID được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 39-17, tương tự với một vòng siêu dẫn, chỉ có điều khác là có kích thước nhỏ hơn nhiều và có một lớp tiếp xúc Josephson ở mỗi nhánh của vòng. Trong lớp tiếp xúc Josephson, có một lớp cách điện ngăn cách hai vùng siêu dẫn. Lớp này mỏng tới mức các cặp Cooper có thể xuyên đường hầm qua (mục 37-9).

Dòng điện xuyên đường hầm qua lớp tiếp xúc Josephson phụ thuộc vào hiệu pha giữa hai phía của lớp đó.

Hai lớp tiếp xúc Josephson có gì đó giống như hai khe trong thí nghiệm Young (mục 32-1). Dòng điện toàn phần trong dụng cụ là tổng dòng điện qua hai nhánh và phụ thuộc vào hiệu pha đối với các cặp qua hai nhánh đó. Hiệu pha này sẽ thay đổi nếu từ thông liên kết với SQUID thay đổi. Với SQUID người ta có thể dễ dàng quan sát được những thay đổi tới một lượng tử từ thông. Vì lượng tử từ thông rất nhỏ, nên SQUID thường được dùng cho các phép đo chính xác về từ trường.



Hình 39-16. Từ trường xuyên qua vòng siêu dẫn.



Hình 39-17. Tổng dòng i trong SQUID phụ thuộc vào hiệu pha đối với các lớp tiếp xúc Josephson. Pha tương đối phụ thuộc vào từ thông liên kết với vòng dây.

VÍ DỤ 39-6

Độ nhạy của SQUID. Vòng dây trong một SQUID đơn giản có bán kính 0,01mm. Hãy xác định sự thay đổi về độ lớn của từ trường vuông góc với mặt phẳng của SQUID tương ứng với sự thay đổi từ thông một lượng bằng ϕ_0 .

Giải. Mặt phẳng của vòng dây có diện tích là πr^2 , nên từ thông liên kết với SQUID là $B\pi r^2$. Nếu B thay đổi một lượng ΔB , thì từ thông thay đổi một lượng $\Delta B\pi r^2$. Đối với sự thay đổi từ thông một lượng bằng ϕ_0 (lượng tử từ thông), ta có $\Delta B\pi r^2 = \phi_0$ và :

$$\Delta B = \frac{\phi_0}{\pi r^2} = \frac{2,07 \cdot 10^{-15} \text{ (Wb)}}{\pi (0,1 \text{ mm})^2} \approx 70 \text{ nT}$$

Bài tự kiểm tra 39-6

Một vòng dây siêu dẫn có bán kính 10mm đặt vuông góc với một từ trường có độ lớn 10mT. Hỏi có bao nhiêu lượng tử từ thông được chứa trong vòng dây đó ?

Đáp số : $1,5 \cdot 10^{19}$.

39-7. LAZE

Lí thuyết lượng tử đã đưa đến nhiều dụng cụ hữu ích, nhưng không có dụng cụ nào hấp dẫn hơn laze. Thuật ngữ **laze** (laser) là tên viết tắt gồm các chữ đầu của cụm từ tiếng Anh *light amplification by stimulated emission of radiation* có nghĩa **khuếch đại ánh sáng bằng phát xạ cảm ứng**. Tên gọi này đề cập tới một quá trình có tên là **phát xạ cảm ứng**, một quá trình đóng vai trò chủ yếu trong hoạt động của laze. Cơ sở lí thuyết của hiện tượng phát xạ cảm ứng được Albert Einstein đưa ra từ năm 1917 và sau này được phát triển bởi hai nhà vật lí Nga là N. G. Bassov ; A. M. Prokhorov và các nhà khoa học Mĩ C. H. Townes, A. L. Schawlow trong các năm năm mươi của thế kỉ hai mươi .

Ánh sáng laze

Ánh sáng laze là các bức xạ điện từ có bước sóng nằm trong vùng gần tia X đến vùng hồng ngoại xa. So với ánh sáng bình thường ánh sáng laze có những đặc tính ưu việt sau :

1. **Độ đơn sắc cao :** Bước sóng của tia laze được xác định với sai số rất nhỏ :

$\Delta\lambda \sim (10^{-8} \div 10^{-10}) \text{ } \textcircled{A}$. Tần số của tia laze rất ổn định $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-12} \div 10^{-13}$; trong khi đó với các nguồn ánh sáng thông thường thì $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 10^{-5}$.

2. **Tính kết hợp cao :** Ánh sáng laze có tính kết hợp rất cao so với ánh sáng từ các

nguồn khác. Ta có thể sử dụng trực tiếp các chùm tia này để tạo ra giao thoa.

3. *Tính định hướng cao* : Độ mở (góc loe) của chùm laze rất nhỏ. Ví dụ : với laze heli – neon góc này chỉ vào cỡ 1mrad (10^{-3} rad).

4. *Cường độ lớn* : Cường độ điện trường trong tia laze có thể đạt tới 10^{10} (V/m). Công suất tia laze có thể đạt được tới 10^5 W ở chế độ liên tục và 10^{12} W ở chế độ xung. Để hiểu được cơ chế phát xạ ánh sáng laze chúng ta phải xét sự tương tác của bức xạ điện từ với các nguyên, phân tử của vật chất.

Hấp thụ, phát xạ tự phát, phát xạ cảm ứng

1. **Hấp thụ.** Khi có bức xạ điện từ rơi vào một chất, các nguyên tử của chất đó hấp thụ năng lượng bức xạ một phần hay toàn phần. Khi đó xảy ra sự chuyển dời mức năng lượng của electron trong nguyên tử : electron ở mức năng lượng E_1 (thường gọi là mức cơ bản) chuyển lên mức năng lượng E_2 cao hơn (mức kích thích) với một xác suất nào đó. Tần số của bức xạ tối phải hoàn toàn thỏa mãn điều kiện (hình 39-18a) :

$$hv = E_2 - E_1 \quad (39-12)$$

Nguyên tử đã hấp thụ phôtônen mang năng lượng hv và chuyển từ mức năng lượng E_1 lên mức năng lượng E_2 .

2. **Phát xạ tự phát.** Nguyên tử ở trạng thái kích thích E_2 có thể giảm năng lượng và chuyển về trạng thái có năng lượng E_1 thấp hơn. Quá trình này có thể xảy ra với một xác suất nào đó và kèm theo sự phát xạ phôtônen (hình 39-18b). Năng lượng của phôtônen này bằng :

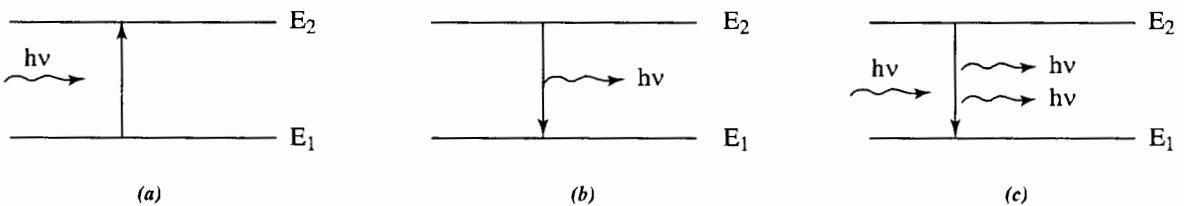
$$hv = E_2 - E_1$$

Phát xạ này được gọi là **phát xạ tự phát** vì nó không đòi hỏi sự kích thích từ bên ngoài và đối với một nguyên tử đã cho nào đó thời gian giữa hấp thụ và phát xạ là không thể tiên đoán được. Sự phát xạ tự phát không xảy ra đồng thời với mọi nguyên tử ở cùng một trạng thái kích thích. Đặc điểm của bức xạ tự phát là *không kết hợp* : các nguyên tử phát xạ *độc lập* với nhau, các bức xạ phát ra không liên kết gì với nhau về pha, về hướng và cả độ phân cực. Chỉ có một mối liên hệ duy nhất là các bức xạ phát ra có cùng một tần số nếu các quá trình chuyển mức năng lượng là giống nhau. Các ánh sáng thông thường mà ta quan sát hàng ngày đều là phát xạ tự phát.

3. **Phát xạ cảm ứng.** Xét hai mức năng lượng E_1 và E_2 của nguyên tử, trong đó $E_1 < E_2$. Giả sử rằng phôtônen của bức xạ chiếu tới có năng lượng $hv = E_2 - E_1$ tương tác với nguyên tử *đang ở mức kích thích* E_2 , Albert Einstein đã tiên đoán rằng (và thực nghiệm đã xác nhận) phôtônen tới có thể sẽ kích thích nguyên tử phát xạ một phôtônen. *Năng lượng, pha, hướng truyền của phôtônen thứ hai này giống hệt như phôtônen tới* (hình 39-18c).

Bức xạ chiếu tới gọi là **bức xạ kích thích**, còn bức xạ phát ra gọi là **bức xạ cảm ứng**. Khác hẳn với bức xạ tự phát, hiện tượng phát xạ cảm ứng có những đặc điểm sau :

- Phát xạ cảm ứng chỉ xảy ra khi có tác dụng của một bức xạ kích thích có cùng tần số.
- Bức xạ cảm ứng và bức xạ kích thích có cùng năng lượng, cùng pha, cùng hướng và cùng độ phân cực. Các bức xạ cảm ứng là các bức xạ kết hợp.



Hình 39-18. (a) Quá trình hấp thụ bức xạ, (b) phát xạ tự phát, (c) phát xạ cảm ứng.

39-8. MÔI TRƯỜNG KÍCH HOẠT, TRẠNG THÁI NHIỆT ĐỘ ÂM

Môi trường kích hoạt

Ta xét một hệ gồm các hạt (nguyên tử, phân tử) có hai mức năng lượng E_2 và E_1 ($E_2 > E_1$) tương ứng với mật độ hạt N_2 và N_1 . Các hạt khi ở trạng thái cân bằng nhiệt tuân theo phân bố Boltzmann :

$$N_i \sim Ne^{-\frac{E_i}{kT}}$$

trong đó $i = 1, 2$ và N là mật độ hạt của hệ ; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ là hằng số Boltzmann. Khi chiếu bức xạ tới (kích thích) có tần số

v sao cho : $E_2 - E_1 = hv$ thì trong hệ xảy ra ba quá trình :

- Hấp thụ phôtô : một số hạt ở trạng thái năng lượng E_1 chuyển lên trạng thái năng lượng E_2 .
- Phát xạ cảm ứng : một số hạt ở trạng thái năng lượng E_2 chuyển về trạng thái năng lượng E_1 và phát ra bức xạ cảm ứng giống hệt bức xạ kích thích.
- Bên cạnh đó luôn có phát xạ tự phát khi một số hạt ở trạng thái năng lượng E_2 tự động chuyển về trạng thái năng lượng E_1 . Phát xạ tự phát này không phụ thuộc vào việc có bức xạ kích thích hay không.

Xác suất của hiện tượng phát xạ cảm ứng tỉ lệ với số hạt N_2 ở mức E_2 ; còn xác suất của hiện tượng hấp thụ tỉ lệ với số hạt N_1 ở mức E_1 . Tỉ số hai xác suất đó là :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} \quad (39-13)$$

Ví dụ, ở nhiệt độ phòng $T = 300\text{K}$, bức xạ tới có bước sóng $0,6\mu\text{m}$ (ứng với $v = \frac{c}{\lambda} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$) thì $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{hv}{kT}} \approx 10^{-80}$.

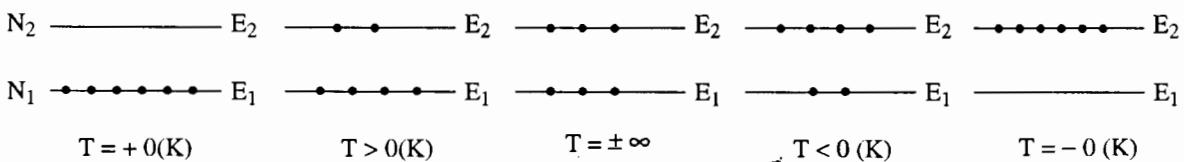
Ta thấy tỉ số này rất nhỏ vì số hạt ở trạng thái kích thích quá ít. Vậy khi có bức xạ kích thích tần số v thì hầu như chỉ xảy ra hiện tượng hấp thụ. Muốn cho xác suất xảy ra hấp thụ bằng xác suất xảy ra phát xạ cảm ứng thì $N_2 = N_1$ tức là $\frac{E_2 - E_1}{kT} = 0$; vì $E_2 \neq E_1$ nên nhiệt độ $T = \pm \infty$.

Muốn cho xác suất xảy ra phát xạ cảm ứng vượt trội xác suất xảy ra hấp thụ thì $N_2 > N_1$, nghĩa là *mật độ hạt ở trạng thái năng lượng cao phải lớn hơn mật độ hạt ở trạng thái năng lượng thấp* ; tức là phải có *sự đảo mật độ hạt*. Môi trường chất có sự đảo mật độ hạt $N_2 > N_1$ gọi là **môi trường**

kích hoạt. Trạng thái đặc biệt này trái với định luật phân bố Boltzmann và hệ khi đó ở trạng thái không cân bằng. Để phân bố Boltzmann có thể mô tả cả trạng thái không cân bằng này thì nhiệt độ tuyệt đối của hệ phải "âm". Như vậy có thể nói rằng trạng thái có sự đảo mật độ hạt là trạng thái có nhiệt độ tuyệt đối âm. Thật vậy từ điều kiện :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}} > 1$$

ta suy ra : $T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln\left(\frac{N_2}{N_1}\right)} < 0$



Hình 39-19. Hình minh họa quan hệ giữa nhiệt độ tuyệt đối và sự phân bố hạt trên hai mức.

Khả năng khuếch đại bức xạ trong môi trường kích hoạt

Như đã trình bày, các bức xạ tự phát xảy ra không đồng thời ; pha, hướng truyền và độ phân cực phân bố có tính chất ngẫu nhiên, không trùng với bức xạ tới vì bức xạ tự phát là phân tán. Vì vậy cường độ bức xạ tự phát theo hướng truyền của bức xạ tới không đáng kể và có thể bỏ qua. Tuy nhiên các bức xạ cảm ứng lại có năng lượng, pha, hướng truyền và độ phân cực giống hệt như bức xạ tới. Do đó trong quá trình truyền của bức xạ tới trong một môi trường nhiệt độ âm (môi trường kích hoạt) thì dòng bức xạ được tăng lên một cách liên tục và cường độ bức xạ ngày một lớn. Thật vậy, xét một chùm bức xạ tới đơn sắc song song có tần số v truyền vào một môi

Thực ra đây chỉ là cách diễn tả trạng thái có sự đảo mật độ hạt, nó không giống như khái niệm nhiệt độ thông thường. Hình 39-19 minh họa sự phân bố các hạt (ví dụ 6 hạt) trên hai mức E_2, E_1 ứng với các nhiệt độ tuyệt đối khác nhau :

Khi nhiệt độ $T = +0(K)$ tất cả các hạt nằm ở mức dưới, mức trên là trống.

Khi nhiệt độ tăng lên ($T > 0$), mức dưới có số hạt nhiều hơn mức trên. Khi $T \rightarrow \pm\infty$ thì số hạt trên hai mức ngang nhau. Tại nhiệt độ tuyệt đối âm ($T < 0$) thì số hạt ở mức trên nhiều hơn mức dưới, khi $T \rightarrow -0(K)$ thì tất cả các hạt ở mức trên, còn mức dưới là trống.

trường kích hoạt theo phương Ox. Gọi cường độ bức xạ tại điểm toạ độ x là I và tại điểm toạ độ $x+dx$ là $I+dI$. Ta thấy độ tăng cường độ bức xạ dI tỉ lệ với I và dx , ngoài ra còn tỉ lệ với hiệu số của số nguyên tử phát xạ và số nguyên tử hấp thụ. Hiệu số này tỉ lệ thuận với hiệu $N_2 - N_1$, do đó ta có thể viết : $dI = g(N_2 - N_1) I dx$, với g là một hệ số dương.

Đặt $G = g(N_2 - N_1)$ và gọi là **hệ số khuếch đại lượng tử**.

Ta có : $\frac{dI}{I} = G dx$

hay $I(x) = I(0) e^{Gx}$ (39-14)

Với $I(0)$ là cường độ bức xạ tại điểm có toạ độ $x = 0$. Đối với môi trường kích hoạt,

$G > 0$, cường độ bức xạ $I(x)$ tăng nhanh theo x . Như vậy, *khi bức xạ tới truyền vào môi trường kích hoạt thì càng truyền vào sâu, cường độ bức xạ càng được khuếch đại*.

Phương pháp tạo ra sự đảo mật độ hạt – Phương pháp "bom"

Có một số phương pháp để "bom" các hạt từ mức năng lượng thấp lên mức năng lượng cao. Nhưng có hai phương pháp bom được dùng nhiều nhất là :

– **Phương pháp "bom" quang học :** Người ta sử dụng một nguồn ánh sáng mạnh thích hợp chiếu vào một môi trường chọn lọc, lúc đó các hạt ở mức năng lượng thấp được "bom" lên mức năng lượng cao. Phương pháp này đặc biệt thuận lợi với các máy phát laze rắn và lỏng.

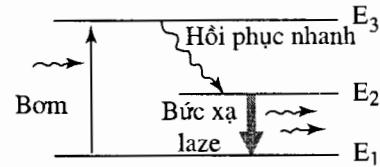
– **Phương pháp "bom" điện :** Người ta sử dụng sự phóng điện đủ mạnh qua một môi trường được chọn lọc để "bom" các hạt từ mức năng lượng thấp lên mức năng lượng cao. Phương pháp này thuận tiện đối với các máy phát laze khí và bán dẫn.

Nguyên tắc cơ bản của phương pháp "bom" như sau :

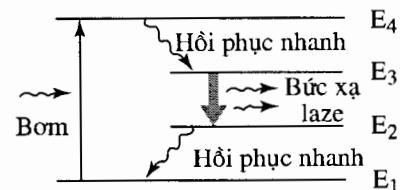
Giả sử cần tạo ra sự đảo mật độ hạt đối với hai mức năng lượng E_1 và E_2 ($E_1 < E_2$) tương ứng với mật độ hạt N_1 và N_2 . Khi hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt thì $N_1 > N_2$. Nếu chiếu vào môi trường một bức xạ tới có tần số v sao cho $hv = E_2 - E_1$ thì sự hấp thụ xảy ra nhiều hơn là phát xạ cảm ứng.

Như vậy, dưới tác dụng của bức xạ tới, quá trình chuyển dời các hạt từ E_1 lên E_2 nhiều hơn quá trình chuyển dời các hạt từ E_2 về E_1 . Như vậy là đã "bom" được hạt từ mức E_1 lên mức E_2 . Nhưng khi mật độ hạt trên

hai mức bằng nhau thì quá trình phát xạ cảm ứng sẽ cân bằng với quá trình hấp thụ. Do đó không thể tạo nên sự đảo mật độ hạt nếu chỉ sử dụng hai mức năng lượng. Để tạo ra sự đảo mật độ hạt người ta sử dụng môi trường kích hoạt trong đó hạt có ba hoặc bốn mức năng lượng. Ở *laze ba mức* (hình 39-20), các hạt được "bom" từ mức E_1 lên mức E_3 . Thời gian sống của hạt trên mức E_3 phải rất nhỏ, khi đó hạt sẽ nhanh chóng chuyển xuống mức E_2 , như vậy có thể tạo ra sự đảo mật độ hạt giữa mức E_1 và E_2 . Ở *trong máy phát laze bốn mức* (hình 39-21), các hạt được bom từ mức E_1 lên mức E_4 . Thời gian sống của hạt trên mức E_4 phải rất nhỏ, khi đó hạt nhanh chóng chuyển xuống mức E_3 . Như vậy giữa hai mức E_2 và E_3 có sự đảo mật độ hạt. Để một laze bốn mức hoạt động được thì thời gian sống của các hạt ở mức E_2 cũng phải nhỏ để chúng nhanh chóng lại chuyển về mức E_1 ban đầu.



Hình 39-20. Sơ đồ hoạt động của laze ba mức.



Hình 39-21. Sơ đồ hoạt động của laze bốn mức.

39-9. MÁY PHÁT LAZE, CÁC ỨNG DỤNG, PHÉP TOÀN ẢNH (HOLOGRAPHY)

Máy phát laze

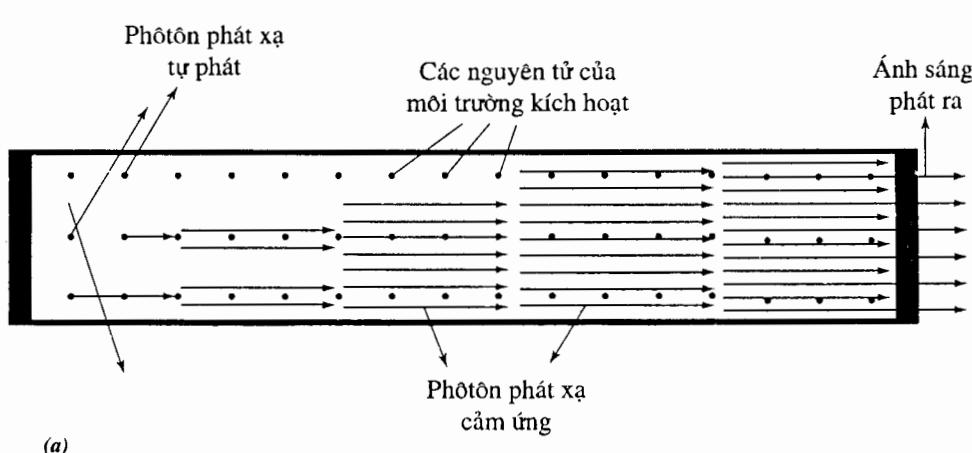
Thông thường một máy phát laze được cấu tạo từ ba bộ phận chính :

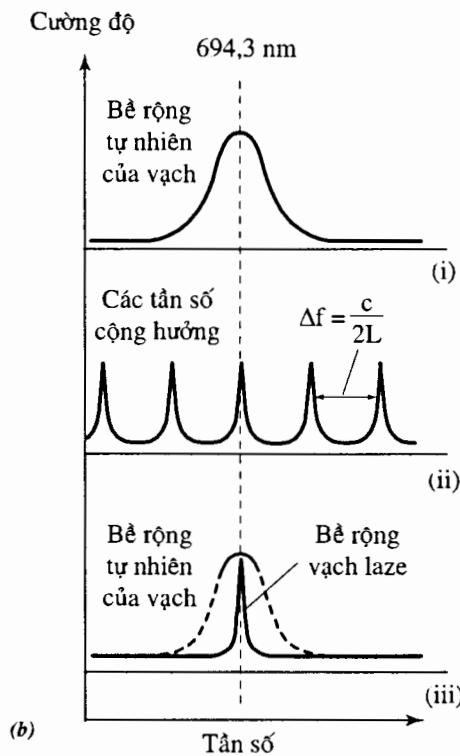
1. **Môi trường kích hoạt** : Là môi trường chất chứa các nguyên tử có khả năng phát xạ ánh sáng. Môi trường này được lựa chọn sao cho bước sóng của bức xạ cảm ứng phát ra có giá trị phù hợp với yêu cầu sử dụng.
2. **Bộ phận kích thích tạo ra sự đảo mật độ hạt** : Quá trình kích thích để tạo ra nhiều hạt ở trạng thái có mức năng lượng cao gọi là quá trình "bơm" mà ta nói tới ở mục trước.
3. **Hộp cộng hưởng** : Là bộ phận dùng để khuếch đại các tia sáng laze trước khi đi ra khỏi máy phát. Đó là một hệ thống gồm các gương có độ phản xạ cao. Một gương là hoàn toàn phản xạ, còn gương kia một phần phản xạ một phần truyền qua. Tia sáng laze truyền qua truyền lại nhiều lần trong môi trường kích hoạt ở hộp cộng hưởng, mỗi lần đi qua môi trường số hạt được kích thích để phát xạ cảm ứng tăng lên, vì vậy cường độ bức xạ cảm ứng được khuếch đại, tăng lên liên tục tương tự như hiện tượng cộng hưởng. Hình 39-22 (a) minh họa cách thức khuếch đại bức xạ cảm ứng trong hộp cộng hưởng.

Khi một phôtônen có bước sóng thích hợp đi trong môi trường kích hoạt gây nên sự phát xạ cảm ứng của nhiều hạt và tạo ra các phôtônen cảm ứng. Các phôtônen này chạy dọc theo trục của hộp cộng hưởng, phản xạ nhiều lần qua hai gương làm cho cường độ bức xạ cảm ứng được khuếch đại. Ánh sáng laze được phát ra dọc theo trục của hộp cộng hưởng có độ phân kì rất nhỏ. Các gương này không chỉ tạo ra ánh sáng cường độ cao bên trong môi trường mà còn làm cho tia laze có giải tần cực hẹp một khi khoảng cách giữa hai gương L thỏa mãn hệ thức (tương tự như sóng dừng) (hình 39-22b) :

$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c}{2f} \Rightarrow f = n \frac{c}{2L} \quad (39-15)$$

trong đó λ là bước sóng của bức xạ cảm ứng, n là số nguyên dương, f là tần số cộng hưởng. Người ta cũng chứng minh được rằng trong những điều kiện thích hợp, hộp cộng hưởng trên *không chỉ là bộ khuếch đại mà còn là một hệ tự phát bức xạ* ; tức là trong nội tại môi trường kích hoạt có bức xạ cảm ứng phát ra, *không cần có bức xạ kích thích từ bên ngoài rơi vào*.





- (i) Bề rộng tự nhiên của vách phát xạ
 (ii) Các tần số cộng hưởng trong hộp cộng hưởng
 (iii) Bề rộng vách cực hẹp của ánh sáng laze

Hình 39-22. (a) Ánh sáng ihích hợp khi đi qua môi trường kích hoạt có cường độ tăng lên là do phát xạ cảm ứng. (b) Tác dụng của hộp cộng hưởng lén bề rộng của vách phổ bức xạ.

Các loại laze

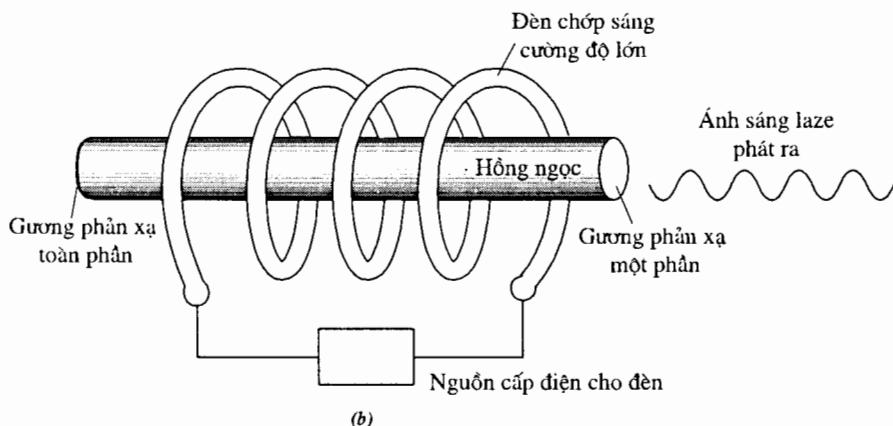
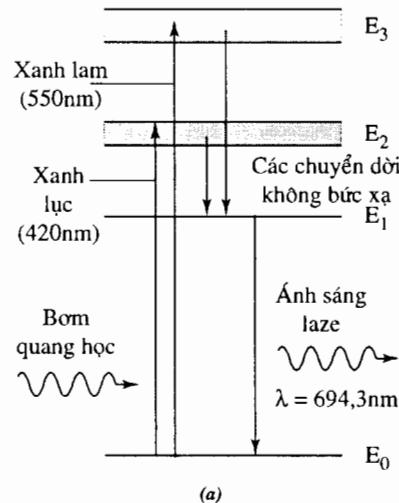
Môi trường kích hoạt là môi trường có khả năng khuếch đại ánh sáng. Với các môi trường khác nhau sẽ cho các loại laze khác nhau : laze rắn, laze khí, laze lỏng, laze bán dẫn. Chúng ta sẽ minh họa ở đây một số loại laze thường gặp.

Laze hồng ngọc. Môi trường kích hoạt là một thanh hồng ngọc (rubi). Rubi là tinh thể Al_2O_3 trong đó một số ion Al^{3+} được thay bằng Cr^{3+} . Sơ đồ các mức năng lượng của các ion Cr như hình 39-23a.

Các dải hấp thụ E_2 và E_3 được kích thích bằng cách bom quang học từ trạng thái cơ

bản E_0 . Sau khi bom, các mức năng lượng của các tinh hoat tính Cr nhanh chóng chuyển xuống mức E_1 bằng các chuyển đổi không bức xạ và dẫn đến sự đảo ngược độ hạt trên hai mức E_1 và E_0 , bức xạ laze có bước sóng $\lambda = 694,3\text{nm}$ được tạo ra giữa hai mức E_1 và E_0 .

Sơ đồ của máy phát laze hồng ngọc được minh họa trên hình (39-23b). Đèn chớp sáng cường độ lớn phát ra các chớp sáng, bom các ion Cr lên các trạng thái kích thích E_3 hoặc E_2 . Hai đầu mút của thanh hồng ngọc được mài nhẵn và tráng bạc để tạo ra hai gương phẳng song song, đóng vai trò của hộp cộng hưởng.



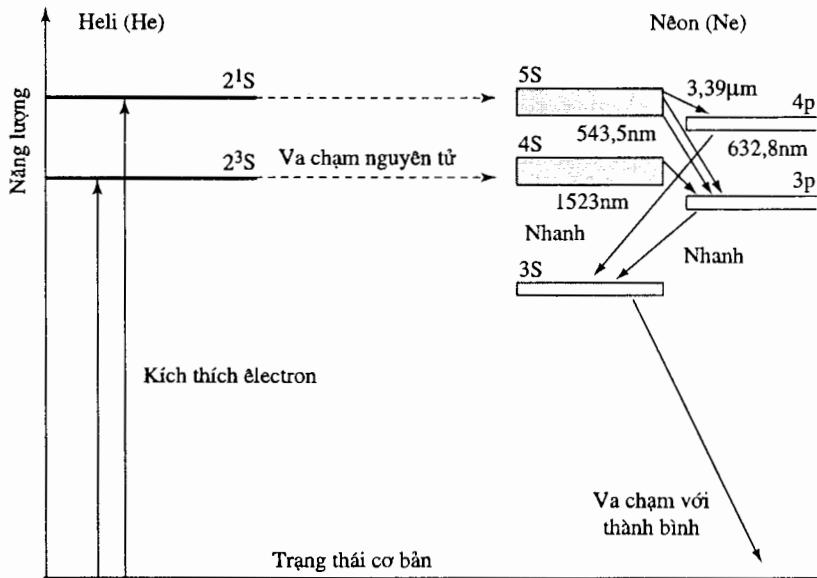
Hình 39-23. (a) Sơ đồ các mức năng lượng của ion Crom trong hồng ngọc.
 (b) Sơ đồ máy phát laze hồng ngọc.

Laze khí heli – neon. Laze này dùng một hỗn hợp gồm 90% khí He và 10% khí Ne ở áp suất thấp làm môi trường kích hoạt đựng trong một ống phóng điện. Sơ đồ các mức năng lượng của hệ He – Ne như hình 39-24.

Dưới tác dụng của hiệu điện thế cao, trong ống xảy ra quá trình phóng điện (bom điện) để kích thích các nguyên tử He lên các mức 2^3S và 2^1S , các mức này không bền vững và rất gần với các mức của dải $4S$ và $5S$ của nguyên tử Ne. Do va chạm, các nguyên tử He ở trạng thái kích thích dễ truyền năng lượng cho các nguyên tử Ne.

Sau va chạm các nguyên tử He quay về trạng thái cơ bản, còn nguyên tử Ne chuyển lên các trạng thái năng lượng kích thích $4S$ và $5S$. Như vậy, chúng ta có thể tạo ra sự đảo mật độ hạt giữa các dải $4S$, $5S$ và các dải $3P$, $4P$. Có ba bức xạ laze chính là :

- Bức xạ laze a : chuyển dời từ $5S \rightarrow 4P$ với $\lambda = 3390\text{nm}$
- Bức xạ laze b : chuyển dời từ $5S \rightarrow 3P$ với $\lambda = 632,8\text{nm}$
- Bức xạ laze c : chuyển dời từ $4S \rightarrow 3P$ với $\lambda = 1523\text{nm}$



Hình 39-24. Sơ đồ mức năng lượng của laze He – Ne.

Để chọn cho laze có bước sóng nào đó, thông thường ta dùng hộp cộng hưởng có gương phản xạ ở gần bước sóng mong muốn. Chẳng hạn muốn có ánh sáng laze đỏ có $\lambda = 632,8\text{nm}$ thì phải dùng gương phản xạ bước sóng này, tức là khoảng cách giữa hai gương phải thỏa mãn điều kiện :

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

Ứng dụng tia laze

Do có nhiều tính năng riêng ưu việt, nên tia laze có nhiều ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực khoa học, công nghệ và đời sống.

Trong khoa học

Trong vật lí : Nhờ cường độ lớn, tia laze trở thành nguồn sáng mạnh tạo nên plasma trên các chất khác nhau. Cường độ bức xạ có thể đạt tới $10^8 \div 10^{12} \text{W/cm}^2$, ở điều kiện này mọi chất đều bay hơi. Với laze công suất lớn có thể tạo ra nhiệt độ tới hàng triệu độ, có thể nghiên cứu phản ứng nhiệt hạch có điều khiển trong phòng thí nghiệm. Tia laze có cường độ điện trường rất mạnh, xấp xỉ cường độ điện trường nguyên tử ($108 \div 109 \text{V/m}$) ; do đó xuất hiện

một lĩnh vực mới là quang học phi tuyến, trong đó người ta nghiên cứu các tính chất quang học của vật liệu phụ thuộc vào cường độ điện trường và cường độ bức xạ.

Trong hóa học : Nhờ tính đơn sắc cao, ta có thể kích thích có chọn lọc các phản ứng hóa học với sự tham gia của một đồng vị nhất định. Laze cũng còn được sử dụng rộng rãi trong *sinh học, y học*. Do kích thước của chùm tia laze rất nhỏ nên có thể "chiếu sáng" một miền nào đó của tế bào (cỡ vài micromét) để nghiên cứu các quá trình xảy ra trong tế bào.

Khoa học quân sự có thể dùng tia laze để điều khiển bom đạn, tên lửa, vũ khí laze... Trong *đo lường* tia laze dùng để chuẩn tần số, chuẩn thời gian, đo khoảng cách từ xa, định vị trí với độ chính xác rất cao.

Trong kỹ thuật

Nhờ các tính chất định hướng rất cao, cường độ rất mạnh, nên tia laze được sử dụng như các công cụ tinh xảo để khoan, cắt gọt các vật liệu như kim loại hoặc trên các vật liệu cứng như kim cương với độ chính xác rất cao. Cũng có thể dùng tia laze để hàn các vi mạch điện tử, hàn giắc

mạc vi phẫu thuật, cắt các khối u nhỏ ở mắt...

Do dài tần rộng nên lượng thông tin mà tia laze mang đi là rất lớn (gấp 10^4 lần so với các sóng vô tuyến), vì vậy được dùng nhiều trong *kỹ thuật audio-video* với một chất lượng hoàn hảo. Tia laze cũng được dùng trong thông tin liên lạc, định vị trí trong không gian vũ trụ một cách chính xác.

Holography (phép toàn ảnh)

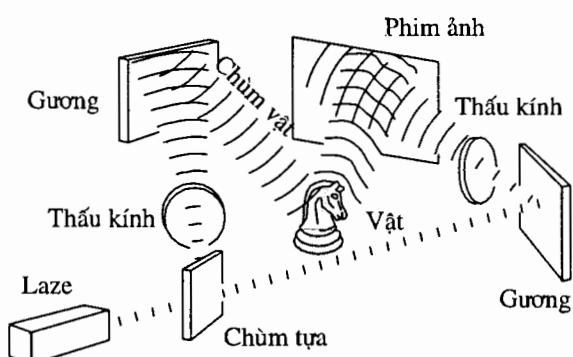
Holography là một phương pháp chụp ảnh cho phép khôi phục lại hình ảnh ba chiều của vật bằng cách sử dụng **giao thoa** của hai chùm tia laze : một chùm đến trực tiếp từ nguồn phát, còn chùm thứ hai đến sau khi bị tán xạ trên vật. Nguyên tắc cơ bản của holography như sau : nguồn laze được chia làm hai chùm : Một chùm gọi là **chùm tựa (chùm quy chiếu)** đến trực tiếp trên kính ảnh (hay màn), chùm thứ hai gọi là **chùm vật**, chiếu vào vật và bị tán xạ, phần ánh sáng tán xạ này cũng đến kính ảnh (hình 39-25).

Do tính kết hợp cao của chùm tia laze, hai chùm tia này *giao thoa* với nhau và bức tranh giao thoa được ghi lại trên phim ảnh. Ánh giao thoa chụp được khi có *sự giao thoa* của các **chùm tựa** và **chùm vật** gọi là *hologram*. Để có thể tái tạo lại ảnh của vật, ta lại chiếu vào hologram trên tấm phim một chùm tia laze giống như chùm tựa khi chụp ảnh.

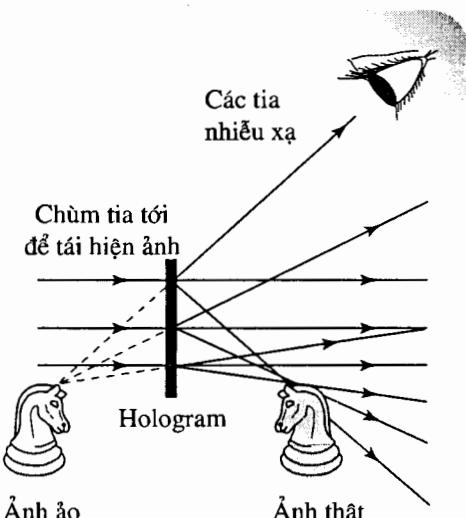
Ánh sáng của laze tới bị nhiễu xạ bởi hình giao thoa của ảnh toàn cảnh làm xuất hiện các ảnh của vật : Một ảnh ảo bên phía laze và một ảnh thật bên phía đối diện laze (hình 39-26).

Ưu điểm của phép toàn ảnh là ảnh tạo ra từ hologram chứa nhiều thông tin hơn ảnh chụp theo kỹ thuật thông thường. Đây là ảnh ba chiều, có độ sâu như vật thật. Khi

tạo ra ảnh hologram, ánh sáng từ mỗi điểm của vật bị tán xạ đi đến toàn bộ diện tích của phim. Do đó, ở hologram một diện tích nhỏ chứa thông tin của toàn bộ vật, nhờ đó ngay cả khi phần lớn hologram bị hư hỏng chúng ta vẫn có thể tái tạo lại toàn bộ ảnh từ phần nhỏ còn lại. Đối với chụp ảnh thông thường, một điểm của vật tương ứng với một điểm của ảnh, do đó không có cách nào có thể khôi phục lại ảnh ở những chỗ bị hư hỏng.



Hình 39-25. Ánh sáng từ nguồn laze tách làm hai chùm tia. Chùm tựa (quy chiếu) sau khi phản xạ trên gương đến thẳng phim ảnh. Chùm vật bị tán xạ và cũng tới phim ảnh.



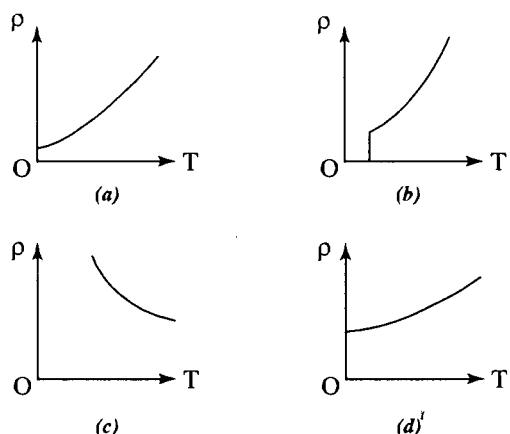
Hình 39-26. Ảnh toàn cảnh được xem bằng cách quan sát ánh sáng bị nhiễu xạ qua hologram.

?

CÂU HỎI

- 1** Tổng số trạng thái N có năng lượng nhỏ hơn hoặc bằng một giá trị E nào đó được cho bởi phương trình (39-6) đối với một hạt ở trong hộp có mỗi cạnh bằng L. Có bao nhiêu trạng thái trong hộp có : (a) cạnh bằng $\frac{L}{2}$, (b) cạnh bằng $2L$ và (c) thể tích lớn gấp hai ?
- 2** Từ "mật độ" trong mật độ trạng thái $g(E)$ được cho bởi phương trình (39-7) là để chỉ số *trạng thái tinh trên một khoảng năng lượng bằng đơn vị*. Xét mật độ (thể tích) của mật độ trạng thái $\frac{g(E)}{L^3}$, tức là mật độ trạng thái trong một đơn vị thể tích. Mật độ này có phụ thuộc vào thể tích của hộp không ?
- 3** Mật độ các electron n_e là số electron dẫn có trong một đơn vị thể tích. Giả sử vật dẫn A có mật độ electron lớn hơn hai lần so với vật dẫn B. Hỏi vật dẫn nào có năng lượng Fermi lớn hơn ?
- 4** Trong mẫu electron tự do về sự dẫn điện, có sự phân biệt nào giữa một kim loại này với một kim loại khác, chẳng hạn Cu có gì khác với Ag không ? Giải thích.
- 5** Giải thích tại sao điện trở của một dây kim loại điển hình lại tăng khi nó tải một dòng điện lớn ?
- 6** Các vùng và các khe có mặt trong sơ đồ các mức năng lượng đối với các electron trong chất rắn. Bạn có hi vọng tìm được các vùng và các khe trong sơ đồ các mức năng lượng của các electron trong khí đơn nguyên tử lỏng không ? Trong chất lỏng không ? Giải thích.
- 7** Trong một vật dẫn, các electron chiếm một phần của vùng dẫn. Hỏi năng lượng Fermi nằm ở đâu đối với vùng này trên sơ đồ các mức năng lượng ? Mức Fermi nằm ở đâu đối với một chất cách điện ?
- 8** Nếu điện trở của một vật dẫn tăng cùng với nhiệt độ, thì ở nhiệt độ cao vật dẫn có trở thành vật cách điện không ? Giải thích.
- 9** Chất bán dẫn thuần có trở thành chất cách điện ở nhiệt độ thấp không ? Giải thích.
- 10** Phân nhín thấy được của quang phổ có các phôtôen với năng lượng nằm trong khoảng từ 1,8 đến 3,1eV. Khe giữa vùng hoá trị và vùng dẫn trong kim cương là 6eV. Hãy giải thích tại sao kim cương lại là chất trong suốt.
- 11** Tại sao các chất bán dẫn thuần lại có số electron bằng số lỗ trống ? Tại sao các chất bán dẫn pha tạp lại không có sự bằng nhau đó ?

- 12** Chất cách điện và chất bán dẫn khác nhau ở những điểm nào ?
- 13** Germani là một chất bán dẫn với khe năng lượng là 0,7eV. Khi có pha tinh sê có các mức năng lượng xuất hiện trong khe đó. Nếu được đo đối với đỉnh của vùng hóa trị, thì các mức của tinh chất là 0,01eV đối với Al và 0,69eV đối với P. Hỏi tinh chất nào là chất cho, tinh chất nào là chất nhận ? Giải thích.
- 14** Một dây siêu dẫn có dòng điện i chạy qua. Hiệu điện thế giữa hai đầu dây đó bằng bao nhiêu ? Điện trường trong đoạn dây dẫn đó bằng bao nhiêu ? Từ trường trong dây dẫn đó bằng bao nhiêu ?
- 15** Sự phụ thuộc nhiệt độ của điện trở suất được cho trên hình 39-27 đối với bốn chất. Hãy phân loại chúng thành chất dẫn điện, chất cách điện và bán dẫn.



Hình 39-27

- 16** Hãy nêu các đặc điểm của các bức xạ tự phát và bức xạ cảm ứng.
- 17** Thế nào là một môi trường kích hoạt, vì sao lại cần môi trường đó. Bạn hãy nêu các phương pháp để tạo ra sự đảo mật độ hạt.
- 18** Nêu sơ đồ nguyên tắc cấu tạo của một máy phát laze. Hộp cộng hưởng có tác dụng như thế nào ? Cường độ của chùm laze có thể tăng vô hạn không ? Nếu như cả hai gương trong hộp cộng hưởng của laze đều là gương phản xạ một phần thì xảy ra hiện tượng gì ?
- 19** Vẽ sơ đồ cách tạo ra hologram. Phép toàn ảnh có những đặc điểm gì. Vì sao tia laze lại rất thích hợp với phép toàn ảnh. Nếu dùng ánh sáng bình thường thì sao ?



Mục 39-1. Mẫu electron tự do

- 1** Một electron được nhốt trong một khối lập phương có cạnh là 0,01mm. Hãy xác định năng lượng của : (a) trạng thái cơ bản và (b) trạng thái có năng lượng thấp nhất tiếp theo. (c) Các mức năng lượng trong phần (b) là suy biến ; Hãy xác định các số lượng tử n_1, n_2, n_3 và m_s của các trạng thái có năng lượng đó.
- 2** Xét các electron trong một khối đồng hình lập phương có cạnh là 2,0mm như các hạt trong hộp. (a) Hãy xét một trạng thái có $n_1 = n_2 = n_3$ và xác định các số lượng tử cho trạng thái có năng lượng bằng 1,0eV. (b) Xác định hiệu năng lượng giữa trạng thái trong phần (a) với trạng thái có cùng n_1 và n_2 nhưng n_3 tăng thêm 1.
- 3** Một mol khí He ở áp suất khí quyển và nhiệt độ 273K được chứa trong một bình hình lập phương. Mỗi nguyên tử heli trong khí đó được xem như một hạt trong hộp. (a) Hãy xác định năng lượng khả dĩ thấp nhất của một nguyên tử He trong khí đó. (b) Tính tốc độ cực tiểu một nguyên tử He. (c) So sánh năng lượng của trạng thái cơ bản với kT . (d) Bạn có hi vọng thấy các hiệu ứng lượng tử hoá năng lượng trong chất khí này không ? Giải thích.
- 4** (a) Hãy xác định mật độ trạng thái tại 1,00eV đối với mẫu đồng trong bài tập 2. Có bao nhiêu trạng thái có năng lượng nằm trong khoảng : (b) từ 1,00 đến 1,01eV ; (c) từ 4,00eV đến 4,01eV ?
- 5** (a) Hãy xác định mật độ trạng thái trong một đơn vị thể tích : $\frac{g(E)}{L^3}$ đối với các electron tự do có năng lượng 2,5eV. (b) Ước lượng số trạng thái trong một đồng xu với năng lượng nằm trong khoảng 0,10eV tại 2,5eV.
- 6** Áp dụng cho một chất rắn cụ thể, mẫu electron tự do cho mật độ trạng thái bằng $g(E) = 1,4 \cdot 10^{22} eV^{-1}$ tại $E = 6,0eV$. Tính $g(E)$ ở $E = 3,0eV$.
- 7** Dùng mẫu electron tự do, hãy xác định mật độ các electron đối với một kim loại có năng lượng Fermi bằng 5,7eV.

Mục 39-2. Thông kê Fermi – Dirac

- 8** Giả sử năng lượng Fermi của một kim loại là 6eV. Hãy xác định xác suất chiếm ở nhiệt độ phòng (300K) đối với một trạng thái có năng lượng : (a) $E = E_F$; (b) $E = E_F - 2kT$; (c) $E = E_F + 2kT$; (d) $E = 5eV$; (e) $E = 7eV$.

- 9 Hỏi ở năng lượng nào – được đo đối với năng lượng Fermi – xác suất chiếm một trạng thái của electron trong một vật dẫn ở $T = 300K$ bằng : (a) 0,999 ; (b) 0,90 ; (c) 0,10 ; (d) 0,01 ?
- 10 Hàm phân bố Fermi – Dirac $p(E)$ cho xác suất để một trạng thái bị chiếm bởi electron. (a) Xác định xác suất để một trạng thái *không* bị chiếm bởi một electron. (b) Ta có thể xem một trạng thái electron không bị chiếm như một trạng thái lỗ trống bị chiếm. Hãy xác định xác suất để một trạng thái lỗ trống bị chiếm bởi một lỗ trống ?
- 11 Năng lượng Fermi đối với Ag bằng 5,5eV. Hãy ước lượng : (a) mật độ các electron tự do ; (b) số electron tự do do mỗi nguyên tử Ag đóng góp. (c) Hai đáp số trên có phụ thuộc đáng kể vào nhiệt độ không ? Giải thích.
- 12 Giả sử mỗi nguyên tử của Na kim loại đóng góp một electron tự do. Hãy đánh giá năng lượng Fermi đối với Na.
- 13 Ba kim loại khác nhau có mật độ electron theo tỉ lệ 1,62 : 1,31 : 1,00. Xác định các tỉ số tương ứng đối với các năng lượng Fermi.

Mục 39-3. Sự dẫn điện trong mẫu electron tự do

- 14 Tốc độ Fermi v_F là tốc độ của hạt fermion có năng lượng $E = E_F$. Hãy xác định tốc độ Fermi của : (a) một electron trong Cu ; (b) một neutron (neutron cũng là một hạt fermion) trong sao neutron. Biết rằng mật độ neutron trong sao neutron cỡ 10^{45} m^{-3} . (c) Biểu thức phi tương đối $E_F = \frac{1}{2}mv_F^2$ có dùng được trong cả hai trường hợp trên không ?
- 15 Điện trở suất của Ag ở nhiệt độ phòng là $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$. (a) Đánh giá thời gian hồi phục của tán xạ electron. (b) Đánh giá quãng đường tự do trung bình đối với các electron có năng lượng Fermi. (c) Điện trở suất ở 600K cỡ gấp đôi điện trở suất ở nhiệt độ phòng. Hỏi điện trở này là do đóng góp của các tạp chất là chủ yếu hay do dao động mạng ? Giải thích.
- 16 Khối lượng riêng và khối lượng mol của bạc tương ứng là $10,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ và 107,9 g/mol. (a) Hãy xác định tốc độ Fermi đối với bạc. (b) Ước lượng thời gian hồi phục đối với tán xạ bởi tạp chất trong một mẫu bạc, trong đó khoảng cách trung bình giữa các tạp chất là 45nm.

Mục 39-4. Lý thuyết vùng năng lượng

- 17 Khi các nguyên tử Na được xếp lại gần nhau để tạo thành một chất rắn tinh thể, các vùng xuất hiện từ các mức 3s và 3p sẽ xen phủ nhau. (a) Hỏi Na là

- chất dẫn điện hay cách điện ? (b) Câu trả lời của bạn có khác đi không nếu hai vùng này không xen phủ nhau ? Giải thích.
- 18 Độ rộng của một vùng là hiệu giữa các mức năng lượng cao nhất và thấp nhất trong vùng đó. Hãy ước lượng độ rộng vùng dẫn của Cu. Giả sử vùng này mới choán đầy một nửa và mật độ các trạng thái trong toàn vùng có thể được lấy xấp xỉ bằng giá trị trung bình $\langle g(E) \rangle = \frac{1}{2} g(E_F)$ với $E_F = 7\text{eV}$.
- 19 Năng lượng Fermi đối với một chất cách điện nằm ở gần giữa của khe ngăn cách vùng hoá trị và vùng dẫn. Kim cương có khe này bằng 6eV và AgI bằng 3eV . Hãy xác định tỉ số xác suất chiếm đối với các electron trong các vùng dẫn của kim cương và AgI ở : (a) 100K và (b) 300K .

Mục 39-5. Các chất bán dẫn

- 20 Tính xác suất để một electron chiếm trạng thái ở đáy vùng dẫn trong Ge thuần ở (a) 100K và (b) 300K . Cho biết khe năng lượng trong Ge bằng $0,65\text{eV}$ và năng lượng Fermi ở gần giữa của khe đó.
- 21 Giả sử năng lượng Fermi đối với một chất bán dẫn ở chính giữa của khe và năng lượng của khe là lớn hơn so với kT . Chứng minh rằng xác suất chiếm đối với trạng thái có năng lượng E được cho gần đúng bởi
(a) $p_e(E) = e^{-(E-E_F)/kT}$ đối với electron ở vùng dẫn.
(b) $p_h(E) = 1 - p_e(E) = e^{(E-E_F)/kT}$ đối với lô trống trong vùng hoá trị.

Mục 39-6. Siêu dẫn

- 22 Một ống rỗng với thành là chất siêu dẫn có bán kính trong là $25\mu\text{m}$. Một từ trường đều tồn tại ở bên trong vùng rỗng và song song với trục của ống. Hãy xác định độ lớn của từ trường nếu có một lượng tử từ thông trong vùng rỗng đó.
- 23 Một ống dây có 3000 vòng trên một đơn vị dài bằng dây siêu dẫn và tải dòng điện 12A . Ống dây có lõi rỗng với tiết diện tròn bán kính $7,5\text{mm}$. Bỏ qua các hiệu ứng ở hai đầu ống. (a) Hãy xác định độ lớn của từ trường ở bên trong ống (xem mục 22-3). (b) Xác định từ thông qua tiết diện ngang của ruột ống. (c) Xác định số lượng tử từ thông trong lòng ống. (d) Xác định độ biến thiên của B do có thêm một lượng tử từ thông đi qua lòng ống.

◆ ĐỀ TẬP NÂNG CAO

- 1 **Năng lượng trung bình của electron dẫn.** Giả sử rằng các trạng thái electron trong vùng dẫn của một kim loại được mô tả bởi mật độ trạng thái $g(E)$ trong mẫu electron tự do. Ở nhiệt độ $T = 0K$ hoặc gần nhiệt độ đó, các trạng thái với năng lượng nhỏ hơn E_F đều đã bị chiếm. Khi đó tổng số electron tự do N_e trong vùng dẫn được cho bởi :

$$N_e = \int_0^{E_F} g(E) dE$$

Vì $g(E)dE$ là số trạng thái bị chiếm với năng lượng E trong khoảng dE (đối với $E \leq E_F$), do đó năng lượng trung bình đối với electron dẫn là :

$$\langle E \rangle = \frac{1}{N_e} \int_0^{E_F} Eg(E) dE$$

Chứng minh rằng $\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F$.

- 2 **Mật độ electron dẫn trong chất cách điện.** Năng lượng Fermi của chất cách điện nằm ở khoảng giữa khe ngăn cách vùng hoá trị và vùng dẫn. Giả sử rằng mật độ trạng thái đối với vùng dẫn được cho bởi $g(E)$ trong phương trình (39-7).

(a) Chứng minh rằng xác suất chiếm một trạng thái trong vùng dẫn được cho gần đúng bởi $p(E) = e^{-(E-E_F)/kT}$.

(b) Tính $\int_0^{\infty} g(E)p(E)dE$ và xác định mật độ electron n_e trong vùng dẫn.

(Gợi ý : $\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$). (c) Xác định n_e đối với chất cách điện, biết

rằng $E_g = 4,0\text{eV}$ ($E_F = \frac{1}{2} E_g$) ở $T = 300K$ và so sánh nó với n_e của một chất dẫn điện, chẳng hạn như Cu.

- 3 **Xác suất chiếm đối với lỗ trống.** Xác suất chiếm đối với các lỗ trống với năng lượng E là $1 - p(E)$.

(a) Chứng minh rằng xác suất chiếm đối với lỗ trống ở đỉnh của vùng hoá trị được cho bởi :

$$1 - p(E_v) = \frac{e^{-E_g / 2kT}}{e^{-E_g / 2kT} + 1}$$

với E_v là năng lượng ở đỉnh của vùng hoá trị và E_g là độ lớn của khe năng lượng.

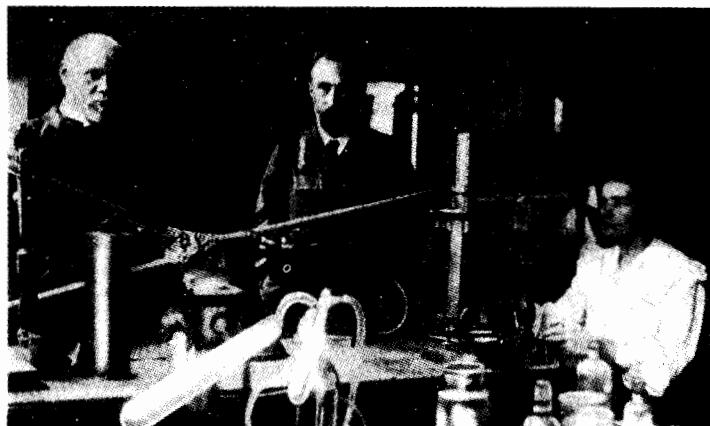
(b) Hãy xác định xác suất chiếm đối với một lô trống ở đỉnh vùng hoá trị của silic tại nhiệt độ phòng. Biết rằng khe năng lượng đối với silic bằng 1,17eV.

4

Xác suất chiếm ở đáy vùng dẫn trong kim cương. (a) Năng lượng Fermi đối với chất cách điện nằm ở khoảng giữa khe ngăn cách vùng hoá trị đã đầy và vùng dẫn còn trống. Đối với kim cương, độ rộng của khe $E_g = 6\text{eV}$ ở 1000K . Xác định xác suất để trạng thái có năng lượng thấp nhất trong vùng dẫn bị chiếm. (b) Một cách tương tự, tính xác suất chiếm ở đáy vùng dẫn của silic (Si) ở nhiệt độ phòng ($kT = 25\text{meV}$). Cho khe năng lượng đối với silic $E_g = 1,17\text{eV}$. Hãy so sánh các xác suất này.

CHƯƠNG 40

HẠT NHÂN NGUYÊN TỬ VÀ HẠT CƠ BẢN



Marie và Pierre Curie trong phòng thí nghiệm
khi phát hiện ra chất phóng xạ radium năm 1906.

Trong chương này chúng ta sẽ gặp tuyến tiền tiêu của vật lí – ranh giới giữa những điều chúng ta đã biết và chưa biết về thế giới vật lí. Vật lí còn có những tuyến tiền tiêu khác, nhưng những câu hỏi chưa có giải đáp ở tuyến hạt nhân là đặc biệt sâu sắc. Những câu hỏi này nằm ở ngay trung tâm bức tranh của chúng ta về thế giới vật lí. Chúng liên quan tới các tính chất của vật chất ở thang nhỏ nhất và bản chất của các lực giữa các hạt cơ bản tạo nên vật chất.

Chúng ta cũng sẽ thấy rằng khi tiến gần tới ranh giới này, các giải thích của chúng ta dường như gượng gạo hơn, các mô hình của chúng ta có tính xếp đặt hơn, các giả thiết kém tính thuyết phục hơn và do đó các kết luận của chúng ta đáng ngờ hơn. Đó là điều thường có ở những chỗ giáp ranh như thế này.

- 40-1. Các tính chất của hạt nhân
- 40-2. Khối lượng hạt nhân và năng lượng liên kết
- 40-3. Mẫu giọt
- 40-4. Mẫu vỏ
- 40-5. Phân rã phóng xạ
- 40-6. Phản ứng hạt nhân
- 40-7. Vật lí hạt và máy gia tốc
- 40-8. Các hạt cơ bản
- 40-9. Tương tác của các hạt cơ bản
- 40-10. Mẫu quac (quark) và cấu tạo vật chất

Bài đọc thêm :

Vụ nổ lớn (Big Bang)

40-1. CÁC TÍNH CHẤT CỦA HẠT NHÂN

Khái niệm về hạt nhân nguyên tử đã được xác lập bởi những thí nghiệm của Rutherford và các cộng sự của ông vào năm 1911. Bằng cách cho các hạt α tản xạ trên một lá vàng, Rutherford đã phát hiện ra rằng toàn bộ điện tích dương và hầu như toàn bộ khối lượng của một nguyên tử được chứa trong một vùng rất nhỏ ở tâm nguyên tử. Nhân đặc tích điện dương này chính là hạt nhân nguyên tử.

Cấu tạo của hạt nhân

Hạt nhân được cấu tạo bởi các prôtôn và nơtron, cả hai đều được gọi chung là nuclôn. Bức tranh prôtôn–nơtron này của hạt nhân đã được Heisenberg đưa ra ngay sau khi James Chadwick (1891–1974) phát hiện ra nơtron vào năm 1932. Như các bạn đã biết, prôtôn có điện tích $+e$ và nơtron là trung hoà về điện; hai hạt đều có khối lượng gần như nhau, cỡ 2000 lần khối lượng của electron (bảng 40-1). Ví dụ, hạt nhân phốtpho có 15 prôtôn và 16 nơtron. 15 electron của nguyên tử phốtpho ở trong các trạng thái lượng tử liên kết xung quanh hạt nhân này và chiếm một vùng với bán kính lớn gấp cỡ 50000 lần kích thước của vùng chứa các nuclôn. Như vậy, thể tích của nguyên tử lớn gấp 10^{14} lần thể tích của hạt nhân.



Ernest Rutherford (1871–1937). Sinh ra ở New Zealand và lớn lên trong một trang trại nhỏ của gia đình, Rutherford được đi học là nhờ vào học bổng. Là một nhà khoa học xuất sắc nổi tiếng, chủ yếu do phát hiện ra hạt nhân, nhưng ông cũng là người xác định được bản chất các hạt α và β^- và là người đầu tiên thực hiện được sự biến đổi một nguyên tố hoá học này thành một nguyên tố khác một cách nhân tạo. Chính Niels Bohr đã phát triển lý thuyết nguyên tử của mình trong thời gian tới làm việc ở chỗ Rutherford.

Bảng 40-1. Các tính chất của electron, prôtôn và nơtron

Hạt	Điện tích	Khối lượng 10^{-30}kg	Spin
Electron	$-e$	0,911	$\frac{1}{2}$
Prôtôn	$+e$	1674,000	$\frac{1}{2}$
Nơtron	0	1675,000	$\frac{1}{2}$

Trong chương 38 chúng ta đã biết rằng mỗi một loại nguyên tử được gọi là một nguyên tố và một nguyên tố được đặc trưng bởi *nguyên tử số Z*. Tương tự, mỗi một loại hạt nhân được gọi là một **nuclit**. Một nuclit được đặc trưng bởi nguyên tử số Z và số *nôtron N*, tức là số các nôtron có trong hạt nhân đó. Số các nuclôn trong một hạt nhân – gần như tỉ lệ với khối lượng hạt nhân – được gọi là **số khối A** :

$$A = Z + N \quad (40-1)$$

Để chỉ rõ một nuclit, ta cần phải cho hai trong ba số A, Z và N, vì số thứ ba có thể tìm được từ phương trình 40-1. Người ta ký hiệu một nuclit bằng kí hiệu hoá học của nó với một chỉ số trên là số khối A và chỉ số dưới là nguyên tử số Z : ${}^A_Z X$. Ví dụ, kí hiệu ${}^{31}_{15} P$ (đọc là phôtpho-31) biểu diễn nuclit phôtpho. Vì đối với phôtpho $Z = 15$, nên $N = A - Z = 31 - 15 = 16$ (xem hình 40-1).

Các tên gọi đồng vị, đồng số nôtron và đồng khối được dùng để chỉ các nuclit tương ứng có Z bằng nhau, có N bằng nhau hoặc A bằng nhau.

Ví dụ :

1. ${}^{12}_6 C$ và ${}^{14}_6 C$ là các đồng vị vì chúng đều có $Z = 6$.

2. ${}^{31}_{15} P$ và ${}^{32}_{16} S$ là đồng số nôtron vì chúng đều có $N = 16$.

3. ${}^{14}_6 C$ và ${}^{14}_7 N$ là các đồng khối vì chúng đều có $A = 14$.

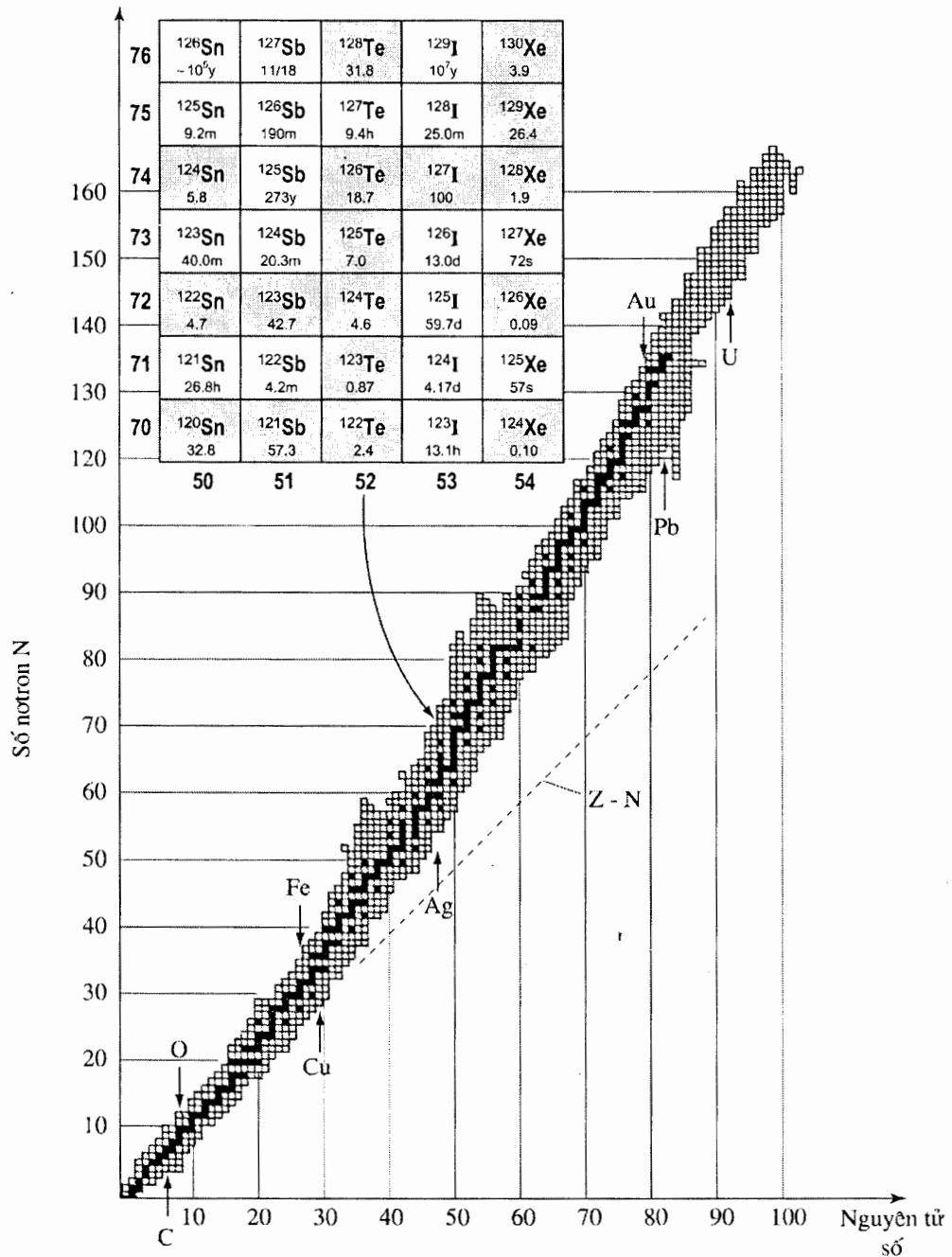
Biểu đồ trên hình 40-2 biểu diễn các nuclit theo Z và N. Mỗi một ô vuông đen biểu diễn một nuclit bền và mỗi một ô vuông trắng biểu diễn một nuclit không bền hay chất phóng xạ đã quan sát được (mục 40-5). Có khoảng 260 nuclit bền. Chú ý rằng các

nuclit ở trong cùng một cột thẳng đứng là các đồng vị, còn các nuclit trong cùng một hàng ngang là các đồng số nôtron và các đồng khối chạy dọc theo đường chéo. Một đặc điểm dễ thấy của biểu đồ các nuclit là *các nuclit khối lượng nhỏ có xu hướng có số prôtôn và số nôtron gần nhau và các nuclit khối lượng lớn có số nôtron lớn hơn số prôtôn*. Sự đối các nôtron so với prôtôn đối với các nuclit khối lượng lớn thể hiện càng rõ khi khối lượng càng tăng. Nguyên nhân của các đặc tính này sẽ được thảo luận ở mục 40-3 và 40-4.

Biểu đồ các nuclit cho trên hình 40-2 đã được nén lại cho khít trang. Một biểu đồ lớn hơn và đầy đủ hơn sẽ cung cấp thông tin về mỗi nuclit, như được chỉ ra bởi một khung phóng đại cũng cho trên hình 40-2. Đối với mỗi một nuclit bền, độ phổ biến tương đối của nó được cho theo phần trăm. Ví dụ, nguyên tố telu được tìm thấy trong đất là ${}^{126}_{52} Te$ có độ phổ biến là 18,7%. Đối với chất phóng xạ, thì chu kì bán rã (sẽ được đề cập tới ở mục 40-5) được cho bằng giây (s), phút (m), giờ (h), ngày (d) hoặc năm (y), chẳng hạn ${}^{127}_{52} Te$ có chu kì bán rã là 9,4h.



Hình 40-1. Sơ đồ biểu diễn một số nuclit nhẹ. Vòng tròn đen biểu diễn prôtôn và vòng tròn trắng biểu diễn nôtron.



Hình 40-2. Biểu đồ các nuclit. Các ô đen tương ứng với các nuclit bền còn các ô trắng ứng với các nuclit phóng xạ.

Kích thước hạt nhân

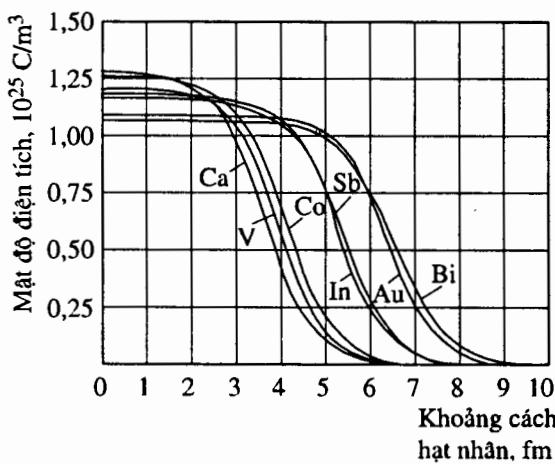
Thực nghiệm chứng tỏ rằng đa số hạt nhân đều có dạng gần giống hình cầu. Có một số phương pháp thực nghiệm đã được dùng để xác định kích thước của các hạt nhân và

chúng đều cho gần như cùng một kết quả (xem hình 40-3). Một biểu thức cho giá trị gần đúng bán kính R của hạt nhân theo số khối A của nó là :

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (40-2)$$

trong đó $R_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m = 1,2 fm. Thể tích gần đúng của hạt nhân bằng

$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4\pi R_0^3}{3} A$. Do đó, thể tích hạt nhân tỉ lệ với số các nuclôn, điều này có nghĩa là khối lượng riêng của tất cả hạt nhân đều gần như nhau và cỡ $3 \cdot 10^{17}$ kg/m³, hay lớn gấp 10^{14} lần khối lượng riêng của một khối đá điển hình. Khối lượng riêng có giá trị cực lớn như thế này là sự phản ánh kích thước rất nhỏ của hạt nhân.



Hình 40-3. Đồ thị biểu diễn mật độ điện tích theo r của một số nuclit. Bán kính hạt nhân R được lấy là khoảng cách tại đó mật độ điện tích giảm chỉ còn bằng một nửa giá trị ở tâm.

Lực hạt nhân

Sự tồn tại của hạt nhân cũng hàm ý là tồn tại một lực tương tác để giữ các nuclôn cùng ở trong vùng không gian nhỏ bé đó.

Vậy đây là loại lực gì? Nó không phải là lực điện. Thực tế, để thăng lực đẩy tĩnh điện do các prôtôn tác dụng lên nhau, lực trong hạt nhân phải là lực hút rất mạnh. Nó cũng không phải là lực hấp dẫn, vì lực hấp dẫn giữa các nuclôn trong hạt nhân quá yếu, không đáng kể. Chúng ta chưa từng gặp lực như thế này trong những

nghiên cứu trước đây. Chúng ta gọi lực đó là **lực hạt nhân**.

Lực hạt nhân phức tạp hơn rất nhiều so với lực hấp dẫn và lực điện từ. Nó không thể được biểu diễn bằng một biểu thức đơn giản, chẳng hạn tương tự như định luật Coulomb đối với lực điện. Mặc dù không có một biểu thức chính xác cho lực hạt nhân, nhưng chúng ta có thể xét một số đặc điểm của nó:

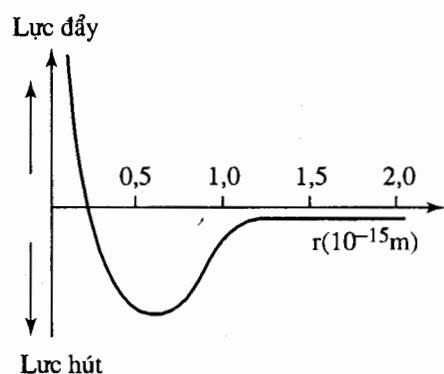
1. Các lực bên trong hạt nhân (trừ các lực điện từ và lực hấp dẫn) có thể được tách thành hai loại cơ bản: **lực hạt nhân mạnh** và **lực hạt nhân yếu**. Lực hạt nhân mạnh là lực tạo ra những tính chất hạt nhân mà ta thảo luận ở đây và theo thói quen ta sẽ gọi nó là lực hạt nhân. Còn lực hạt nhân yếu là nguyên nhân gây ra phân rã β (mục 40-5) và tương tác giữa các hạt được gọi là leptôn (xem mục 40-8).

2. Thực nghiệm chỉ ra rằng lực hạt nhân giữa prôtôn và prôtôn, giữa nêtron và nêtron, giữa prôtôn và nêtron là như nhau. Tức là, lực hạt nhân giữa hai nuclôn độc lập với việc hạt nuclôn có điện tích hay không.

3. Lực hạt nhân có tầm tác dụng ngắn. Nó thực sự có tác dụng giữ các nuclôn trong hạt nhân, nơi mà khoảng cách giữa các nuclôn nhỏ hơn 10^{-14} m, nhưng ở ngoài phạm vi đó lực hạt nhân nhỏ không đáng kể.

4. Trong tầm tác dụng của mình, lực hạt nhân rất mạnh. Ở bên trong hạt nhân, nó lớn hơn nhiều so với lực đẩy tĩnh điện giữa một prôtôn và $Z-1$ prôtôn còn lại, kết quả là lực tổng hợp tác dụng lên prôtôn là lực hút hơn là lực đẩy.

Hình 40-4 biểu diễn dạng tổng quát của lực hạt nhân mạnh giữa hai nuclôn cá biệt. Lực hạt nhân mạnh lớn hơn lực đẩy tĩnh điện giữa hai prôtônen khoảng 10^2 lần, và lớn hơn lực hấp dẫn giữa chúng khoảng 10^{39} lần. Đồ thị này minh họa những đặc điểm của lực hạt nhân : ở khoảng cách lớn hơn kích thước hạt nhân cỡ R_0 thì lực bằng không. Trong phạm vi hạt nhân, lực liên kết rất mạnh và là lực hút ở những khoảng cách nhỏ hơn bán kính hạt nhân. Tuy nhiên hạt nhân có kích thước hữu hạn nên các nuclôn không thể chiếm cùng một khoảng không gian vì vậy phải có lực đẩy rất mạnh khi các nuclôn ở quá gần nhau.



Hình 40-4. Dạng tổng quát của lực tương tác giữa hai nuclôn bất kì phụ thuộc vào khoảng cách giữa chúng.

VÍ DỤ 40-1

So sánh lực điện và lực hạt nhân. (a) Tính thế năng điện U giữa hai prôtônen trong ${}_{\frac{1}{2}}^4 \text{He}$. (b) Năng lượng cần thiết để tách một prôtônen ra khỏi ${}_{\frac{1}{2}}^4 \text{He}$ là khoảng 20MeV. Dùng các số liệu đó hãy so sánh lực điện và lực hạt nhân tác dụng lên mỗi prôtônen của ${}_{\frac{1}{2}}^4 \text{He}$.

Giải. (a) Theo phương trình 40-2, bán kính gần đúng của ${}_{\frac{1}{2}}^4 \text{He}$ là $R \approx (1,2 \text{ fm}) \cdot (4)^{1/3} = 1,7 \text{ fm}$.

Giả sử rằng hai prôtônen trong ${}_{\frac{1}{2}}^4 \text{He}$ ở cách nhau khoảng cách đó. Thế năng tương tác điện của chúng bằng :

$$U_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$U_e = \frac{e(9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})}{1,7 \cdot 10^{-15} \text{ m}} = 8,5 \cdot 10^5 \text{ eV} \approx 1 \text{ MeV}$$

Vì lực điện giữa các prôtônen là lực đẩy, nên thế năng này là dương. (b) Lực toàn phần tác dụng lên một prôtônen là tổng của lực điện do một prôtônen còn lại tác dụng lên nó và lực hạt nhân do ba nuclôn còn lại tác dụng lên nó. Lực điện có xu hướng đẩy prôtônen ra xa hạt nhân và chúng ta đã tìm được ở phần trên thế năng liên quan với lực này bằng 1MeV. Vì phải cần tới 20MeV mới tách được một prôtônen ra khỏi hạt nhân, ta cần phải kết luận rằng lực hạt nhân tác dụng lên prôtônen là lực hút và tác dụng của nó lớn hơn lực điện nhiều.

40-2. KHỐI LƯỢNG HẠT NHÂN VÀ NĂNG LƯỢNG LIÊN KẾT

Trong vật lí hạt nhân, một đơn vị thuận tiện của khối lượng là **đơn vị khối lượng nguyên tử**, viết tắt là u. Đơn vị khối lượng nguyên tử được định nghĩa là $\frac{1}{12}$ khối lượng của nguyên tử ^{12}C (gồm hạt nhân ^{12}C và 6 electron). Các phép đo cho mối liên hệ giữa u và kg như sau :

$$1\text{u} = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

Khối lượng của electron, prôtôn, nôtron và một số nuclit tiêu biểu được cho bằng đơn vị u trong bảng 40-2. Theo thông lệ, khối lượng được liệt kê cho một nuclit bao gồm cả khối lượng của các electron trong nguyên tử trung hòa. Bạn có thể xác minh điều đó bằng cách so sánh khối lượng được liệt kê cho ^1H với tổng khối lượng của một electron và một prôtôn.

Năng lượng liên quan với một quá trình hạt nhân thường là lớn, cỡ MeV. Một quá trình như vậy dẫn tới những thay đổi do được của năng lượng nghỉ, $\Delta E = \Delta mc^2$. Do đó, sẽ rất thuận tiện nếu chúng ta xác định tương đương năng lượng của 1u :

$$(1\text{u})c^2 = (1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{kg})(2,99792458 \cdot 10^8 \text{m/s})^2 \\ = 931,494 \text{MeV}.$$

$$\text{Hay : } 1\text{u} = 931,5 \text{MeV}/c^2$$

Đôi khi để thuận tiện, các khối lượng được cho theo đơn vị MeV/c^2 hoặc được biểu diễn như giá trị của mc^2 theo đơn vị MeV. Một cách biểu thị khác là viết c^2 theo đơn vị MeV/u . Từ trên, ta có :

$$c^2 = 931,5 \text{MeV/u}$$

Bảng 40-2. Một số khối lượng tiêu biểu theo đơn vị u.

Khối lượng	u	Khối lượng	u
e	0,0005486	$^{87}_{37}\text{Rb}$	86,909186
p	1,0072766	$^{87}_{38}\text{Sr}$	86,908892
n	1,0086652	$^{91}_{42}\text{Mo}$	90,91175
^1H	1,0078252	$^{92}_{42}\text{Mo}$	91,906810
^2H	2,014102	$^{93}_{42}\text{Mo}$	92,906830
^3H	3,016049	$^{103}_{45}\text{Rh}$	102,90550
^3He	3,016029	$^{119}_{49}\text{In}$	118,9058
^4He	4,002603	$^{120}_{50}\text{Sn}$	119,902199
$^{11}_5\text{B}$	11,009305	$^{121}_{51}\text{Sb}$	120,903824

$^{11}_6\text{C}$	11,011433	$^{123}_{51}\text{Sb}$	122,904213
$^{12}_6\text{C}$	12,000000	$^{123}_{52}\text{Te}$	122,904277
$^{13}_6\text{C}$	13,003355	$^{197}_{79}\text{Au}$	196,96656
$^{14}_7\text{N}$	14,003074	$^{202}_{80}\text{Hg}$	201,97063
$^{16}_8\text{O}$	15,994915	$^{205}_{81}\text{Tl}$	204,97441
$^{17}_8\text{O}$	16,999133	$^{222}_{86}\text{Rn}$	222,017574
$^{23}_{11}\text{Na}$	22,989770	$^{226}_{88}\text{Ra}$	226,025406
$^{27}_{13}\text{Al}$	26,981541	$^{228}_{88}\text{Ra}$	228,031139
$^{52}_{24}\text{Cr}$	51,940510	$^{232}_{90}\text{Th}$	232,038054
$^{56}_{26}\text{Fe}$	55,934939	$^{234}_{90}\text{Th}$	234,043298
$^{68}_{30}\text{Zn}$	67,924857	$^{235}_{92}\text{U}$	235,043925
$^{75}_{33}\text{As}$	74,921596	$^{238}_{92}\text{U}$	238,050786

Năng lượng liên kết

Khối lượng của hạt nhân *nhỏ hơn* tổng khối lượng các nuclôn tạo nên nó khi chúng ở đủ xa nhau. Hiệu hai khối lượng trên gọi là **độ hụt khối**. Tương đương năng lượng của hiệu hai khối lượng đó được gọi là **năng lượng liên kết** E_{lk} của hạt nhân đang xét. *Năng lượng liên kết của một hạt nhân là năng lượng cần thiết để tách rời các thành phần của hạt nhân và đặt mỗi nuclôn ở khoảng cách đủ lớn đối với nhau* (và đúng yên) sao cho thế năng tương tác của chúng nhỏ không đáng kể. Chúng ta có thể dẫn ra một biểu thức cho năng lượng liên kết bằng cách dùng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần như được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 40-5. Năng lượng nghỉ của một hệ liên kết (hạt

nhân) cộng với năng lượng liên kết bằng năng lượng nghỉ của các nuclôn tách rời nhau :

$$m_{hn}c^2 + E_{lk} = Zm_p c^2 + Nm_n c^2$$

trong đó m_{hn} là khối lượng của hạt nhân có Z prôtôn và N nôtron, m_p là khối lượng của prôtôn và m_n là khối lượng của nôtron.

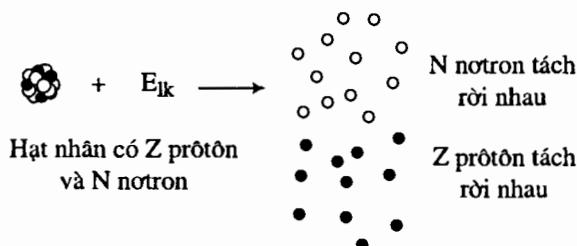
Giải cho E_{lk} , ta được :

$$E_{lk} = (Zm_p + Nm_n - m_{hn})c^2 = \Delta mc^2$$

Vì theo thông lệ người ta thường lập bảng khối lượng của nguyên tử chứ không phải khối lượng hạt nhân, nên chúng ta sẽ thay m_{hn} bằng $M - Zm_e$ với M là khối lượng nguyên tử của nuclit có Z prôtôn và N nôtron, còn m_e là khối lượng electron. Hơn nữa, nếu chúng ta dùng $M_H - m_e$ thay cho

m_p với M_H là khối lượng nguyên tử của ${}_1^1H$ thì khối lượng của Z electron sẽ bị triệt tiêu (thủ tục này đã bỏ qua năng lượng liên kết nhỏ không đáng kể của các electron trong nguyên tử). Kết quả ta được :

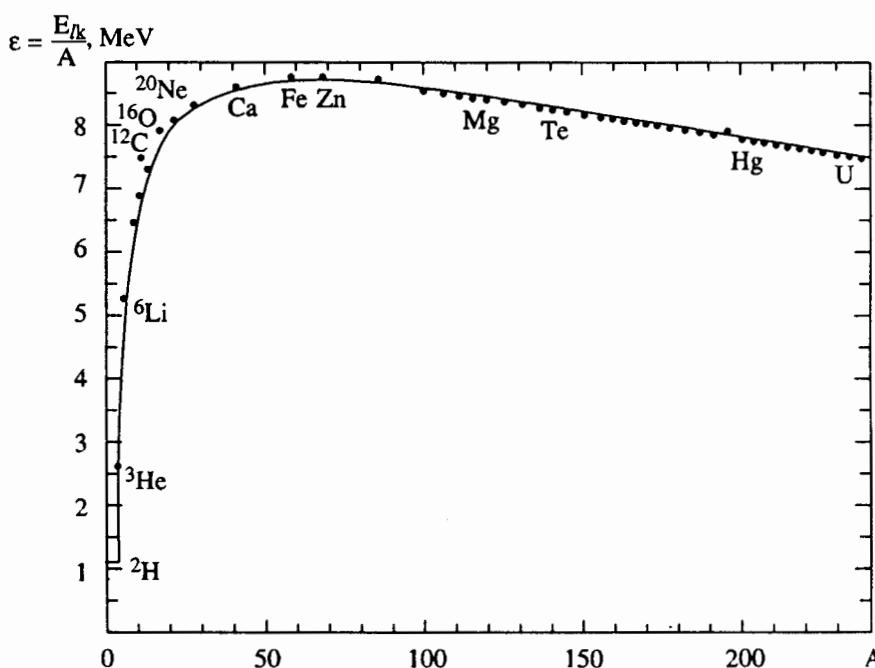
$$E_{lk} = (ZM_H + Nm_n - M)c^2 \quad (40-3)$$



Hình 40-5. *Năng lượng nghỉ của hạt nhân cộng với năng lượng liên kết E_{lk} bằng tổng năng lượng nghỉ của các nuclône đã được tách ra xa nhau.*

Để làm ví dụ, ta có thể dùng các giá trị được liệt kê trong bảng 40-2 để tìm E_{lk} của ${}^{27}_{13}Al$.

$$\begin{aligned} E_{lk} &= [13.(1,007825u) + 14(1,008665u) \\ &\quad - (26,9815414u)] 931,5\text{MeV/u} \\ &= 225,0\text{MeV}. \end{aligned}$$



Năng lượng liên kết riêng

Năng lượng liên kết riêng (tức năng lượng liên kết tính cho một nuclône) $\frac{E_{lk}}{A}$ là một tiêu chuẩn thuận tiện để so sánh mức độ liên kết mạnh hay yếu của các nuclit khác nhau. Đối với ${}^{27}_{13}Al$:

$$\epsilon = \frac{E_{lk}}{A} = \frac{225,0\text{MeV}}{27} = 8,333\text{MeV / nuclône.}$$

Hình 40-6 cho đồ thị của ϵ theo A đối với nhiều nuclit bền. Một đặc điểm quan trọng của đồ thị này là đối với A lớn hơn 20, tất cả các điểm đều nằm gần một đường cong tròn và giá trị của ϵ gần như là độc lập với A . Giá trị đó cõi 8MeV/nuclône . Điều này có nghĩa là năng lượng liên kết của một nuclit có số khôi A là gần như tỉ lệ thuận với A . Chú ý rằng ϵ đạt cực đại tại lân cận nuclit sắt (Fe). Các nuclit có khối lượng nhỏ và lớn có xu hướng liên kết kém hơn các nuclit có khối lượng trung bình.

Hình 40-6. *Đồ thị của*

$$\epsilon = \frac{E_{lk}}{A}$$

40-3. MẪU GIỌT

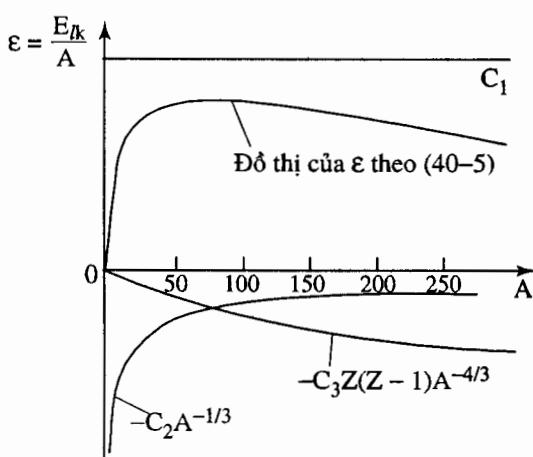
Trong một số tính chất, hạt nhân tương tự như một giọt chất lỏng. Dùng những điểm tương tự này, năm 1936 Niels Bohr đã đưa ra một mẫu hạt nhân có tên là mẫu giọt. Dựa trên mẫu này, người ta đã đưa ra một công thức bán thực nghiệm xác định *năng lượng liên kết của hạt nhân*:

$$E_{lk} = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 Z(Z-1) A^{-1/3} \quad (40-4)$$

hay :

$$\varepsilon = \frac{E_{lk}}{A} = C_1 - C_2 A^{-1/3} - C_3 Z(Z-1) A^{-4/3} \quad (40-5)$$

trong đó C_1 , C_2 và C_3 là các hằng số. Giá trị của các hằng số này được xác định bằng cách làm khớp phương trình 40-5 với các số liệu trên hình 40-6. Hình 40-7 cho thấy ba số hạng trong phương trình 40-5 tổ hợp với nhau như thế nào để cho kết quả gần khớp với các số liệu của hình 40-6.



Hình 40-7. Đóng góp vào $\varepsilon = \frac{E_{lk}}{A}$ của ba số hạng trong phương trình 40-5.

Việc khảo sát từng số hạng trong phương trình 40-4 cho ta một số hiểu biết nhất định về bản chất của cấu trúc hạt nhân. Khi khảo sát các số hạng đó, cần luôn luôn nhớ rằng lực hút tạo ra một thế năng âm (đối với thế năng bằng không khi các hạt cách xa nhau vô hạn) và cho đóng góp dương vào năng lượng liên kết. Lực đẩy tạo thế năng dương và cho đóng góp âm.

Ý nghĩa của các số hạng ở vế phải trong phương trình 40-4 như sau :

– Số hạng thứ ba : $-C_3 Z(Z-1) A^{-1/3}$, đặc trưng cho đóng góp của lực đẩy tĩnh điện của các proton vào liên kết.

– Số hạng thứ nhất : $C_1 A$, đặc trưng cho đóng góp của tương tác hạt nhân của mỗi cặp nucleon trong đó có tính tới tầm tác dụng ngắn của lực hạt nhân. Tầm tác dụng ngắn này giới hạn tương tác của một nucleon chỉ với một số nucleon khác ở cạnh nó, người ta nói rằng, lực hạt nhân là *bão hoà*. Theo nghĩa đó hạt nhân tương tự như một giọt chất lỏng vì các phân tử của nó cũng chỉ tương tác với các phân tử ở ngay bên cạnh.

– Số hạng thứ hai : $-C_2 A^{2/3}$, tính đến hiệu ứng bề mặt hạt nhân vì các nucleon ở bề mặt có ít các nucleon ở ngay bên cạnh hơn các nucleon ở bên trong, do đó số cặp tương tác nucleon-nucleon ở bề mặt ít hơn đối với nucleon ở bên trong. Số hạng này biểu thị sự giảm bớt đóng góp dương vào E_{lk} do lực hạt nhân hút, vì vậy có dấu âm.

40-4. MẪU VỎ

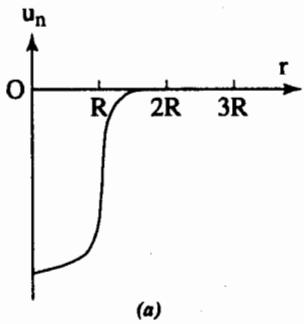
Một nét nổi bật của biểu đồ các nuclit (hình 40-2) là $Z = N$ đối với các hạt nhân có khối lượng nhỏ và các hạt nhân với khối lượng lớn có xu hướng có số nơtron dồi hơn số prôtôn. Hơn nữa, các hạt nhân với số prôtôn và hoặc số nơtron nhất định nào đó lại đặc biệt bền. Các số đó được gọi là các **số magic** (*số kì diệu*) và có giá trị là $Z = 2, 8, 20, 28, 50$ và $N = 2, 8, 20, 28, 50, 82$ và 126. Năng lượng cần thiết để tách một nuclon ra khỏi hạt nhân có số magic là lớn một cách đáng kể. Hơn nữa, có một số lớn khác thường các đồng vị và đồng số nơtron bền có số magic. Từ hình 40-2, ta thấy có tới 10 đồng vị bền có $Z = 50$ và 7 đồng số nơtron bền có $N = 82$. Một mẫu thành công là phải giải thích được những tính chất đó của hạt nhân.

Các số magic của hạt nhân gợi cho ta nhớ tới cách thức mà các electron trong nguyên tử được sắp xếp thành các lớp và lớp con (mục 38-5). Có hai electron trong lớp đầu tiên, tám electron trong lớp thứ hai, tám electron trong lớp thứ ba, mười tám electron trong lớp thứ tư,... Như vậy các số magic trong nguyên tử là 2, 10 (hay $2+8$), 18 (hay $10+8$), 36 hay $(18+18)$,... Nếu một nguyên tử có các lớp electron đều kín, thì nguyên tử sẽ rất bền : nó có năng lượng ion hoá lớn và trơ về mặt hoá học. Đó chính là các khí trơ He, Ne, Ar, Kr và Xe.

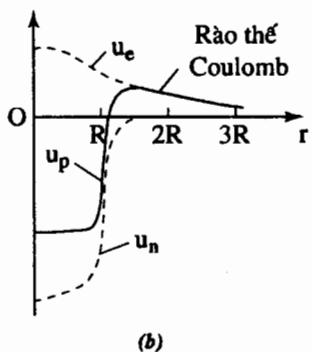
Vì cấu trúc lớp của các nguyên tử xuất hiện do áp dụng nguyên lí loại trừ Pauli cho các trạng thái lượng tử của các electron trong nguyên tử, nên ta hi vọng rằng một cách xử lí tương tự đối với các nuclon trong hạt nhân cũng sẽ cho cấu trúc lớp của hạt nhân. Nhưng bài toán hạt nhân là khó hơn bài toán nguyên tử. Trong bài toán nguyên tử, hạt nhân có khối lượng lớn

đóng vai trò như một tâm cố định đối với các electron chuyển động bao quanh và toàn bộ tương tác là do lực Coulomb quen thuộc. Trong bài toán hạt nhân, các nuclon giống như một đám hạt có khối lượng xấp xỉ nhau và tất cả đều tương tác mạnh thông qua lực hạt nhân phức tạp hơn. Nếu sự tương tự cổ điển của nguyên tử là hệ Mặt Trời, thì sự tương tự của hạt nhân là một hệ hành tinh không có một ngôi sao ở trung tâm, trong đó các hành tinh có khối lượng xấp xỉ nhau chuyển động theo các quỹ đạo phức tạp đồng thời tương tác với nhau theo một quy luật lực nào đó còn chưa biết.

Mặc dù có những khó khăn đó, bài toán hạt nhân vẫn có thể giải quyết được bằng cách đưa ra một số giả thiết. Trước hết, chúng ta xem mỗi nuclon như một hạt độc lập và giả sử rằng chúng chuyển động trong một trường lực trung bình tạo bởi các nuclon khác. (Vì giả thiết đó nên mẫu vỏ cũng thường được gọi là mẫu một hạt). Sau đó, dựa trên điều đã biết rằng lực hạt nhân có tầm tác dụng ngắn và là lực hút mạnh, chúng ta dùng các hàm thế năng cho prôtôn và nơtron như được cho trên hình 40-8. Nếu phương trình Schrödinger với các hàm thế năng như thế được giải và các mức năng lượng được choán đầy theo nguyên lí loại trừ Pauli (áp dụng cho prôtôn và nơtron riêng rẽ), thì chúng ta sẽ thấy rằng cấu trúc lớp sẽ xuất hiện. Tuy nhiên các số magic tìm được không khớp với các số magic của hạt nhân. Khó khăn này đã được giải quyết một cách độc lập bởi M. G. Mayer và J. H. Jensen vào năm 1949. Họ đã chứng tỏ được rằng mẫu vỏ sẽ tái tạo được đúng các số magic hạt nhân nếu đưa thêm một giả thiết về liên kết spin – quỹ đạo mạnh (hình 40-9).

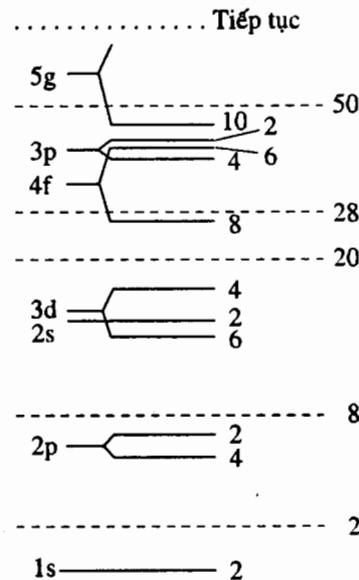


(a)



(b)

Hình 40-8. (a) *Hàm thế năng trung bình $u_n(r)$ cho nôtron trong hạt nhân. Ở gần tâm hạt nhân, nôtron được bao quanh bởi các nuclôn khác, nên các lực tác dụng lên nôtron này có xu hướng triệt tiêu nhau và u_n gần như không đổi. Ở mép hạt nhân, các lực hút có xu hướng giống nhau, nên u_n có độ dốc dương lớn. Vì lực hạt nhân có tầm ngắn, nên u_n giảm nhanh tới không khi r lớn hơn R . Hàm u_n được gọi là giếng thế hạt nhân. (b) *Hàm thế trung bình u_p cho prôtôn. Vì prôtôn chịu tác dụng của cả lực điện lẫn lực hạt nhân, nên $u_p = u_n + u_e$ với u_e là thế đẩy Coulomb do các prôtôn khác. Phần dương của u_p bao quanh hạt nhân và được gọi là hàng rào thế Coulomb.**



Hình 40-9. Một số mức năng lượng thấp cho nôtron. Các lớp con ($1s, 2p, 2s, \dots$) được vẽ ở bên trái khi sự tách spin – quỹ đạo nhỏ không đáng kể. Sau đó các mức được vẽ tách ra do tương tác spin quỹ đạo. Con số ở phía phải mỗi mức cho biết có bao nhiêu nôtron có thể được chiếm đúng theo nguyên lý Pauli và các số magic được ghi ở phía phải ngoài cùng. Chú ý rằng khoảng cách tương đối giữa các mức theo số magic đã đạt được. Các mức prôtôn cũng cho kết quả tương tự.

40-5. PHÂN RÃ PHÓNG XA

Hạt nhân của một số chất là không bền, hay có tính phóng xạ. Một hạt nhân như vậy có thể tự phát phóng ra một hạt mà không cần có một kích thích nào từ bên

ngoài. Khi điều này xảy ra, hạt nhân được gọi là phân rã và biến đổi thành hạt nhân khác. Về mặt lịch sử, thời đại hạt nhân có thể xem bắt đầu từ thời điểm

Henri Becquerel (1852–1908) quan sát được sự phân rã phóng xạ của urani vào năm 1896. Ngay từ những buổi đầu đó, người ta đã xác nhận có ba loại tia phóng xạ và chúng được gọi là các *tia alpha* (α), *bêta* (β) và *gamma* (γ) theo thứ tự khoảng cách đâm xuyên của chúng vào một khối chất ; tia α là đâm xuyên kém nhất, tia β là trung bình và tia γ đâm xuyên mạnh nhất. Hiện nay chúng ta biết rằng tia α (hay hạt α) là hạt nhân ${}_2^4\text{He}$ và tia β (hay hạt β) hoặc là electron (β^-) hoặc là pôzitron (β^+). *Pôzitron* là phản hạt của electron, nó có khối lượng y hệt electron, nhưng có điện tích với dấu ngược lại. Tia γ là phôtônen có năng lượng cao được phát từ hạt nhân ở trạng thái kích thích.

Động học của phân rã phóng xạ

Khi một hạt nhân phân rã, các hạt phát ra (α , β hoặc γ) có thể được ghi nhận bằng một máy đếm bức xạ. Để mô tả sự phụ thuộc thời gian của phép đo này, gọi N là số hạt nhân phóng xạ trong một mẫu nào đó ở thời điểm t . Người ta định nghĩa **độ phóng xạ** H của mẫu là *một đại lượng đặc trưng cho tính phóng xạ mạnh hay yếu của mẫu đó, do bằng số phân rã trong một giây*. Nói cách khác, **độ phóng xạ** là *tốc độ phân rã*. Khi một hạt nhân phân rã, nó đã biến đổi thành hạt nhân khác. Như vậy số hạt nhân phóng xạ N giảm ($\frac{dN}{dt}$ âm) và $-\frac{dN}{dt}$ chính là tốc độ phân rã và bằng độ phóng xạ H . Tức là :

$$H = -\frac{dN}{dt} \quad (40-6)$$

Sự phân rã của một hạt nhân cụ thể nào đó là một sự cố ngẫu nhiên. Xác suất để một hạt nhân phân rã trong khoảng thời gian Δt

tỉ lệ thuận với Δt . Vì vậy, độ giảm số hạt nhân chưa phân rã $-dN$ tỉ lệ với N và dt . Bằng cách đưa vào hệ số tỉ lệ λ , được gọi là **hằng số phân rã**, ta có thể viết :

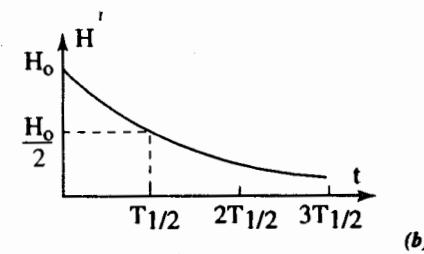
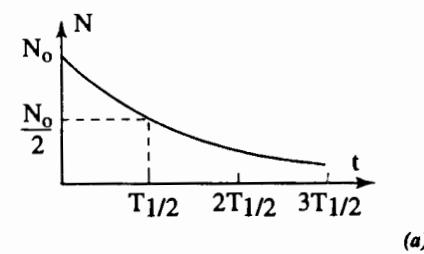
$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt \quad (40-7)$$

Nghiệm của phương trình trên là :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (40-8)$$

trong đó N_0 là số hạt nhân phóng xạ tại thời điểm mà ta chọn là $t = 0$.

Hình 40-10a cho đồ thị của N theo t . Chú ý rằng tốc độ giảm của số hạt nhân phóng xạ N được đặc trưng bởi hằng số phân rã λ .



Hình 40-10. (a) Đồ thị của N theo t và (b) đồ thị của H theo t .

Độ phóng xạ H cũng tìm được bằng cách sắp xếp lại phương trình 40-7 :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad \text{hay} \quad H = \lambda N$$

Thay biểu thức của N từ phương trình 40-8, ta có $H = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

hay :

$$H = H_0 e^{-\lambda t} \quad (40-9)$$

trong đó H_0 (bằng λN_0) là độ phóng xạ ở $t = 0$. Hình 40-10b cho đồ thị của độ phóng xạ H theo thời gian t . Vì H tỉ lệ thuận với N , nên H có sự phụ thuộc thời gian hệt như N ; mỗi единица времени đều giảm theo hàm mũ và có cùng hằng số phân rã λ . Trong hệ SI, đơn vị của độ phóng xạ H là becquerel (Bq) : $1 \text{ Bq} = 1 \text{ phân rã/giây}$.

Đôi khi thay cho λ người ta dùng **chu kì bán rã** $T_{1/2}$. Chu kì bán rã là thời gian cần thiết để N (hay H) giảm đi một nửa. Vì

$N = N_0$ tại $t = 0$, ta có $N = \frac{1}{2} N_0$ tại $t = T_{1/2}$.

Thay các giá trị này vào phương trình 40-8, ta tìm được mối liên hệ giữa λ và $T_{1/2}$

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Giải phương trình trên, ta được :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda} \quad (40-10)$$

Các bảng liệt kê những tính chất của các chất phóng xạ thường cho giá trị của chu kì bán rã hơn là hằng số phân rã.

VÍ DỤ 40-2

Xác định niên đại bằng phóng xạ. Độ phóng xạ của ^{14}C có thể được dùng để xác định niên đại của các hiện vật khảo cổ. Giả sử rằng một mẫu vật chứa ^{14}C có độ phóng xạ $2,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}$. Chu kì bán rã của ^{14}C là 5730 năm. (a) Tìm hằng số phân rã của ^{14}C ra s^{-1} . (b) Hãy xác định số hạt nhân ^{14}C trong mẫu đó. (c) Tính độ phóng xạ của mẫu này sau 1000 năm nữa ? (d) Xác định độ phóng xạ sau thời gian bằng bốn lần chu kì bán rã.

Giải. (a) Hằng số phân rã bằng :

$$\lambda = \frac{0,693}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{(5730 \text{ năm}) (3,15 \cdot 10^7 \text{ s/năm})} = 3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

(b) Vì $H_0 = \lambda N_0$, nên số hạt nhân ^{14}C trong mẫu bằng :

$$N_0 = \frac{H_0}{\lambda} = \frac{2,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}}{3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}} = 7,3 \cdot 10^{18} \text{ hạt nhân}$$

(c) Vì $H_0 = 2,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}$ và $1000 \text{ năm} = 3,15 \cdot 10^{10} \text{ s}$, nên độ phóng xạ sau 1000 năm nữa bằng

$$\begin{aligned} H &= H_0 e^{-\lambda t} = (2,8 \cdot 10^7 \text{ Bq}) e^{-(3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1})(3,15 \cdot 10^{10} \text{ s})} \\ &= 2,5 \cdot 10^7 \text{ Bq} \end{aligned}$$

(d) Cứ sau mỗi chu kì bán rã, thì một nửa số hạt nhân bị phân rã. Sau khoảng thời gian $4T_{1/2}$, $H = H_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{H_0}{16} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ Bq}$.

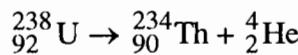
Bài tự kiểm tra 40-1

Chu kỳ bán rã của $^{126}_{53}\text{I}$ là $T_{1/2} = 13,0$ ngày. Một mẫu chứa $^{126}_{53}\text{I}$ có độ phóng xạ $7,2 \cdot 10^6 \text{Bq}$ ở một thời điểm nào đó. Hãy xác định độ phóng xạ của mẫu 20 ngày sau đó.

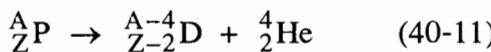
Đáp số : $2,5 \cdot 10^6 \text{Bq}$.

Phân rã alpha

Nhiều hạt nhân nặng phân rã có phóng ra hạt α . Một ví dụ là phân rã của $^{238}_{92}\text{U}$ thành $^{234}_{90}\text{Th}$:



Hạt nhân $^{238}_{92}\text{U}$ được gọi là hạt nhân mẹ và hạt nhân $^{234}_{90}\text{Th}$ được gọi là hạt nhân con. Chú ý rằng tổng các chỉ số trên ở hai phía của mũi tên phản ứng là như nhau, điều này có nghĩa là trong phản ứng trên *tổng số các nuclôn được bảo toàn*. Cũng như vậy, tổng các chỉ số dưới ở hai phía mũi tên phản ứng cũng như nhau, điều này nói lên rằng *số các proton hay điện tích được bảo toàn*. Nói chung, phân rã α được biểu diễn như sau :



ở đây P và D tương ứng là kí hiệu hoá học của các hạt nhân mẹ và con.

Khi hạt nhân mẹ phân rã, hạt α và hạt nhân con bay ra xa nhau hay nói cách khác là được truyền cho một động năng. Trong một số phân rã, hạt nhân con lại được tạo thành ở trạng thái kích thích. *Năng lượng phân rã* Q_α là *tổng của động năng và năng lượng kích thích của các hạt sau phân rã*. Năng lượng phân rã có thể được xác định từ định luật bảo toàn năng lượng trong hệ quy chiếu hạt nhân mẹ đứng yên. Trong hệ quy chiếu đó năng lượng ban đầu của hệ chỉ là năng lượng nghỉ của hạt nhân mẹ. Như vậy, nếu gọi M_p , M_D và M_α là

khối lượng tương ứng của hạt nhân mẹ, hạt nhân con và hạt α , thì :

$$M_p c^2 = (M_D + M_\alpha) c^2 + Q_\alpha$$

hay :

$$Q_\alpha = (M_p - M_D - M_\alpha) c^2 \quad (40-12)$$

Ví dụ, phân rã α của $^{238}_{92}\text{U}$ thành $^{234}_{90}\text{Th}$ có năng lượng phân rã là 4MeV .

Nếu hạt nhân con không ở trạng thái kích thích thì năng lượng phân rã Q_α bằng tổng động năng của hai hạt :

$$Q_\alpha = K_D + K_\alpha = \frac{1}{2} m_D v_D^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$$

Ngoài định luật bảo toàn năng lượng, phân rã α còn tuân theo định luật bảo toàn động lượng :

$$m_D v_D + m_\alpha v_\alpha = 0$$

Từ hai định luật bảo toàn trên suy ra được :

$$Q_\alpha = K_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_D} \right)$$

hay $K_\alpha = \frac{Q_\alpha}{1 + \frac{m_\alpha}{m_D}}$ (40-13)

Nếu hạt nhân mẹ có số khối A thì gần đúng có thể xem $m_\alpha = 4$ và $m_D = A - 4$, khi đó :

$$K_\alpha = \frac{A - 4}{A} Q_\alpha \quad \text{và} \quad K_D = \frac{4 Q_\alpha}{A}$$

Trong thiên nhiên, chỉ những hạt nhân có $Z > 82$ mới có phân rã α tự phát. Đối với các hạt nhân nặng đó ($A > 200$) thì $\frac{A - 4}{A} \approx 1$ và hạt α mang đi gần như toàn bộ của năng lượng phân rã.

VÍ DỤ 40-3

Kiểm tra độ bền vững. Phương trình 40-12 cho ta một cách để kiểm tra xem một hạt nhân là bền hay không bền đối với phân rã α . Giả sử ta chọn lọc một số hạt nhân nặng như hạt nhân mẹ đối với một phân rã α nào đó. Nếu thay giá trị các khối lượng vào phương trình 40-12 cho giá trị Q_α dương thì hạt nhân đó là không bền. Hãy dùng phương pháp nói trên để xác định xem $^{226}_{88}\text{Ra}$ là bền hay không bền đối với phân rã α .

Giải. Nếu $^{226}_{88}\text{Ra}$ là không bền đối với phân rã α thì hạt nhân con sẽ là $^{222}_{86}\text{Rn}$. Lấy các giá trị khối lượng tương ứng từ bảng 40-2, ta có :

$$Q_\alpha = (226,025406u - 222,017574u - 4,002603u) (931,5\text{MeV/u}) \\ = 4,87\text{MeV}.$$

Vì $Q_\alpha > 0$ nên hạt nhân $^{226}_{88}\text{Ra}$ là không bền đối với phân rã α . Nhân tiện cũng nói thêm rằng chu kì bán rã của hạt nhân này là 1620 năm.

Bài tự kiểm tra 40-2

Hạt nhân $^{236}_{92}\text{U}$ có khối lượng 236,045566u phân rã α với năng lượng phân rã là 4,573MeV. (a) Hãy xác định hạt nhân con. (b) Tính khối lượng của hạt nhân con đó.

Đáp số : (a) $^{232}_{90}\text{Th}$; (b) 232,038054u.

Phân rã bêta

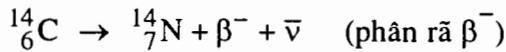
Trước khi xem xét phân rã bêta, chúng ta đưa vào một hạt cơ bản nữa chưa được xét tới ở các phần trên. Hạt này có tên là **nôtrinô** (kí hiệu là v). Nôtrinô được phát ra trong các phản ứng phân rã bêta, nhưng nó rất khó phát hiện được. Khi bắt đầu nghiên cứu phân rã bêta, người ta cho rằng hạt nhân mẹ chỉ phát ra hạt nhân con và một electron (hoặc một pôzitron) vì không phát hiện thấy hạt nào khác. Tuy nhiên, năng lượng toàn phần của hệ sau phân rã (gồm hạt nhân con và electron) đo được cho thấy nhỏ hơn năng lượng toàn phần của hệ trước phân rã (hạt nhân mẹ). Nếu vậy, phân rã β rõ ràng đã vi phạm định luật bảo toàn năng lượng. Thêm vào đó, phân rã β còn vi phạm một cách rõ ràng

định luật bảo toàn momen động lượng và định luật bảo toàn động lượng.

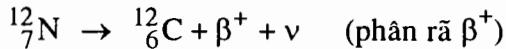
Năm 1930, Pauli đã đưa ra giả thuyết về sự tồn tại của một hạt với mục đích cứu vãn các định luật bảo toàn trong phân rã bêta. Để làm điều đó, hạt này phải có các tính chất sau : (a) diện tích bằng không, (b) khối lượng bằng không và (c) spin bằng $\frac{1}{2}$. Nhà vật lí nổi tiếng người Italia, Enrico

Fermi, đã gọi hạt này là "nôtrinô", có nghĩa là hạt trung hoà nhỏ. Sau nhiều năm tìm kiếm, các nhà nghiên cứu đã phát hiện được các hạt này một cách trực tiếp vào năm 1956.

Hai quá trình dưới đây là ví dụ về hai loại phân rã bêta :

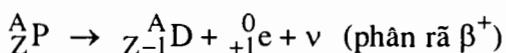
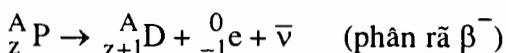


và :

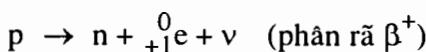
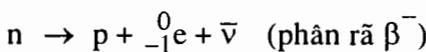


trong đó $\bar{\nu}$ là phản neutrino, tức là phản hạt của neutrino. Như vậy, phân rã β^- tạo ra hạt nhân con có Z tăng thêm 1 so với hạt nhân mẹ, và phân rã β^+ tạo ra hạt nhân con có Z giảm đi 1 so với hạt nhân mẹ. Hạt nhân mẹ và hạt nhân con trong hai quá trình trên đều là các hạt nhân đồng khối. Chú ý rằng điện tích và số khối đều được bảo toàn trong các phản ứng đó.

Phân rã beta có thể được biểu diễn tổng quát dưới dạng :



trong đó ${}_{-1}^0 e$ biểu diễn electron, còn ${}_{+1}^0 e$ biểu diễn pôzitron. Kí hiệu này cho thấy một cách rõ ràng sự bảo toàn điện tích và số khối trong các chỉ số dưới và trên tương ứng. Trong phân rã β^- , một neutron trong hạt nhân mẹ được biến thành một protôn, một electron và một phản neutrino. Trong phân rã β^+ , một protôn trong hạt nhân mẹ được biến thành một neutron, một pôzitron, và một neutrino.



Tương tự với sự khảo sát năng lượng phân rã α , năng lượng phân rã Q_β đối với mỗi một loại phân rã β cũng được tìm bằng cách dùng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần trong hệ quy chiếu hạt nhân mẹ đứng yên :

$$Q_\beta = (M_P - M_D - m_e)c^2 \quad (\text{phân rã } \beta)$$

(40-14)

trong đó m_e là khối lượng của electron hoặc pôzitron.

Năng lượng này là tổng động năng của electron (hoặc pôzitron), phản neutrino (hoặc neutrino) và hạt nhân con.

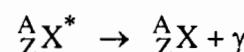
$$Q_{\beta^-} = K_D + K_{e^-} + K_{\bar{\nu}}$$

$$Q_{\beta^+} = K_D + K_{e^+} + K_\nu$$

Vì $M_D \gg m_e$ nên động năng của hạt nhân con nhỏ không đáng kể, nhưng nó có thể được tạo ra ở trạng thái kích thích. Chu kỳ bán rã do được của các phân rã β luôn luôn lớn hơn 10^{-2} s và có thể lớn hơn 10^{15} năm.

Phân rã gamma

Như đã nói ở trên, hạt nhân con trong các phân rã α hoặc β đôi khi được tạo ra ở trạng thái kích thích. Các trạng thái kích thích của hạt nhân cũng tương tự như các trạng thái kích thích trong nguyên tử và sự dịch chuyển về trạng thái kích thích thấp hơn hoặc về trạng thái cơ bản luôn kèm theo sự phát một phôtô. Phôtô phát ra trong một dịch chuyển hạt nhân được gọi là tia gamma. Phân rã γ được biểu diễn như sau :



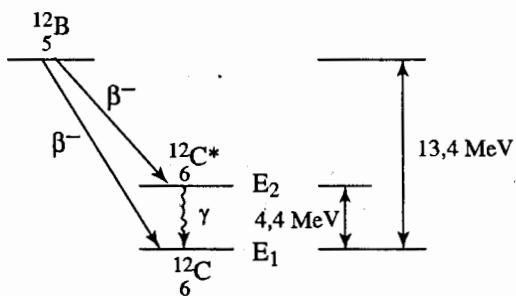
ở đây X là kí hiệu hoá học của hạt nhân và dấu (*) chỉ trạng thái kích thích của hạt nhân đó.

Ví dụ, phân rã β^- của $^{12}_5B$ được diễn ra theo hai cách, như được chỉ ra trên hình 40-11. Phân rã β^- này có thể tạo ra $^{12}_6C$ (ở trạng thái cơ bản) hoặc $^{12}_6C^*$ (ở trạng

thái kích thích). Khi $^{12}_6 C^*$ được tạo thành, nó lại phân rã thành $^{12}_6 C$ và phát ra tia γ có năng lượng $h\nu$ và :

$$h\nu = E_2 - E_1$$

trong đó E_2 và E_1 tương ứng là năng lượng của trạng thái kích thích (hay trạng thái ban đầu) và năng lượng của trạng thái cơ bản (hay trạng thái cuối).



Hình 40-11. Hai cách phân rã β^- của $^{12}_5 B$. Một trong hai cách đó tạo thành $^{12}_6 C^*$ và phát tia γ với năng lượng 4,4 MeV.

Cơ chế của phân rã α

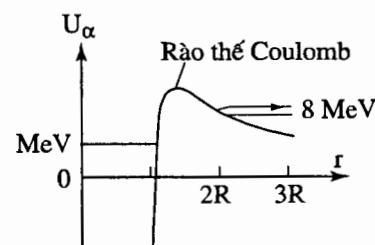
Chu kỳ bán rã của phân rã α có thể rất lớn.

Ví dụ, chu kỳ bán rã của $^{238}_{92} U$ là $4,9 \cdot 10^9$ năm. Tại sao $^{238}_{92} U$ lại mất nhiều thời gian đến như thế để phân rã α ? Một mẫu được đưa ra để giải thích điều này xem hạt nhân $^{238}_{92} U$ không bền, coi hạt α đã được hình thành sẵn trong hạt nhân trước khi phát xạ ra ngoài. Như vậy hạt nhân $^{238}_{92} U$ gồm hạt α được chứa trong hạt nhân $^{234}_{90} Th$.

Hàm thế năng $U_\alpha(r)$ của hạt α tương tác với hạt nhân $^{234}_{90} Th$ được cho trên hình 40-12. Từ các thực nghiệm tán xạ ta biết rằng hàng rào Coulomb đối với hạt α ở ngoài hạt

nhan $^{234}_{90} Th$ ít nhất cao 8MeV. Do đó, câu hỏi của chúng ta bây giờ trở thành : Làm thế nào mà hạt α ban đầu ở trong giếng thế hạt nhân với năng lượng cỡ 4MeV lại có thể vượt qua được hàng rào thế (cao tới 8MeV) để ra bên ngoài hạt nhân ? Nói một cách khác, tại sao $^{238}_{92} U$ lại không bền đối với phân rã α ?

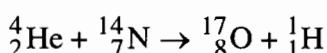
Câu trả lời dựa trên cơ học lượng tử. Ta cần phải xét đến tính chất sóng của hạt α . Khi tính đến điều đó ta thấy rằng hạt α có thể xuyên đường hầm qua hàng rào thế. (xem mục 37-9). Xác suất xuyên đường hầm phụ thuộc mạnh vào độ cao và chiêu rộng của hàng rào Coulomb được tính ở mức năng lượng của hạt α . Năng lượng của hạt α xấp xỉ bằng năng lượng phân rã Q_α . Điều này có nghĩa là chu kỳ bán rã phụ thuộc mạnh vào năng lượng phân rã. Tiên đoán này đã được xác nhận là đúng bởi các phân rã α có chu kỳ bán rã trải từ nhỏ hơn micrô giây tới hàng tỉ năm. Việc giải thích phân rã α bằng hiệu ứng đường hầm là một trong những thành công ban đầu của lý thuyết lượng tử.



Hình 40-12. Hàm thế năng $U_\alpha(r)$ của hạt α tương tác với hạt nhân $^{234}_{90} Th$. Ở ngay bên ngoài hạt nhân, thế năng Coulomb (dãy) trội hơn hẳn thế năng tương tác hạt nhân. Phần này của $U_\alpha(r)$ là một thể hiện khác của hàng rào Coulomb.

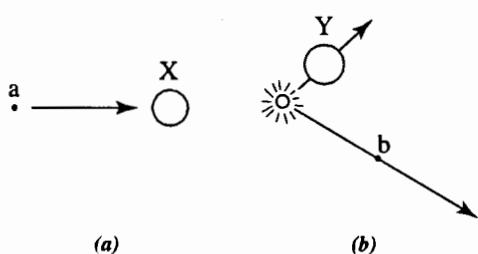
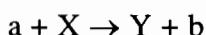
40-6. PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

Phân rã phóng xạ là một sự cố hạt nhân, xảy ra một cách tự phát không có kích thích từ bên ngoài. Nay giờ ta sẽ xét các quá trình hạt nhân xảy ra do tác động từ bên ngoài. Khi một hạt, chẳng hạn như α , gặp một hạt nhân, nó có thể tương tác với hạt nhân dẫn đến một phản ứng hạt nhân. Một ví dụ về phản ứng hạt nhân là sự hấp thụ một hạt α bởi hạt nhân nitơ để tạo ra một đồng vị ôxi và một prôtôn :



Phản ứng này đã được Rutherford nghiên cứu vào năm 1919 và cho một chứng minh đầu tiên về sự biến đổi nhân tạo của một nguyên tố hóa học. Trong trường hợp này, nitơ đã biến đổi thành ôxi.

Trong một phản ứng hạt nhân điển hình, hạt a được bắn vào hạt nhân bia X, sau đó X được biến đổi thành hạt nhân Y và một hạt b xuất hiện (hình 40-13)



Hình 40-13. (a) Hạt tối a bắn vào hạt nhân bia X. (b) Sau phản ứng, hạt nhân Y và hạt b được tạo thành.

Các hạt tham gia phản ứng là a và X và các sản phẩm sau phản ứng là Y và b. Một phản ứng hạt nhân còn có thể được kí hiệu một cách ngắn gọn : X (a,b) Y. Ví dụ, phản ứng nêu ở trên có thể được viết như ${}_{14}^{\text{N}} (\alpha, p) {}_{17}^{\text{O}}$.

Năng lượng phản ứng Q của phản ứng được định nghĩa là hiệu động năng các sản phẩm của phản ứng và động năng của các hạt tham gia phản ứng. Nếu các động năng này được đo trong hệ quy chiếu mà hạt nhân bia đứng yên, thì động năng của bia bằng không. Gọi K_Y , K_b và K_a là động năng tương ứng của Y, b và a, ta có :

$$Q = (K_Y + K_b) - K_a \quad (40-15)$$

Tương tự như phản ứng hóa học, một phản ứng hạt nhân được gọi là *toả năng lượng* nếu $Q > 0$ và được gọi là *thu năng lượng* nếu $Q < 0$. Các tên gọi này là thích hợp vì trong phản ứng toả năng lượng, động năng của hệ tăng và trong phản ứng thu năng lượng, động năng của hệ giảm.

Chúng ta sẽ dùng định luật bảo toàn năng lượng toàn phần để biểu diễn năng lượng phản ứng qua năng lượng nghỉ của các hạt tham gia phản ứng và tạo thành sau phản ứng. Trong hệ quy chiếu mà hạt nhân bia đứng yên, ta có :

$$\begin{aligned} (m_a c^2 + K_a) + M_x c^2 &= \\ = (m_b c^2 + K_b) + (M_Y c^2 + K_y) \end{aligned} \quad (40-16)$$

trong đó m_a , M_x , m_b và M_Y tương ứng là khối lượng nghỉ của a, X, b và Y. Kết hợp các phương trình 40-15 và 40-16 ta được

$$Q = [(m_a + M_x) - (m_b + M_Y)] c^2 \quad (40-17)$$

Năng lượng phản ứng bằng hiệu năng lượng nghỉ của các hạt tham gia phản ứng và của các hạt sản phẩm sau phản ứng.

Nếu năng lượng phản ứng $Q > 0$ thì phản ứng là toả năng lượng, khi đó không cần cung cấp một động năng cho hạt a tham gia phản ứng. Nếu $Q < 0$ thì phản ứng là

thu năng lượng, khi đó phải cung cấp động năng cho các hạt tham gia phản ứng để phản ứng có thể xảy ra. Nếu hạt nhân X đứng yên thì hạt tới a phải có động năng đủ lớn. *Năng lượng thấp nhất mà hạt tới phải có để phản ứng xảy ra gọi là năng lượng ngưỡng.* Áp dụng các định luật bảo toàn

năng lượng và động lượng ta có thể tìm được hệ thức giữa năng lượng ngưỡng K_{ng} và giá trị tuyệt đối của năng lượng phản ứng $|Q|$:

$$K_{ng} = \left(1 + \frac{m_a}{M_X}\right) |Q| \quad (40-18)$$

VÍ DỤ 40-4

Năng lượng ngưỡng của hạt α . Xét phản ứng hạt nhân ${}_2^4\text{He} + {}_7^{14}\text{N} \rightarrow {}_8^{17}\text{O} + {}_1^1\text{H}$.

(a) Phản ứng này là toả hay thu năng lượng? (b) Tìm năng lượng ngưỡng của hạt α (nếu có). Cho biết khối lượng của các nguyên tử:

$$M_\alpha = 4,002603\text{u}$$

$$M_o = 16,999130\text{u}$$

$$M_N = 14,003074\text{u}$$

$$M_H = 1,007825\text{u}$$

Giải. a) Năng lượng của phản ứng là

$$\begin{aligned} Q &= (M_\alpha + M_N - M_o - M_H)c^2 \\ &= (4,002603 + 14,003074 - 16,999130 - 1,007825) \cdot 931,5\text{MeV} \\ &= -1,190\text{MeV} \text{ (phản ứng thu năng lượng)} \end{aligned}$$

b) Vì $Q < 0$ nên phải cung cấp thêm động năng cho phản ứng. Năng lượng ngưỡng là:

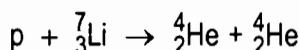
$$K_{ng} = \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_N}\right) |Q|$$

$$K_{ng} = \left(1 + \frac{4,0026}{14,003}\right) 1,190\text{MeV} = 1,53\text{MeV}$$

Vậy nếu hạt nhân bia ${}_7^{14}\text{N}$ ban đầu đứng yên thì hạt α phải có động năng ít nhất bằng $1,53\text{MeV}$ để phản ứng xảy ra.

BÀI TỰ KIỂM TRA 40-3

Xác định động năng cực tiểu của một prôtôn để có thể gây ra phản ứng:



Cho biết khối lượng của các nguyên tử:

$$M_\alpha = 4,002603\text{u}; M_H = 1,007825\text{u}; M_{Li} = 7,016003\text{u}$$

Đáp số: $Q = 17,3\text{MeV}$, phản ứng toả năng lượng vì vậy không cần có năng lượng ngưỡng.

Hạt prôtôn tới có động năng nhỏ bao nhiêu cũng được.

Các phản ứng hạt nhân thường được dùng để tạo ra nhiều hạt nhân, trong đó có những hạt nhân không tồn tại tự nhiên trên Trái Đất. Các hạt nhân này là các hạt nhân phóng xạ và chúng được biểu diễn bởi phần lớn các ô trống trên hình 40-2. Chỉ có khoảng 50 chất phóng xạ là được tìm thấy trên Trái Đất.

Chứng minh công thức 40-18

$$K_{ng} = \left(1 + \frac{m_a}{M_X} \right) |Q|$$

1. *Hệ quy chiếu phòng thí nghiệm (TN) và hệ quy chiếu khối tâm (KT).* Xét phản ứng hạt nhân $a + X \rightarrow b + Y$ trong hai hệ quy chiếu (TN) và (KT). Trong hệ quy chiếu (TN) hạt nhân bia X đứng yên, còn trong hệ quy chiếu (KT) động lượng của hệ trước va chạm bằng động lượng của hệ sau va chạm và bằng không. Theo công thức tổng hợp vận tốc :

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}_{kt} + \mathbf{v}'$$

trong đó \mathbf{v} là vận tốc của hạt đối với hệ quy chiếu (TN) ; \mathbf{v}' là vận tốc của hạt đối với hệ quy chiếu (KT) ; \mathbf{V}_{kt} là vận tốc của khối tâm đối với hệ quy chiếu (TN), vận tốc này là không đổi.

Áp dụng công thức trên cho hai hạt nhân a và X ta có :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a &= \mathbf{V}_{kt} + \mathbf{v}'_a \\ \mathbf{v}_X &= \mathbf{V}_{kt} + \mathbf{v}'_X \end{aligned} \quad (1)$$

vì $\mathbf{v}_X = 0$ nên $\mathbf{v}'_X = -\mathbf{V}_{kt}$. Trong hệ quy chiếu (KT), động lượng của hệ bằng không, do vậy :

$$\begin{aligned} m_a \mathbf{v}'_a + M_X \mathbf{v}'_X &= 0 \\ \Rightarrow m_a(\mathbf{v}_a - \mathbf{V}_{kt}) - M_X \mathbf{V}_{kt} &= 0 \end{aligned}$$

suy ra $(M_X + m_a)\mathbf{V}_{kt} = m_a \mathbf{v}_a$

Từ đó

$$\mathbf{v}'_X = -\frac{m_a \mathbf{v}_a}{M_X + m_a}$$

$$\text{và } \mathbf{v}'_a = \frac{M_X}{M_X + m_a} \mathbf{v}_a \quad (2)$$

2. Chứng minh công thức 40-18.

Động năng hai hạt trong hệ quy chiếu khối tâm trước va chạm là :

$$\begin{aligned} K_{ikt} &= \frac{1}{2} m_a v_a'^2 + \frac{1}{2} M_X v_X'^2 \\ &= \frac{1}{2} m_a v_a'^2 \left[\frac{M_X (M_X + m_a)}{(M_X + m_a)^2} \right] \\ K_{ikt} &= K_{itn} \frac{M_X}{(M_X + m_a)} \end{aligned} \quad (3)$$

với $K_{itn} = \frac{1}{2} m_a v_a^2$ là động năng của hệ trước va chạm trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Vì năng lượng phản ứng Q chỉ phụ thuộc vào khối lượng nghỉ của các hạt trước và sau phản ứng, nên Q như nhau trong hai hệ quy chiếu. Ta có :

$$Q = K_{ftn} - K_{itn} = K_{fkt} - K_{ikt}$$

Năng lượng ngưỡng $K_{ng,kt}$ trong hệ quy chiếu khối tâm là động năng ban đầu cần thiết để sinh ra các hạt sau phản ứng ở trạng thái nghỉ, nghĩa là động năng $K_{fkt} = 0$. Ta có :

$$K_{ng,kt} = K_{ikt} = -Q$$

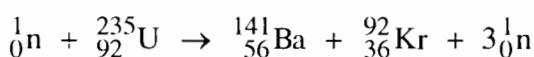
Theo công thức (3), năng lượng ngưỡng trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là :

$$K_{ng.tn} = -Q \left(\frac{M_X + m_a}{M_X} \right) = \left(1 + \frac{m_a}{M_X} \right) |Q|$$

Đó là công thức cần chứng minh.

Phân hạch

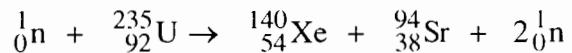
Một loại phản ứng đặc biệt, hoàn toàn không giống các phản ứng được mô tả ở trên, đó là phản ứng, trong đó *một hạt nhân năng hấp thụ một neutron rồi vỡ ra làm hai hạt nhân trung bình kèm theo một vài neutron*. Một phản ứng như vậy được gọi là **sự phân hạch**. Một ví dụ là sự phân hạch của $^{235}_{92}\text{U}$:



Hạt nhân $^{235}_{92}\text{U}$ được gọi là **hạt nhân phân hạch**, $^{141}_{56}\text{Ba}$ và $^{92}_{36}\text{Kr}$ là các *sản phẩm phân hạch*. Phản ứng này là toả năng lượng với khoảng 200MeV được giải phóng trong mỗi phản ứng.

Về mặt công nghệ, có ba hạt nhân phân hạch có vai trò quan trọng, đó là $^{235}_{92}\text{U}$, $^{233}_{92}\text{U}$ và $^{239}_{94}\text{Pu}$. Hạt nhân $^{235}_{92}\text{U}$ có trong tự nhiên (cùng với $^{238}_{92}\text{U}$) và nhận được từ các quặng được khai thác như một nguồn năng lượng. Còn $^{233}_{92}\text{U}$ và $^{239}_{94}\text{Pu}$ là các hạt nhân nhân tạo, chúng được tạo ra từ các hạt nhân khác trong các phản ứng hạt nhân tương tự như các phản ứng được thảo luận ở phần trên.

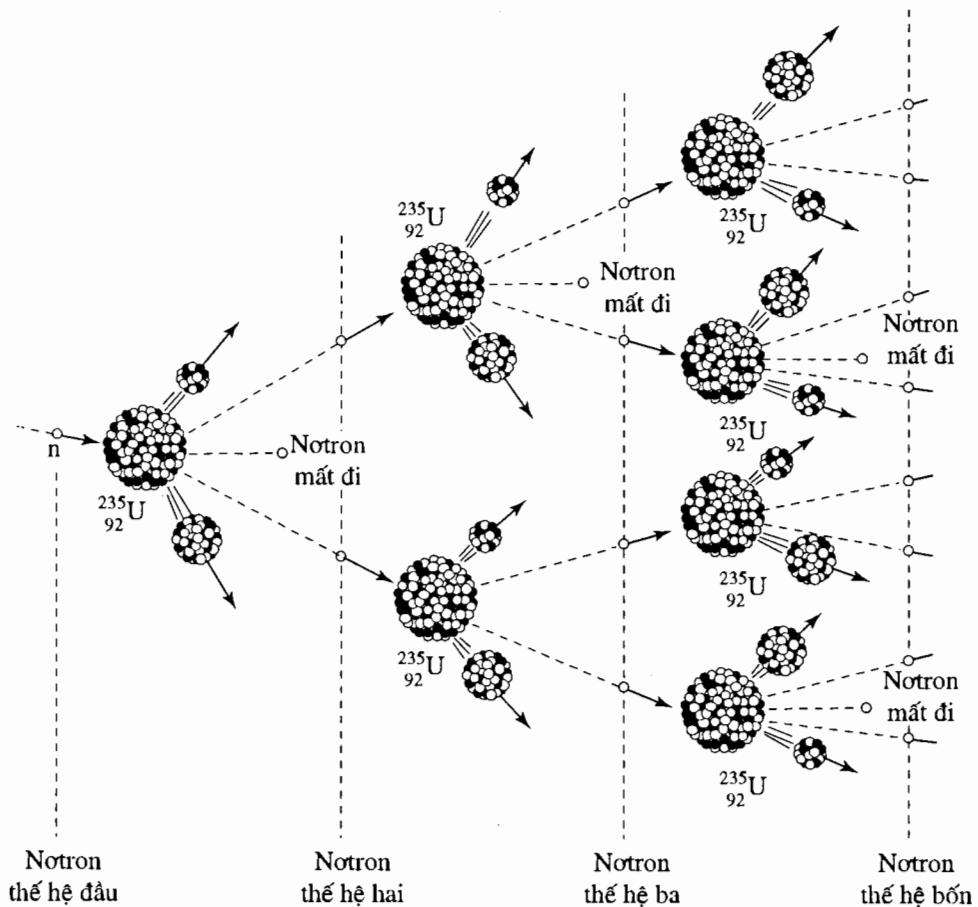
Các sản phẩm phân hạch thu được từ sự phân hạch của một hạt nhân nào đó *không phải là duy nhất*. Ví dụ, $^{235}_{92}\text{U}$ còn có một phân hạch khả dĩ khác :



Thực tế, có cả một phân bố các sản phẩm phân hạch khả dĩ thu được từ sự phân hạch của một hạt nhân cụ thể nào đó. Phân hạch là một phương pháp quan trọng để sản xuất điện năng.

Phản ứng dây chuyền

Đặc điểm của mỗi phân hạch là kèm theo một vài neutron. Các neutron này lại có thể gây ra các phân hạch khác và cứ thế tiếp tục, số neutron được giải phóng và năng lượng toả ra tăng nhanh gấp bội. Một quá trình như thế gọi là **phản ứng dây chuyền**. Thực tế không phải mọi neutron sinh ra đều gây ra phản ứng phân hạch vì có nhiều neutron bị mất mát do nhiều nguyên nhân, ví dụ, neutron có thể bị các tạp chất trong nhiên liệu hấp thụ hoặc bay ra ngoài khỏi nhiên liệu... Vì vậy muốn có phản ứng dây chuyền thì ta phải xét đến một đại lượng gọi là **hệ số nhân neutron k** của hệ. Đại lượng này phụ thuộc tỉ số giữa neutron sinh ra và neutron mất mát. Nếu $k < 1$ thì phản ứng dây chuyền không thể xảy ra được. Nếu $k = 1$ thì phản ứng dây chuyền xảy ra với mật độ neutron không đổi và đó là phản ứng dây chuyền điều khiển được. Năng lượng của phản ứng có thể được lấy ra một cách có điều khiển để sử dụng vào việc sản xuất điện năng trong các nhà máy điện chạy bằng nhiên liệu hạt nhân. Còn nếu $k > 1$ thì số neutron tăng lên liên tục và phản ứng dây chuyền không điều khiển được sẽ dẫn đến một vụ nổ hạt nhân (chẳng hạn trong các quả bom nguyên tử). Hình 40-14 biểu diễn sơ đồ một phản ứng dây chuyền. Cứ sau mỗi bước, số hạt nhân phân hạch lại tăng lên. Trong chế độ phân hạch có điều khiển, người ta duy trì số lượng neutron không đổi bằng cách dùng các thanh điều khiển hấp thụ bớt số neutron dư thừa.

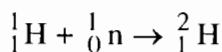


Hình 40-14. Sơ đồ phản ứng dây chuyền

Tổng hợp hạt nhân

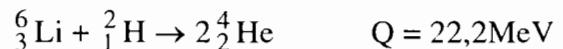
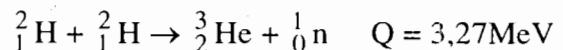
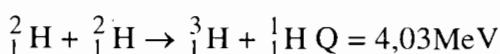
Một loại phản ứng hạt nhân, trong đó *hai* hạt nhân nhẹ kết hợp để tạo ra một hạt nhân nặng hơn và (thường) kèm theo một số hạt, được gọi là phản ứng **tổng hợp hạt nhân** hay **phản ứng nhiệt hạch**.

Một phản ứng nhiệt hạch điển hình là phản ứng kết hợp một proton và một neutron để tạo thành một deuteron :



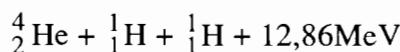
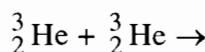
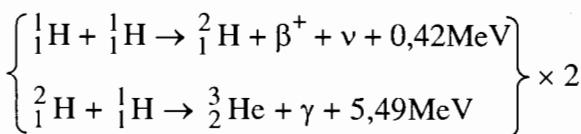
với năng lượng toả ra $Q = 2,22\text{MeV}$

Tương tự một số phản ứng nhiệt hạch khác :

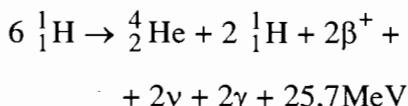


Ta nhận thấy rằng tuy các năng lượng toả ra trong mỗi phản ứng nhiệt hạch là nhỏ so với năng lượng trong mỗi phản ứng phân hạch, nhưng năng lượng toả ra trên đơn vị khối lượng thì lại lớn hơn rất nhiều vì khối lượng của các hạt nhân tham gia phản ứng nhỏ hơn rất nhiều.

Nguồn năng lượng của Mặt Trời là một dãy các phản ứng tổng hợp hạt nhân. Một trong số các dãy đó có tên là **chu trình proton – proton** :

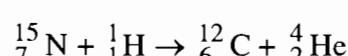
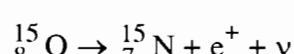
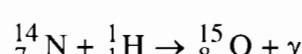
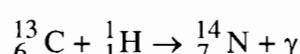
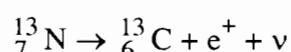
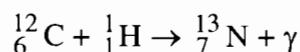


Chú ý rằng sản phẩm của phản ứng thứ nhất là ${}_1^2H$ – một trong số các hạt tham gia phản ứng ở phản ứng thứ hai. Tiếp theo, một sản phẩm của phản ứng thứ hai là ${}_2^3He$ – một trong số hai hạt nhân ${}_2^3He$ cần thiết cho phản ứng thứ ba. Như vậy, để tạo ra phản ứng thứ ba một lần, hai phản ứng đầu tiên phải xảy ra hai lần, như đã được chỉ rõ trên sơ đồ phản ứng. Tất cả các phản ứng trên đều toả năng lượng và năng lượng tính cho toàn bộ dây phản ứng này cỡ 25MeV. Chu trình prôtôn – prôtôn có thể viết tóm tắt lại như sau :



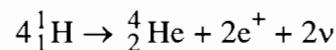
Như vậy, "nhiên liệu" của Mặt Trời là các prôtôn và "tro tàn" còn lại sau sự "cháy" của nhiên liệu là các hạt α .

Ở các ngôi sao nóng hơn Mặt Trời thì phản ứng nhiệt hạch có thể xảy ra theo chu trình cacbon do Hans Bethe đưa ra năm 1939.



Nguyên tử cacbon được tái sinh ở cuối chu trình, nên có thể coi cacbon giữ vai trò của chất xúc tác.

Chu trình cacbon có thể tóm lại như sau :



Năng lượng toả ra là :

$$Q = (4M_H - M_{He} - 2m_e)c^2 = 25,7\text{MeV}.$$

"Nhiên liệu" của chu trình này vẫn là prôtôn và "tro tàn" còn lại sau sự "cháy" vẫn là hạt α . Hai chu trình prôtôn – prôtôn và carbon là tương đương nhau.

Điều kiện thực hiện phản ứng nhiệt hạch

Vì các hạt nhân nhẹ đều là các hạt tích điện dương, nên muốn tạo ra phản ứng nhiệt hạch thì phải cung cấp cho các hạt nhân một động năng đủ lớn để vượt qua hàng rào thế năng Coulomb tiến lại gần nhau đến khoảng cách mà lực hạt nhân có tác dụng. Chẳng hạn với hai hạt nhân đồng vị hiđrô, khoảng cách này vào cỡ $3,2 \cdot 10^{-15}\text{m}$. Khi đó thế năng tương tác tĩnh điện của hai hạt này bằng động năng toàn phần của hai hạt khi ở xa nhau. Ta có :

$$2K = k \frac{e^2}{r} = 0,45\text{MeV}$$

Như vậy động năng của mỗi hạt vào cỡ $K \approx 0,22\text{MeV}$.

Muốn cho phản ứng nhiệt hạch có thể tự duy trì thì năng lượng phải được giải phóng ở lân cận các hạt nhân khác, cung cấp động năng cho chúng để chúng có thể tương tác với nhau sau đó. Vì vậy ta cần một "khí hạt nhân" nóng. Nhiệt độ của "chất khí" này có thể xác định theo công thức sau :

$$\frac{3}{2}kT = K$$

suy ra

$$\begin{aligned} T &= \frac{2K}{3k} \\ &= \frac{2(0,22\text{MeV})(1,6 \cdot 10^{-13}\text{J/MeV})}{3(1,38 \cdot 10^{-23}\text{J/K})} \\ &= 1,7 \cdot 10^9 \text{ K} \end{aligned}$$

Các nguyên tử của chất khí ở nhiệt độ cao như vậy sẽ bị ion hóa hoàn toàn. Chất khí chỉ gồm các hạt nhân trắn trui và các electron tự do ở nhiệt độ cao như thế được gọi là **plasma**. Chính năng lượng này được giải phóng trong các phản ứng nhiệt hạch đã giữ Mặt Trời và các vì sao khác ở nhiệt độ rất cao. Ngược lại, nhiệt độ và mật độ khí rất cao lại tạo điều kiện cần thiết để phản ứng có thể tự duy trì.

Một trong các cách thích hợp để thực hiện phản ứng nhiệt hạch tự duy trì trên mặt đất là nén chất plasma nhiệt độ cao bằng từ trường. Hai phương pháp hiện đang được nghiên cứu phổ biến là **Tokamak** và "**gương từ**".

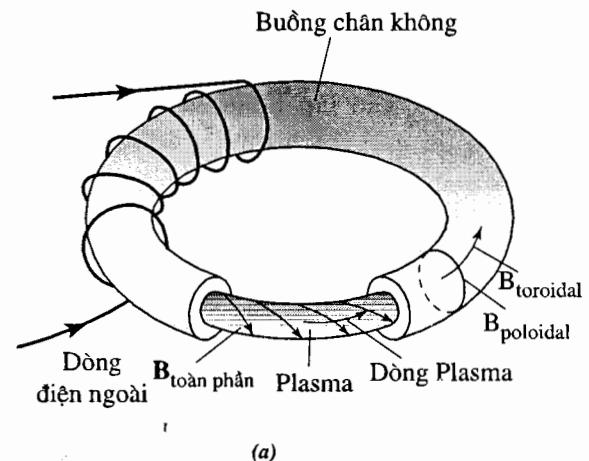
Trong *Tokamak* : Có một buồng chân không với các cuộn dây quấn phức tạp để tạo ra một từ trường xoắn ốc quanh hình xuyến (hình 40-15a). Chất plasma chuyển động bị giam giữ trong một từ trường xoắn ốc và giữ cách xa thành ống hình xuyến.

Trong "*gương từ*" : Người ta dùng từ trường có dạng hình bắp tảng dần dọc theo đường sức ở hai đầu. Các hạt tích điện chuyển động trong bẫy từ theo một đường xoắn ốc dọc theo đường sức (hình 40-15b).

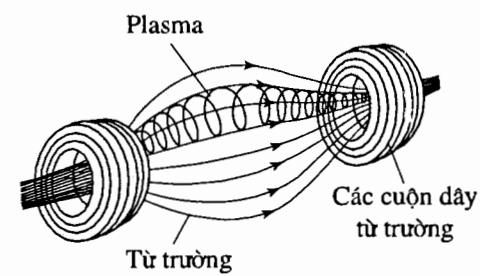
Ở vùng có các đường sức từ tiến lại gần nhau thì từ trường có một thành phần xuyên tâm, chính thành phần này tác dụng một lực làm cho các hạt chuyển động chậm dần và phản xạ trở lại. Như vậy các hạt tích điện có thể

chuyển động qua lại giữa các "gương từ" và không chạm được vào thành bình.

Các nhà khoa học đang nỗ lực nghiên cứu và hi vọng các lò phản ứng nhiệt hạch sẽ là nguồn năng lượng thực tế trong tương lai, nhất là vì nhiên liệu đốt rỉ tương đối rẻ và các sản phẩm trực tiếp thải ra không có tính phóng xạ. Mặc dù còn nhiều khó khăn nhưng chúng ta vẫn tin tưởng trong vài chục năm tới, năng lượng nhiệt hạch sẽ trở thành hiện thực sống động phục vụ cho con người.



(a)



(b)

Hình 40-15. (a) Sơ đồ ống chân không hình xuyến, chất plasma bị giam giữ trong từ trường xoắn ốc ; (b) nguyên lý gương từ giam giữ plasma.

40-7. VẬT LÍ HẠT VÀ MÁY GIA TỐC

Với hi vọng phát triển một sự mô tả đơn giản về vật chất, các nhà khoa học đã nuôi một niềm tin rằng tất cả các chất đều được cấu tạo từ một số ít các hạt cơ bản – các hạt không thể phân chia được nữa. Vào thế kỉ thứ V trước công nguyên, nhà triết học cổ Hi Lạp Democritus đã đưa ra quan niệm cho rằng vật chất được tạo thành từ các hạt không thể phân chia được nữa gọi là *nguyên tử*. (nguyên tử – tiếng Hi Lạp là "atom", có nghĩa là không thể phân chia được nữa). Cái tước hiệu "*nguyên tử*" đã được ban cho các nguyên tố hoá học và vào đầu thế kỉ XIX, lí thuyết nguyên tử của vật chất đã được xác lập hoàn toàn, chủ yếu bởi vì nó đã giải thích được các định luật của hoá học.

Bằng cách thăm dò cấu trúc của nguyên tử và tìm cách làm biến đổi nguyên tố này thành một nguyên tố khác, Rutherford đã chứng tỏ được rằng các nguyên tử vẫn còn có thể phân chia được nữa và không phải là không biến đổi được. Thế là sự tìm kiếm các hạt cơ bản lại tiếp tục. Vào đầu những năm 1930, các nhà khoa học đã nhận biết được ba hạt như vậy, đó là electron, prôtôn và nơtron.

Việc thăm dò cấu trúc của nguyên tử và thiết lập mô hình prôtôn–nơtron của hạt nhân đòi hỏi một bước nhảy khổng lồ về năng lượng. Việc tách một phân tử thành các nguyên tử thành phần hoặc việc kết hợp các nguyên tử để tạo thành phân tử liên quan với những năng lượng cỡ eV trên một phản ứng. Một phản ứng hạt nhân, tức là sự sắp xếp lại các nuclôn để tạo thành một hạt nhân khác liên quan với những năng lượng cỡ MeV trên một phản ứng. "Phạm vi năng lượng" đối với các nguyên tử là cỡ eV và đối với nuclôn là cỡ MeV.

Vậy các nuclôn đã là hạt cơ bản chưa, hay nói cách khác, chúng có bao gồm các phần còn nhỏ hơn nữa không ? Một cách để trả lời câu hỏi này là phải thăm dò cấu trúc của các nuclôn tức là phải tiến hành các thí nghiệm tán xạ trên nuclôn tương tự như thí nghiệm của Rutherford đối với nguyên tử. Giả sử ta có ý định xác định cấu trúc của prôtôn bằng cách cho các electron tán xạ trên prôtôn. Ta hãy xét năng lượng mà các electron bắn phá này cần phải có. Để phân giải hai vật tách rời nhau một khoảng bằng d , thì bước sóng λ của hạt thăm dò cần phải nhỏ hơn khoảng cách đó. Do đó để phát hiện các bộ phận tách rời bên trong hạt prôtôn, electron cần phải có bước sóng nhỏ hơn 10^{-15} m. Theo hệ thức de Broglie, động lượng của electron là $p = \frac{h}{\lambda}$. Mặt khác, động năng bằng $K = E - mc^2$ và $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. Do đó

$$K + mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

Vì thấy trước rằng động năng của electron trong trường hợp này rất lớn hơn khối lượng nghỉ của nó (0,5MeV), ta có thể bỏ qua các số hạng chứa năng lượng nghỉ và đi tới biểu thức đơn giản sau của K :

$$K \approx pc = \frac{h}{\lambda}c$$

Động năng của một electron có bước sóng 10^{-15} m bằng :

$$K = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{1 \cdot 10^{-15} \text{ m}} \\ = 1,2 \cdot 10^9 \text{ eV} = 1,2 \text{ GeV}$$

Do đó, để thăm dò được cấu trúc của prôtôn, ta lại cần phải có một bước nhảy khổng lồ nữa về năng lượng, cụ thể là phải đạt tới phạm vi năng lượng cỡ GeV. (xem bảng 40-3). Những thí nghiệm như vậy đã được thực hiện vào những năm 1960 và chúng cho thấy rằng prôtôn có cấu trúc bên trong.

Bảng 40-3. Phạm vi năng lượng đối với các hệ khác nhau.

Hệ	Phạm vi năng lượng
Nguyên tử	eV
Hạt nhân	MeV
Nuclôn	GeV

Vật lí năng lượng cao hay còn gọi là vật lí hạt là một lĩnh vực của vật lí nghiên cứu vật chất dưới hạt nhân. Các thí nghiệm trong lĩnh vực này liên quan tới các chùm hạt, chẳng hạn như électron hoặc prôtôn, va chạm ở năng lượng cao, từ một vài GeV tới hàng trăm GeV trở lên. Các chùm này được tạo ra bởi các máy gia tốc lớn đặt ở một số phòng thí nghiệm trên thế giới. Các máy gia tốc năng lượng cao có một số ưu việt sau :

1. Muốn tạo ra hạt có khối lượng m thì các "viên đạn" bắn phá tức là các hạt được gia tốc phải có động năng ít nhất $c \cdot mc^2$ để dùng trong phản ứng. Vậy muốn phát hiện ra các hạt có khối lượng lớn thì máy gia tốc phải cung cấp một động năng lớn cho các "viên đạn" này.

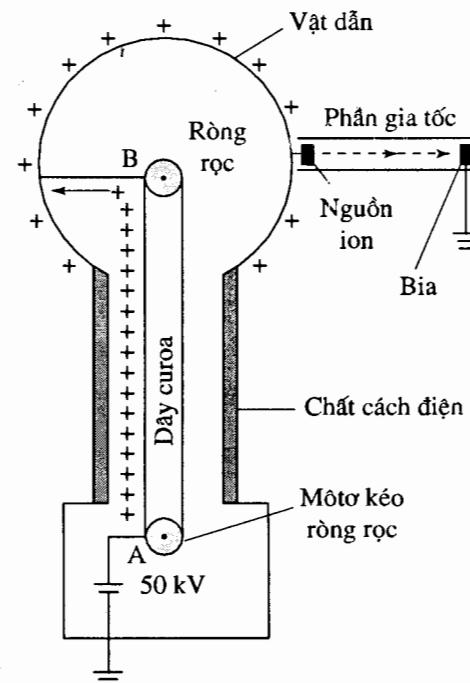
2. Máy gia tốc có thể xem như là một kính hiển vi đặc biệt cho ta khả năng thăm dò sâu hơn vào cấu trúc vật chất so với kính hiển vi quang học và kính hiển vi điện tử. Trong kính hiển vi điện tử, các électron được gia tốc tới tốc độ cao để có động năng

lớn và như vậy bước sóng $\lambda = \frac{h}{p}$ sẽ nhỏ, đủ

khả năng phân giải. Các máy gia tốc hiện đại có thể gia tốc hạt tới năng lượng rất cao

từ hàng chục GeV ($1\text{GeV} = 10^9\text{eV}$) tới hàng chục TeV ($1\text{TeV} = 10^{12}\text{eV}$), do đó cung cấp được độ phân giải cao hơn để thăm dò cấu trúc hạt nhân và cả cấu trúc nuclôn. Chúng ta sẽ mô tả một cách khái lược một số máy gia tốc hạt :

Máy gia tốc Van de Graaff. Hình 40-16 mô tả một máy gia tốc Van de Graaff. Bộ phận chủ yếu gồm quả cầu dẫn điện lớn được đỡ trên một cột cách điện. Quả cầu này có thể được tích điện đến một điện thế cao nhờ một dây curoa không dẫn điện chuyển động. Dây này tải điện tích dương từ vật dẫn A (có điện thế cao) đến vật dẫn B ở bên trong quả cầu và từ B các điện tích lại chuyển ra mặt ngoài của quả cầu dẫn điện. Điện thế cao của quả cầu này có thể gia tốc hạt (ví dụ hạt p hay α) trong một ống để có một động năng lớn. Các hạt này sẽ va chạm vào một bia cần nghiên cứu. Tuy nhiên, máy Van de Graaff không thể gia tốc hạt tới một năng lượng cực kỳ cao vì bị hạn chế bởi điện thế đánh thủng chất cách điện của nó (xem ví dụ 18-8 ; Tập hai).

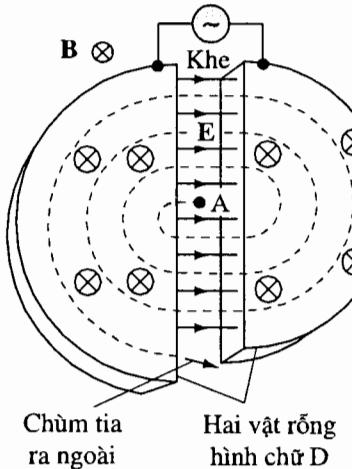


Hình 40-16. Sơ đồ máy gia tốc Van de Graaff.

Máy cyclotron. Các hạt tích điện được gia tốc lặp đi lặp lại nhiều lần nhờ một hiệu điện thế xoay chiều đặt giữa khe của hai vật rỗng hình chữ D (hình 40-17). Hai vật rỗng hình chữ D này đặt giữa một từ trường đều vuông góc. Hạt tích điện sẽ chuyển động trên một cung tròn trong D có bán kính $r = \frac{mv}{|q|B}$. Hạt này chỉ được gia

tốc khi nó đi qua khe giữa hai D. Hạt sẽ chuyển động trên cung tròn với bán kính tăng dần và khi tới mép ngoài của máy, một tấm làm lệch sẽ hướng nó đi vào vùng đặt bia. Điểm mấu chốt để tăng tốc liên tục cho hạt là hiệu điện thế ở khe phải cùng pha với hạt chuyển động tròn. Tần số của hiệu điện thế bằng :

$$v = \frac{|q|B}{2\pi m}$$



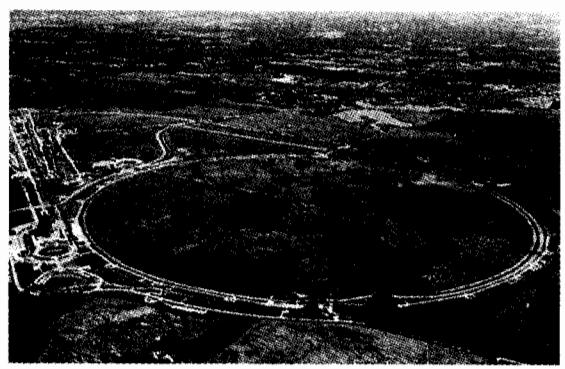
Hình 40-17. Sơ đồ máy cyclotron

Tần số này gọi là *tần số cyclotron*. Độ năng của hạt ở mép ngoài D là :

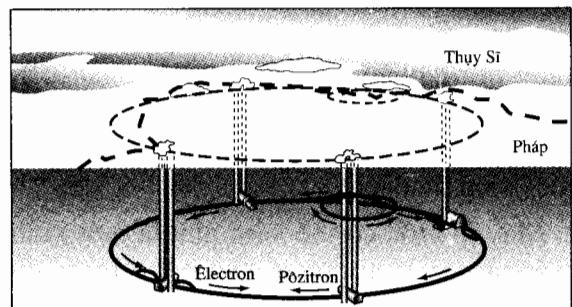
$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(qBR)^2}{2m}$$

trong đó R là bán kính của vật rỗng D. (xem ví dụ 21-7, Tập hai). Nguyên lý cơ bản của cyclotron là *chu kỳ không đổi* của hạt được gia tốc chuyển động theo các quỹ đạo xoắn ốc. Nhưng ở động năng rất cao

thì các *hiệu ứng tương đối* trở nên đáng kể vì khối lượng thay đổi, do đó máy gia tốc cyclotron không thể cho một động năng rất lớn. Để khắc phục hạn chế này, người ta thiết kế một máy có tên là *synchrotron*, trong đó hạt chuyển động trên một *quỹ đạo cố định* trong một ống khoanh tròn và được gia tốc. Từ trường cũng được tăng một cách đồng bộ với tốc độ của hạt để giữ cho bán kính r không đổi, do đó các dòng điện tạo ra từ trường cũng phải được làm đồng bộ với tốc độ của hạt. Hình 40-18a là ảnh của máy gia tốc synchrotron ở phòng thí nghiệm Fermilab có đường kính vòng tròn gia tốc tới 1,9 km. Trong máy này các prôtôn có thể có động năng tới một TeV và có tốc độ gần tốc độ sáng, người ta gọi loại máy gia tốc này là *tevatron*.



(a)



(b)

Hình 40-18. Toàn cảnh : (a) Máy gia tốc synchrotron ở phòng thí nghiệm Fermilab ở Batavia (Hoa Kỳ); (b) Máy gia tốc lớn các chùm electron pôzitron giao nhau tại trung tâm năng lượng hạt nhân châu Âu (CERN) có đường kính 8,5km đặt sâu dưới lòng đất 100m.

Máy gia tốc hạt các chùm tia giao nhau.

Trong các máy mô tả ở trên, thường các hạt nhân bia xem là đứng yên. Theo định luật bảo toàn động lượng thì trong mỗi va chạm, tổng động lượng các hạt bay ra bằng tổng động lượng các hạt tới, nhưng vì hạt nhân bia đứng yên (có động lượng bằng không) nên năng lượng sử dụng trong phản ứng hay để sản sinh ra các hạt mới còn bị hạn chế. Để nâng cao tác dụng hơn nữa, người ta cho hai chùm hạt có cùng động lượng bắn chính diện vào nhau nên tổng động lượng trong va chạm giữa các hạt bằng không, khi đó toàn bộ năng lượng của cả hai chùm đều có thể sử dụng trong tương tác. Các chùm giao nhau thường được thực hiện trong ống gia tốc hình xuyên, các hạt có thể chuyển động tròn theo hai chiều ngược nhau trong hai vòng

xuyễn khác nhau. Hai vòng xuyễn này sẽ giao nhau ở những vị trí mà các chùm hạt có thể va chạm nhau chính diện. Máy gia tốc các chùm giao nhau tại CERN hiện nay là máy gia tốc các chùm electron – pôzitron giao nhau, đặt sâu dưới lòng đất 100 mét và có chu vi 26,7km nằm ở gần biên giới giữa Pháp và Thụy Sĩ (hình 40-18b). Máy này được đưa vào hoạt động năm 1989, nó tạo ra các chùm e^- và e^+ chuyển động ngược nhau, mỗi chùm có năng lượng 46GeV và năng lượng tương tác tổng cộng là 92GeV. Máy gia tốc Tevatron ở phòng thí nghiệm Fermilab có thể gia tốc các chùm hạt prôtôn và phản prôtôn, mỗi chùm tới 900GeV và năng lượng tổng cộng cho va chạm chính diện đạt tới 1,8TeV.

40-8. CÁC HẠT CƠ BẢN

Hạt và phản hạt

Một trong các loại hạt và phản hạt đầu tiên đã được trình bày trong công trình của Paul A. M. Dirac (1902–1984). Bên cạnh hạt electron, Dirac tiên đoán có một hạt giống như electron, cùng khối lượng nhưng lại tích điện dương $+e$. Năm 1932 Carl Anderson đã tìm thấy hạt này trong tia vũ trụ và đặt tên cho nó là hạt pôzitron. Hạt pôzitron được gọi là **phản hạt** của electron. Tác động to lớn của công trình này là làm cho các nhà khoa học nhận thức được rằng *mỗi hạt đều có phản hạt của nó*, chúng có cùng khối lượng nhưng điện tích lại trái dấu. Năm 1955 Emilio Segre và Owen Chamberlain đã tìm thấy bằng thực nghiệm phản prôtôn, kí hiệu \bar{p} , hạt này có khối lượng bằng khối lượng hạt prôtôn

nhung tích điện âm. Sau đó ít lâu (1956) người ta cũng phát hiện ra phản neutron (\bar{n}). Hầu hết các hạt đều có phản hạt ; nhưng hạt phôtôn, hạt π^0 và một số ít hạt khác không có phản hạt riêng biệt, hạt và phản hạt là một. Để chỉ phản hạt người ta dùng kí hiệu hạt và gạch ngang phía trên, như đã chỉ ra đối với prôtôn và neutron. Các phản hạt thường được tạo ra trong các phản ứng hạt nhân khi có đủ năng lượng ít nhất bằng năng lượng nghỉ của nó, tức là vào cỡ năng lượng hạt nhân. Hơn nữa, phản hạt không được sinh ra đơn độc mà bao giờ cũng được sản sinh ra theo từng cặp hạt – phản hạt. Khi hạt và phản hạt gặp nhau thì chúng huỷ nhau và sinh ra tia γ có năng lượng bằng tổng năng lượng nghỉ của cặp hạt – phản hạt.

VÍ DỤ 40-5

Năng lượng tối thiểu để tạo cặp. Hạt mêzôn trung hoà B^0 có khối lượng $M = 9,41 \cdot 10^{-27}$ kg và được sinh ra đồng thời theo cặp hạt – phản hạt. Tìm năng lượng tối thiểu để tạo cặp $B^0 - \bar{B}^0$.

Giải. Tổng khối lượng của cặp $B^0 - \bar{B}^0$ là $2M = 18,82 \cdot 10^{-27}$ kg. Theo hệ thức Einstein $E = mc^2$ thì máy gia tốc hạt phải cung cấp một năng lượng tối thiểu bằng năng lượng của cặp hạt – phản hạt đó :

$$E_{\min} = 2Mc^2 = 18,82 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,69 \cdot 10^{-9} \text{ J} \approx 10,6 \text{ GeV}$$

Phân loại hạt cơ bản

Ngày nay, nhờ những máy gia tốc lớn, người ta có thể phát hiện ra hàng trăm hạt. Các hạt này được sắp xếp dựa trên các đặc tính giống nhau của chúng. Bảng 40-4 liệt kê một số hạt đã tìm được.

1. **Phôtône** là thành viên duy nhất trong nhóm.

2. **Leptône** là nhóm gồm các hạt như electron, muôn, tau, và các hạt neutrino gắn liền với các hạt trên. Từ "leptône" trong tiếng Hi Lạp có nghĩa là nhỏ, mảnh mai. Đặc điểm của các hạt leptône là :

- Leptône là các hạt *điểm*, không có kích thước và cấu trúc. Chúng thực sự là các hạt cơ bản theo nghĩa chúng không có bán kính có thể đo được.
- Leptône không tham gia vào các tương tác mạnh (không chịu tác dụng của các lực hạt nhân mạnh).

– Các leptône tích điện như e^- , μ^- , τ^- đều tham gia vào tương tác điện từ và tương tác yếu (chịu tác dụng của lực hạt nhân yếu).

– Các hạt leptône trung hoà như neutrino – electron (ν_e), neutrino – muôn (ν_μ), neutrino – tau (ν_τ) chỉ tham gia vào tương tác yếu.

– Mỗi leptône được gán với một số leptône $L = +1$.

– Mỗi phản leptône được gán với một số leptône $L = -1$.

Trong các phản ứng hạt nhân, số leptône L được bảo toàn, tương tự như số khối A được bảo toàn.

Bảng 40-4. Bảng liệt kê một số hạt

Loại hạt	Tên hạt	Kí hiệu hạt và phản hạt	Điện tích(e)	Spin	Số barion B	Số leptôn L	Khối lượng nguyên tử (MeV/c ²)	Thời gian sống(s)
Phôtônen	Phôtônen	$\gamma, \bar{\gamma}$	0	1	0	0	0	∞
Leptôn	Électron	e^-, e^+	-1	1/2		+1	0,511	∞
	Nôtrinô (e)	$\nu_e, \bar{\nu}_e$	0	1/2		+1	0	∞
	Muyônen	μ^-, μ^+	-1	1/2		+1	105,7	$2,2 \cdot 10^{-6}$
	Nôtrinô (μ)	$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$	0	1/2		+1	0	∞
	Tau	τ^-, τ^+	-1	1/2		+1	1777	$2,96 \cdot 10^{-13}$
	Nôtrinô (τ)	$\nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$	0	1/2		+1	0	∞
Hadrônen (Mêzônen)	Piônen	π^+, π^-	+1	0	0	0	139,6	$2,60 \cdot 10^{-8}$
		π^0	0	0	0	0	135,0	$0,84 \cdot 10^{-16}$
	Kaônen	K^+, K^-	+1	0	0	0	493,7	$1,24 \cdot 10^{-8}$
		κ^0	0	0	0	0	497,7	$0,89 \cdot 10^{-10}$
(Barion)	Prôtônen	p, \bar{p}	+1	1/2	+1	0	938,3	$\infty (> 10^{39} \text{ năm})$
	Nôtron	n, \bar{n}	0	1/2	+1	0	939,6	887
	Lamđa	$\Lambda_0, \bar{\Lambda}_0$	0	1/2	+1	0	1115,7	$2,63 \cdot 10^{-10}$
	Sicma	$\Sigma^+, \bar{\Sigma}^-$	+1	1/2	+1	0	1189,4	$0,8 \cdot 10^{-10}$
		$\Sigma^0, \bar{\Sigma}^0$	0	1/2	+1	0	1192,6	$7,4 \cdot 10^{-20}$
		$\Sigma^-, \bar{\Sigma}^+$	-1	1/2	+1	0	1197,4	$1,48 \cdot 10^{-10}$

3. **Hadrônen** là nhóm các hạt tham gia vào tương tác thông qua *lực hạt nhân mạnh*. Các hadrônen cũng chịu tác dụng của lực hạt nhân yếu, nhưng lực hạt nhân mạnh có độ lớn vượt trội nên chiếm ưu thế trong các tương tác của hadrônen. Từ "hadrônen" trong tiếng Hi Lạp có nghĩa là *mạnh*. Các hadrônen được phân thành hai nhóm : các *mêzônen* (tiếng Hi Lạp có nghĩa là *trung gian*) và các *barion* (tiếng Hi Lạp có nghĩa là *nặng*).

– Tất cả các *mêzônen* đều không bền và có chu kỳ bán rã cỡ 10^{-8} s hoặc nhỏ hơn. Các

sản phẩm phân rã của mêzônen không bao giờ có mặt hạt barion.

– Các barion quen thuộc là prôtônen và nôtron. Các barion có thể được sinh ra thành từng cặp barion và phản barion.

– Mỗi barion được gán cho một *số barion B* = +1 và mỗi phản barion có số barion B = -1.

Trong các phản ứng hạt nhân, số barion B được bảo toàn.

40-9. TƯƠNG TÁC CỦA CÁC HẠT CƠ BẢN

Các hạt cơ bản luôn biến đổi và tương tác lẫn nhau. Ngày nay người ta biết có bốn loại tương tác cơ bản ứng với bốn loại lực cơ bản trong tự nhiên. Bảng 40-5 liệt kê bốn loại lực cơ bản đó theo thứ tự giảm dần của cường độ và phạm vi tác dụng.

Bảng 40-5. Các loại lực cơ bản trong tự nhiên.

Tên lực	Độ mạnh tương đối	Phạm vi tác dụng	Hạt truyền tương tác
Lực hạt nhân mạnh	1	10^{-15} m	mêzôn/gluôn
Lực điện từ	10^{-2}	∞	phôtôrô
Lực hạt nhân yếu	10^{-5}	10^{-18} m	W^\pm, Z^0
Lực hấp dẫn	10^{-39}	∞	gravitôrô

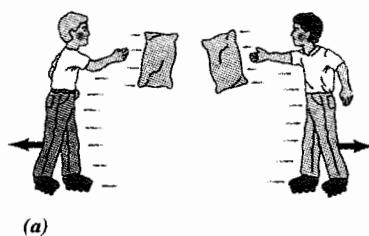
Theo quan niệm của các nhà vật lí hạt thì các hạt cơ bản tương tác với nhau thông qua **các hạt truyền tương tác** gắn kết với mỗi loại lực. Hình 40-19 có thể giúp chúng ta hiểu được sự trao đổi hạt có thể đưa đến các lực hút và đẩy như thế nào. Trên hình trong tay mỗi em đều có những cái gối, khi chúng bắt đầu ném những cái gối sang nhau (hình 40-19a) thì mỗi lần bắt gối các em đều bị lùi lại do tác dụng của xung lực. Hiệu ứng này giống như lực đẩy lẩn nhau. Nếu như các em trao đổi gối cho nhau bằng cách cầm lấy gối từ tay của bạn mình thì tác dụng này giống như là lực hút lẩn nhau (hình 40-19b).

Năm 1935, nhà vật lí Nhật Bản Hideki Yukawa (1907–1981) đã đưa ra giả thuyết cho rằng lực hạt nhân mạnh do sự trao đổi một loại hạt trung gian giữa các nuclôn. Hai nuclôn (chẳng hạn prôtôrô và neutron) gắn kết được với nhau trong hạt nhân là do chúng phát ra và hấp thụ liên tục một loại hạt gọi là **mêzôn**. Yukawa đã tiên đoán được khối lượng gần đúng của hạt đó dựa trên hệ thức bất định Heisenberg.

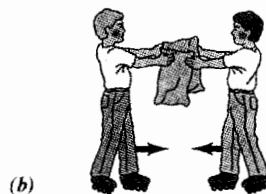
$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

trong đó ΔE và Δt là các thăng giáng về năng lượng và thời gian vô cùng ngắn của hạt trung gian (mêzôn) ở bên ngoài nuclôn. Độ dài quãng đường mà hạt trung gian rời khỏi nuclôn vào cõ phạm vi tác dụng của lực hạt nhân R_0 . Nếu coi hạt này chuyển động với tốc độ ánh sáng thì $\Delta t = \frac{R_0}{c}$; và nếu coi độ bất định về năng lượng ΔE bằng năng lượng của chính hạt trung gian đó thì :

$$\Delta E \Delta t = mc^2 \frac{R_0}{c} \approx \hbar$$



(a)



(b)

Hình 40-19. (a) Lực đẩy (các em ném gối sang nhau). (b) Lực hút (các em giữ gối của nhau).

suy ra :

$$m \approx \frac{\hbar}{R_0 c} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$
$$= 2,92 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \approx 321 m_e$$

Năm 1947 C. F. Powell (1903–1969) đã phát hiện ra loại hạt này, người ta đặt tên là **mêzôn** π hay là **piòn**. Hạt piòn có khối lượng cỡ $270 m_e$.

Tương tự hai hạt tích điện tương tác điện từ với nhau thông qua một loại hạt gọi là **phôtônen**. Các phôtônen này do một hạt tích điện phát ra và bị hạt tích điện kia hấp thụ. Chúng đóng vai trò như một hạt truyền tương tác. Vì thời gian phát ra và bị hấp thụ của phôtônen vô cùng ngắn ngủi và không thể đo được nên chúng được gọi là các *phôtônen ảo* để phân biệt với phôtônen tự do mà chúng ta có thể đo được nhờ dụng cụ quan sát. Nếu lực điện từ và lực hạt nhân mạnh đều có hạt truyền tương tác của mình thì lực hạt nhân yếu cũng không chịu thua kém. Lực này xuất hiện trong vật lí từ năm 1896 khi lần đầu tiên Henri Becquerel (1852–1908) phát hiện ra khi kính ảnh bị đen do có mặt một lượng urani. Urani và các nguyên tố phóng xạ khác đều phát ra một loại bức xạ, được tạo ra bởi một lực là lực hạt nhân yếu. Lực này cũng được

truyền đi bởi các hạt trung gian – hạt truyền tương tác – có tên là **bôzon** W^+ , W^- và Z^0 , được Carlo Rubbia phát hiện vào năm 1983. Hai hạt W^+ và W^- là các hạt mang điện $\pm e$ có khối lượng nghỉ bằng $80,22 \cdot 10^3 \text{ MeV/c}^2$, vào cỡ 85 lần khối lượng của prôtônen, còn hạt Z^0 là hạt trung hoà có khối lượng nghỉ bằng $91,19 \cdot 10^3 \text{ MeV/c}^2$, vào cỡ 97 lần khối lượng của prôtônen. Ba hạt này có thời gian sống rất ngắn ($3 \cdot 10^{-25} \text{ s}$). Cuối cùng với lực hấp dẫn, hạt truyền tương tác gọi là hạt **gravitônen**, hạt này có khối lượng bằng không và cũng truyền đi với tốc độ ánh sáng. Phạm vi tác dụng của lực hấp dẫn là không hạn chế và độ lớn của lực hấp dẫn giữa các hạt là vô cùng nhỏ, vì vậy cho đến nay người ta vẫn chưa phát hiện ra hạt gravitônen bằng thực nghiệm.

Mặc dù các tương tác có bản chất khác nhau nhưng chúng tuân theo một số quy luật chung, đặc biệt là định luật bảo toàn : bảo toàn năng lượng toàn phần, bảo toàn động lượng, bảo toàn momen động lượng (kể cả momen spin), bảo toàn điện tích... Ngoài ra còn có những định luật bảo toàn riêng chỉ đúng trong một số loại tương tác. Sau đây là một vài ví dụ.

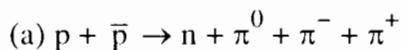
VÍ DỤ 40-6

Phân rã nào có thể xảy ra.

Dùng bảng 40-4 để xác định xem những phản ứng và phân rã nào dưới đây có thể xảy ra :

- (a) $p + \bar{p} \rightarrow n + \pi^0 + \pi^- + \pi^+$
- (b) $p + p \rightarrow p + n + \pi^+$
- (c) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$

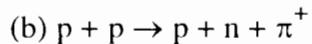
Giải. Để việc trình bày được đơn giản mà vẫn giữ được các ý tưởng chủ đạo, chúng ta chỉ kiểm tra số barion và điện tích, còn các đại lượng bảo toàn khác coi như đã được thỏa mãn.



Số barion B : $1 - 1 \neq 1 + 0 + 0 + 0$: không bảo toàn

Điện tích : $1 - 1 = 0 + 0 - 1 + 1$: bảo toàn

Phản ứng không xảy ra.



Số barion B : $1 + 1 = 1 + 1 + 0$: bảo toàn

Điện tích : $1 + 1 = 1 + 0 + 1$: bảo toàn

Phản ứng có thể và đã xảy ra.



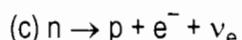
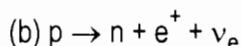
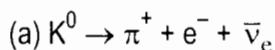
Số barion B : $1 = 1 + 0$: bảo toàn

Điện tích : $0 = 1 - 1$: bảo toàn

Phân rã trên đã xảy ra.

Bài tự kiểm tra 40-4

Hãy kiểm tra số leptôn và điện tích, xác định xem các phản rã :



có thể xảy ra không ? (Các định luật bảo toàn khác đã được thoả mãn).

Đáp số : (a) có ; (b) có ; (d) không.

40-10. MẪU QUAC (QUARK) VÀ CẤU TẠO VẬT CHẤT

Khi các hạt được phát hiện càng nhiều vào những năm 1960, thì thế giới dưới hạt nhân dường như càng trở nên phức tạp hơn. Một lí thuyết đơn giản hoá đã được Murray Gell-Mann và George Zweig độc lập đưa ra vào năm 1963. Vì có những bằng chứng thực nghiệm hậu thuẫn, lí

thuyết này dần dần đã được đông đảo các nhà khoa học chấp nhận. Theo lí thuyết nói trên, các hadrôn được cấu tạo bởi các hạt có tên là **quac**. Bảng 40-6 liệt kê các hạt quac. Lúc ban đầu, lí thuyết dùng ba loại quac được gọi là *up* (lên), *down* (xuống) và *strange* (lạ).

Bảng 40-6. Các hạt quac

Tên	Kí hiệu	Điện tích	Spin	Số barion
Up (lên)	u	+2/3 e	1/2	1/3
Down (xuống)	d	-1/3 e	1/2	1/3
Strange (lạ)	s	-1/3 e	1/2	1/3
Charm (duyên)	c	+2/3 e	1/2	1/3
Bottom (đáy)	b	-1/3 e	1/2	1/3
Top (đỉnh)	t	+2/3 e	1/2	1/3

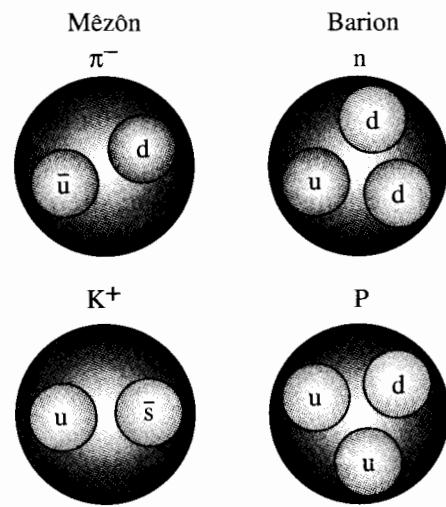
Mỗi quac có *phản quac tương ứng*, với điện tích và số barion ngược dấu. Một tính chất kì lạ của các quac là chúng có *diện tích phân số*. Muốn dùng quac để tạo thành các hadrôn người ta đưa ra các **quy tắc** đơn giản sau đây :

1. *Một barion được tạo bởi ba quac*. Ví dụ, prôtôn là tổ hợp của $u + u + d$, với điện tích $\left(\frac{2}{3}e\right) + \left(\frac{2}{3}e\right) + \left(-\frac{1}{3}e\right) = e$. Nơtron là tổ hợp của $d + d + u$, với điện tích $\left(-\frac{1}{3}e\right) + \left(-\frac{1}{3}e\right) + \left(+\frac{2}{3}e\right) = 0$.

2. *Một mêzôn tạo bởi cặp quac – phản quac*. Ví dụ π^+ là tổ hợp của $u + \bar{d}$. Một phản quac có dấu điện tích ngược với quac tương ứng. Kết quả, điện tích của π^+ là $\left(+\frac{2}{3}e\right) + \left(+\frac{1}{3}e\right) = e$ phù hợp với quan sát.

Bảng 40-7 và hình 40-20 mô tả thành phần quac của một số hạt.

Ngoài điện tích, mẫu quac còn mô tả đúng nhiều đặc tính của các hadrôn, nhưng chúng ta không xét ở đây. Ta chỉ có thể nói rằng sự mô tả đúng đắn nhiều tính chất phức tạp của các hadrôn đã làm cho mẫu quac trở nên rất hữu ích.



Hình 40-20. Thành phần quac của một số hạt.

Bảng 40-7

Hạt		Thành phần quac
Mêzôn	π^+	$u\bar{d}$
	π^-	$\bar{u}d$
	K^+	$u\bar{s}$
	K^-	$\bar{u}s$
Barion	p	uud
	n	udd

Mẫu quac rất thành công, nhưng nó có một điểm khó hiểu, đó là người ta *không bao giờ quan sát được quac ở trạng thái cô lập*. Để giải thích sự kiện này lí thuyết quac giả thiết rằng *lực hút giữa các quac là vô cùng nhỏ hoặc bằng không khi chúng ở gần nhau* cõ kích thước của nuclôn, trong phạm vi đó lực hạt nhân mạnh biến mất nhưng *khi chúng tách xa nhau thì chúng bị hút rất mạnh về phía nhau* và xuất hiện lực hạt nhân mạnh. Đặc tính này được gọi là "sự tiệm cận tự do" được ba nhà vật lí Mỹ là Davis J. Gross, H. Davis Politzer và Frank Wilczek đưa ra năm 1973, nhờ đó họ đã được trao giải Nobel năm 2004. Hành vi kì lạ này của lực mạnh đối với quac là trái ngược với các tương tác khác, chẳng hạn như lực điện từ, lực hấp dẫn đều giảm khi khoảng cách giữa hai electron tăng lên. Hiện nay người ta cho rằng, lực hạt nhân mạnh giữa các quac

được truyền đi bởi một hạt có tên là **gluon**. Các gluon chuyển qua chuyển lại giữa các quac, được phát ra bởi một quac và bị hấp thụ bởi hạt quac khác. Các hạt gluon cũng không có khối lượng, không mang điện và chuyển động với tốc độ ánh sáng.

Ba quac đầu liệt kê trong bảng 40-6 đủ để tạo nên mẫu quac độc đáo. Tuy nhiên, việc khám phá các mêzon mới đòi hỏi phải đưa thêm các hạt quac mới, vì vậy có thêm các *quac c* (charm : duyên), *quac b* (bottom : đáy), *quac t* (top : đỉnh) (bảng 40-6). Các quac trên đã giải thích được sự xuất hiện của nhiều hạt mới phù hợp với các kết quả thực nghiệm. Các nhà vật lí hạt đưa ra các tên neutrino ở trên không có ý nghĩa thông dụng hàng ngày mà chỉ là những tên tưởng tượng đặt cho một vài số lượng tử nào đó. Tuy nhiên các số lượng tử này cũng tuân theo định luật bảo toàn.

VÍ DỤ 40-7

Các tổ hợp nào có thể xảy ra ?

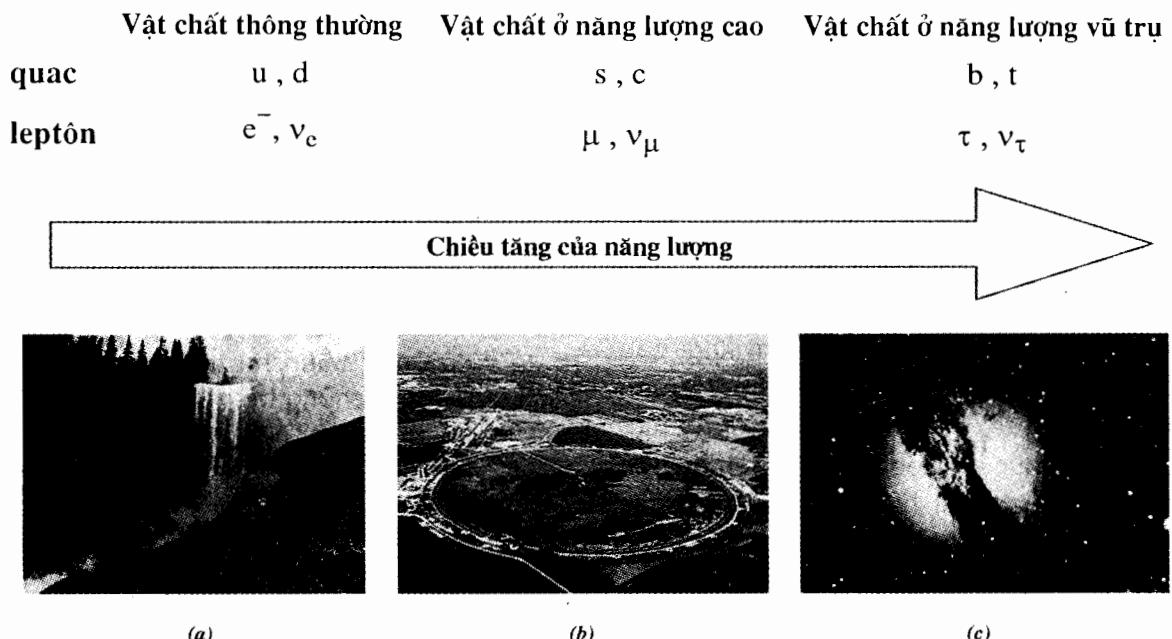
Các tổ hợp sau đây liệu có thể tồn tại trong thiên nhiên hay không ?

- (a) ud ; (b) $\bar{u}d$; (c) uuu.

Giải. Vì các quac chỉ dùng cho lực hạt nhân mạnh nên chúng ta sẽ kiểm tra một số đại lượng bảo toàn. Cụ thể là các hạt cơ bản đều có diện tích bằng không hoặc bằng số nguyên lần của đơn vị diện tích nguyên tố, số barion nguyên hoặc bằng không, vì vậy tổ hợp quac cũng phải thỏa mãn điều kiện đó.

- (a) Tổ hợp ud không có vì : không phải là cặp quac – phản quac theo các quy tắc nêu trên, mặt khác tổ hợp này có diện tích $\frac{1}{3}$ và số barion $\frac{2}{3}$ đều là các phân số.
- (b) Tổ hợp $\bar{u}d$ gồm quac và phản quac, số diện tích bằng -1 và số barion bằng 0 . Tổ hợp này có thể tồn tại và nó tương ứng với hạt π^- .
- (c) Tổ hợp uuu có diện tích bằng 2 , số barion bằng 1 . Tổ hợp này có thể tồn tại và nó tương ứng với hạt barion Δ^{++} .

Ngày nay người ta cho rằng có lẽ *các quac* và *các leptôn* là những thành phần cơ bản nhất trong tự nhiên. Nhiều tổ hợp khác nhau của những hạt đó đã tạo nên mọi thành phần của vật chất thông thường cũng như các hạt chỉ sinh ra trong các tương tác ở năng lượng cao (hình 40-21).



Hình 40-21. Tất cả các chất đều do tổ hợp của quac và leptôn tạo thành :

(a) Vật chất thông thường ; (b) Vật chất ở năng lượng cao ; (c) Vật chất ở năng lượng vũ trụ.

Các nhà vật lí năng lượng cao vẫn ngày càng phát hiện thêm nhiều hạt. Vì bảng liệt kê các hạt cứ tăng lên, nên số hạt quac đòi hỏi để giải thích chúng cũng tăng theo. Mặc dù có sự gia tăng số hạt quac, nhưng mẫu quac cho tới nay vẫn là một lí thuyết đơn giản nhất.

Bài đọc thêm

VỤ NỔ LỚN (BIG BANG)

Liệu có một giới hạn cho kích thước của vũ trụ hay là nó mở rộng ra vô hạn theo tất cả các hướng ? Thật khó mà hình dung vũ trụ lại có biên, bởi vì nếu có thì bên ngoài biên đó sẽ là cái gì ? Nhưng cũng có một cách để hình dung một vũ trụ

có kích thước hữu hạn mà không có biên. Giả sử rằng, chúng ta sống trong một vũ trụ hai chiều và vũ trụ chúng ta có dạng như một mặt cầu hoặc một mặt trơn kín bao quanh một thể tích nào đó trong không gian ba chiều. Là những sinh vật

hai chiều nên chúng ta không thể thấy được chiều thứ ba, nhưng vũ trụ của chúng ta có kích thước hữu hạn và không có biên. Nếu chúng ta đủ thông minh và có những phương kế thích hợp, chúng ta có thể tự chứng minh rằng vũ trụ của chúng ta là hữu hạn hay là "đóng". Ví dụ, ta có thể gửi đi một chùm sáng và đợi cho nó đi vòng quanh rồi quan sát nó quay trở lại theo hướng ngược lại. Vậy liệu vũ trụ ba chiều của chúng ta có thể cũng đóng tương tự như thế không ? Nếu quan điểm này là đúng và vũ trụ là hữu hạn, thì nó lớn tới chừng nào ? Chu vi của nó bằng bao nhiêu ? Rồi, vũ trụ có điểm khởi đầu hay mãi mãi nó đã tồn tại như thế ? Và nó cũng sẽ tồn tại mãi mãi hay sẽ đi tới một điểm kết thúc ? Nếu vũ trụ là hữu hạn theo thời gian, thì hiện nay nó đã được bao nhiêu tuổi và còn kéo dài được bao nhiêu lâu nữa ?

Vũ trụ dẫn nở

Trước khi bàn tới những câu hỏi như vậy về thời gian và không gian, chúng ta nên tự hỏi liệu chúng có đúng là các câu hỏi có tính khoa học không. Liệu có những phép đo khả thi nào mà chúng ta có thể làm để đem lại lời giải đáp cho những câu hỏi ấy không ? Thưa rằng có. Và có lẽ một ví dụ hay nhất là phát minh vào năm 1925 của Edwin P. Hubble, một nhà thiên văn làm việc ở Đài thiên văn trên núi Wilson, California. Sử dụng kỹ thuật đo các khoảng cách thiên văn chuẩn, Hubble đã tìm thấy rằng tinh vân xoắn ốc lớn Andromeda (được kí hiệu là M13 và còn được gọi là tinh vân Tiên Nữ) là một quần thể các vì sao ở cách xa chúng ta hàng trăm lần so với bất kì ngôi sao nào đã được đo đạc trước đó. Một quần thể như vậy của các sao được gọi là một thiên hà và hiện nay chúng ta biết rằng trong vũ trụ tồn tại ít nhất cũng phải hàng tỉ thiên hà.

Sự phát hiện ra các thiên hà này cũng đưa tới nhận thức rằng các ngôi sao riêng lẻ mà chúng ta nhìn thấy trên bầu trời đêm cũng như ngôi sao duy nhất mà chúng ta nhìn thấy ban ngày (tức Mặt Trời), tất cả đều là những thành viên thuộc thiên hà "quê hương" chúng ta mà ta quen gọi là *dải Ngân Hà*.

Từ các phép đo độ dịch chuyển Doppler của các vạch phổ trong ánh sáng tới từ các thiên hà, các nhà thiên văn có thể xác định được tốc độ của một thiên hà đối với thiên hà của chúng ta. Họ tìm ra rằng có một chuyển động tổng thể của các thiên hà đi ra xa chúng ta và tốc độ lùi ra xa v của một thiên hà tỉ lệ với khoảng cách d từ nó tới chúng ta :

$$v = Hd$$

ở đây hệ số tỉ lệ H được gọi là **hằng số Hubble**. Giá trị được chấp nhận hiện nay của H còn gây tranh cãi rất mạnh, nhưng để tính toán chúng ta chấp nhận giá trị thường được cho là $H = 1,6 \cdot 10^{-18} s^{-1}$. Giá trị này dễ có thể phạm sai số tới 50% hoặc hơn nữa ; độ chính xác của nó phụ thuộc chủ yếu vào độ chính xác của các phép đo khoảng cách tới các thiên hà.

Vậy, tại sao tất cả các thiên hà khác lại lùi ra xa chúng ta và tại sao lại có một hệ thức đơn giản đến như vậy giữa tốc độ và khoảng cách của chúng đến chúng ta ? Ta hãy xét một mô hình vũ trụ hai chiều : một quả bóng bay lớn với rất nhiều các chấm nhỏ được vẽ trên đó một cách ngẫu nhiên. Giả sử rằng bạn là một người quan sát ở trên một trong số các chấm đó và quả bóng được thổi phồng từ từ. Bạn sẽ thấy rằng tất cả các chấm đều lùi ra xa bạn và tốc độ lùi xa của một chấm cụ thể nào đó tỉ lệ thuận với khoảng cách từ nó đến bạn. Một người quan sát ở trên một chấm bất kì cũng sẽ tìm thấy chính hệ thức giữa vận tốc lùi ra xa của các chấm

khác và khoảng cách tới các chấm đó : v ~ d. Như vậy, các thiên hà lùi ra xa không chỉ chúng ta, mà là chúng lùi ra xa nhau. Điều này có nghĩa là toàn bộ vũ trụ đang dãn nở và hằng số Hubble đặc trưng cho tốc độ dãn nở đó.

Vấn đề về tuổi của vũ trụ hiện nay cũng rất có ý nghĩa. Vũ trụ đã được "sinh ra" khi mà tất cả các thiên hà hiện nay còn bị nén chặt lại với nhau và từ cái thời điểm, được gọi là thời điểm Vụ nổ lớn (Big Bang), vật chất trong vũ trụ mới bay tản ra. Nếu ta giả thiết rằng tốc độ dãn nở là luôn luôn như hiện nay, thì chúng ta có thể xác định được thời gian từ vụ nổ lớn đến nay đã kéo dài bao lâu. Với giả thiết đó, tuổi của vũ trụ là :

$$\tau = \frac{d}{v} = \frac{1}{H} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}} \approx 20 \text{ tỉ năm.}$$

Tuy nhiên, giả thiết của chúng ta cho rằng tốc độ dãn nở của vũ trụ là luôn luôn như nhau, không thay đổi là không hoàn toàn đúng vì các thiên hà hút nhau bằng lực hấp dẫn. Khi các thiên hà bay ra xa nhau, sự hút lẫn nhau của chúng cũng cần phải làm cho tốc độ lùi xa của chúng giảm xuống, tương tự như hòn đá được ném lên sẽ chuyển động chậm dần lúc bay lên. Như vậy, tiến độ dãn nở ở những giai đoạn đầu sẽ phải lớn hơn so với hiện nay. Điều này có nghĩa là việc dùng giá trị hiện thời của hằng số Hubble chỉ cho ta cận trên của τ . Khi sử dụng cái gọi là mô hình chuẩn của vũ trụ, các nhà vũ trụ học đã tìm được $\tau \approx 14$ tỉ năm.

Sự tương tự giữa vũ trụ dãn nở và hòn đá được ném lúc bay lên gợi ra một câu hỏi khác : Liệu rồi các thiên hà có chuyển động chậm dần tới đứng yên rồi rơi xuống nhau không ? Nếu có, thì liệu vũ trụ có dãn nở tới kích thước cực đại, rồi bắt đầu co lại và cuối cùng chập thành một điểm

không ? Cũng còn có một khả năng khác : Tốc độ dãn nở quá lớn hoặc mật độ của vũ trụ quá nhỏ nên sự dãn nở vẫn được duy trì. Sự tương tự trong trường hợp này là hòn đá được ném lên với tốc độ lớn tới mức nó không bao giờ trở lại Trái Đất nữa, tức tốc độ của nó lớn hơn tốc độ vũ trụ cấp II. Giá trị được chấp nhận hiện nay của mật độ vũ trụ chỉ ra rằng vũ trụ sẽ không co lại mà sẽ dãn nở mãi mãi. Tuy nhiên, giá trị này rất gần với giá trị tới hạn để có sự co lại và dễ dàng có thể phạm sai số về phía thấp hơn. Có điều là lượng vật chất tối trong vũ trụ rất khó xác định và điều nữa là vũ trụ chứa một số lượng khổng lồ các hạt neutrino và có thể là neutrino có khối lượng rất nhỏ dưới mức có thể phát hiện được. Do đó, các neutrino trong vũ trụ có thể làm đảo ngược cán cân về phía co lại của vũ trụ. Vậy thì, trong hai khả năng – vũ trụ cuối cùng sẽ co lại và vũ trụ dãn nở mãi mãi – khả năng nào là khả dĩ hơn ? Đây có lẽ là vấn đề gay cấn nhất mà các nhà vũ trụ học hiện nay đang phải đối mặt.

Chớp sáng nguyên thuỷ

Vũ trụ nhìn như thế nào ở những giai đoạn ban đầu ? Từ nhiệt động lực học chúng ta biết rằng nhiệt độ của một hệ dãn nở sẽ giảm. Do đó, nếu chúng ta hình dung đi ngược trở lại theo thời gian, ta sẽ thấy nhiệt độ của vũ trụ tăng – càng lùi xa về quá khứ, mật độ của vũ trụ và nhiệt độ của nó càng cao. Ở gần sát thời điểm bắt đầu, phải có một khoảng thời gian, trong đó vũ trụ nóng tới mức các phân tử không tồn tại, vì động năng của các nguyên tử quá lớn không thể liên kết thành phân tử được nữa. Sớm hơn nữa, các động năng còn lớn tới mức các nguyên tử không còn giữ nổi các electron nữa và vật chất lúc đó

ở dạng plasma gồm các electron và các hạt nhân trần trui. Trước đó nữa, các hạt nhân được tách thành các protôn và nơtron và trước trước nữa, các nuclôn tách thành các quac và trước trước nữa ai mà biết được là có cái gì ?

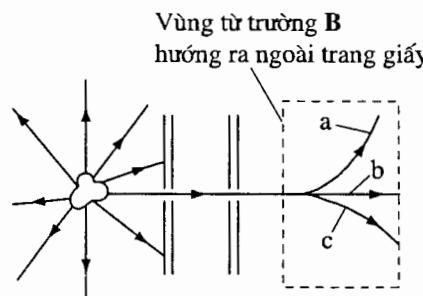
Sự nghiên cứu lí thuyết con đường dẫn ta quay lùi về Vụ nổ lớn đã liên kết vũ trụ học với vật lí hạt. Một ví dụ quan trọng về mối liên kết này là một bài báo được công bố vào năm 1948 của R. Alpher, G. Gamov và H. Bethe (Tên của Bethe được đọc là "Bêta". Sau này Gamov đã nói đùa rằng tên của Bethe được đưa vào bài báo chỉ để cho đủ ba chữ cái đầu tiên của

bảng chữ cái Hi Lạp). Dựa trên kịch bản về những điều kiện tiếp sau Vụ nổ lớn, ba nhà khoa học này đã tiên đoán rằng, một bức xạ vũ trụ cần phải tồn tại tới nay là tàn dư của bức xạ điện từ từ Vụ nổ lớn. Bức xạ này có đặc tính của bức xạ nhiệt ở nhiệt độ 3K đã được phát hiện vào năm 1969 bởi A. Penzias và R. Wilson. Chớp sáng nguyên thuỷ này là một mảnh cực kì quan trọng trong "câu đố ghép hình" của vũ trụ học. Phần lớn những câu hỏi mà chúng ta đặt ra trong bài đọc thêm này còn chưa được giải đáp, nhưng rõ ràng là các nhà vũ trụ học cũng đã có những bước tiến nhất định.

?

ÂU HỎI

- 1** Hãy cho biết các cặp hạt nhân sau, cặp nào là đồng vị, đồng số nơtron hay đồng khối (nếu có) : (a) $^{36}_{16}\text{S}$ và $^{36}_{18}\text{Ar}$; (b) $^{35}_{17}\text{Cl}$ và $^{37}_{17}\text{Cl}$; (c) $^{26}_{12}\text{Mg}$ và $^{27}_{13}\text{Al}$.
- 2** Trong các phản ứng hoá học, các đồng vị khác nhau của một nguyên tố nào đó hoạt động như nhau. Bạn có nghĩ rằng các đồng vị cũng hoạt động như nhau trong các phản ứng hạt nhân không ? Giải thích. Các đồng vị của một nguyên tố có thể được tách ra dễ dàng trong một phản ứng hoá học không ? Cũng hỏi như vậy đối với phản ứng hạt nhân.
- 3** Khối lượng nguyên tử của các hạt nhân khi được biểu diễn qua đơn vị khối lượng nguyên tử (u) rất gần với một số nguyên, nhưng thường thì khối lượng nguyên tử của các nguyên tố lại không có tính chất đó. Giải thích.
- 4** Những đặc tính nào cho phép phân biệt lực hạt nhân giữa các nuclôn và lực điện giữa các hạt tích điện ?
- 5** Hạt nhân 1 được gọi là đồng khối ảnh gương của hạt nhân 2, nếu $Z_1 = N_2$ và $Z_2 = N_1$. (a) Đồng khối ảnh gương của $^{19}_9\text{F}$ hạt nhân nào ? (b) Giả sử chúng ta so sánh năng lượng liên kết của hai hạt nhân là đồng khối ảnh gương. Theo bạn nuclit nào có năng lượng liên kết lớn hơn ? Giải thích.
- 6** Xét cách phân biệt ba phân rã phóng xạ α , β^- , γ bằng cách dùng một từ trường. Trong hình 40-22, B hướng ra phía ngoài trang giấy. Hãy cho biết tia phóng xạ nào ứng với mỗi quỹ đạo được kí hiệu a, b, c cho trên hình ?



Hình 40-22. Quỹ đạo của các hạt α , β^- , và γ trong từ trường B

- 7** Thông tin thực nghiệm nào cho biết phân rã α phải là một quá trình xuyên đường hầm theo cơ học lượng tử ? Trong phân rã α , tại sao chu kì bán rã ngắn lại tương ứng với năng lượng phân rã lớn ?
- 8** Tại sao các nhà vật lí lại tin chắc vào sự tồn tại của neutrino trong suốt thời gian 26 năm chưa quan sát trực tiếp được nó ? Giải thích.
- 9** Nếu một số điểm tương tự giữa phóng xạ γ từ hạt nhân và bức xạ phôtô từ nguyên tử. Giữa chúng có những điểm gì khác nhau ?
- 10** Chu kì bán rã của $^{238}_{92}\text{U}$ là $4,51 \cdot 10^9$ năm. Hãy giải thích làm thế nào có thể đo được một chu kì bán rã lớn như vậy ?
- 11** Để khởi phát một phản ứng hạt nhân toả năng lượng : $a + X \rightarrow Y + b$, động năng K_a của hạt bắn phá phải cỡ vài MeV hoặc hơn nữa nếu hạt a là prôtôn. Nếu hạt a là neutron thì K_a có thể gần như bằng không ? Hãy giải thích.

■ ĐỀ TẬP

Mục 40-1. Các tính chất của hạt nhân.

- 1** Hãy xác định số prôtôn, số neutron và số nuclôn trong hạt nhân của các hạt nhân sau : (a) $^{18}_9\text{F}$; (b) $^{43}_{20}\text{Ca}$; (c) $^{202}_{80}\text{Hg}$
- 2** Hãy dùng Bảng tuần hoàn trong phụ lục 9 để tìm X trong kí hiệu hạt nhân $^A_Z X$ đối với các hạt nhân có : (a) $Z = 7$ và $N = 8$, (b) $A = 23$ và $N = 12$, (c) $Z = 29$ và $A = 64$.
- 3** (a) Hãy xác định bán kính gần đúng của hạt nhân $^{10}_5\text{B}$ và $^{197}_{79}\text{Au}$. (b) Tính tỉ số thể tích gần đúng của hai hạt nhân đó như tỉ số của hai số nguyên.

- 4** (a) Tính mật độ khối lượng của vật chất hạt nhân. (b) Một khối đá điển hình có mật độ khối lượng $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Xác định tỉ số mật độ khối lượng của vật chất hạt nhân và mật độ khối lượng của khối đá đó.
- 5** Một sao neutron (còn gọi là pulsar) có mật độ khối lượng như vật chất hạt nhân. Giả sử sao có dạng hình cầu, hãy xác định : (a) Thể tích và (b) bán kính của sao neutron đó, biết khối lượng của nó bằng $4 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (gấp hai lần khối lượng của Mặt Trời). (c) Xác định tỉ số bán kính của sao neutron đó và bán kính của Trái Đất. (Cho bán kính của Trái Đất $R_e = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$).
- 6** (a) Xác định lực hấp dẫn giữa hai nuclôn bên trong hạt nhân. Giả sử rằng trong hạt nhân hai nuclôn ở cách nhau 1 fm. (b) Dùng giả thiết trên, tính lực tĩnh điện giữa hai prôtôn trong hạt nhân. (c) Xác định tỉ số hai lực tĩnh được ở phần (a) và (b).

Mục 40-2. Khối lượng hạt nhân và năng lượng liên kết

- 7** Hãy tính năng lượng nghỉ ra đơn vị MeV của : (a) electron, (b) prôtôn, (c) neutron.
- 8** Khối lượng nghỉ của mêzôn π^0 là 135 MeV/c^2 . Hãy xác định khối lượng nghỉ của hạt đó theo (a) đơn vị khối lượng nguyên tử và (b) kilôgam.
- 9** Dùng bảng 40-2, hãy xác định : (a) năng lượng liên kết E_{lk} và (b) năng lượng liên kết riêng $\frac{E_{lk}}{A}$ của ${}_{\bar{5}}^{11}\text{B}$, ${}_{\bar{30}}^{68}\text{Zn}$ và ${}_{\bar{79}}^{197}\text{Au}$.
- 10** Hai hạt nhân có giá trị $\frac{E_{lk}}{A}$ rất lớn là ${}_{\bar{24}}^{52}\text{Cr}$ và ${}_{\bar{26}}^{56}\text{Fe}$. (a) Hãy xác định các giá trị đó. Hai hạt nhân bền có giá trị của $\frac{E_{lk}}{A}$ rất nhỏ là ${}_{\bar{1}}^2\text{H}$ và ${}_{\bar{1}}^3\text{He}$.
(b) Hãy xác định các giá trị đó.

Mục 40-5. Phân rã phóng xạ

- 11** Tìm X trong các phản ứng phân rã phóng xạ sau :
- (a) ${}_{\bar{1}}^3\text{H} \rightarrow {}_{\bar{2}}^3\text{H} + \text{X} + \bar{\nu}$
- (b) ${}_{\bar{62}}^{146}\text{Sm} \rightarrow \text{X} + {}_{\bar{2}}^4\text{He}$
- (c) ${}_{\bar{7}}^{12}\text{N} \rightarrow {}_{\bar{6}}^{12}\text{C} + \beta^+ + \text{X}$
- 12** ${}_{\bar{11}}^{22}\text{Na}$ phóng xạ có chu kỳ bán rã bằng 2,60 năm. (a) Hãy xác định hằng số phân rã ra s^{-1} . (b) Ở một thời điểm nào đó mẫu chứa $8,6 \cdot 10^{16}$ hạt nhân

$^{22}_{11}\text{Na}$, tính độ phóng xạ của nó ra bao nhiêu. (c) Tính độ phóng xạ sau 1 năm. (d) Tính hằng số phân rã sau 1 năm. (e) Khi nào độ phóng xạ bằng không ?

- 13 Ngoài đơn vị becören, một đơn vị thường dùng khác của độ phóng xạ là Curi (Ci). Mối liên hệ giữa becören và Curi là :

$$1\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{Bq}$$

Cho chu kỳ bán rã của $^{226}_{88}\text{Ra}$ là 1620 năm. Hãy chứng minh rằng độ phóng xạ của 1g $^{226}_{88}\text{Ra}$ là 1Ci.

- 14 (a) Chứng minh rằng khoảng thời gian t cần thiết để độ phóng xạ của một mẫu giảm từ giá trị ban đầu H_0 đến giá trị cuối H bằng :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{H_0}{H}$$

(b) ở một thời điểm nào đó độ phóng xạ của một mẫu chứa $^{131}_{53}\text{I}$ phóng xạ ($T_{1/2} = 8,04$ ngày) là 59MBq. Hãy xác định thời gian để độ phóng xạ của mẫu giảm xuống còn 5,9MBq.

- 15 (a) Chứng minh rằng chu kỳ bán rã của một hạt nhân phóng xạ trong một mẫu có thể viết dưới dạng :

$$T_{1/2} = \frac{0,693t}{\ln(H_0/H)}$$

với t là khoảng thời gian giữa phép đo độ phóng xạ ban đầu H_0 và phép đo độ phóng xạ cuối H . (b) Độ phóng xạ của một mẫu đo được là 3,8MBq và 10,8h sau nó đo được bằng 3,1 MBq. Hãy xác định $T_{1/2}$ của hạt nhân đó.

- 16 (a) Cơ sở của lôgarit có thể thay đổi bằng cách dùng hệ thức $\log_b x = [\log_a b] [\log_a x]$. Hãy dùng hệ thức này chứng minh rằng số hạt nhân phóng xạ có thể biểu diễn bằng :

$$N = N_0 2^{-t/T_{1/2}} \text{ và } H = H_0 2^{-t/T_{1/2}}$$

(Gợi ý : Cho $b = e$ và $a = 2$ và $x = \frac{N_0}{2}$).

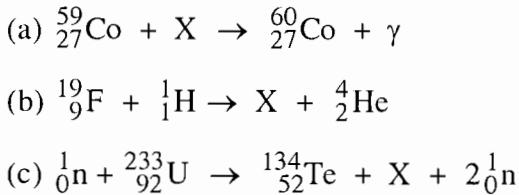
(b) Tính giá trị của N tại $t = 0, T_{1/2}, 2T_{1/2}$ và $3T_{1/2}$. Vẽ bốn điểm này trên hệ toạ độ N theo t và vẽ phác đường cong qua bốn điểm đó.

- 17 Hạt nhân $^{232}_{90}\text{Th}$ có tính phóng xạ α . (a) Viết phản ứng phân rã đó. (b) Xác định Q_α đối với phân rã α của $^{238}_{92}\text{U}$.

- 18 Hạt nhân $^{87}_{37}\text{Rb}$ có tính phóng xạ β^- . (a) Hãy viết phản ứng phân rã đó. (b) Xác định Q_{β^-} đối với phân rã β^- của $^{87}_{37}\text{Rb}$.
- 19 Cũng hỏi như bài tập 18 đối với hạt nhân $^{11}_6\text{C}$ phân rã β^+ .

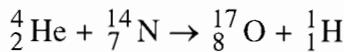
Mục 40-6. Phản ứng hạt nhân

- 20 Tìm X trong các phản ứng sau :



Phản ứng (a) được dùng để sản xuất $^{60}_{27}\text{Co}$ bán trên thị trường. Hạt nhân này được dùng để điều trị bệnh ung thư.

- 21 Xác định năng lượng của phản ứng sau :



Phản ứng này là thu hay toả năng lượng ?

- 22 Xét phản ứng $\bar{\nu} + p \rightarrow n + \beta^+$ với protôn là bia. Hãy xác định năng lượng cực tiểu của phản nôtrinô tới để phản ứng có thể xảy ra.

◆ ĐÀI TẬP NÂNG CAO

- 1 **Động học của phản rã phóng xạ.** (a) Dẫn ra phương trình 40-8 từ phương trình 40-7. (b) Phương trình 40-8 cho số hạt nhân mẹ có tính phóng xạ trong mẫu. Để phân biệt số hạt nhân mẹ với số hạt nhân con tạo thành ta kí hiệu số hạt nhân mẹ là N_p và số hạt nhân con là N_D . Khi đó phương trình (40-8) trở thành $N_p = N_{p0} e^{-\lambda t}$. Giả sử hạt nhân con là bền và số hạt nhân con ban đầu là không, hãy chứng minh rằng :

$$N_D = N_{p0} (1 - e^{-\lambda t})$$

(c) Vẽ đồ thị của N_D theo t trong khoảng thời gian bằng ba lần chu kỳ bán rã.

- 2 **Sản xuất chất phóng xạ.** Giả sử các hạt nhân của một chất phóng xạ được sản xuất với tốc độ không đổi q trong một lò phản ứng. (a) Hãy giải thích tại sao số N các hạt nhân đó được mô tả bởi phương trình vi phân sau :

$$\frac{dN}{dt} = q - \lambda N$$

ở đây λ là hằng số phân rã của hạt nhân đó. (b) Chứng tỏ rằng nếu số hạt nhân của hạt nhân này bằng không ở $t = 0$ thì :

$$N = \frac{q}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

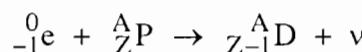
(c) Vẽ đồ thị của N theo t trong khoảng thời gian bằng ba lần chu kỳ bán rã.

3

Xác định niên đại bằng phóng xạ. Một phản ứng hạt nhân xảy ra ở tầng trên của khí quyển Trái Đất do tác dụng của tia vũ trụ tạo ra chất phóng xạ $^{14}_6 C$ ($T_{1/2} = 5730$ năm). Do đó, khí CO_2 trong khí quyển Trái Đất và trong các cơ thể sống đều chứa một lượng nhỏ $^{14}_6 C$ cùng với các hạt nhân bền $^{12}_6 C$ (99,63%) và $^{13}_6 C$ (0,37%). Tỉ số cacbon phóng xạ và cacbon bền trong cơ thể sống bằng khoảng $1,3 \cdot 10^{-12}$. Sau khi chết, cơ thể sống không còn hấp thụ CO_2 nữa, do đó tỉ số này giảm vì sự phân rã phóng xạ của $^{14}_6 C$. Giả sử ta tìm được một mẫu xương trong một vùng đất cổ bị vùi lấp. Khi tách ra 100g cacbon từ mẫu xương đó, người ta thấy rằng mẫu này có độ phóng xạ $^{14}_6 C$ bằng 6,5Bq. Hỏi chủ nhân của mẫu xương đó đã chết cách đây bao lâu ?

4

Bắt electron. Sự bắt electron cũng là một cơ chế phân rã phóng xạ dẫn đến những biến đổi hệt như phân rã β^+ . Trong loại phân rã này, hạt nhân mẹ không bền hấp thụ một trong số các electron của nguyên tử. Khi đó hạt nhân mẹ biến thành hạt nhân con có nguyên tử số nhỏ hơn nguyên tử số của hạt nhân mẹ một đơn vị và phát ra neutrino. Phản ứng được viết như sau :



ở đây P là kí hiệu hạt nhân mẹ và D là kí hiệu hạt nhân con. (a) Hạt nhân $^{123}_{52} Te$ phân rã bằng cách bắt electron. Hãy viết phương trình phản ứng cho phân rã đó. (b) Bỏ qua năng lượng liên quan đến quỹ đạo các electron, chứng minh rằng năng lượng phân rã Q_{ec} cho quá trình bắt electron bằng $Q_{ec} = (M_P - M_D)c^2$. (c) Xác định Q_{ec} cho phân rã ở phần (a).

5

Va chạm prôtôn–nôtron. Xét phản ứng ${}_1^1 H + {}_0^1 n \rightarrow {}_1^2 H + \gamma$, trong đó cả prôtôn và nôtron đều có động năng 2,2MeV trước khi chúng va chạm trực diện. Hãy xác định năng lượng của (a) tia γ và (b) đoteri. (Gợi ý : áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bỏ qua sự khác biệt về khối lượng của prôtôn và nôtron)

6

Năng lượng phản ứng biểu diễn qua các động năng. Năng lượng phản ứng Q của phản ứng hạt nhân $a + X \rightarrow Y + b$ có thể xác định được bằng

cách đo động năng K_a của hạt a, và động năng K_b của hạt sản phẩm b. Chứng minh rằng nếu hạt b được bắn ra theo *phương vuông góc* với phương của hạt tới a trong hệ quy chiếu bia đứng yên, thì :

$$Q = K_b \left(1 + \frac{m_b}{M_Y}\right) - K_a \left(1 - \frac{m_a}{M_Y}\right)$$

Giả sử có thể dùng được các biểu thức phi tương đối.

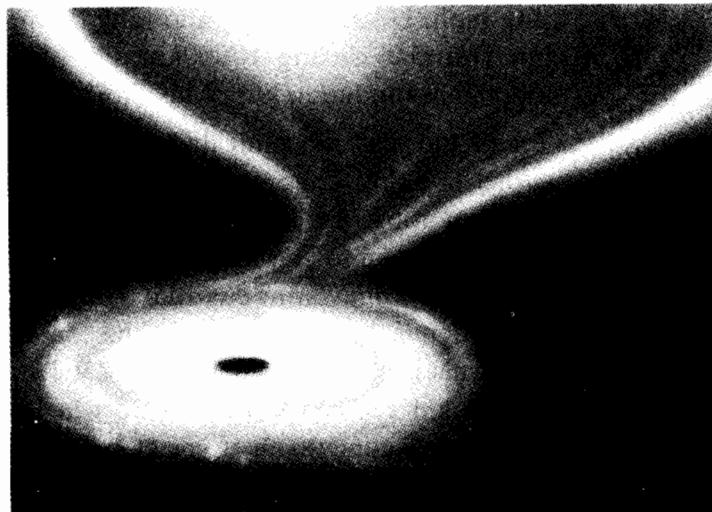
7

Thời gian sống trung bình. Thời gian sống trung bình τ của một chất phóng xạ được định nghĩa như sau :

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t N dt}{\int_0^\infty N dt}$$

- (a) Chứng minh rằng $\tau = \frac{1}{\lambda}$. (b) Xác định tỉ lệ hạt nhân phóng xạ còn lại sau khoảng thời gian bằng τ .

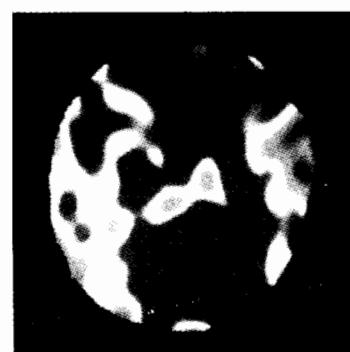
VẬT LÍ CÁC SAO



Hình vẽ giả tưởng về một lỗ đen, nó là một ngôi sao của một cặp sao đôi có khối lượng lớn hơn rất nhiều so với các ngôi sao khác.

Thiên văn học đã có từ thời cổ Hi Lạp, trong khi đó vật lí là một khoa học non trẻ hơn nhiều. Trong thế kỉ XX, hai lĩnh vực này thâm nhập vào nhau tới mức ngày nay thiên văn học là một lĩnh vực của vật lí, có những bước tiến vượt xa giai đoạn mà người ta mới chỉ biết đếm phân loại và mô tả các sao và các thiên hà. Ngày nay, vật lí của các thiên thể và trên thực tế của chính bản thân vũ trụ, là tiêu điểm của việc nghiên cứu thiên văn. Thiên văn học cho ta một cơ hội duy nhất ứng dụng một cách toàn diện các nguyên lí vật lí cho các hệ thực. Trong chương này ta sẽ thấy các nhà thiên văn đã dùng các nguyên lí đó như thế nào để đánh giá các tính chất quan trọng và cơ bản của các ngôi sao.

- 41-1. Tính chất của các sao
 - 41-2. Sự hình thành của các sao
 - 41-3. Nguồn gốc năng lượng trong các sao
 - 41-4. Mặt Trời và các sao khác thuộc dãy chính
 - 41-5. Sao lùn trắng
 - 41-6. Sao neutron và lỗ đen
 - 41-7. Sao lùn nâu
- Bài đọc thêm :*
Vi sao bầu trời đêm lại tối đen ?



Ảnh bề mặt sao Betelgeuse, một sao kền kền đỏ (sao khổng lồ đỏ).

41-1. TÍNH CHẤT CỦA CÁC SAO

Mặt Trời là một ngôi sao trung bình. Nó phát sáng do cùng một nguyên nhân như một que diêm cháy tức là do nó nóng, với nhiệt độ bề mặt khoảng 6000K. Cũng như mọi vật khác, Mặt Trời tuân theo định luật Stefan–Boltzmann (mục 12-6) và bức xạ năng lượng với một tốc độ phụ thuộc vào nhiệt độ bề mặt của nó. Nhiệt độ bên trong Mặt Trời lớn hơn 6000K rất nhiều, song ta chỉ nhìn thấy sự bức xạ từ bề mặt, nên chính *nhiệt độ bề mặt* xác định độ sáng của nó. Điều này cũng đúng đối với các ngôi sao khác có nhiệt độ bề mặt nằm trong dải từ khoảng 3000 tới 40000K, trừ một số ngôi sao có nhiệt độ bề mặt còn nóng hơn.

Định luật Stefan–Boltzmann nói rằng, công suất phát xạ trên một đơn vị diện tích bề mặt của một ngôi sao tức là *năng suất phát xạ toàn phần* bằng σT^4 , với giả thiết $\alpha = 1$. Nhận giá trị này với diện tích tổng cộng của bề mặt sao ta được công suất phát xạ toàn phần của sao gọi là **độ trung của sao**. Độ trung của Mặt Trời là $3,85 \cdot 10^{26} \text{ J/s}$: Trái Đất nhận được một phần nhỏ của công suất này.

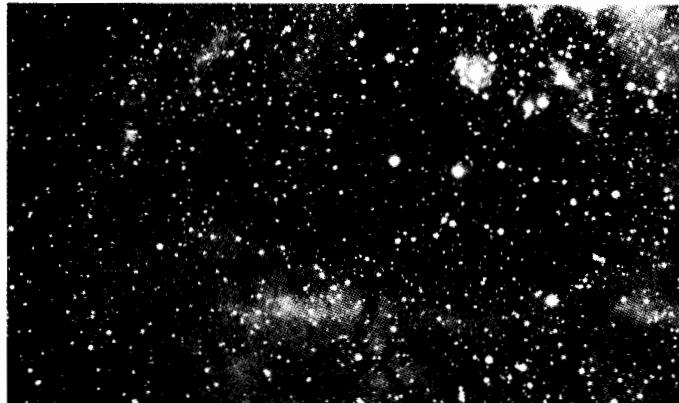
Về khối lượng, các ngôi sao có cỡ từ khoảng một phần mươi khối lượng Mặt Trời M_s cho tới khoảng $50M_s$ ($M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$). Cho nên Mặt Trời là một ngôi sao có khối lượng trung bình. Các khối lượng này của sao là đủ lớn để lực hấp dẫn, mà bình thường là lực yếu nhất trở nên quan trọng nhất. Không giống như các lực điện, trong hiện tượng hấp dẫn không có các khối lượng dương và khối lượng âm để khử lẫn nhau, cho nên các hiệu ứng hấp dẫn có tính chất cộng được hoàn toàn. Nếu có một khối lượng đủ lớn tích tụ ở một vùng không gian, lực hấp dẫn có thể áp đảo các lực điện từ. Thực ra, các lực khác cũng có

vai trò của mình, song phần lớn cuộc đời của một ngôi sao là bị lực hấp dẫn chi phối, như ta sẽ thấy dưới đây.

Về kích thước, dải bán kính của các ngôi sao lớn hơn dải khối lượng của chúng nhiều. Các sao nhỏ nhất có đường kính vài kilômét, trong khi các sao lớn nhất có đường kính tới hàng tỉ kilômét. Với đường kính khoảng một triệu kilômét, Mặt Trời mới chỉ là một ngôi sao có kích thước trung bình. Để so sánh, ta nhớ rằng đường kính Trái Đất khoảng 10000km, chỉ bằng một phần trăm đường kính Mặt Trời.

Về cấu tạo, các sao bình thường bao gồm hầu hết là hiđrô. Thực vậy, khoảng 91% số nguyên tử trong Mặt Trời là hiđrô, gần 9% là heli, các nguyên tố còn lại chỉ chiếm có 0,1 phần trăm số nguyên tử của Mặt Trời. Mặc dù các nguyên tử trung hoà có thể tồn tại trên bề mặt các ngôi sao giống như Mặt Trời, nhiệt độ khi vào sâu trong tâm trở nên lớn đến mức cuối cùng thì tất cả các electron đều bị bứt ra khỏi hạt nhân. Ở tâm sao, nơi mà các phản ứng hạt nhân diễn ra, chỉ có các electron và hạt nhân tràn trui tồn tại.

Nói "các sao bình thường" là chúng ta muốn chỉ các sao thuộc dãy chính, giống như Mặt Trời, đó là các sao tổng hợp hiđrô thành heli ở tâm của chúng. Trước khi tới được giai đoạn này, chúng chỉ là các đám mây bụi bị co lại dưới sức hút hấp dẫn của phần này lên phần khác của đám mây. Sau giai đoạn thuộc dãy chính, các sao thường nở rộng mạnh kích thước trở thành *các sao kềnh đở* (sao khổng lồ đở) sáng và cuối cùng đạt tới các vật thể rất đặc, kích thước nhỏ và mờ trong đó các phản ứng hạt nhân dừng hẳn, chúng có thể là các *sao lùn trắng*, *các sao neutron*, hay các *lỗ đen*. Chúng ta sẽ nghiên cứu từng giai đoạn này, ngoại trừ pha sao kềnh đở.



Một phần của tinh vân Rosette xung quanh chòm sao mờ NGC2244.

41-2. SỰ HÌNH THÀNH CỦA CÁC SAO

Cuộc sống của một ngôi sao là lịch sử chiến tranh giữa lực hấp dẫn và áp suất bên trong của nó. Từ lúc bắt đầu cuộc sống khi mà ngôi sao chỉ là một đám mây bụi bị co lại dưới tác dụng của lực hấp dẫn của chính nó cho tới lúc chết để thành một sao lùn trắng, một sao neutron hay một lỗ đen, lực hấp dẫn không bao giờ ngừng hoạt động để nén ngôi sao lại ở mỗi giai đoạn trong cuộc sống của nó, áp suất bên trong của sao luôn đối nghịch với lực hấp dẫn, đôi khi thành công, như trong trường hợp Mặt Trời cho đến ngày nay, nhưng cũng chỉ là tạm thời cho tới giai đoạn cuối khi mà lực hấp dẫn cuối cùng và mãi mãi được cân bằng hay cuối cùng thắng được áp lực này.

Có một câu hỏi về cuộc sống của một ngôi sao là : điều gì sẽ xảy ra đối với nhiệt độ của đám mây bụi hay của ngôi sao khi nó co lại ? Câu hỏi này liên quan chặt chẽ tới câu hỏi : điều gì sẽ xảy ra với động năng của các hạt tạo ra vật thể đang co lại dù là một đám mây bụi hay một ngôi sao ? Ta biết rằng nhiệt độ và động năng đối với các khí lí tưởng liên hệ với nhau bằng công thức

đơn giản $K = \frac{3}{2} kT$. Ta có thể chứng minh rằng, K phải tăng khi vật thể co lại bằng cách xét sự bảo toàn năng lượng.

Các hạt trong một đám mây bụi hay một ngôi sao hút nhau bằng lực hấp dẫn, song ta có thể áp dụng một vài kết quả hữu ích qua việc phân tích nguyên tử Bohr ở chương 36, vì lực tĩnh điện được dùng ở đó

thay đổi theo khoảng cách $\left(\frac{1}{r^2}\right)$ đúng như

lực hấp dẫn giữa các hạt trong đám mây bụi. Ví dụ, các phương trình 36-30, 36-31 và 36-32 lần lượt cho ta động năng, thế năng và năng lượng toàn phần của nguyên tử hiđrô. Ta bắt đầu bằng việc áp dụng các

phương trình này cho một hạt bụi di chuyển trên quỹ đạo quanh đám mây bụi

đang co lại. Thay $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ trong các phương

trình này bằng GmM , chúng vẫn còn đúng cho hạt chuyển động trên quỹ đạo. Đối với nguyên tử hiđrô hay một hạt bụi trên quỹ đạo, các phương trình này lần lượt cho ta :

$$\langle K \rangle = -\frac{1}{2} \langle U \rangle \quad (41-1a)$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \langle U \rangle \quad (41-1b)$$

$$\langle E \rangle = -\langle K \rangle \quad (41-1c)$$

Ở đây ta đã thay các giá trị tức thời của E, K và U bằng các giá trị trung bình theo thời gian của chúng $\langle E \rangle$, $\langle K \rangle$, và $\langle U \rangle$, vì những lí do mà ta sẽ giải thích sơ qua dưới đây. Phương trình thứ ba suy ra từ hai phương trình đầu.

Mặc dù các phương trình này đã được rút ra đối với các quỹ đạo Bohr tròn với các giá trị trung bình theo thời gian, chúng vẫn đúng đối với mọi quỹ đạo với lực tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách. Ví dụ, trong quỹ đạo elip, động năng trung

bình theo thời gian là $\left(-\frac{1}{2}\right)$ nhân với thế

năng trung bình. Điều này có nghĩa là nếu bạn đo K đối với sao chổi Halley ở mỗi giây đối với quỹ đạo elip trọn vẹn, sau đó tính $\langle K \rangle$ bằng cách cộng các giá trị rồi chia cho số các giá trị của K, kết quả sẽ bằng $\left(-\frac{1}{2}\right)$ nhân với giá trị mà bạn thu được bằng cách làm y như vậy đối với U.

Hãy tưởng tượng một đám mây bao gồm N hạt, tất cả đều tương tác hấp dẫn với nhau. Về nguyên tắc, ta có thể tính được động năng trung bình $\langle K \rangle$ của một hạt bằng cách đi theo quỹ đạo của nó trong đám mây bụi trong một thời gian dài, tiến hành các phép đo ở các khoảng thời gian cách nhau. Đối với tất cả n phép đo :

$$\langle K \rangle = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + \dots + K_n}{n} \quad (41-2)$$

Giả định rằng, ta lấy n = N, nghĩa là ta cho số các phép đo bằng số hạt có trong đám

mây. Hoàn toàn hợp lý là các giá trị đo được của K đối với một hạt trong một thời gian dài sẽ giống với các giá trị K đo được của N hạt trong đám mây ở bất kỳ thời điểm nào ; thật vậy, một hạt nào đó xét đến cùng rồi cũng sẽ nhận tất cả các giá trị động năng của N hạt ở một thời điểm đó. Do đó ta có thể viết lại phương trình 41-2 với n được thay bằng N và cho K là giá trị động năng của N hạt ở một thời điểm nào đó.

$$\langle K \rangle = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + \dots + K_N}{N}$$

Vì tổng này của các K là động năng toàn phần K_{tp} của đám mây các hạt nên $K_{tp} = N \langle K \rangle$. Với cùng lí lẽ như vậy cho thấy $U_{tp} = N \langle U \rangle$ và $E_{tp} = N \langle E \rangle$.

Do đó, ta có thể viết lại phương trình 41-1 bằng cách thay mỗi đại lượng bằng giá trị của hệ (N được loại bỏ)

$$E_{tp} = -K_{tp} = \frac{1}{2} U_{tp} \quad (41-3)$$

Các phương trình này là một dạng của **định lí Virial**, một định lí sẽ cực kì hữu ích cho nghiên cứu của chúng ta về vật lí các sao. Ví dụ, nếu năng lượng toàn phần của một hệ hạt liên kết với nhau bằng lực $\frac{1}{r^2}$ mà giảm thì động năng phải tăng cùng một đại lượng như thế (do có dấu trừ), và thế năng phải giảm một lượng gấp đôi. Bạn có lẽ đã nghĩ rằng nếu năng lượng toàn phần của hệ mà giảm, các hạt phải chuyển động chậm hơn, song thực tế lại xảy ra điều ngược lại. Khi một vật tinh đang chuyển động trên quỹ đạo quanh Trái Đất gặp phải sức cản không khí từ bầu khí quyển bên ngoài, lực ma sát sẽ làm giảm năng lượng của nó và nó tăng tốc độ khi chuyển động xoắn theo hình tròn ốc theo

hướng về gần Trái Đất. Nếu tàu con thoi muốn tăng tốc độ, nó phải phóng tên lửa của mình theo hướng "về phía sau".

Sự hình thành ngôi sao từ một đám mây bụi là một ví dụ của việc áp dụng định lí Virial và tác dụng của nó tới sự tiến hoá của các ngôi sao. Hãy tưởng tượng một đám mây các hạt bụi co lại dưới tác dụng của trường hấp dẫn tương hỗ của nó trên bước đường trở thành một ngôi sao. Định luật Stefan – Boltzmann đòi hỏi đám mây phải phát xạ ; do đó năng lượng toàn phần E_{tp} giảm. Do định lí Virial, động năng toàn phần K_{tp} sẽ tăng và thế năng toàn phần U_{tp} sẽ giảm. Nhớ lại rằng thế năng hấp dẫn giữa các hạt U_{hd} biến đổi như là $\left(-\frac{1}{r}\right)$. Dấu trừ có nghĩa là

khi U_{tp} giảm, khoảng cách r giữa các hạt trong đám mây phải giảm. Nói cách khác, đám mây co lại vì nó phát xạ.

Nhiệt độ T của đám mây cũng tăng. Vì K_{tp} là động năng toàn phần của N hạt và mỗi động năng trung bình của hạt là $\frac{3kT}{2}$ (phương trình 14-12), khi đó :

$$K_{tp} = \frac{3}{2} N k \langle T \rangle \quad (41-4)$$

Chúng ta đã thay T bằng $\langle T \rangle$ vì nhiệt độ của đám mây không đồng đều. Phương trình này nói rằng nhiệt độ trung bình tăng khi K_{tp} tăng.

Phương trình 41-3 cho thấy rằng khi đám mây co lại, chỉ có một nửa số thế năng giảm để làm tăng động năng K_{tp} của các hạt. Phần còn lại phát xạ ra ngoài. Điều đó dẫn đến sự co lại liên tục không giảm. Khi đám mây phát xạ, năng lượng toàn phần của nó giảm và động năng toàn phần của nó tăng. Điều nghịch lí là, đám mây không nguội đi do phát xạ năng lượng ra ngoài ; thay vào đó, nhiệt độ của nó còn tăng lên. Thực tế, đám mây có nhiệt dung âm : năng lượng bị mất do phát xạ càng nhiều thì nó càng nóng thêm lên. Hình như là nhiệt độ đám mây sẽ tăng không có giới hạn ; càng bức xạ nhiều, nó trở nên càng nóng hơn và nó càng nóng hơn thì lại càng bức xạ nhiều hơn. Đó là đặc điểm quyết định trong sự tiến hoá của các sao. Phân lớn nội dung chương này là xét xem đặc điểm đó đóng vai trò như thế nào. Định lí Virial, cùng với định luật Stefan–Boltzmann, là nhân tố chủ chốt chi phối sự tiến hoá của các ngôi sao.

41-3. NGUỒN GỐC NĂNG LƯỢNG TRONG CÁC SAO

Ở cuối thế kỉ XIX các nhà vật lí nghĩ rằng, năng lượng Mặt Trời có được từ thế năng hấp dẫn được giải phóng khi Mặt Trời co lại. Với phát minh ra năng lượng hạt nhân, các nhà khoa học đã xác định được nguồn năng lượng của Mặt Trời là sự tổng hợp hạt nhân.

Năng lượng hấp dẫn

Nếu sự giải phóng thế năng hấp dẫn là nguồn năng lượng của Mặt Trời, thì Mặt Trời có thể chiếu sáng với độ trưng như hiện nay của nó được trong bao lâu ? Để xác định điều này ta phải tính được lượng năng lượng hấp dẫn bị bức xạ ra ngoài khi

đám mây bụi phân tán co lại cho tới kích thước hiện nay của Mặt Trời. Khi đó thời gian sống phát sáng của Mặt Trời là bằng năng lượng toàn phần giải phóng trong quá trình co lại chia cho tốc độ phát xạ năng lượng hiện nay của Mặt Trời. Ít ra thì trong ba tết năm đã qua độ trung của Mặt Trời phải căn bản được giữ không đổi để duy trì cuộc sống trên Trái Đất.

Hãy xét một đám mây bụi phân tán trên một diện tích rộng với thế năng hấp dẫn được xem gần đúng bằng không. Sau khi nó co lại tới kích thước của Mặt Trời như ngày nay, nó sẽ có một thế năng âm lớn. Do định lí Virial, năng lượng được bức xạ bởi đám mây co lại sẽ là một nửa của phần thế năng giảm, $\frac{|U|}{2}$.

Đối với một ngôi sao như Mặt Trời, đường như khó mà tính được thế năng toàn phần U_s vì quá trình cộng thế năng của tất cả các cặp hạt của Mặt Trời là một việc quá lớn. Tuy nhiên, việc tính toán trở nên dễ dàng nếu ta tưởng tượng rằng Mặt Trời được tạo ra bằng cách mang các mẩu vô cùng nhỏ của một đám mây bụi từ xa vô cùng gộp dần lại, và liên tục như thế. Hình 41-1 minh họa cho ý tưởng này : Một mẩu vật chất có khối lượng dm được thêm vào Mặt Trời đã được tích tụ một phần có khối lượng m và nó tăng thêm một lớp cầu mỏng có bề dày dr . Theo mục 5-5, lực hấp dẫn tác dụng lên một hạt nằm ngoài một phân bố khối lượng đối xứng cầu giống như Mặt Trời cũng sẽ giống như tất cả khối lượng được tập trung ở tâm Mặt Trời. Do đó, thế năng của dm được trải đều trên khoảng cách r tính từ tâm cũng bằng thế năng giữa khối lượng điểm dm với khối lượng điểm thứ hai m đứng cách nó một khoảng r . Như vậy, độ biến thiên thế năng của Mặt Trời là :

$$dU_s = U_{dm}(r) - U_{dm}(\infty)$$

$$= -\frac{Gm dm}{r} - 0$$

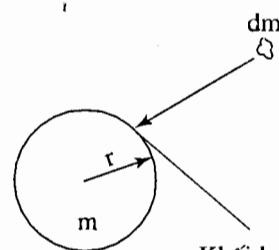
Độ biến thiên tổng cộng của U_s là tích phân của dU_s theo tất cả các lớp dm :

$$U_s = -G \int \frac{mdm}{r} = -G \int \frac{m}{r} \rho dV$$

$$= -G \int_0^{R_s} \frac{m(r)}{r} \rho(r) 4\pi r^2 dr \quad (41-5)$$

Ở đây, $\rho(r)$ là khối lượng riêng của Mặt Trời ở khoảng cách r tính từ tâm của nó, $m(r)$ là khối lượng bên trong hình cầu có bán kính r , $4\pi r^2 dr$ là thể tích của lớp cầu có khối lượng dm và R_s là bán kính của Mặt Trời. Để lấy được tích phân ta phải biết các hàm $m(r)$ và $\rho(r)$. Ta có thể tính được $m(r)$ nếu biết $\rho(r)$ vì :

$$m(r) = \int dm = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr' \quad (41-6)$$



Khối lượng tăng
một cách đều đặn
trong lớp vỏ
có bề dày dr

Hình 41-1. Khối lượng dm được đưa tới từ xa vô cùng, nơi thế năng bằng không, để thêm vào bề mặt của một vì sao đã được kiến tạo một phần, nơi mà thế năng của nó là $-\frac{Gm(dm)}{r}$. Thế năng hấp dẫn của bản thân ngôi sao là tổng (tích phân) của tất cả các lần chuyển khối lượng như thế để tạo thành sao.

Nếu ta tưởng tượng rằng, Mặt Trời cũng được sáp thành lớp giống như một cù hành, mỗi lớp có thể tích $dV = 4\pi r^2 dr'$ và khối lượng $dm = \rho(r')dr' = 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$, thì khối lượng $m(r)$ là tổng của dm đối với tất cả các lớp cho tới bán kính r .

$\rho(r)$ thay đổi theo r như thế nào? Trong Mặt Trời, $\rho(r)$ thay đổi từ giá trị gần như bằng không trên bề mặt tới giá trị cực đại ở tâm. Ta sẽ dùng phép gần đúng tuyến tính $\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R}\right)$, ở đây hằng số ρ_c

được tìm ra bằng $\frac{3M_s}{\pi R^3}$ từ đòi hỏi $\int \rho dV = M_s$. Với biểu thức này của $\rho(r)$, dễ dàng chứng minh được rằng $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c \left(1 - \frac{3r}{4R}\right)$. Thay vào (41-5), sau khi lấy tích phân, ta được :

$$U_s \approx -(1,24) \frac{3}{5} \frac{GM_s^2}{R_s} \quad (41-7)$$

Mật độ khối lượng không đổi cũng cho ta cùng một kết quả, ngoại trừ không có thừa số 1,24. Mật độ tuyến tính cho ta một hệ số lớn hơn vì có nhiều vật chất tập trung gần tâm Mặt Trời hơn.

Phương trình 41-7 là thế năng hấp dẫn toàn phần được giải phóng khi đám mây co lại thành kích thước ngày nay của Mặt Trời. Vì chỉ có một nửa năng lượng này biến thành bức xạ, nên năng lượng toàn phần được Mặt Trời bức xạ cho đến nay do sự co lại bởi hấp dẫn gây ra là :

$$\begin{aligned} \text{Năng lượng tổng cộng} &= |U_s| \\ \text{Mặt Trời phát ra} &= \frac{|U_s|}{2} \\ &= (1,24) \frac{3}{10} \frac{GM_s^2}{R_s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (1,24) \frac{3 (6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 \text{kg}^{-2}) (1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg})^2}{10 \cdot 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}} \\ &= 1,41 \cdot 10^{41} \text{ J} \end{aligned}$$

Tốc độ bức xạ năng lượng của Mặt Trời, được gọi là **độ trưng của Mặt Trời**, là $L_s = 3,85 \cdot 10^{26} \text{ J/s}$. Nếu năng lượng Mặt Trời chỉ do sự giảm thế năng hấp dẫn mà có, thì nó có thể bức xạ ở tốc độ này trong

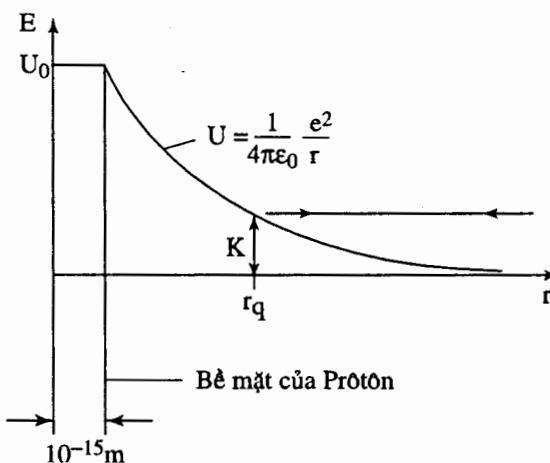
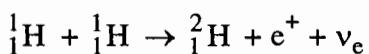
$$\frac{1,41 \cdot 10^{41} \text{ J}}{3,85 \cdot 10^{26} \text{ J.s}^{-1}} \approx 12 \text{ triệu năm}$$

Nhưng ta biết rằng sự sống đã tồn tại trên Trái Đất ít nhất là 3 tỉ năm, nên Mặt Trời đã sưởi ấm hành tinh của chúng ta ít ra cũng chừng ấy năm. Sự co lại bởi hấp dẫn chỉ có thể giải thích được độ trưng của Mặt Trời cho một khoảng thời gian ít hơn một phần trăm khoảng thời gian này.

Năng lượng hạt nhân

Nguồn năng lượng nguyên thuỷ của Mặt Trời là sự tổng hợp hạt nhân. Theo mục 40-6, 25MeV năng lượng được giải phóng khi bốn prôtôn kết hợp lại để tạo ra một hạt nhân heli trong chu trình được gọi là **chu trình prôtôn – prôtôn**. Nếu Mặt Trời được giả thiết là bao gồm toàn là hidrô thì một năng lượng tổng cộng tới $1,19 \cdot 10^{45} \text{ J}$ có thể được tạo ra bằng cách này. Nó lớn hơn 10000 lần năng lượng mà ta đã tính đối với sự co lại bởi hấp dẫn và đủ để cho Mặt Trời phát sáng 100 tỉ năm, lớn hơn nhiều tuổi của hệ Mặt Trời là 4,5 tỉ năm. Đến nay mới chỉ có khoảng một đến hai phần trăm số prôtôn của Mặt Trời đã được biến thành heli. Như vậy, cứ mỗi giây trong suốt 4,5 tỉ năm qua có 5 triệu tấn đã được biến thành bức xạ, nhưng đó chỉ là một phần rất nhỏ của khối lượng Mặt Trời.

Bước đầu tiên trong quá trình tổng hợp các prôtôn để tạo thành heli là phản ứng :



Hình 41-2. Rào thế Coulomb quanh một prôtôn. Nếu prôtôn có thể lại gần một prôtôn khác dưới khoảng 10^{-15}m thì tương tác mạnh có thể giữ được chúng để cùng tham gia vào phản ứng tổng hợp. Theo vật lí cổ điển, để điều này xảy ra, prôtôn phải có năng lượng đủ lớn để vượt qua rào thế Coulomb được vẽ trên hình. Động năng điển hình của các prôtôn trong tâm Mặt Trời thấp hơn nhiều so với năng lượng cần thiết theo cơ học cổ điển U_0 , nên prôtôn sẽ quay lại ở gần giá trị r_q nơi mà động năng của nó trở nên bằng không.

Để cho hai prôtôn phản ứng với nhau, chúng phải đến cách nhau đủ gần để tương tác. Điều đó có nghĩa là chúng phải có năng lượng đủ lớn để thắng được lực đẩy tĩnh điện giữa các điện tích dương của chúng. Hình 41-2 cho thấy thế năng Coulomb đẩy nhau giữa hai prôtôn và thế năng hạt nhân hút nhau mạnh hơn nhiều giữa chúng. Kết hợp hai thế năng này tạo ra một thế năng cực đại U_0 . Theo vật lí cổ điển, để prôtôn chạm nhau và tổng hợp với nhau, chúng phải có năng lượng ít nhất bằng U_0 , nếu không lực đẩy sẽ làm chúng đảo hướng chuyển động để ra xa nhau

trước khi kịp tương tác với nhau. Đối với các prôtôn, các hạt có bán kính cỡ 10^{-15}m , chúng phải có năng lượng là $U_0 = 2,3 \cdot 10^{-13}\text{J}$. Phản ứng này dường như không thể xảy ra ở nhiệt độ tại tâm Mặt Trời là $15 \cdot 10^6\text{K}$ vì động năng chuyển động trung bình

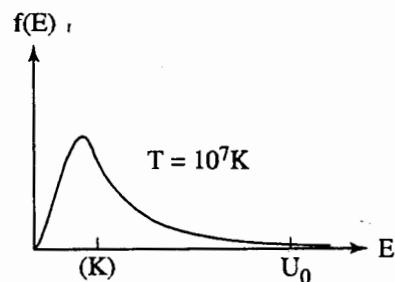
$$\langle K \rangle = \frac{3kT}{2}$$

Năng lượng cần để có phản ứng còn lớn hơn gần 1000 lần.

Tuy nhiên, vì $\langle K \rangle$ là giá trị trung bình, có nhiều prôtôn có năng lượng lớn hơn $\langle K \rangle$. Liệu có đủ nhiều các prôtôn có năng lượng cần thiết không? Bằng cách viết phân bố Maxwell–Boltzmann theo năng lượng E thay vì viết theo tốc độ v ta có được tỉ phần các hạt có năng lượng nằm giữa E và $E + dE$ (bài tập 2) :

$$\frac{f(E)dE}{N} = \frac{2E^{1/2}}{\pi^{1/2}(kT)^{3/2}} e^{-E/kT} dE \quad (41-8)$$

Hình 41-3 vẽ phân bố Maxwell – Boltzmann đối với một khí lí tưởng ở nhiệt độ $T = 10^7\text{K}$



Hình 41-3. Có nhiều hạt có năng lượng lớn hơn động năng trung bình, $\langle K \rangle = \frac{3kT}{2}$, nhưng năng lượng U_0 cần thiết để thắng rào thế Coulomb lớn hơn $\langle K \rangle$ ở 10 triệu độ kenvin nhiều, nên không có một prôtôn nào của Mặt Trời có đủ năng lượng. Hiệu số giữa $\langle K \rangle$ và U_0 không được vẽ theo đúng tỉ lệ : $\langle K \rangle - U_0$ trên thực tế bằng khoảng 1000 $\langle K \rangle$ nên đường cong giảm nhanh hơn nhiều so với hình vẽ.

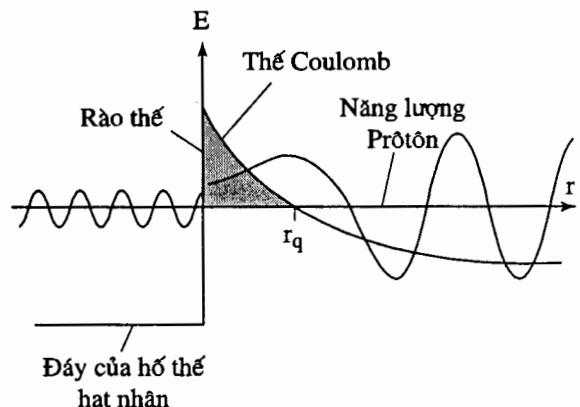
Tỉ phân các hạt thuộc mọi năng lượng có thể vượt qua được rào thế là tích phân của $\frac{[f(E)dE]}{N}$ đối với $E > U_0$. Tích phân này

không thể tính được bằng một biểu thức giải tích, nhưng bằng cách thừa nhận rằng sự phụ thuộc năng lượng chủ yếu do hàm mũ quyết định, ta đặt $E = U_0$ ở thừa số $E^{1/2}$, lúc đó chỉ còn một tích phân đơn giản. Ta có :

$$\int_{U_0}^{\infty} \frac{f(E)dE}{N} = 2 \left(\frac{U_0}{\pi kT} \right)^{1/2} e^{-U_0/kT} \approx 10^{-480} \quad (41-9)$$

Vì chỉ có cỡ 10^{57} prôtônen trên Mặt Trời, nên thực sự là không có một prôtônen nào ($10^{57} \cdot 10^{-480} = 10^{-423}$) có đủ năng lượng vượt rào theo quan niệm cơ học cổ điển. Cho nên ngay cả có tính đến phân bố Maxwell – Boltzmann, thì các phản ứng hạt nhân hình như cũng không thể xảy ra.

Tuy nhiên, khi thảo luận về phân rã anpha ở mục 40-5 ta đã gặp phải tình huống tương tự, và lời giải cũng vẫn như vậy. Ở đó câu hỏi được đặt ra là làm sao hạt nhân có thể giải phóng các hạt anpha có năng lượng nhỏ hơn năng lượng rào thế Coulomb, và câu trả lời là chúng có thể đi qua rào thế bằng hiệu ứng đường hầm trong cơ học lượng tử. Các vùng bị cấm trong cơ học cổ điển lại có thể cho hạt đi xuyên qua trong cơ học lượng tử, mặc dù xác suất xuyên qua giảm theo hàm mũ theo khoảng cách đi vào vùng cấm của cơ học cổ điển (hình 41-4). Khi năng lượng tăng, rào thế phải xuyên qua nhỏ hơn và xác suất tăng theo hàm mũ của năng lượng E. Đối với rào thế Coulomb có thể chứng minh rằng xác suất xuyên rào bằng :



Hình 41-4. Sự xuyên qua rào thế Coulomb. Hàm sóng đi vào rào thế từ bên phải và xuyên qua bên trái ở đó các prôtônen có thể tương tác. Mặc dù theo cơ học cổ điển, prôtônen phải quay lui ở gần r_q , hàm sóng vẫn xuyên qua rào và giảm dần theo hàm mũ ở đó, rồi xuất hiện ở bên trái với một biên độ nhỏ hơn. Hàm sóng giảm dần ít hơn đối với rào thế thấp hơn và hẹp hơn, kết quả là có một hàm sóng ψ lớn hơn ở bên trái. Do đó đối với các năng lượng lớn hơn, xác suất xuyên rào, tỉ lệ với $|\psi|^2$, tăng lên.

$$P_{x.rào} \approx \exp \left[-\frac{4e^2}{(4\pi\epsilon_0)\hbar} \sqrt{\frac{2m_p}{E}} \right] \quad (41-10)$$

đối với năng lượng prôtônen không quá gần với giá trị cao nhất của rào thế. Sự phụ thuộc của hàm mũ vào năng lượng prôtônen E là hiển nhiên, với $P_{x.rào}$ tăng khi E tăng. Phương trình 41-9 là xác suất để năng lượng prôtônen lớn hơn U_0 . Thay U_0 bằng năng lượng prôtônen E cho ta xác suất để prôtônen có năng lượng lớn hơn E. Nhân xác suất này với $P_{x.rào}$ cho ta xác suất $P(E) dE$ để một prôtônen có năng lượng E (hay lớn hơn) có thể xuyên đường hầm để nó va chạm với prôtônen thứ hai (các prôtônen có thực sự phản ứng với nhau không còn tuỳ

thuộc vào các nhân tố khác nữa). Có thể bỏ qua các thừa số nhân vì $E^{1/2}$ thay đổi chậm hơn nhiều so với thừa số hàm mũ.

$$P(E) \approx \exp \left[- \left(\frac{E}{kT} + \frac{4e^2}{(4\pi\epsilon_0)\hbar} \sqrt{\frac{2m_p}{E}} \right) \right]$$

Đặc điểm quan trọng của tích này là nó đạt cực đại ở gần điểm mà ở đó hai thừa số bằng nhau (hình 41-5). Giá trị cực đại của nó đạt được khi hàm \exp cực đại, lấy đạo hàm và cho bằng không ta có :

$$E_d = 2m_p^{1/3} \left(\frac{e^2 k T}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \right)^{2/3} \quad (41-11)$$

Xác suất xuyên rào cực đại là :

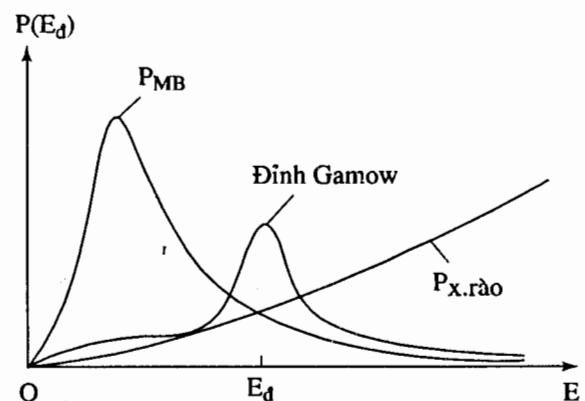
$$P(E_d) \approx \exp \left[-6 \left(\frac{m_p e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 k T} \right)^{1/3} \right]$$

Khối lượng prôtôn m_p trong hai phương trình cuối này được thay bằng $\frac{1}{2}m_p$ để tính tới sự kiện là cả hai prôtôn va chạm đều có thể chuyển động (khối lượng rút gọn, BTNC 1). Cái gọi là **đỉnh (cực đại) Gamow** trên hình 41-5 là khá hẹp, điều đó có nghĩa là chỉ có một dải hẹp năng lượng của prôtôn là tham gia vào các phản ứng. Có rất ít prôtôn ở năng lượng cao hơn năng lượng tại đỉnh, trong khi ở năng lượng thấp hơn đỉnh, xác suất xuyên qua rào thế là bé.

Xác suất $P(E_d)$ là rất nhỏ để có thể cho một tốc độ phản ứng lớn, chừng nào nhiệt độ T chưa đạt tới cỡ $10^6 K$. Khi đám mây bụi "tiền ngôi sao" mới hình thành, nó còn khá lạnh không đủ để phản ứng tổng hợp hidrô có thể xảy ra. Khi đám mây mất năng lượng bằng cách bức xạ ra bên ngoài, định lí Virial chỉ ra rằng nó sẽ co lại và

nhiệt độ T sẽ tăng lên và khi T đạt tới khoảng $10^6 K$, chu trình prôtôn – prôtôn bắt đầu thế chỗ cho một phản ứng lượng bức xạ và quá trình co chậm lại. Mặt Trời sẽ dừng co lại khi nhiệt độ của nó đạt tới giá trị cỡ $15 \cdot 10^6 K$, vì $P(E_d)$ trở nên đủ lớn để quá trình tổng hợp hạt nhân tạo ra một năng lượng bằng với lượng năng lượng bức xạ.

Một ngôi sao phát sáng vì nhiệt độ bên trong nó cao chứ không phải vì các phản ứng hạt nhân. Các phản ứng này bù cho năng lượng được bức xạ ra bên ngoài, vì thế ngôi sao không tiếp tục co lại. Khi các nhiên liệu hạt nhân cạn kiệt, sao lại tiếp tục co lại và sau đó chiếu sáng thậm chí còn mạnh hơn.



Hình 41-5. Đỉnh Gamow. Ở tâm sao, số prôtôn giảm khi E tăng theo phân bố Maxwell – Boltzmann P_{MB} , nhưng xác suất xuyên đường hầm qua rào thế Coulomb tăng. Tích của hai đại lượng này tỉ lệ với số prôtôn có khả năng tham gia phản ứng tổng hợp và tích này đạt tới một đỉnh nhọn như đã vẽ trên hình. Ít có các hạt có năng lượng nhỏ hơn E_d tham gia phản ứng với nhau vì chúng không thể đi qua rào thế Coulomb, và cũng ít có các hạt có năng lượng lớn hơn E_d tham gia phản ứng với nhau vì số hạt có năng lượng cao như thế là rất bé.

41-4. MẶT TRỜI VÀ CÁC SAO KHÁC THUỘC DÃY CHÍNH

Là một sao điển hình thuộc dãy chính, Mặt Trời tổng hợp hiđrô thành heli trong lõi của nó. Trong mục này ta sẽ thấy rằng, việc xác định nhiệt độ và áp suất ở tâm các sao thuộc dãy chính là khá dễ dàng, chỉ cần dựa trên các thông số như khối lượng và bán kính của chúng. Tuy nhiên, làm điều đó đối với Trái Đất lại khó hơn nhiều. Đây là bằng chứng cho thấy tính tương đối đơn giản của các sao.

Nhiệt độ bên trong

Nhiệt độ bề mặt của các sao là quá thấp để xảy ra chu trình prôtôn – prôtôn. Nhiệt độ bề mặt Mặt Trời 5800K là một nhiệt độ khá tiêu biểu. Tuy nhiên, đi sâu vào tâm các sao, nhiệt độ sẽ tăng lên, và nhiệt độ ở tâm là cao nhất (hình 41-6). Điều này là hợp lý vì đám mây bụi tiền sao phải tiếp tục co lại chừng nào nó còn chưa đủ nóng để bắt đầu các phản ứng hạt nhân, và tâm sẽ là nơi nóng nhất vì nó bị co lại nhiều nhất. Ta hãy tính nhiệt độ T_c ở tâm này và khẳng định điều ta đã nói ở mục trước là nhiệt độ ở tâm của Mặt Trời đạt giá trị cỡ $15 \cdot 10^6$ K. Theo định lí Virial :

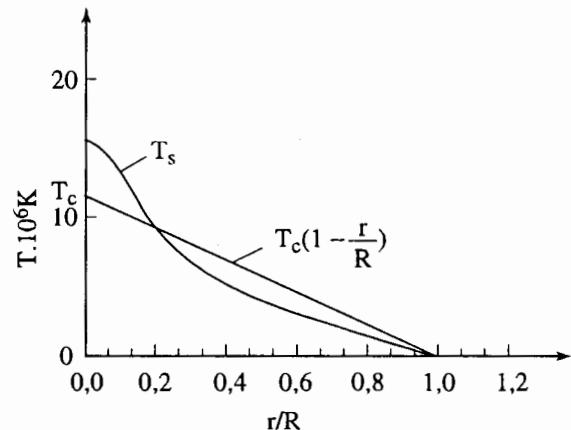
$$2K_{tp} = -U_{tp}$$

Đối với sao có sự phụ thuộc tuyến tính của mật độ khối lượng mà ta đã nêu ra ở trên, K_{tp} và U_{tp} được cho bởi các phương trình 41-4 và 41-7 và định lí Virial trở thành :

$$2\left(\frac{3}{2}Nk\langle T\rangle\right) = -\left(-1,24 \cdot \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}\right)$$

Giải phương trình này tìm $\langle T\rangle$, ta được :

$$\langle T\rangle = \frac{1,24}{5} \frac{GM^2}{NkR} \quad (41-12)$$



Hình 41-6. Nhiệt độ bên trong của Mặt Trời.

Đường cong T_s là phân bố nhiệt độ thực tế bên trong Mặt Trời theo các tính toán hiện đại. Như ta mong đợi, Mặt Trời nóng nhất ở tâm với nhiệt độ 15 triệu độ Kenvin. Đường thẳng là phân bố tuyến tính mà ta sẽ dùng để tính nhiệt độ ở tâm.

Ngôi sao có khối lượng M chứa một số hạt N bằng bao nhiêu ? Các sao chủ yếu gồm hiđrô với một số lượng ít heli cùng các lượng rất nhỏ những nguyên tố nặng hơn. Trừ các vùng bên ngoài nơi có nhiệt độ tương đối thấp, các nguyên tố này hoàn toàn bị ion hóa. Mặc dù chỉ có 90% các hạt nhân trong các sao giống như Mặt Trời là hiđrô, nhưng để cho đơn giản ta sẽ giả thiết rằng ngôi sao chứa 100% hiđrô.

Khi bị ion hóa, hiđrô tách thành hai hạt (électron + prôtôn), cho nên số hạt tổng cộng trong ngôi sao là cỡ $N = \frac{2M}{m_H}$, ở đây m_H là khối lượng của nguyên tử hiđrô. Đối với Mặt Trời, thay vào phương trình 41-12 ta có :

$$\begin{aligned} \langle T\rangle &= \frac{1,24}{10} \frac{m_H GM}{kR} \\ &= 2,9 \cdot 10^6 K \end{aligned} \quad (41-13)$$

$\langle T \rangle$ liên quan tới phân bố nhiệt độ $T(r)$ như thế nào? Giả sử ta muốn tính mật độ khối lượng trung bình $\langle \rho \rangle$ của ngôi sao, khi cho trước mật độ $\rho(r)$ của nó. Theo định nghĩa của mật độ khối lượng trung bình, $\langle \rho \rangle = \frac{M}{V}$.

Song, ta cũng có $M = \int \rho dV$. Kết hợp hai biểu thức trên cho ta $\langle \rho \rangle = \frac{1}{V} \int \rho dV$. Công thức này cũng vẫn đúng cho mọi loại đại lượng trung bình, kể cả nhiệt độ. Do đó, dùng hình 41-7 ta có :

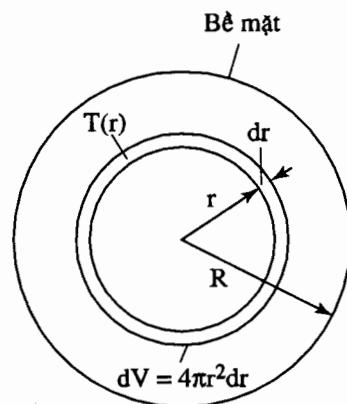
$$\langle T \rangle = \frac{\int T dV}{V} = \frac{\int_0^R T(r) 4\pi r^2 dr}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad (41-14)$$

Với các mục tiêu lúc này, giả thiết là ta không biết phân bố nhiệt độ thực sự, dù cho ta đã biết từ các tính toán chi tiết (hình 41-6). Ta dùng giả thiết đơn giản nhất là T giảm tuyến tính từ nhiệt độ ở tâm T_c tới giá trị không ở bề mặt :

$$T(r) = T_c \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad (41-15)$$

Mặc dù công thức này cho $T = 0K$ trên bề mặt Mặt Trời thay cho giá trị 5800K, song sự khác biệt này không quan trọng vì 5800K chỉ bằng cỡ 0,2 phần trăm của nhiệt độ trung bình ($3.10^6 K$), nên có thể xem như bằng không khi so sánh. Giả thiết này vẫn tốt hơn giả thiết cho rằng T là không đổi. Thay phương trình 41-15 vào phương trình 41-14 ta được hệ thức giữa T_c và $\langle T \rangle$:

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^R T_c \left(1 - \frac{r}{R}\right) 4\pi r^2 dr}{\left(\frac{4}{3}\right)\pi R^3} = \frac{1}{4} T_c$$



Hình 41-7. Để tính $\langle T \rangle$ ta chia ngôi sao thành các lớp đồng tâm và lấy tổng lượng $\frac{TdV}{V}$ từ tâm ra tới mặt ngoài. Tỉ số $\frac{dV}{V}$ là phần thể tích của ngôi sao có nhiệt độ T .

Do đó, đối với Mặt Trời gồm 100% hidrô :

$$T_c = 4 \langle T \rangle = 4 (2.9.10^6 K) \approx 12.10^6 K$$

Đối với thành phần cấu tạo thực sự của Mặt Trời, $T_c = 14.10^6 K$. Giá trị này gần với giá trị được chấp nhận : $T_c = 15.10^6 K$.

Áp suất bên trong

Dễ dàng xác định được áp suất ở tâm các ngôi sao bằng cách dùng biểu thức cho T_c mà ta vừa tính được và định luật $P_c = nkT_c$ cho khí lí tưởng. Mật độ hạt n là :

$$n = \frac{N}{V} = \frac{2M}{\frac{4}{3}\pi R^3 m_H}$$

Do đó :

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{3}{2} \frac{MkT_c}{\pi m_H R^3} \\ &= 3,1.10^{14} N/m^2 = 3,1.10^9 atm \end{aligned}$$

Áp suất ở tâm Mặt Trời lên tới vài tỉ atmophere.

Ta có thể có thêm hiểu biết về vật lí các ngôi sao bằng cách xét áp suất một cách trực tiếp thay vì tính nó từ nhiệt độ bên trong ngôi sao.

Áp suất ở bất kì điểm nào bên trong ngôi sao đúng bằng áp suất cần thiết để nâng cột vật chất ở bên trên nó (hình 41-8) : áp suất P ở đáy của cột nhân với tiết diện ngang của cột phải bằng trọng lượng của khối vật chất nằm trong cột. Rõ ràng, P phải lớn hơn ở gần tâm ngôi sao vì nó phải đỡ một lượng vật chất lớn hơn.

Hình 41-9 vẽ một lớp cầu vô cùng bé có bán kính r và độ dày dr bên trong ngôi sao. Lớp cầu có ba lực tác dụng lên nó : áp suất hướng ra ngoài do vật chất nằm phía trong nó gây ra, áp suất hướng vào trong do vật chất nằm phía ngoài nó gây ra và lực hấp dẫn do khối vật chất nằm bên trong hình cầu bán kính r tác dụng lên nó. Do đó :

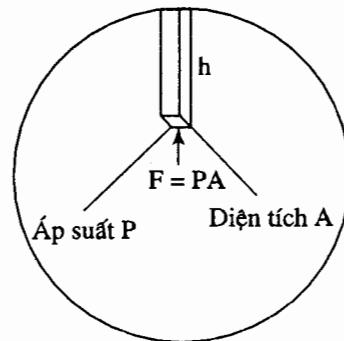
Hợp lực của các áp suất trong = lực hấp dẫn :

$$[P(r) - P(r + dr)]4\pi r^2 = \frac{G(4\pi r^2 dr)\rho(r)m(r)}{r^2}$$

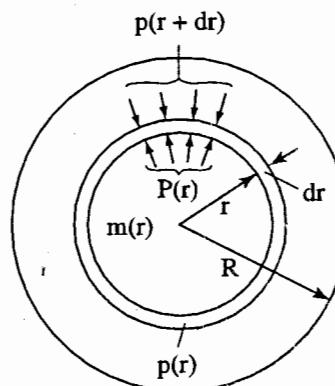
Ở vế phải phương trình này, $m(r)$ là khối lượng tổng cộng bên trong hình cầu bán kính r (phương trình 41-6), $\rho(r)$ là mật độ ở khoảng cách r , và $(4\pi r^2 dr)\rho(r)$ là khối lượng của lớp cầu. Từ định nghĩa $dP = P(r + dr) - P(r)$, ta viết lại phương trình này như sau :

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho(r)m(r)}{r^2} \quad (41-16)$$

Đây là một trong những phương trình cơ bản đối với cấu trúc bên trong của các sao và đơn giản chỉ là mô tả sự cân bằng thuỷ tĩnh. Ta có thể lấy tích phân biểu thức trên từ bề mặt ngôi sao, để xác định áp suất ở bất kì điểm r nào bên trong nó :



Hình 41-8. Áp suất P ở trong ngôi sao phải có đúng giá trị cần thiết để nâng được trọng lượng vật chất của cột nằm trên nó ; nếu không, cột vật chất phải chìm xuống. Áp suất phải tăng theo độ sâu vì nó phải nâng một khối vật chất lớn hơn.



Hình 41-9. Đối với một lớp cầu trong ngôi sao ở trạng thái cân bằng, áp suất tổng cộng trên lớp cầu phải tác dụng một lực hướng ra phía ngoài để giúp cho lớp cầu chống lại được lực hấp dẫn hướng vào phía trong – tức trọng lượng của lớp cầu. Đại lượng $m(r)$ là khối lượng trong hình cầu có bán kính r , và $\rho(r)$ là mật độ khối lượng ở khoảng cách r . Khối lượng của lớp cầu là $4\pi r^2 dr \rho(r)$ sao cho lực hấp dẫn tác dụng lên nó bởi khối lượng $m(r)$ là $Gm(r)4\pi r^2 dr \rho(r)/r^2$. Lực này phải được cân bằng bởi lực do áp suất tổng cộng trên lớp cầu là $[P(r) - P(r + dr)]4\pi r^2$.

$$\int_0^r dP = P(r) - 0 = -G \int_R^r \frac{\rho(r)m(r)}{r^2} dr \quad (41-17)$$

Dùng các biểu thức trên đây của $\rho(r)$ và $m(r)$ (với ρ phụ thuộc tuyến tính vào bán kính như ở mục 41-3) cùng với phương trình 41-17 ta tìm được áp suất ở tâm ngôi sao bằng :

$$P(0) = (1,24) \frac{45}{36\pi} \frac{GM^2}{R^4} \quad (41-18)$$

Áp dụng phương trình 41-18 cho Mặt Trời ta được :

$$P(0) = 5,6 \cdot 10^{14} \text{ N/m}^2 = 5,5 \cdot 10^9 \text{ atm}$$

Kết quả này xấp xỉ bằng giá trị tìm được khi ta dùng định luật khí lí tưởng và T_c . Áp suất ở lõi các sao là rất lớn so với các chuẩn trên Trái Đất. Áp suất cao là cần thiết để tạo ra các mật độ lớn được đòi hỏi để có các tốc độ va chạm hạt nhân đủ lớn.

Thời gian khuếch tán của phôtônn

Nếu các phản ứng hạt nhân trên Mặt Trời đột ngột dừng lại thì nó còn chiếu sáng được trong bao lâu ? Liệu có thể là các phản ứng đã dừng hẳn mà ta không hề hay biết không ? Trái Đất liệu có thể đóng băng trong quãng đời ta đang sống không ?

Đến nay, chắc bạn cũng hiểu rằng đó không phải là những câu hỏi có ý nghĩa. Trước hết, nếu các phản ứng bị dừng lại thì Mặt Trời phải trở nên nóng hơn và thậm chí sáng hơn, chứ không phải là mờ hơn. Cho nên câu hỏi cuối phải đặt lại là, "Liệu Trái Đất có bị thiêu trụi trong quãng đời ta đang sống không ?" và câu hỏi đầu phải là "Ta cần bao nhiêu thời gian để nhận biết được sự tăng độ chói của Mặt Trời ?" Nếu Mặt Trời là trong suốt đối với bức xạ thì một người quan sát trên bề mặt của nó sẽ nhìn thấy một ánh sáng chói sáng hơn sau

cỡ hơn 2 giây, thời gian đủ để ánh sáng đi từ tâm Mặt Trời tới mặt ngoài của nó và chúng ta sẽ nhận biết nó trên Trái Đất sau 8 phút. Nhưng Mặt Trời không trong suốt nên phải mất hàng chục ngàn năm để chúng ta nhận ra rằng lò lửa hạt nhân đã tắt. Làm sao ta có thể chứng minh được điều đó ?

Độ trung là năng lượng do vật phát ra trong một đơn vị thời gian. Độ trung của Mặt Trời có thể được xác định gần đúng bằng hai thừa số : Năng lượng bức xạ toàn phần bên trong Mặt Trời và thời gian trung bình cần để phôtônn rò ra ngoài, hay còn gọi là *thời gian khuếch tán của phôtônn*.

Nói cụ thể hơn :

$$\begin{aligned} \text{Độ trung của Mặt Trời} &\equiv L_S \approx \\ &\approx \frac{\text{Năng lượng phôtônn tổng cộng}}{\text{Thời gian khuếch tán của phôtônn}} \equiv \frac{E_\gamma}{\tau} \end{aligned} \quad (41-19)$$

Độ trung của Mặt Trời xấp xỉ bằng năng lượng phôtônn tổng cộng bên trong Mặt Trời chia cho thời gian cần để phôtônn rò ra ngoài. Nếu các phôtônn rò ra ngoài nhanh, Mặt Trời sẽ sáng. Nếu chúng rò ra ngoài chậm, Mặt Trời sẽ bị mờ. Phương trình trên không chính xác vì thời gian khuếch tán của phôtônn không giống nhau đối với tất cả các phôtônn ; một số phôtônn cần nhiều thời gian hơn các phôtônn khác để đến được bề mặt Mặt Trời.

Giả sử ta dùng phương trình 41-19 để đánh giá τ . Vì ta đã biết độ trung của Mặt Trời, ta chỉ cần tính E_γ . Phương trình 36-1 cho ta năng lượng trung bình của một sóng đứng điện từ có tần số v bên trong một hố (giống như bên trong Mặt Trời) ở nhiệt độ T . Nếu đại lượng này được nhân với số mốt (mode) sóng đứng có tần số nằm giữa

v và $v + dv$ trong đơn vị thể tích, $8\pi v^2 \frac{dv}{c^3}$ (xem mục 36-2), và lấy tích phân trên tất cả các tần số (BTNC 2 ở chương 36), kết quả sẽ là năng lượng bức xạ trong đơn vị thể tích, được gọi là **mật độ năng lượng** $u(T)$:

$$u(T) = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (41-20)$$

Nếu nhiệt độ bên trong của Mặt Trời không đổi thì ta có :

$$\tau \approx \frac{(\text{thể tích của Mặt Trời}) u(T)}{L_S}$$

$$\approx \frac{\left(\frac{4}{3}\right)\pi R^3 \frac{4\sigma}{c} T^4}{L_S}$$

Nhưng vì nhiệt độ của Mặt Trời biến thiên từ $15.10^6 K$ ở tâm đến $5800K$ ở mặt ngoài, nên chưa rõ ta dùng giá trị nào của T trong phương trình này. Nếu ta biết được T biến thiên theo r như thế nào bên trong Mặt Trời, ta có thể lấy tích phân được mật độ năng lượng $u(T)$ theo thể tích Mặt Trời và năng lượng bức xạ tổng cộng :

$$E_\gamma = \int_0^R u(T) 4\pi r^2 dr$$

$$= \int_0^R \frac{4\sigma}{c} T^4(r) 4\pi r^2 dr$$

Năng lượng phôtônen trong lớp cầu bán kính r và bề dày dr là $u(T)4\pi r^2 dr$, và năng lượng tổng cộng là tổng (tích phân) lấy theo tất cả các lớp cầu.

Vẫn dùng sự biến thiên nhiệt độ tuyến tính như ở trên (phương trình 41-15), ta có thể tính được tích phân, kết quả là :

$$E_\gamma = \int_0^R \frac{4\sigma}{c} T_c^4 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^4 4\pi r^2 dr$$

$$= 0,00952 \left(\frac{16\pi\sigma}{c}\right) R^3 T_c^4 \quad (41-21)$$

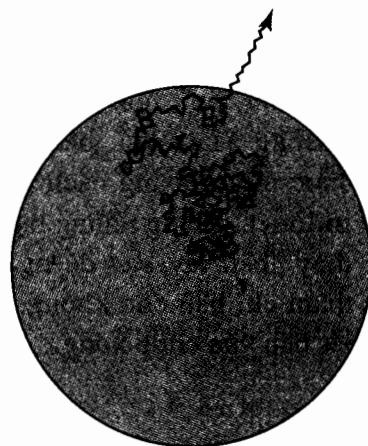
$$= 1,54 \cdot 10^{39} J$$

đối với Mặt Trời có $T_c = 15 \cdot 10^6 K$. Do đó, thời gian khuếch tán đối với Mặt Trời là :

$$\tau \approx \frac{E_\gamma}{L_S} = \frac{1,54 \cdot 10^{39} J}{4 \cdot 10^{26} J/s}$$

$$\approx 3,85 \cdot 10^{12} s = 120000 \text{ năm}$$

Rõ ràng là phôtônen phải đi một quãng đường rất lớn khi nó khuếch tán chậm chạp từ lõi ở tâm ra ngoài (hình 41-10).



Hình 41-10. Đường đi ngẫu nhiên của phôtônen.
Phôtônen được sinh ra trong một phản ứng ở tâm Mặt Trời bị hấp thụ hay tái phát xạ nhiều lần trước khi đi ra khỏi Mặt Trời. Đường đi của nó rất ziczac, do các tản xạ làm cho nó phải đi một khoảng cách gần 100000 năm ánh sáng trước khi thoát được ra ngoài. Về mặt kỹ thuật, phôtônen xuất hiện không phải phôtônen được sinh ra đầu tiên. Chúng ta thực sự cũng chỉ theo dõi được năng lượng của phôtônen ban đầu thôi và thực tế chỉ theo dõi được một nhánh trong số nhiều nhánh, vì năng lượng ban đầu đã được chia sẻ cho nhiều phôtônen.

Thực ra, 120000 năm là thời gian đủ để một phôtôen ở không gian tự do đi được trọn vẹn ngang qua dải Ngân Hà gồm 100 tỉ ngôi sao. Do các va chạm mà thời gian cần để phôtôen thoát ra khỏi Mặt Trời đã tăng từ 2 giây khi đường đi là thẳng lên tới $4 \cdot 10^{12}$ giây, tăng lên tới $2 \cdot 10^{12}$ lần. Khoảng cách mà phôtôen đi được trước khi bị hấp thụ cũng giảm đi chừng ấy lần – từ $7 \cdot 10^8$ m (bán kính Mặt Trời) xuống còn 0,3mm.

Sẽ không đúng nếu nghĩ Mặt Trời như một quả cầu khí, có phần giống như bầu khí quyển Trái Đất, ngoại trừ việc nó rất nóng. Trước hết, hầu như các nguyên tử của Mặt Trời đều bị ion hoá, để thành các hạt nhân trần truồng và các electron. Trạng thái này, được gọi là **plasma**, rất khác với chất khí gồm các hạt trung hoà. Song, bây giờ ta cũng thấy rằng so với bầu khí quyển Trái Đất nó kém trong suốt hơn rất nhiều. Nếu bạn ở bên trong Mặt Trời, bạn sẽ chỉ có thể nhìn được một khoảng cách bằng một phần của milimét. Chẳng những bạn không thể nhìn thấy "bàn tay bạn để ngay trước mặt" mà thậm chí bạn còn không thể nhìn thấy mí mắt bạn vừa chớp xong.

Độ trung

Ta đã thấy việc dùng độ trung của ngôi sao như thế nào để tính thời gian khuếch tán trung bình của phôtôen. Song, liệu ta có thể tính được chính độ trung mà thực sự không cần phải đo nó hay không ? Để làm được việc đó một cách chính xác, cần phải dùng những kiến thức vật lí vượt ra ngoài khuôn khổ của cuốn sách này. Tuy nhiên, ta có thể chứng minh độ trung phụ thuộc vào khối lượng của sao thuộc dãy chính như thế nào ngay cả khi ta không thể tìm được hằng số tỉ lệ.

Chúng ta sẽ tính độ trung bằng cách dùng phương trình 41-19, $L = \frac{E_\gamma}{\tau}$. Trước tiên, ta tính tử số – năng lượng phôtôen của sao – từ phương trình 41-13 và 41-21 :

$$E_\gamma \sim R^3 T_c^4 \sim R^3 \langle T \rangle^4 \\ \sim R^3 \left(\frac{GM}{R} \right)^4 \sim \frac{G^4 M^4}{R} \quad (41-22)$$

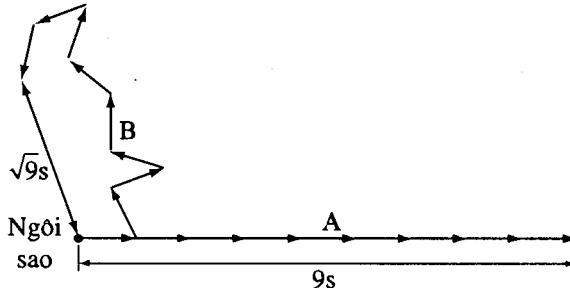
Tiếp đến ta tính thời gian khuếch tán của phôtôen τ một cách trực tiếp. Nó bằng khoảng cách tổng cộng trung bình đi được bởi phôtôen khi thoát khỏi ngôi sao chia cho tốc độ c của phôtôen

$$\tau \approx \frac{\text{Khoảng cách tổng cộng}}{c} \quad (41-23)$$

Ta đã thấy rằng vật chất ở ngôi sao là rất kém trong suốt đối với ánh sáng nên các phôtôen chỉ đi được quãng đường chừng milimét là đã bị tán xạ. Đoạn đường trung bình giữa các lần tán xạ được gọi là **quãng đường tự do trung bình** s. Sau n lần tán xạ, khoảng cách thực sự đi được trung bình D tính từ điểm xuất phát là $D = \sqrt{n} s$. Nếu chuyển động luôn diễn ra theo cùng một hướng ta có $D = ns$ (hình 41-11).

Hiệu số giữa các thừa số \sqrt{n} và n nhân với s là sự khác biệt giữa chuyển động theo đường thẳng và chuyển động ngẫu nhiên trên thực tế. Nếu phôtôen khởi hành từ tâm của ngôi sao (thực tế đúng là như thế vì phần lớn năng lượng được sinh ra trong một lõi tương đối nhỏ), khoảng cách thực sự phôtôen đi được trước khi thoát ra ngoài đúng bằng bán kính ngôi sao R, cho nên $R = D = \sqrt{n} s$. Giải để tìm n, đó là số bước đột hỏi để phôtôen di chuyển ngẫu nhiên ra

$$\text{khỏi ngôi sao, ta được } n = \frac{R^2}{s^2}.$$



Hình 41-11. Trong quỹ đạo A, phôtônen bị tán xạ sau mỗi quãng đường tự do trung bình s, nhưng luôn luôn theo hướng về phía trước, nên quãng đường tổng cộng từ điểm xuất phát sau 9 quãng đường tự do trung bình sẽ là 9s. Trong quỹ đạo B, phôtônen bị tán xạ ngẫu nhiên sau mỗi khoảng cách s và chỉ đi được đoạn $\sqrt{9s} = 3s$ sau cùng một số lần tán xạ. Các phôtônen cá thể có thể đi các khoảng cách lớn hơn hoặc nhỏ hơn tính từ điểm xuất phát, nhưng quỹ đạo B là quỹ đạo trung bình. Khác biệt giữa hai trường hợp trở nên rất lớn khi số bước tăng lên.

Dùng phương trình 41-23 và giá trị của quãng đường tổng cộng mà phôtônen đi được (không phải khoảng cách thực sự đi được tính từ điểm xuất phát) là ns, ta có :

$$\tau = \frac{ns}{c} = \frac{R^2}{s^2} \frac{s}{c} \sim \frac{R^2}{s}$$

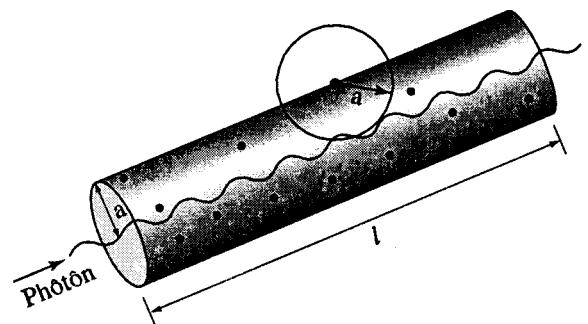
Quãng đường tự do trung bình s phụ thuộc vào vài thửa số, song chỉ có một thửa số liên quan đến các tính chất của sao là mật độ hạt trung bình $\langle \rho \rangle$. Rõ ràng là càng có nhiều hạt trong một đơn vị thể tích, phôtônen càng có cơ hội bị tán xạ lớn hơn. Như vậy s tỉ lệ nghịch với $\langle \rho \rangle$ (hình 41-12). Do đó :

$$\tau \sim R^2 \langle \rho \rangle \sim \frac{R^2 M}{V} \approx \frac{R^2 M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad (41-24)$$

Kết hợp phương trình này với các phương trình 41-19 và 41-22, ta được :

$$L \sim \frac{G^4 M^4 / R}{M/R} \sim G^4 M^3$$

Độ trưng của một sao thuộc dãy chính phụ thuộc mạnh vào khối lượng của nó ($L \sim M^3$). Một sao có khối lượng gấp 10 lần khối lượng của Mặt Trời sẽ sáng gấp 1000 lần Mặt Trời, trong khi đó một sao có khối lượng bằng 10% khối lượng Mặt Trời (các sao có khối lượng nhỏ nhất) sẽ chỉ sáng bằng $\frac{1}{1000}$ độ sáng của Mặt Trời.



Hình 41-12. Quãng đường tự do trung bình tỉ lệ với $\frac{1}{\rho}$. Một phôtônen di theo một hình trụ tưởng tượng chiều dài l và bán kính a – bán kính của các hạt tán xạ. Một hạt như thế được vẽ đúng trên thành của hình trụ : Phôtônen rõ ràng sẽ tán xạ trên bất kỳ một hạt nào mà tâm của nó nằm bên trong hình trụ. Trong hình có vẽ tâm của một vài hạt. Có $\rho V = \rho \pi a^2 l$ hạt bên trong hình trụ, nên phôtônen sẽ đi một quãng đường trung bình $s = \frac{l}{\rho \pi a^2}$ giữa các lần tán xạ. Tất nhiên, hình trụ mà phôtônen chuyển động trong đó sẽ bị bẻ cong mỗi lần phôtônen tán xạ, song cách phân tích vẫn như vậy đối với hình trụ "gây khúc".

Các sao chẳng những có một dải độ trưng rất rộng mà còn có dải thời gian sống thuộc dãy chính cũng rất rộng. Theo trực giác, người ta nghĩ rằng các sao có khối lượng lớn hơn sẽ sống lâu hơn, song thực tế thì lại xảy ra ngược lại. Thời gian sống của sao tỉ lệ với khối lượng có thể "đốt"

được và tỉ lệ nghịch với tốc độ dùng hết khối lượng đó :

$$\text{Thời gian sống} \sim \frac{M}{L} \sim \frac{M}{G^4 M^3} \sim \frac{1}{G^4 M^2}$$

Như vậy, sao có khối lượng càng lớn thời gian sống của nó càng ngắn ($\sim \frac{1}{M^2}$). Mặt

Trời sẽ còn là một sao thuộc dãy chính khoảng 10 tỉ năm nữa, nên một sao có khối lượng gấp 10 khối lượng Mặt Trời sẽ chỉ sống được 100 triệu năm. Mặt khác, các sao có khối lượng nhỏ nhất – chỉ bằng cỡ một phần mười khối lượng Mặt Trời sẽ chiếu sáng hàng tỉ tỉ năm nữa.

Hãy chú ý tới sự phụ thuộc mạnh của độ trung vào luỹ thừa bậc bốn của G. Vào năm 1938 nhà vật lí Paul Dirac đã nêu giả thiết rằng, G phải tỉ lệ nghịch với tuổi của vũ trụ, với ngụ ý rằng G phải giảm theo thời gian. Nếu điều đó đúng, thì thuật ngữ "hàng số hấp dẫn" sẽ không còn đúng nữa.

Năm 1948 Edward Teller chỉ ra rằng, G có giá trị lớn hơn trong quá khứ, có nghĩa là Mặt Trời đã quá sáng để có thể tồn tại cuộc sống trên Trái Đất. Hơn nữa, độ trung lớn hơn ngụ ý thời gian sống của Mặt Trời ngắn hơn. Tuổi của Trái Đất cỡ 5 tỉ năm đặt ra các giới hạn nghiêm ngặt cho việc G có thể thay đổi đến bao nhiêu. Các quan sát khác nhau nhằm phát hiện sự biến thiên của G đều không đem lại kết quả, nên đến nay người ta vẫn cho rằng G không đổi.

Sự tiến hóa của sao sau giai đoạn đốt hidrô

Đời sống của ngôi sao là một cuộc chiến đấu liên tục chống lại sự co lại do hấp dẫn. Khi còn là một sao nguyên thuỷ, nó dùng quá trình co lại khi nhiệt độ ở lõi trở nên đủ lớn để châm ngòi phản ứng tổng hợp hidrô. Các phản ứng tổng hợp cung cấp năng lượng bù lại cho phần năng lượng bị bức xạ ra ngoài, và ngôi sao trở nên ổn định. Tuy nhiên, khi hidrô trong lõi đã cạn kiệt, năng lượng của sao một lần nữa lại bắt đầu giảm. Ngôi sao lại bắt đầu quá trình co lại, và nhiệt độ bên trong của nó lại bắt đầu tăng lên. Ở gần tâm ngôi sao trở nên rất đặc và nóng, nhưng ở phía ngoài thì hình như nở rộng ra và nguội đi. Nó phát sáng chói trong một giai đoạn và nở phồng ra, khi đó nó được gọi là sao kềnh đỏ (còn gọi là sao khổng lồ đỏ). Vật lí các sao kềnh đỏ rất phức tạp nên ta sẽ không khảo sát chúng ở đây ngoại trừ việc nói rằng cuối cùng thì phần nguội bên ngoài của các sao này sẽ bị văng ra xa bỏ lại phía sau nó một lõi đặc và nóng. Nếu khối lượng ban đầu của ngôi sao nhỏ hơn khoảng 8 lần khối lượng Mặt Trời, thì phần còn lại này là một sao lùn trắng. Các ngôi sao có khối lượng còn lớn hơn nữa tạo ra một vụ nổ khổng lồ và kết thúc hoặc trở thành các sao neutron hoặc các lỗ đen. Trong các mục dưới đây ta sẽ khảo sát vật lí các sản phẩm cuối này của các sao.

41-5 SAO LÙN TRẮNG

Ngoại trừ Mặt Trời, ngôi sao sáng nhất trên bầu trời là sao Sirius (Thiên Lang) trong chòm sao Canis Major (Đại Khuyển). Vào đầu thế kỉ XIX, trong khi

quan sát sao này, các nhà thiên văn đã lưu ý tới một chuyển động dao động tới – lui rất nhỏ và chỉ ra rằng nó cùng với một sao đồng hành không nhìn thấy được chuyển

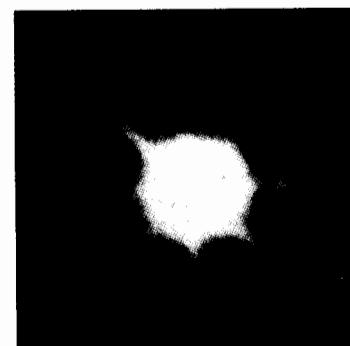
động trên quỹ đạo quanh khối tâm của chúng. Năm 1862, sao đồng hành tức sao Sirius B đã được nhìn thấy lần đầu tiên và người ta phát hiện được đó là một sao rất mờ, mờ hơn Mặt Trời gần 10000 lần. Khối lượng Sirius B đã được đo và thấy gần bằng khối lượng Mặt Trời. Từ phân bố phổ ánh sáng của nó, người ta xác định được nhiệt độ bề mặt Sirius B là 27000K, nóng hơn bề mặt Mặt Trời rất nhiều. Ở khối lượng và nhiệt độ này nó phải phát sáng mạnh hơn sao Sirius, nếu như nó là một sao thuộc dãy chính. Khoảng cách tới Sirius được biết là bằng 8 năm ánh sáng. Từ khoảng cách tới Sirius B và độ chói biểu kiến của nó, các nhà thiên văn đã tính được độ trung của SiriusB. Từ định luật Stefan-Boltzmann, độ trung L của sao bằng diện tích bề mặt của nó nhân với năng lượng bức xạ trong một giây trên một đơn vị diện tích, $L = (4\pi R^2)(\sigma T^4)$. Vì L và T đã biết, các nhà thiên văn có thể tính được bán kính của Sirius B, họ đã tìm được là $0,01R_s$.

Bán kính nhỏ bé của Sirius B làm ta hết sức ngạc nhiên. Vì khối lượng của Sirius B vào cỡ khối lượng Mặt Trời, nên mật độ của nó phải bằng $\frac{1}{(0,01)^3}$ hay 1 triệu lần

lớn hơn. Giá trị tốt nhất tìm được hiện nay là $2,8 \cdot 10^6 \text{ g/cm}^3$. Nghĩa là một mẫu có thể tích 1cm^3 của Sirius B có khối lượng lớn hơn khối lượng một chiếc ôtô.

Ngày nay các nhà thiên văn đã biết nhiều ngôi sao như thế, chúng được gọi là các **sao lùn trắng**. Được gọi là "sao lùn" vì kích thước của chúng nhỏ, chỉ bằng kích thước Trái Đất, và "trắng" vì nhiệt độ cao của chúng nói chung làm chúng ngả sang màu trắng. Làm thế nào có thể hiểu được các sao này ? Ta đã biết rằng các sao trở

nên nóng hơn khi chúng co lại, vậy tại sao các sao lùn trắng lại không thuộc số các sao sáng chói nhất trên bầu trời mà ngược lại chúng thuộc về số các sao mờ nhất ? Theo định lí Virial, nếu các sao lùn trắng có kích thước bằng 1% kích thước Mặt Trời thì bên trong chúng sẽ nóng hơn 100 lần, nghĩa là cỡ một tỉ độ Kelvin. Nhưng vì sao các sao lùn trắng lại dừng co lại và ngừng nóng lên ? Cái gì đã giúp cho các ngôi sao này chống lại sự co lại hơn nữa ? Nhiệt độ bên trong của chúng hầu như không đủ cao để tạo ra áp suất khí cần thiết nhằm cân bằng với áp suất hấp dẫn quá lớn bên trong ; nếu không thể thì chúng đã sáng hơn rất nhiều.



Sao Sirius và sao lùn trắng đồng hành của nó.

Xác định kích thước của các sao lùn trắng nhờ cơ học lượng tử

Vào năm 1926, trong một bài báo có tên "Vật chất đậm đặc" R. H. Fowler đã giải quyết bài toán này nhờ một lí thuyết mới đó là cơ học lượng tử. Ông chỉ ra rằng các sao lùn trắng về căn bản là các kim loại khổng lồ tuân theo vật lí của mẫu electron tự do đối với các chất dẫn điện (mục 39-1). Mẫu này cho phép ta tính được kích thước của sao lùn trắng một cách đơn giản.

Ta biết rằng, phần lớn các electron trong kim loại ở nhiệt độ phòng nằm ở các trạng thái thấp nhất khả dĩ. Do nguyên lí loại trừ

Pauli, chúng không thể tất cả đều ở trạng thái cơ bản, mà phải lấp đầy các trạng thái từ trạng thái cơ bản tới trạng thái có mức năng lượng Fermi. Giống như kim loại, sao lùn trắng có các electron có khả năng tự do chuyển động khắp nơi trong ngôi sao. Thực tế là, tất cả các electron của sao lùn trắng là tự do vì nhiệt độ của sao cao đến nỗi chúng đều bị bứt ra khỏi các hạt nhân. Khi ngôi sao co lại, các electron bị đẩy lại gần nhau hơn. Nếu chúng lại gần nhau ở mức mà nguyên lý loại trừ còn cho phép, chúng sẽ nằm ở trạng thái được gọi là **trạng thái suy biến**. Nếu có sự tụ tập thêm nữa các electron thì khi đó nguyên lý bất định Heisenberg sẽ phát huy tác dụng. Sự tụ tập hạt tăng lên có nghĩa là ô không gian dành cho mỗi electron nhỏ đi (Δx giảm) nên $\Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2\Delta x}$ phải tăng lên.

Thành phần động lượng p_x ít ra cũng phải lớn như phần biến thiên Δp_x , cho nên động năng của electron, $\frac{p^2}{2m_e}$, cũng phải tăng lên. Chính sự tăng này đã làm ngừng quá trình co lại.

Điều này có thể hiểu được tường tận bằng cách viết lại phương trình 39-2, phương trình cho ta các mức năng lượng của hạt (electron) trong một giếng thế năng của sao lùn trắng như sau :

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e V^{2/3}} n^2$$

$$n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$$

Ở đây, m_e là khối lượng electron và V là thể tích của sao lùn trắng. Vì thể tích ngôi sao giảm trong quá trình co lại nên tất cả các mức năng lượng của electron tăng vì thừa số $V^{2/3}$ nằm ở mẫu số. Trong khi sự

co lại được khuyến khích bởi *sự giảm* về thế năng hấp dẫn, thì nó lại bị cản trở bởi *sự tăng* về năng lượng của các electron suy biến. Ở một điểm nào đó trong quá trình co lại, hai hiệu ứng sẽ tạo ra một cực tiểu trong năng lượng tổng cộng, năng lượng hấp dẫn cộng với năng lượng của các electron, và ngôi sao sẽ đạt tới cân bằng. Điều này xác định bán kính của sao lùn trắng.

Chúng ta hãy bắt đầu bằng việc tính năng lượng tổng cộng E_e của N_e electron trong sao lùn trắng bằng cách giả thiết rằng chúng lấp đầy N_e trạng thái thấp nhất. Số electron có năng lượng nằm giữa E và $E + dE$ là $g(E)dE$, với $g(E)$ là mật độ trạng thái (phương trình 39-7) :

$$g(E) = \frac{V(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}$$

Năng lượng tổng cộng của tất cả các electron có năng lượng nằm giữa E và $E + dE$ là :

$$dE_e = Eg(E)dE$$

Cho nên năng lượng tổng cộng của tất cả các electron tìm được bằng cách lấy tích phân theo mọi năng lượng từ không đến năng lượng của trạng thái bị chiếm cao nhất – năng lượng Fermi E_F :

$$E_e = \int_0^{E_F} Eg(E)dE \quad (41-25)$$

$$= \int_0^{E_F} \frac{V(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{3/2} dE$$

$$= \frac{V(2m_e)^{3/2}}{5\pi^2 \hbar^3} \left[\frac{\hbar^2}{2m_e} \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V} \right)^{2/3} \right]^{5/2} \quad (41-26)$$

Ở đây ta đã dùng phương trình 39-9 đổi với E_F .

Ta sẽ viết lại phương trình này theo bán kính R và khối lượng M của sao bằng cách giả thiết rằng sao đã đốt hết tất cả hidrô của nó để biến thành heli. (Ở đó không còn những lượng lớn hidrô vì nó đã được nhanh chóng biến thành heli ở nhiệt độ rất cao ở bên trong ngôi sao). Đối với sao gồm toàn heli, sẽ có $\frac{M}{m_{He}}$ nguyên tử heli

bị ion hoá, với hai electron cho mỗi nguyên tử. Vì $m_{He} \approx 4m_p$, với m_p là khối lượng prôtôn, ta có $N_e = \frac{M}{2m_p}$ electron.

Do đó, năng lượng (động năng) tổng cộng của electron E_e là :

$$E_e = B \frac{M^{5/3}}{R^2} \quad (41-27)$$

ở đây :

$$B = \frac{3}{10} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e (2m_p)^{5/3}}$$

Tổng của năng lượng electron và năng lượng hấp dẫn (phương trình 41-7) là :

$$\begin{aligned} E_{tp} &= E_e + E_g \\ &= \left(B \frac{M^{5/3}}{R^2} \right) - \left(1,24 \cdot \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \right) \end{aligned}$$

Khi ngôi sao co lại, số hạng đầu tăng nhanh hơn số hạng thứ hai, vì thế ở một điểm nào đó năng lượng tổng cộng bắt đầu tăng lên. Sự co dừng lại ở cực tiểu năng lượng (hình 41-13).

Như vậy giá trị cân bằng của bán kính của một sao lùn trắng tìm được bằng cách tìm cực tiểu của E đối với biến R :

$$\frac{\partial E}{\partial R} = -2B \frac{M^{5/3}}{R^3} + 1,24 \cdot \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R^2} = 0$$

Giải phương trình này đối với R cho ta :

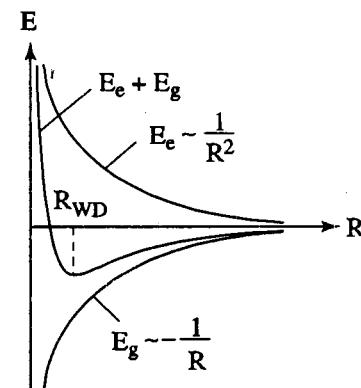
$$R = \frac{1}{9,9} (9\pi)^{2/3} \frac{\hbar^2}{G m_e m_p^{5/3}} \frac{1}{M^{1/3}} \quad (41-28)$$

Phương trình trên có thể được viết đơn giản hơn như sau :

$$R = 5750 \left(\frac{M_s}{M} \right)^{1/3} \text{ km}$$

Dùng $M \approx 1,05 M_s$ đối với sao Sirius B ta tìm được bán kính của nó là 5660km, gần bằng giá trị đo được là 6000km.

Biểu thức này đối với R là rất khác thường, nó nói rằng kích thước của các sao lùn trắng được xác định bởi các nguyên lí của cơ học lượng tử, vì sự có mặt của thừa số \hbar và bởi cường độ của lực hấp dẫn được biểu thị bằng G. Mặt khác, bán kính R còn phụ thuộc vào khối lượng electron, vì nó là một hạt suy biến có mặt để cung cấp áp lực chống lại sự co.



Hình 41-13. Năng lượng hấp dẫn và năng lượng suy biến của một sao lùn trắng. Năng lượng của các electron suy biến tăng như $1/R^2$ khi ngôi sao co lại. Năng lượng riêng hấp dẫn của ngôi sao E_0 được tính ở mục 41-5 giảm như $1/R$ khi ngôi sao co lại. Năng lượng tổng cộng có cực tiểu ở R_{WD} , bán kính cân bằng cuối cùng của sao lùn trắng.

Điều đáng ngạc nhiên là phương trình 41-28 tiên đoán rằng các sao lùn trắng có khối lượng càng lớn thì bán kính lại càng nhỏ, điều này hoàn toàn ngược với tình hình ở các sao giống như Mặt Trời. Đó là do hai loại sao đã có hai cách hoàn toàn khác nhau chống lại lực hấp dẫn. *Mặt Trời dùng áp suất chất khí sinh ra bởi các nhiệt độ cao bên trong ; còn các sao lùn trắng lại dùng áp suất của các electron suy biến.* Nay giờ ta sẽ thấy rằng các sao lùn trắng có khối lượng lớn hơn một giá trị giới hạn nào đó, thì bán kính của nó sẽ không thể tiếp tục giảm một cách từ từ. Thay vào đó, ngôi sao sẽ co lại một cách đột ngột.

Khối lượng cực đại của các sao lùn trắng

Khi tìm mối quan hệ khối lượng – bán kính của các sao lùn trắng (phương trình 41-28) ta đã giả thiết các electron trong những sao này là phi tương đối tính. Liệu giả thiết này có hợp lý không ? Năng lượng của các electron ở mức Fermi được cho bởi phương trình 39-9 :

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(3\pi^2 \frac{N_e}{V} \right)^{2/3} \quad (41-29)$$

Vì $N_e \sim M$ và $V \sim R^3$, khi đó $E_F \sim \frac{M^{4/3}}{R^2}$.

Theo phương trình 41-28, $R \sim M^{-1/3}$ cho nên $E_F \sim M^{4/3}$. Ở một điểm nào đó, khi M tăng, E_F trở nên so sánh được với $m_e c^2$ và cơ học tương đối tính phải được sử dụng.

Ta hãy xét xem điều gì sẽ xảy ra khi ta muốn tìm lại hệ thức khối lượng – bán kính bằng cách xem electron là các hạt tương đối tính. Nếu ta bắt đầu bằng phương trình 41-25, động năng E phải được thay bằng biểu thức tương đối tính của nó. Theo phương trình 35-25 năng

lượng toàn phần của hạt có khối lượng nghỉ m và động lượng p là :

$$E_T = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

và động năng $E = E_T - mc^2$. Đối với các động lượng electron rất lớn – ở đó $pc \gg m_e c^2$, được gọi là *giới hạn siêu tương đối tính* – ta thấy rằng $E \approx E_T \approx pc$.

Mật độ trạng thái được cho bởi phương trình 39-7 không đúng trong vùng tương đối tính, vì nó dùng biểu thức cổ điển đối với động năng $\frac{1}{2}mv^2$. Tuy nhiên, phương trình 41-25 có thể được viết theo mật độ trạng thái $g(p)$ đối với động lượng thay cho $g(E)$ mà không dùng bất kì một hệ thức phi tương đối tính nào (BTNC 2). Trong khi tính E_e , việc lấy tích phân theo E hay p không quan trọng ; chúng ta chỉ lấy tổng theo các trạng thái để có được năng lượng tổng cộng. Vì $g(p)dp$ là số trạng thái có động lượng nằm giữa p và $p+dp$, ta có thể viết :

$$E_e = \int_0^{p_F} E(p)g(p)dp$$

BTNC 2 đã chứng minh rằng :

$$g(p)dp = \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} p^2 dp \quad \text{và}$$

$$p_F = \hbar (3\pi^2 \frac{N_e}{V})^{1/3}$$

ở đây p_F là giá trị động lượng ở mức Fermi. Do đó, dùng $N_e = \frac{M}{2m_p}$ ta có :

$$\begin{aligned} E_e &= \int_0^{p_F} pc \frac{V}{\pi^2 \hbar^3} p^2 dp \\ &= \frac{3}{16} (9\pi)^{1/3} \frac{\hbar c}{m_p^{4/3}} \frac{M^{4/3}}{R} \end{aligned} \quad (41-30)$$

Tổng năng lượng electron và năng lượng hấp dẫn là :

$$E_{tp} = \left[\frac{3}{16}(9\pi)^{1/3} \frac{\hbar c}{m_p^{4/3}} \frac{M^{4/3}}{R} \right] - \left(1,24 \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \right)$$

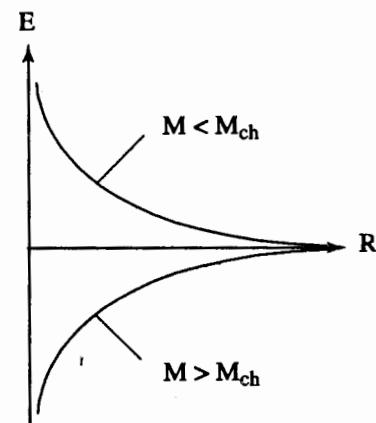
Bây giờ mới xuất hiện điều lạ lùng và không mong muốn. Trong trường hợp phi tương đối tính $E_e \sim \frac{1}{R^2}$ và $E_g \sim \frac{1}{R}$, cho nên năng lượng toàn phần có cực tiểu đối với R . Còn ở đây cả hai số hạng biến đổi như $\frac{1}{R}$ cho nên không có cực tiểu, và không có tinh huống cân bằng. Tuỳ thuộc vào M , E_{tp} sẽ thay đổi hoặc như $\left(-\frac{1}{R}\right)$ hoặc như $+\frac{1}{R}$ (hình 41-14). Giá trị M phân cách hai trường hợp này được xác định bằng cách cho cân bằng các số hạng, ta được :

$$M_{ch} = \frac{3}{64} \left(\frac{5\hbar c}{1,24G} \right)^{3/2} \frac{1}{m_p^2} \approx 1,2M_s \quad (41-31)$$

Tính toán tỉ mỉ hơn cho thấy $M_{ch} = 1,44M_s$. Khối lượng M_{ch} được gọi là **giới hạn Chandrasekhar** theo tên nhà vật lí thiên văn Ấn độ S. Chandrasekhar, người đã phát hiện ra tầm quan trọng của nó và là người đầu tiên tính được giá trị của nó. Phát hiện này là một trong những kết quả quan trọng nhất của thiên văn học các sao.

Trên hình 41-14, nếu $M < M_{ch}$, ngôi sao sẽ tiến triển theo hướng năng lượng giảm

(sang bên phải) ở đường cong trên, và sẽ nở ra. Phương trình 41-29 chứng tỏ rằng năng lượng Fermi giảm khi ngôi sao nở ra. Ở nhiệt độ nào đó các electron sẽ đi ra khỏi vùng siêu tương đối tính, đường cong E vẽ theo r sẽ lại có cực tiểu trở lại, và sao lùn trắng sẽ ổn định ở bán kính này. Tuy nhiên, nếu $M > M_{ch}$, ngôi sao sẽ tiến triển theo hướng năng lượng giảm và bán kính giảm (đường cong dưới trên hình 41-14) và có thêm nhiều electron trở nên tương đối tính. Ngôi sao có khối lượng lớn hơn M_{ch} không dừng sự co lại ở pha sao lùn trắng.



Hình 41-14. Đường cong thể năng lượng đối với các sao có khối lượng cao hơn hoặc thấp hơn khối lượng Chandrasekhar M_{ch} . Vì cả E_e lẫn E_g đều biến thiên như R^{-1} trong giới hạn siêu tương đối tính nên năng lượng tổng cộng cũng biến thiên như thế, kết quả là nó không có điểm cực tiểu. Với $M < M_{ch}$, hệ số là dương (đường cong trên) và ngôi sao sẽ nở rộng cho đến khi nó trở lại miền sao lùn trắng, nơi mà năng lượng lại có điểm cực tiểu. Với $M > M_{ch}$, hệ số là âm, và ngôi sao sẽ di theo đường cong tới bán kính bằng không. Nếu khối lượng không lớn quá, nó sẽ ngừng co lại và tạo thành sao neutron.

41-6. SAO NÔTRON VÀ LỒ ĐEN

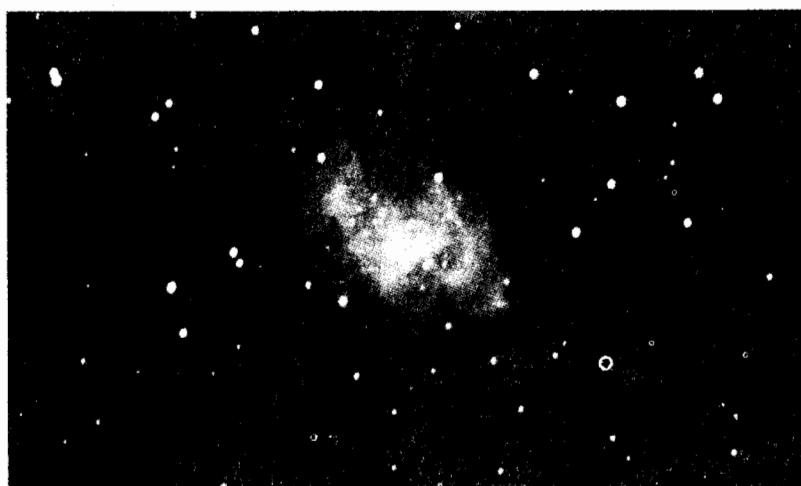
Các sao nôtron là giai đoạn cuối của các sao có khối lượng nằm trong dải từ 8 đến $25M_s$ khi chúng đầu tiên thuộc dãy chính với tư cách là các sao đốt hiđrô.

Sự hình thành của các sao nôtron

Trong những năm gần đây người ta mới thấy rõ được là các sao đã mất rất nhiều khối lượng trước khi tới được tuổi già. Mặt Trời hiện đang mất khối lượng thông qua gió Mặt Trời. Những sao kềnh đỏ mất khối lượng với các tốc độ cao hơn nhiều vì các lớp ngoài của chúng liên kết yếu, trong khi các sao siêu mới mất một phần đáng kể khối lượng khi chúng nổ. Kết quả của tất cả các sự mất khối lượng này là sao cuối cùng có khối lượng thấp hơn rất nhiều so với sao ban đầu. Chẳng hạn, Mặt Trời sẽ trở thành một sao lùn trăng có khối lượng từ 0,5 đến $0,6M_s$ khi mất một nửa khối lượng của nó trong cuộc đời tồn tại của mình. Ngôi sao có khối lượng ban đầu là $12M_s$ sẽ kết thúc bằng một sao nôtron có khối lượng $1,3M_s$. Hầu như chắc chắn là *tất cả các sao trong dải khối lượng từ 8*

đến $25M_s$ sẽ trở thành các sao siêu mới như một khúc dạo đầu đầy kịch tính để rồi an bài là *các sao nôtron*. Vì sao các ngôi sao này lại trở thành các sao siêu mới mà không vứt bỏ một cách êm ái các lớp ngoài của mình để trở thành các sao lùn trăng?

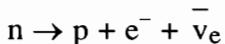
Khi hiđrô bị cạn kiệt ở tâm một ngôi sao có khối lượng lớn, để lại một lõi heli, các phản ứng tổng hợp hiđrô cũng dừng, và ngôi sao lại tiếp tục quá trình co lại của mình. Định lí Virial đòi hỏi rằng, khi ngôi sao đang co lại, nhiệt độ bên trong của nó tăng lên. Cuối cùng thì lõi sao đủ nóng (cỡ 10^9K) để khởi phát phản ứng tổng hợp heli, tạo ra ^{12}C trong đó ba hạt nhân heli kết hợp với nhau cùng một lúc. Các sao có khối lượng lớn hơn giới hạn Chandrasekhar $1,44M_s$ nhiệt độ sẽ tăng lên đủ để làm tổng hợp các nguyên tố nhẹ cho tới nguyên tố sắt, với sự tạm dừng ở mỗi giai đoạn tổng hợp nhiệt hạch mới. Những thay đổi này diễn ra ở các ngôi sao có khối lượng ban đầu cỡ $8M_s$ hay lớn hơn.



Pulsar Crab

Khi lõi sắt được hình thành, quá trình tổng hợp nhiệt hạch kết thúc vì sắt là một hạt nhân bền (mục 40-2) : năng lượng liên kết trên một nuclôn đối với ^{56}Fe lớn hơn so với các loại hạt nhân khác. Đối với sắt, để tổng hợp với các nguyên tố khác tạo thành các hạt nhân nặng hơn nữa đòi hỏi phải có *sự hấp thụ năng lượng*, cho nên sự co lại thêm của lõi không thể dừng lại bằng cách khởi phát các phản ứng phụ xảy ra bất luận lõi sao trở nên nóng như thế nào. Sự tổng hợp sắt sẽ làm *người* lõi hơn là duy trì nhiệt độ của nó, và sự co lại của sao diễn ra thậm chí còn nhanh hơn cả khi không có các phản ứng như thế. Do đó lõi sao co lại nhanh chóng, vượt qua rất nhanh giai đoạn sao lùn trắng vì khối lượng của sao lớn hơn khối lượng giới hạn Chandrasekhar, trong khi các lớp vỏ ngoài của nó đã bị văng ra trong vụ nổ sao siêu mới.

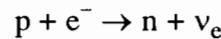
Đối với các electron liệu chúng có vi phạm nguyên lí loại trừ Pauli khi lõi sao trở nên nhỏ hơn kích thước mà nguyên lí loại trừ cho phép ? Không, thay vào đó chúng kết hợp với các protôn trong hạt nhân để tạo thành các neutron. Trong không gian tự do, các neutron phân rã thành protôn theo phản ứng :



với chu kỳ bán rã là 15 phút. Phân rã này khả dĩ về mặt năng lượng vì khối lượng của neutron, protôn và electron lần lượt là $939,67\text{MeV}/c^2$, $938,28\text{MeV}/c^2$ và $0,51\text{MeV}/c^2$ (bảng 40-2) ; Khối lượng của neutron lớn hơn tổng khối lượng của protôn và electron.

(Phản neutron $\bar{\nu}_e$ có khối lượng bằng hoặc gần bằng không nên nó không hạn chế các năng lượng phản ứng.) Ngược lại, protôn không thể phân rã thành neutron và pôzitron vì sự bảo toàn năng lượng bị vi phạm, nhưng nếu electron và protôn có đủ năng

lượng thì *sự phân rã beta ngược* là có thể xảy ra :



Ở kích thước nhỏ của lõi sắt đang co lại, các electron Fermi có đủ năng lượng và chúng kết hợp với các protôn để tạo ra các neutron. Bằng cách này, hầu hết các electron và protôn biến thành neutron, tạo ra một lõi bao gồm chủ yếu là các neutron do đó mà có tên là sao neutron.

Kích thước của các sao neutron

Giống như các sao lùn trắng, bán kính của các sao neutron được xác định bởi cơ học lượng tử nhưng trong trường hợp này hạt suy biến là neutron. Trong khi các neutron vẫn tuân theo nguyên lí loại trừ (mục 39-2), chúng không là các hạt tương đối tính ở các bán kính sao lùn trắng vì khối lượng neutron lớn khoảng 2000 lần khối lượng electron. Để các neutron trở thành các hạt tương đối tính, mật độ neutron cần lớn gấp 80000 lần mật độ electron (bài tập 16).

Ta có thể tìm được hệ thức khối lượng – bán kính đối với các sao neutron giống như ta đã làm đối với các sao lùn trắng. Thực ra, ta vẫn dùng cùng một biểu thức (phương trình 41-28), song thay khối lượng electron bằng khối lượng neutron m_n và lấy $N_n = \frac{M}{m_n}$ cho số neutron chứ không dùng $N_e = \frac{M}{2m_p}$. Điều này cho ta bán kính

R của sao neutron là :

$$R = \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{1,24Gm_n^{8/3}} M^{-1/3} \quad (41-32)$$

$$= 9,9 \left(\frac{M_s}{M}\right)^{1/3} \text{km}$$

Phương trình đơn giản này đối với bán kính sao nôtron biểu thị một trong các sự kiện gây kinh ngạc thực sự về vũ trụ. Thật vậy, nếu khối lượng bằng giới hạn Chandrasekhar của sao lùn trăng ($1,44M_s$) được đặt vào phương trình này, bán kính được tìm ra là 8,8km, chỉ bằng cỡ quy mô của một thành phố. Kết quả này ngụ ý rằng mật độ khối lượng phải bằng $1,0 \cdot 10^{18} \text{ kg/m}^3$. Con số này lớn kinh khủng : 1cm^3 chất lỏng của vật chất trên sao nôtron có khối lượng lớn hơn khối lượng toàn bộ dân cư trên Trái Đất gồm 6 tỉ người.

Ở mục 40-1 ta đã chứng minh rằng hạt nhân nguyên tử có mật độ khối lượng cỡ $3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Nay giờ ta thấy rằng mật độ sao nôtron so sánh được với mật độ hạt nhân. Sao nôtron có thể được xem là một hạt nhân khổng lồ với số khối là 10^{57} . Một cách tương tự, các sao lùn trăng có thể xem như các khối kim loại khổng lồ nhưng được nén đến các mật độ rất cao bằng trường hấp dẫn. Hấp dẫn không có hiệu quả đến như vậy trong việc nén các sao nôtron vì lực hạt nhân có một sức đẩy rất mạnh ở vùng kích thước cực nhỏ như một lõi cứng có tác dụng chống lại sự tụ tập quá gần nhau của các hạt nhân. Vì các electron không có một lõi cứng, cho nên lực hấp dẫn có thể nén các sao lùn trăng tới mật độ vượt xa các mật độ kim loại bình thường.

Trường hấp dẫn g ở bề mặt của sao nôtron rất lớn. Từ phương trình 5-8 (Tập một), độ lớn trường hấp dẫn trên mặt của một ngôi sao hay một hành tinh là :

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{M}{M_e} \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 \frac{GM_e}{R_e^2}$$

$$= \frac{M}{M_e} \left(\frac{R_e}{R} \right)^2 g_e$$

ở đây M và R lần lượt là khối lượng và bán kính của sao (hoặc hành tinh), M_e và R_e là các đại lượng tương ứng của Trái Đất và g_e là trường hấp dẫn ở trên mặt Trái Đất. Đối với sao nôtron điển hình của chúng ta, $g = 3 \cdot 10^{11} g_e$, tức là gấp 300 tỉ lần trường hấp dẫn của Trái Đất. Một lần nữa, số này quá lớn để có thể trở nên có nghĩa. Thật vậy một đồng xu nặng 3g rơi từ độ cao 1m sẽ đập vào bê mặt ngôi sao với một động năng là $mgh = 9 \cdot 10^9 \text{ J}$, đúng bằng năng lượng được giải phóng bởi 227kg chất nổ TNT. Thậm chí ánh sáng cũng chỉ vừa đủ sức thoát khỏi bê mặt như thế. Tốc độ thoát bằng 70% tốc độ ánh sáng trong chân không. Người ta tự hỏi điều gì sẽ xảy ra nếu ngôi sao lại co thêm chút nữa. Ta sẽ xét khả năng ấy ở cuối mục này.

Sự phát hiện các sao nôtron

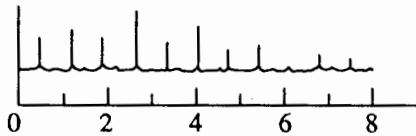
Với các tính chất lạ lùng như thế, nên chẳng có gì đáng ngạc nhiên là các nhà thiên văn gần như đã không quan tâm gì đến các sao nôtron trong suốt 30 năm sau khi chúng được tiên đoán bằng lí thuyết.

Năm 1967, Jocelyn Bell và Anthony Hewish đã khám phá ra pulsar (viết tắt của cụm từ tiếng Anh *pulsating star*, có nghĩa là *sao có mạch đập*) đầu tiên, một thiên thể phát ra các xung sóng vô tuyến rất đều như mạch đập của tim cứ 1,377 giây một lần.

Các xung đều đến mức mới đầu họ nghĩ rằng đây có thể là các tín hiệu từ một cơ quan tình báo ngoài Trái Đất phát đi, và họ đã kìm việc thông báo đến mấy tuần lễ cho tới khi loại bỏ khả năng này. Cuối cùng, các pulsar khác đã được phát hiện với chu kì 1,5ms đến vài giây (hình 41-15).

Để giải thích các xung nhanh này, các nhà thiên văn nghĩ rằng nguồn phát ra chúng có thể là một ngôi sao cùng với sao đồng hành cùng quay gần nhau trên quỹ đạo,

chu kì xung bằng cách nào đó có liên quan chặt chẽ với chu kì quỹ đạo. Một ngôi sao giống như Mặt Trời không thể phát ra các chu kì ngắn như vậy. Đối với một vật thể quay quanh Mặt Trời, chu kì quỹ đạo T sẽ là ngắn nhất nếu nó ở đúng trên bề mặt Mặt Trời. Dễ dàng chứng minh rằng *chu kì đối với quỹ đạo sát bề mặt chỉ phụ thuộc vào mật độ khối lượng của thiên thể ở tâm quỹ đạo* (bài tập 17) : $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$.



Hình 41-15. Biểu đồ ghi lại một trong các pulsar được phát hiện đầu tiên, PSR0329+54. Các xung thay đổi về cường độ và đôi khi bị mất hoàn toàn, song lại trở lại đồng bộ như trước. Thời gian trung bình giữa các xung có thể được đánh giá từ biểu đồ và bằng 0,714s

Điều đó có nghĩa là chẳng hạn một vệ tinh trên quỹ đạo thấp của Trái Đất và một viên đạn chỉ trên quỹ đạo gần, quanh một quả cầu bia có cùng mật độ với Trái Đất ($5,5\text{g/cm}^3$) sẽ có cùng chu kì quỹ đạo, cỡ 85 phút. Vì mật độ trung bình của Mặt Trời nhỏ hơn mật độ của Trái Đất, chu kì quỹ đạo ngắn nhất phải lớn hơn 85 phút và lớn hơn nhiều so với 1,5ms. Vì chu kì phụ thuộc vào nghịch đảo của $\sqrt{\rho}$, nên cần phải có mật độ lớn hơn nhiều. Vậy một sao

lùn trắng (có mật độ rất lớn) có thể là một pulsar được không? Các nhà thiên văn thấy rằng đối với Sirius B, một vệ tinh quỹ đạo thấp sẽ phải có chu kì chỉ độ 7,1s, giá trị này vẫn còn quá lớn để giải thích các chu kì của pulsar.

Có một ý tưởng khác cho rằng pulsar có thể là một *ngôi sao quay nhanh với một vết sáng trên bề mặt*. Khi vết sáng quay mặt về phía Trái Đất, ta sẽ bắt được xung. Song sao Sirius B cùng các sao tương tự khác phải bay tách xa nhau nếu chúng quay nhanh hơn một vòng trong 7,1s. Vật chất trên bề mặt sao được giữ lại ở đó nhờ lực hấp dẫn, cho nên nếu sao Sirius B quay một vòng hết đúng 7,1s thì vật chất trên bề mặt thực tế vẫn phải nằm trên cùng quỹ đạo. Nhưng nếu nó quay nhanh hơn thế, lực hấp dẫn không thể đủ sức giữ nó tại chỗ nữa, do đó pulsar cũng không phải là sao lùn trắng quay.

Bằng các phân tích và loại trừ dần, các nhà thiên văn đã kết luận là *các pulsar chỉ có thể là các sao neutron quay*; vì mật độ khối lượng ρ rất lớn, còn lớn hơn cả sao lùn trắng. Trong quá trình quay, sao neutron phát ra bức xạ chia thành hai chùm sáng, mỗi lần một trong hai chùm sáng đó gấp Trái Đất, các kính thiên văn đều thu được tín hiệu rất ngắn và được lặp lại rất đều đặn, dường như ngôi sao có mạch đập. Cũng trong quá trình quay các sao neutron mất dần năng lượng dưới dạng bức xạ và do đó đang quay chậm dần lại.

VÍ DỤ 41-1

Mật độ cần có cho một pulsar $\frac{1}{30}\text{s}$. Pulsar nổi tiếng nhất là pulsar trong tinh vân Crab (con cua). Nó có chu kì $\frac{1}{30}\text{s}$. Tìm mật độ nhỏ nhất để phù hợp với tần số quay 30 lần trong một giây của nó.

Giải. Ta có thể áp dụng biểu thức $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ để xác định chu kì giới hạn đối với chuyển động quay cũng như đối với chuyển động trên quỹ đạo. Vì ta biết chu kì quỹ đạo của bề mặt Trái Đất là 84,6 phút = 5076s, nên sẽ rất hữu ích nếu ta viết lại biểu thức của T như sau :

$$T = (5076s) \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho}}$$

ở đây ρ_e là mật độ trung bình của Trái Đất. Giải biểu thức này để tìm ρ ta được :

$$\begin{aligned} \rho &= \left(\frac{5076s}{T} \right)^2 \rho_e \\ &\approx 1,26 \cdot 10^{14} \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

ở đây $T = \frac{1}{30}$ s và $\rho_e = 5490 \text{ kg/m}^3$. Giá trị này lớn hơn mật độ của sao lùn trắng rất nhiều, song nhỏ hơn mật độ của các sao neutron. Sao này có thể là một sao neutron song lại quá đặc để là một sao lùn trắng.

Bài tự kiểm tra 41-1

Tính chu kì quay tối thiểu của sao Sirius B bằng cách dùng mật độ trung bình của nó là $2,8 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^3$.

Đáp số : 7,1s.

Nguồn gốc năng lượng của các sao neutron

Tinh vân Crab hâu như chắc chắn là đối tượng nằm ngoài hệ Mặt Trời được nghiên cứu tỉ mỉ nhất. Pulsar ở gần tinh vân và tắt bật 30 lần trong một giây. Ngôi sao này là dấu vết còn lại của sao siêu mới 1054A.D đã tạo ra tinh vân và ngày nay nó được biết là một sao neutron. Một trong những sự kiện khó hiểu về tinh vân Crab là nguồn năng lượng để nó luôn phát sáng. Nó bức xạ một dải rộng các bước sóng từ các sóng vô tuyến đến các tia X và năng lượng tổng cộng bức xạ trong một giây đã đo được lên tới $3 \cdot 10^{31} \text{ W}$. Độ trung của Mặt Trời chỉ là $4 \cdot 10^{26} \text{ W}$, nên tinh vân Crab bức xạ với tốc độ lớn hơn tốc độ bức

xạ của Mặt Trời gần 100000 lần. Nghịch lý là ở chỗ ngôi sao ở tâm tinh vân nhìn mờ hơn nhiều so với Mặt Trời. Toàn bộ năng lượng đó từ đâu mà có ?

Chìa khoá cho câu trả lời được tìm ra khi quan sát thấy chu kì của pulsar Crab đang tăng lên (dài thêm lên) với tốc độ $\frac{dT}{dt} = 1,3 \mu\text{s/năm}$. Điều này gợi ý cho ta là năng lượng quay của ngôi sao đang biến thành bức xạ. Có thể tính được năng lượng quay bằng cách dùng phương trình 8-15 và bảng 8-2 (Tập một) :

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} M R^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{5} M R^2 \omega^2 \quad (41-33)$$

ở đây M và R là khối lượng và bán kính của sao neutron và ta giả thiết ngôi sao có mật độ đều. Tần số góc của pulsar Crab là $\omega = \frac{2\pi}{0,033s} = 190s^{-1}$. Đối với $M = 1,44M_s$, năng lượng quay một ngày hiện nay là $1,6 \cdot 10^{42}J$, bằng năng lượng Mặt Trời bức xạ trong 130 triệu năm và là năng lượng quay đủ để tiếp tục cung cấp năng lượng cho tinh vân Crab bức xạ với tốc độ hiện nay trong 1700 năm. Vì tinh vân Crab có tuổi cỡ 940 năm, nên có thể tin được rằng nguồn năng lượng của nó là năng lượng quay của pulsar.

Gây ấn tượng không kém là sự kiện tốc độ giảm năng lượng quay của pulsar bằng tốc độ bức xạ năng lượng bởi tinh vân. Tốc độ giảm này có thể tính được bằng cách lấy đạo hàm phương trình 41-33 theo thời gian :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{2}{5} MR^2 \omega \frac{d\omega}{dt} \quad (41-34)$$

Ta tính $\frac{d\omega}{dt}$ bằng cách lấy đạo hàm của

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ theo thời gian. Kết quả cho ta :

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\omega^2}{2\pi} \frac{dT}{dt} \\ &= -\frac{(190s^{-1})^2}{2\pi} \left(1,3 \cdot 10^{-6} \frac{s}{năm} \right) \frac{1}{3,16 \cdot 10^7 s} \\ &= -2,4 \cdot 10^{-9} s^{-1} \end{aligned}$$

Thay kết quả này vào phương trình 41-34, ta được $\frac{dK}{dt} = -4 \cdot 10^{31} W$. Giá trị này rất

gần với độ trung đo được của tinh vân Crab $3 \cdot 10^{31} W$.

Pulsar Crab đã có được năng lượng quay lớn như vậy ở đâu ? Câu trả lời là "năng lượng có từ sự bảo toàn momen động lượng". Hiệu ứng này giống như một nghệ sĩ trượt băng thu các cánh tay và chân của mình về gần trực quay để có thể quay nhanh hơn. Cô ta đã giảm momen quán tính của mình nên tốc độ góc của cô phải tăng lên để giữ cho momen động lượng bản thân không đổi. Dùng hệ thức $L = I\omega = \text{hằng số}$, ta có :

$$I_2 \omega_2 = I_1 \omega_1$$

ở đây các chỉ số 1 và 2 chỉ các giá trị đầu và cuối. Vì $I = \left(\frac{2}{5}\right) MR^2$ nên :

$$\frac{2}{5} MR_2^2 \omega_2 = \frac{2}{5} MR_1^2 \omega_1$$

suy ra :

$$\omega_2 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \omega_1 = 2,3 \cdot 10^4 s^{-1}$$

ở đây ta đã giả thiết chu kì quay ban đầu là 5 ngày và bán kính lõi ban đầu của pulsar bằng $0,5R_s$. Sao neutron chỉ còn cỡ 10% khối lượng sao nguyên thuỷ có bán kính cỡ $0,5R_s$ trước khi bắt đầu co lại. Giá trị này của ω_2 ứng với chu kì 0,3ms, gần với chu kì pulsar đã được biết nhanh nhất là 1,5ms.

VÍ DỤ 41-2

Nguồn năng lượng quay của sao neutron. Tinh vân Crab bắt đầu như là lõi của một sao thuộc dãy chính, có khối lượng $15M_s$, và bây giờ là một sao neutron quay nhanh. Tính thế năng hấp dẫn đã được giải phóng trong quá trình co lại. Dựa vào cùng những giả thiết đã được dùng khi tính sự tăng trong tốc độ quay : khối lượng = $1,44M_s$, $R_1 = 0,5R_s$ đối với lõi ban đầu và $R_2 = 8,8\text{km}$ đối với sao neutron. Giả thiết mật độ không đổi.

Giải. Theo phương trình 41-7, thế năng hấp dẫn của một phân bố khối lượng cầu đồng đều là $U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$. Do đó độ giảm của U là :

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{3}{5} GM^2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$
$$= 3,4 \cdot 10^{46} \text{J}$$

Lượng này bằng hai lần năng lượng quay của một sao mới hình thành ($1,9 \cdot 10^{46} \text{J}$, bài tập 19). Chúng ta thấy rằng năng lượng hấp dẫn của các sao co lại sẽ chuyển thành năng lượng bức xạ và nội năng nếu không có chuyển động quay ; còn nếu có momen động lượng ban đầu, phần lớn nó sẽ chuyển thành năng lượng quay, một dạng khác của động năng.

Khối lượng cực đại của các sao neutron

Biểu thức cho khối lượng Chandrasekhar, phương trình 41-31, không chứa khối lượng của electron, nên phạm vi sử dụng của nó không chỉ giới hạn cho các sao lùn trắng. Suy luận tương tự cho các neutron là các hạt suy biến sẽ cho cùng một công thức. Tuy nhiên, lần này cách suy diễn phải đưa vào các hiệu ứng của lực đẩy mạnh giữa các neutron khi chúng lại rất gần nhau. Bản chất của lực này hiện chưa được biết rõ, đặc biệt đối với các khoảng cách rất bé, nên giới hạn khối lượng đối với các sao neutron không được chắc chắn như đối với các sao lùn trắng.Thêm vào đó, trường hấp dẫn của một sao neutron cực kỳ mạnh, đến mức phải dùng lí thuyết tương đối rộng để phân tích. Sự biến dạng mạnh của không – thời gian gần sao neutron cũng góp phần quan trọng trong việc xác định khối lượng giới hạn. Tuy nhiên, các

lập luận lí thuyết khá tổng quát chỉ ra rằng, giới hạn khối lượng của sao neutron là nhỏ hơn $3M_s$ và rất có thể là nằm trong khoảng từ 2 đến $3M_s$. Nếu khối lượng ngôi sao vượt quá giới hạn này, cả sự suy biến neutron lẫn lực đẩy mạnh cũng không đủ sức chặn đứng quá trình co lại, và ngôi sao sẽ tiếp tục vượt qua giai đoạn sao neutron để trở thành lỗ đen.

Các lỗ đen

Các lỗ đen thuộc số các vật thể kì lạ nhất được khoa học biết tới. Để hiểu đúng vật lí các lỗ đen ta phải nắm vững lí thuyết tương đối rộng và điều này vượt ra khỏi giáo trình Vật lí đại cương.

Đặc tính nổi bật của các lỗ đen là không có gì có thể thoát ra khỏi chúng, ngay cả ánh sáng. Chúng ta biết rằng tốc độ thoát ra khỏi một hành tinh hay một ngôi sao (còn được

gọi là tốc độ vũ trụ cấp II) được cho bởi $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, ở đây M và R lần lượt là khối lượng và bán kính của hành tinh (phương trình 6.26, Tập một) Đối với một giá trị M cho trước, v_e trở nên lớn không có giới hạn khi R tiến đến không. Ở một điểm nào đó, ta mong đợi rằng tốc độ thoát sẽ bằng tốc độ c của ánh sáng và ánh sáng không thể thoát được. Vì không gì có thể đi nhanh hơn ánh sáng, nên cũng không có gì có thể thoát được. Vì vậy, nếu cho v_e bằng c, ta có thể tìm được "kích thước" của một lỗ đen không quay. Kích thước này được gọi là bán kính Schwarzschild, R_{SR} :

$$R_{SR} = \frac{2GM}{c^2} = (3,0\text{km}) \frac{M}{M_s} \quad (41-35)$$

Đây là một kết quả "ăn may" vì việc tìm chính xác nó phải dùng đến lí thuyết tương đối rộng. Với ngôi sao có khối lượng $2M_s$, bán kính Schwarzschild là 6km, không nhỏ hơn là mấy so với một sao neutron có khối lượng ở giới hạn Chandrasekhar của sao lùn trắng (9km). Sao neutron hầu như là một lỗ đen.

Đối với một người quan sát đứng ngoài, một ngôi sao đường như mipsis co lại thành một lỗ đen. Lí thuyết tương đối rộng chứng tỏ rằng thời gian đi chậm lại trong một trường hấp dẫn. Khi bề mặt sao tiến gần đến bán kính Schwarzschild, thời gian trôi ngày càng chậm hơn nên bề mặt sao không bao giờ biến mất ; nó chỉ trở nên mờ hơn và đỏ hơn, "đỏ hơn" vì các đồng hồ nguyên tử nơi phát ra ánh sáng cũng chạy chậm lại, tạo ra tần số thấp hơn.

Nếu có một người quan sát gọi là "Người sao" đứng trên bề mặt ngôi sao và tụt

xuống cùng với nó thì anh ta sẽ cảm thấy một cái gì đó hoàn toàn khác. Với anh ta, sự co lại sẽ xảy ra trong thời gian ngắn hơn một miligiây (xem bài tập 20). Và cũng nhanh đúng như thế anh ta sẽ bị ép tới một mật độ lớn không tưởng tượng nổi, có thể lớn đến vô hạn. Một người quan sát đứng ngoài không nhận thấy điều này, vì không có một tia sáng nào từ sự kiện đó có thể thoát ra được ngoài. Cái mà người quan sát đó sẽ nhận thấy là "người sao" nói trên đây bị kéo giãn ra thành một sợi dây mảnh, vì có sự khác biệt rất lớn giữa các lực tác dụng lên đầu và lên chân anh ta (xem BTNC 3). Lực hấp dẫn sẽ hút từ trên xuống tất cả các bộ phận thân thể anh ta, song chân sẽ bị hút mạnh hơn đầu. Hiệu của hai lực này có thể lên tới gần 200000 tấn.

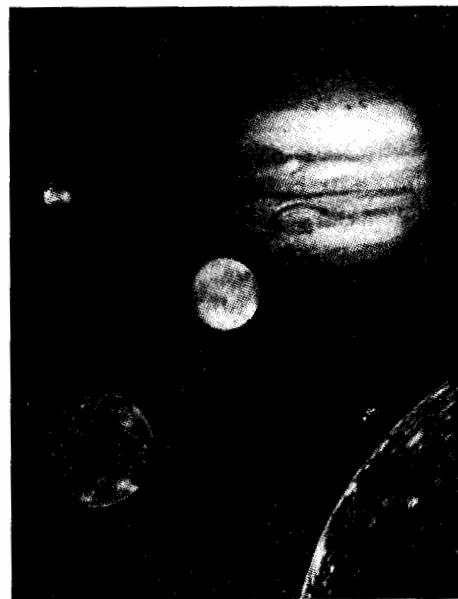
Các nhà thiên văn đã tìm thấy một vài biểu hiện chứng tỏ sự tồn tại của các lỗ đen. Một lỗ đen có thể bộc lộ mình bằng cách sinh ra một lượng lớn tia X khi vật chất từ ngôi sao đồng hành trong hệ sao đôi rơi vào nó. Vật chất rơi vào sẽ đạt tới các nhiệt độ cao đến mức các tia X được phát ra. Vật thể loại này được phát hiện đầu tiên là sao Cygnus X-1, lỗ đen là sao đồng hành không nhìn thấy được của một sao rất sáng, cả hai chuyển động trên quỹ đạo quanh khối tâm của chúng. Dựa vào độ dịch chuyển Doppler trong phổ khả kiến của ngôi sao, khối lượng của sao đồng hành không nhìn thấy được xác định bằng ít nhất 5 lần khối lượng Mặt Trời. Nếu sao đồng hành này là sao thuộc dãy chính có khối lượng $5M_s$, thì nó sẽ phải rất sáng và phải được nhìn thấy, nhưng thực tế lại không như thế. Trong khi đó khối lượng của nó lại vượt quá giới hạn Chandrasekhar đối với một sao neutron. Vậy nên lỗ đen hình như là khả năng còn lại duy nhất. Lực hấp dẫn cuối cùng đã giành được thắng lợi trọn vẹn.

41-7. SAO LÙN NÂU

Chúng ta đã xét các sản phẩm kết thúc của các sao có khối lượng lớn. Ta sẽ kết thúc chương này bằng việc thảo luận về các **sao lùn nâu**, các thiên thể chưa đủ nặng để trở thành các sao thực sự. Rõ ràng là phải có một khối lượng nhỏ nhất cho các sao : Trái Đất đã được hình thành từ cùng một vật chất cơ bản như Mặt Trời, nhưng Trái Đất lại không phải là ngôi sao. Tại sao không ? Câu trả lời vẫn tắt là đám mây bụi tạo nên Trái Đất chưa bao giờ đủ nóng ở bên trong để làm bùng nổ các phản ứng tổng hợp nhiệt hạch.

Ta đã dùng định lí Virial để tính $\langle T \rangle$ của Mặt Trời và sau đó chứng minh rằng nhiệt độ ở tâm vào khoảng $4 \langle T \rangle = 14 \cdot 10^6 \text{ K}$. Theo phương trình 41-13, $\langle T \rangle$ tỉ lệ với tỉ số $\frac{M}{R}$. Vì $\frac{M}{R}$ đối với Trái Đất là bằng

$3,3 \cdot 10^{-4}$ lần tỉ số tương ứng của Mặt Trời, nên nhiệt độ ở tâm của Trái Đất do co lại bởi hấp dẫn tạo ra chỉ đạt tới giá trị 3600 K , còn quá thấp để làm khởi phát chu trình prôtôn – prôtôn. Lõi của Trái Đất bị nóng chảy do năng lượng được giải phóng từ sự phân rã của các nguyên tố phóng xạ ; nếu sự đốt nóng do hấp dẫn là nguồn nội năng duy nhất, thì bây giờ lõi phải nguội đi và trở nên hoá rắn. Ngay cả lõi Mộc tinh cũng chỉ lên tới một phần trăm nhiệt độ ở tâm Mặt Trời, tức là cỡ 100000 K . Đây là nhiệt độ đã gần tới nhiệt độ tổng hợp hạt nhân, và thực tế là Mộc tinh bức xạ một năng lượng cỡ hai lần lớn hơn năng lượng nó nhận được từ Mặt Trời, song rõ ràng nó vẫn chưa phải là một sao theo nghĩa thông thường. Tiêu chuẩn để xác định xem một vật có phải là một sao hay không vẫn còn chưa thật xác định và các nhà thiên văn vẫn chưa nhất trí về một định



Mộc tinh và các mặt trăng có kích thước – hành tinh của nó.

nghĩa đích thực, song có một tiêu chuẩn hợp lí là sự tổng hợp hidrô đôi khi đã diễn ra trong suốt thời gian sống của thiên thể.

Vì sao Mộc tinh không tiếp tục co lại cho tới khi lõi của nó đạt được nhiệt độ tổng hợp hạt nhân và trở thành một sao ? Ta biết rằng điều này đã xảy ra đối với Mặt Trời và các sao khác. Nhưng, tại sao điều đó lại không xảy ra đối với một núi đá khi lực hấp dẫn có tác dụng nén nó lại ? Thật ra, ở mức nguyên tử lực hấp dẫn có thể làm cho các nguyên tử xích lại gần nhau *chút ít*, song chúng lại bị kháng cự lại rất mạnh vì các electron orbital bắt đầu phủ lên nhau. Nguyên lí loại trừ Pauli ngăn cấm sự đụng phủ này vì không thể có nhiều electron chiếm cùng một orbital. Điều đó giải thích tại sao vật rắn lại cứng : các nguyên tử đã nằm gần nhau trong giới hạn mà nguyên lí loại trừ cho phép.

Điều này cũng giải thích tại sao các khối đá và Trái Đất không tiếp tục co lại, nhưng còn về Mộc tinh, một vật thể đưa được nhiệt độ lõi lên tới 100000K thì sao ? Ở nhiệt độ như thế chỉ có một số ít nguyên tử, còn hầu hết là các prôtôn và électron, nên không có các orbital phủ lên nhau. Chúng ta cũng biết rằng các électron làm dừng quá trình co lại của các sao lùn trắng, cũng là do nguyên lí loại trừ Pauli, và chính điều này cũng diễn ra đối với các vật thể không đủ năng để trở thành các sao thực thụ. Sao lùn nâu co lại và nhiệt độ của nó tăng, song nhiệt độ ở lõi của nó không bao giờ trở nên đủ cao để làm bùng nổ và duy trì sự tổng hợp prôtôn. Trước khi điều này diễn ra, nguyên lí loại trừ đã trở nên quan trọng và áp suất suy biến chặn đứng quá trình co lại. Nhiệt độ ngừng tăng lên và bắt đầu giảm chậm khi nội năng của các hạt nhân được bức xạ dần dần ra ngoài (hình 41-16). Cuối cùng, các sao lùn nâu trở nên lạnh và tối.

Ta có thể đánh giá được khối lượng cực tiểu của một sao thực sự bằng cách đặt nhiệt độ cực đại của lõi bằng nhiệt độ ngưỡng để có các phản ứng tổng hợp hạt nhân. Để làm việc này ta sửa đổi phương trình 41-28 được tìm ra cho một ngôi sao đã tiêu thụ hết tất cả các hiđrô của mình trong khi một sao lùn nâu vẫn còn nguyên các hiđrô. Điều đó có nghĩa là ta phải

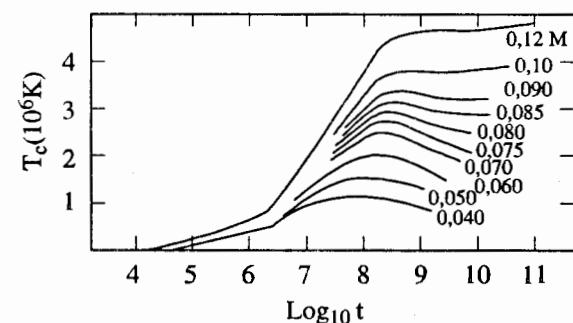
dùng $N_c = \frac{M}{m_p}$ cho 100% hiđrô thay vì

lấy $N_e = \frac{M}{2m_p}$ mà ta đã dùng để suy ra

phương trình 41-28. Đặt hệ thức khối lượng – bán kính đã sửa đổi vào phương trình 41-12, dùng $T_c = 4 < T >$ và giải để tìm khối lượng, ta được :

$$M_{\min} = \frac{0,382}{m_p^2} \left(\frac{5\hbar^2 k}{G^2 m_e} T_c \right)^{3/4}$$

Với nhiệt độ tổng hợp nhiệt hạch $3 \cdot 10^6 K$, $M_{\min} = 0,13 M_s$. Giá trị được chấp nhận chung, dựa trên các tính toán bằng số phức tạp hơn, là $0,085 M_s$, bằng 80 lần khối lượng của Mộc tinh.



Hình 41-16. Nhiệt độ ở tâm vẽ theo thời gian của sao lùn nâu. Nhiệt độ ở tâm của các thiên thể trong dải khối lượng $0,04 - 0,12 M_s$ được vẽ như hàm của thời gian. Thang thời gian là $\log_{10} t$ (nghĩa là, $9 = 10^9$ năm). Thiên thể có khối lượng trên $0,085 M_s$, nhiệt độ ở tâm của nó tăng cho tới khi nó đạt được nhiệt độ tổng hợp prôtôn cỡ $3 \cdot 10^6 K$, nó ổn định như một sao đốt hiđrô. Thiên thể có khối lượng dưới $0,085 M_s$, T_c không bao giờ đủ cao để xảy ra chu trình prôtôn – prôtôn. Các sao lùn nâu nóng lên tới khi sự suy biến électron cản trở quá trình tiếp tục co lại. Chúng hạ nhiệt độ chậm chạp trong thời gian dài hơn tuổi của vũ trụ.

Bài đọc thêm

VÌ SAO BẦU TRỜI ĐÊM LẠI TỐI ĐEN ?

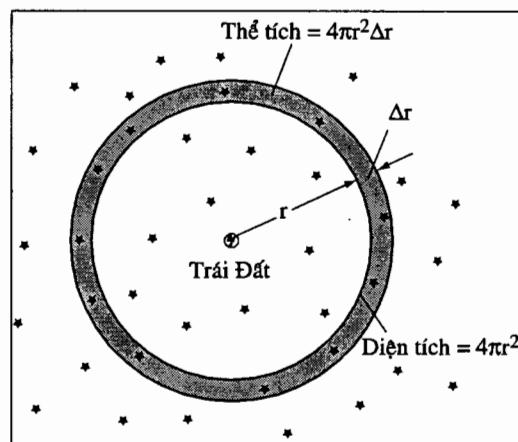
Câu hỏi đơn giản này đã được Johannes Kepler đặt ra lần đầu tiên vào năm 1610. Vũ trụ Copernic hồi đó còn là một ý tưởng mới. Và một ý tưởng khác xem rằng vũ trụ là vô hạn và chứa một số vô hạn các sao. Trong khi chấp nhận vũ trụ Copernic, Kepler đã viết về "nỗi lo sợ bí mật và thầm kín" về một vũ trụ vô hạn. Ông nghĩ rằng vũ trụ vô hạn sẽ tạo ra một kết quả phi lí : Bầu trời ở khắp nơi sẽ sáng hệt như Mặt Trời.



Ảnh rừng cây

Nếu bạn đứng ở trung tâm một cánh rừng lớn, bạn sẽ có cảm giác như cây sẽ tiếp tục như thế mãi mãi, vì bạn nhìn hướng nào cũng chỉ thấy cây mà thôi. Tương tự, nếu các ngôi sao cứ tiếp tục như thế mãi mãi, thì đường ngắm của ta thế nào cũng dừng ở bề mặt một ngôi sao nào đó : Như vậy toàn bộ bầu trời sẽ phải sáng như bề mặt các ngôi sao. Kepler lập luận rằng vì trái với kết luận trên, bầu trời trên thực tế tối đen, nên vũ trụ cần phải hữu hạn : những ngôi sao không tiếp tục như thế mãi mãi. Cánh rừng bây giờ được thay bằng một khu rừng thưa nhỏ bé mà thôi.

Bây giờ ta sẽ mài sắc thêm lập luận này. Ta hãy xét một lớp cầu lớn có tâm ở Trái Đất, với bán kính r và bề dày Δr , (hình 41-17).



Hình 41-17. Một lớp cầu lớn có tâm ở Trái Đất, bán kính r và độ dày Δr . Số ngôi sao phân bố đều trong lớp cầu này tỉ lệ với thể tích $4\pi r^2 \Delta r$ của nó. Theo định luật tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách, tất cả các lớp vỏ có chiều dày như nhau đều cho đóng góp như nhau vào độ sáng của bầu trời. Theo nghịch lý bầu trời đêm tối đen thì toàn bộ ánh sáng của tất cả các lớp cầu sẽ tạo ra bầu trời sáng, trái với quan sát.

Số ngôi sao N trong lớp cầu này sẽ tỉ lệ với thể tích $4\pi r^2 \Delta r$ của nó. Các ngôi sao này sẽ đóng góp một ánh sáng yếu cho bầu trời. Một lớp cầu có bán kính tăng gấp hai nhưng bề dày vẫn như trước sẽ có $2^2 N = 4N$ ngôi sao, vì thể tích của nó tỉ lệ với r^2 . Tuy nhiên, vì cường độ ánh sáng giảm như $\frac{1}{r^2}$ (tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách), nên mỗi ngôi sao bây giờ chỉ cho đóng góp bằng $\frac{1}{4}$ ngôi sao trong lớp cầu trước nhỏ hơn, kết quả là ánh sáng của bầu trời vẫn như đối với lớp cầu

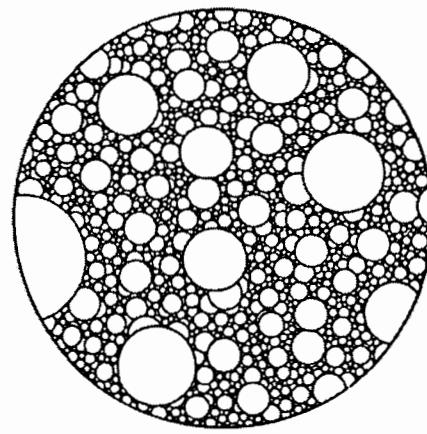
nhỏ. Tổng quát hơn, thể tích của một lớp cầu và số ngôi sao trong lớp đó tăng như r^2 , trong khi đó cường độ ánh sáng tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách lại làm giảm đóng góp ánh sáng của mỗi ngôi sao như $\frac{1}{r^2}$. Như vậy, sự phụ thuộc

vào r sẽ triệt tiêu và tất cả các lớp cầu đều cho đóng góp như nhau. Lấy tổng theo một số vô hạn các lớp sẽ cho độ sáng là vô hạn.

Tất nhiên, bầu trời thực tế không sáng vô hạn vì các ngôi sao ở gần sẽ chắn ánh sáng tới từ những ngôi sao ở xa hơn (hình 41-18), cũng hệt như ở trong rừng cây những cây ở gần sẽ chắn không cho chúng ta nhìn thấy những cây ở xa hơn. Khi đó, bầu trời dường như được choán đều bởi các ngôi sao tương đương với 100000 Mặt Trời. Và Trái Đất dường như nằm trong một lò lửa với nhiệt độ 6000K. Bầu khí quyển của Trái Đất sẽ tiêu tán hết trong vài giây, các đại dương sẽ bốc hơi hết trong vài ngày và bản thân Trái Đất sẽ bốc hơi hết trong vài năm.

Rõ ràng, có điều gì đó không ổn trong bức tranh nói trên, vì bầu trời đêm là tối đen, chứ không sáng, không choán bởi 100000 Mặt Trời, như bức tranh đó đã mô tả. Vậy có gì sai trong lập luận này ? Thiên văn học hiện đại chứng tỏ rằng nếu vũ trụ là hữu hạn, thì nó không phải là hữu hạn theo nghĩa là có biên (ý tưởng có biên sẽ lại đặt ra câu hỏi : vậy cái gì ở ngoài biên ấy ?). Một vũ trụ hữu hạn cần phải hữu hạn và không có biên theo nghĩa giống như mặt cầu có diện tích hữu hạn và không có biên. Nếu số cây hữu hạn được trồng trên mặt đất (mặt cầu), thì bắt kì một đường ngắm nào rồi cuối cùng cũng sẽ gặp một thân cây (giả sử ánh sáng chỉ truyền song song với mặt đất). Đường ngắm này có thể vòng quanh Trái Đất một vài lần trước khi gặp một thân cây, nhưng kết cục nó cũng sẽ gặp.

Tương tự, với một mặt cầu hữu hạn đã cho trong một không gian cong, đường ngắm của bạn cần phải đi vòng quanh vũ trụ một vài lần, nhưng rồi kết cục nó cũng sẽ gặp bề mặt một ngôi sao nào đó. Như vậy, vũ trụ hữu hạn và không có biên cũng không thể cứu chúng ta thoát khỏi điều vô lí về bầu trời sáng. Do đó, chúng ta vẫn còn phải khâm phục Kepler ở khả năng biết lấy một quan sát đơn giản và từ đó rút ra được một kết luận về vũ trụ.



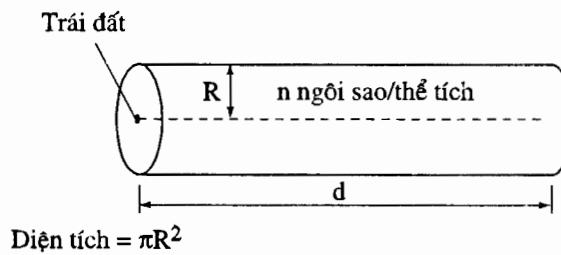
Hình 41-18. Trong bầu trời trong sáng, toàn bộ bầu trời được phủ đầy các ngôi sao. Các sao xa nhất còn thấy được cách chúng ta 10^{23} năm ánh sáng. Những ngôi sao xa hơn có thể bị các ngôi sao gần hơn chắn khiến ta không nhìn thấy. Tổng cộng, có khoảng 10^{60} ngôi sao nhìn thấy được.

Từ thời Kepler đến nay, đã có nhiều giải pháp không dùng giả thiết về vũ trụ hữu hạn đã được đưa ra nhằm giải đáp các nghịch lý về bầu trời đêm tối đen. Một giải pháp cho rằng những đám mây đen giữa các vì sao đã chắn ánh sáng từ các ngôi sao xa tới. Nếu chúng ta dùng trở lại sự tương tự của cánh rừng, thì các đám mây giữa các vì sao cũng giống như sương mù chỉ cho phép bạn nhìn thấy được các cây ở gần thôi. Giải pháp này cũng thất bại nốt, vì các ngôi sao xa bị bao quanh bởi các đám mây bụi sẽ làm tăng nhiệt độ của các đám mây lên tới

6000K và chúng phát sáng mạnh như chính bản thân các ngôi sao.

Chúng ta cần nhìn tới bao xa để thấy bầu trời phủ đầy các ngôi sao ? Giả sử rằng tất cả các ngôi sao đều có cùng bán kính là R và một đường ngắm có chiều dài là d sẽ bị chặn bởi một ngôi sao có tâm cách đường ngắm một đoạn không lớn hơn R (hình 41-19). Số ngôi sao chặn đúng bằng (thể tích hình trụ) \times (số ngôi sao /đơn vị thể tích) hay $\pi R^2 d \times n$. Dùng bán kính Mặt Trời và mật độ một ngôi sao trong một thể tích $10^{57} m^3$, ta tính được khoảng cách trung bình bị chặn bởi một ngôi sao là : $\frac{d}{\pi R^2 dn} = (\pi R^2 n)^{-1} = 10^{23}$ năm ánh sáng..

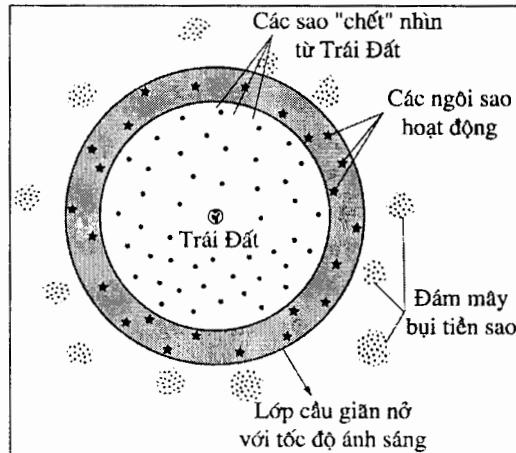
Nếu ta nhìn ra xa tới 10^{23} năm ánh sáng thì sẽ thấy bầu trời phủ đầy các ngôi sao và khắp nơi đều sáng như bề mặt Mặt Trời. Nhưng tại sao nó lại không như vậy ? Tất nhiên, ánh sáng từ những ngôi sao xa nhất phải mất 10^{23} năm mới tới được Trái Đất.



Hình 41-19. Đường nét biểu diễn một đường ngắm từ Trái Đất theo một hướng tuỳ ý. Giả sử rằng tất cả các sao đều có bán kính R bằng giá trị trung bình của các sao (cỡ bán kính của Mặt Trời), khi đó một ngôi sao bất kì có tâm nằm trong hình trụ trên hình đều chặn đúng đường ngắm đã cho. Hình trụ có chiều dài d sẽ chứa $(\pi R^2 d)n$ ngôi sao, với n là số ngôi sao có trong một đơn vị thể tích. Do đó, về trung bình, đường ngắm sẽ kéo dài được một khoảng cách bằng $\frac{1}{\pi R^2 n}$ trước khi gặp bề mặt của một ngôi sao.

Nếu chúng ta có thể nhìn thấy những ngôi sao đó, nghĩa là chúng ta nhìn thấy chúng của 10^{23} năm trước, chứ không phải của bây giờ. Nhưng "Vụ nổ lớn" (Big Bang) xảy ra chưa quá 20 tỉ năm trước. Thậm chí cho dù vũ trụ là vô hạn đi nữa, chúng ta cũng không thể nhận được ánh sáng từ các ngôi sao xa hơn 10^{10} năm ánh sáng. Như vậy ánh sáng từ những ngôi sao thấy được chỉ cỡ $\frac{10^{10}}{10^{23}} = 10^{-13}$ lần ánh sáng của bầu trời sáng. Do đó, câu trả lời cho câu hỏi : Vì sao bầu trời đêm lại tối đen rất đơn giản : Vũ trụ chưa đủ "già" để tạo ra bầu trời sáng.

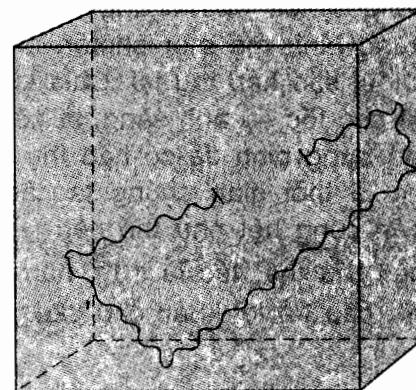
Nhưng điều gì sẽ xảy ra khi vũ trụ già đi ? Liệu rồi bầu trời đêm có dần sáng ra khi chúng ta nhìn thấy nhiều ngôi sao ở xa hơn ? Không có chuyện đó, bởi vì tuổi điển hình của các ngôi sao chỉ là 10^{10} năm. Khi vũ trụ già đi, Mặt Trời và các ngôi sao khác cũng sẽ chết. Giới hạn ngoài của những ngôi sao xa nhất có thể nhìn thấy vẫn tiếp tục lùi xa với tốc độ ánh sáng và giới hạn trong, tức mặt cầu đồng tâm chứa những ngôi sao đã tắt sẽ bắt đầu tăng dần ra phía ngoài cũng với tốc độ ánh sáng (hình 41-20). Chỉ có những ngôi sao trong lớp cầu này – chính lớp cầu này cũng giãn nở với tốc độ ánh sáng – sẽ cho đóng góp vào độ sáng của bầu trời. Từ những phân tích ở trên, chúng ta biết rằng, một lớp cầu có độ dày cố định sẽ tạo ra một lượng ánh sáng như nhau ở Trái Đất, bất kể kích thước của nó như thế nào. Bầu trời về cơ bản sẽ mãi mãi sáng như hiện nay. Vì phải có 10^5 Mặt Trời để cheoán đầy bầu trời, nên ánh sáng tập thể từ tất cả các ngôi sao với ánh sáng có đủ thời gian đến với chúng ta là tương đương với $10^{-13} \cdot 10^5 = 10^{-8}$ ánh sáng của Mặt Trời hay khoảng 1% ánh sáng của trăng rằm, tức là sáng yếu.



Hình 41-20. Cuối cùng Mặt Trời và các ngôi sao ở gần cũng sẽ tắt. Các ngôi sao ở xa hơn sẽ bật sáng, vì ánh sáng do chúng phát ra có đủ thời gian để tới Trái Đất. Những ngôi sao ở xa nữa vẫn chưa bắt đầu sáng, bởi vì chúng ta phải nhìn xa hơn nữa về quá khứ. Các ngôi sao sáng thấy được sẽ tạo nên một lớp cầu chuyển động ra xa với tốc độ ánh sáng.

Chúng ta có thể có cái nhìn sâu hơn về tình huống này bằng cách xem xét câu hỏi sau : Phải mất bao lâu vũ trụ mới có đủ ánh sáng để tạo nên bầu trời sáng ? Ta hãy hình dung một ngôi sao ở bên trong một ô lập phương với các thành phần xạ hoàn toàn (hình 41-21) với thể tích của ô bằng thể tích trung bình của không gian bao quanh một ngôi sao, tức là cỡ 10^{57} m^3 . Mật độ bức xạ ở trong ô này như mật độ giữa các ngôi sao trong không gian. Thay vì cho ánh sáng từ ngôi sao đó đi ra khắp không gian, và hòa nhập với ánh sáng từ các ngôi sao khác, ta cũng sẽ nhận được cùng một hiệu ứng bằng cách cho ánh sáng đó phản xạ trở lại bên trong các thành ô và giữ ánh sáng của các ngôi sao khác ở bên ngoài. Do vậy câu hỏi trên bây giờ trở thành : Phải mất bao lâu ô mới chứa đủ ánh sáng ?

Thoạt đầu, ánh sáng từ ngôi sao tuôn chảy vào ô lập phương, và ô bắt đầu chứa ánh sáng. Sau một vài năm ánh sáng này mới tới được thành ô và bị phản xạ trở lại, và nhiều năm sau (vì ngôi sao có kích thước nhỏ hơn ô rất nhiều) một phần ánh sáng đó mới đập vào ngôi sao và bị hấp thụ lại.



Hình 41-21. Một ngôi sao duy nhất được chứa trong ô có thể tích 10^{57} m^3 , thể tích trung bình tính cho một ngôi sao trong vũ trụ. Các thành ô là phản xạ hoàn toàn. Trung bình phải mất 10^{23} năm để một photon phát ra bị sao hấp thụ trở lại. Đây chính là thời gian cần thiết để xác lập sự cân bằng nhiệt động trong ô lập phương hay cũng là thời gian để ô chứa đủ mức ánh sáng tương ứng với nhiệt độ 6000K ở bề mặt sao.

Bây giờ lượng ánh sáng trong ô lập phương sẽ tăng chậm hơn so với ít năm đầu tiên khi nó chưa bị hấp thụ. Khi có nhiều ánh sáng hơn trong ô lập phương, tốc độ hấp thụ cũng sẽ tăng cho đến khi, cuối cùng, tốc độ hấp thụ và phát xạ trở nên bằng nhau. Cường độ bức xạ trong ô lập phương bây giờ hệt như khi các thành ô ở nhiệt độ 6000K để ánh sáng trong ô có mật độ như trong tinh huống bầu trời sáng. Để tới trạng thái đó phải mất bao lâu ?

Thời gian đó gần bằng thời gian một phôtôen được phát ra bị hấp thụ trở lại và được xác định một cách chính xác như trong hình 41-19, trong đó chúng ta tính khoảng cách trung bình để một đường ngắm bị chặn bởi một ngôi sao. Cách thức tính tương tự sẽ cho chúng ta khoảng cách trung bình mà một phôtôen đi được trước khi bị sao hấp thụ lại. Chia khoảng cách đó cho tốc độ ánh sáng, ta sẽ được thời gian trung bình để có hấp thụ lại và đó cũng là thời gian chúng ta cần tìm. Tính toán cũng hệt như thế nên kết quả cũng hệt như thế, tức là 10^{23} năm. Như vậy, một câu trả lời khác cho câu hỏi tại

sao bầu trời đêm lại tối đen đơn giản là như thế này : Các ngôi sao không sống đủ lâu để cung cấp đủ ánh sáng cho vũ trụ ; để cung cấp đủ chúng phải sống tới 10^{23} năm chứ không phải là 10^{10} năm như trên thực tế. Lại một lần nữa ánh sáng được cung cấp thực tế chỉ cỡ 10^{-13} lượng ánh sáng cần thiết để có bầu trời sáng. Muốn có bầu trời sáng, mật độ sao phải 10^{13} lần lớn hơn, tức là chúng phải gần nhau hơn $(10^{13})^{1/3}$ lần. Thay vì trung bình cách xa nhau 1000 năm ánh sáng, chúng cần phải cách xa nhau chỉ có 0,1 năm ánh sáng.

Khoa học tiến bộ được một phần là do những con người có óc sáng tạo biết đặt ra những câu hỏi đơn giản nhưng sâu sắc. Eistein cũng đã từng băn khoăn tự hỏi, không hiểu ánh sáng sẽ như thế nào nếu người ta chuyển động cùng với nó với cùng một tốc độ như nó ? Một câu hỏi đơn giản nhưng có câu trả lời chẳng đơn giản chút nào. Vì sao bầu trời đêm lại tối đen ? Đây lại là một câu hỏi đơn giản khác và nó đã dẫn chúng ta tới những kết luận sâu sắc về bản chất của vũ trụ.

?

CÂU HỎI

- 1** Giải thích tại sao định lí Virial ngũ ý rằng đám mây bụi đang co lại có nhiệt dung âm.
- 2** Với loại quỹ đạo nào thì các giá trị trung bình theo thời gian trong phương trình 41-1 cũng chính là các giá trị tức thời ? Giải thích.
- 3** Giải thích tại sao N trong phương trình 41-12 phải bao gồm cả các electron và prôtôen. (Gợi ý : Xét định lí phân bố đều năng lượng).
- 4** Giải thích tại sao nhiệt độ ở lõi của các sao nặng hơn thuộc dãy chính lại lớn hơn so với ở sao có khối lượng nhỏ hơn.
- 5** Tại sao thuật ngữ "mật độ" lại được dùng trong cụm từ "mật độ trạng thái" đối với đại lượng $g(E)$? Nghĩa là, $g(E)$ là "mật độ" theo ý nghĩa nào ?
- 6** Trên hình 41-8, trọng lượng của vật chất trên cột thẳng đứng có bằng mg , với m là khối lượng của vật chất nằm trên cột không ? Giải thích.

- 7** Mục 41-4 chỉ ra rằng, độ trung của ngôi sao tỉ lệ với quãng đường tự do trung bình của phôtônen trong ngôi sao. Hãy giải thích tại sao độ trung phải tăng khi quãng đường tự do trung bình của phôtônen tăng. Xét xem điều gì sẽ xảy ra nếu quãng đường tự do trung bình tăng lên đột ngột trong ngôi sao.
- 8** Hãy biện minh cho việc đặt E bằng p_c trong giới hạn siêu tương đối tính khi tính giới hạn khối lượng Chandrasekhar.
- 9** Các sao lùn nâu và các sao lùn trắng ngoài đi bằng bức xạ năng lượng của các hạt nhân ra ngoài. Vậy tại sao năng lượng này lại không phải từ các electron ?

ĐỀ TẬP

Mục 41-3. Nguồn gốc năng lượng trong các sao

- 1** (a) Chứng minh rằng nếu mật độ khối lượng bên trong ngôi sao có bán kính R và khối lượng M thay đổi theo r dưới dạng $\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R}\right)$, thì khối lượng chứa trong hình cầu bán kính $r \leq R$ là $m(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c \left[1 - \frac{3r}{4R}\right]$.
- (b) Tính ρ_c từ điều kiện $\int \rho dV = M$, lấy tích phân theo toàn ngôi sao.
- 2** Chứng minh rằng bằng cách đổi biến từ v sang E , dùng hệ thức $E = \frac{1}{2}mv^2$, phương trình 14-21 sẽ trở thành phương trình 41-8. Phương trình 14-21 có dạng : $f(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$
- 3** Tìm cách thu được phương trình 41-9 từ phương trình 41-8.
- 4** Chứng minh rằng có chừng 10^{57} nuclôn trong Mặt Trời.
- 5** Dẫn ra phương trình 41-11 từ phương trình cho $P(E)$ ở ngay trước nó.
- 6** (a) Chứng minh rằng nếu 25MeV năng lượng được sinh ra trong chu trình prôtônen – prôtônen đối với mỗi hạt nhân heli tạo thành, Mặt Trời có thể tạo ra năng lượng tổng cộng $1,2 \cdot 10^{45}\text{J}$ bằng quá trình này. Giả sử Mặt Trời gồm toàn hiđrô. (b) Chứng minh rằng năng lượng đó đủ để cung cấp cho Mặt Trời bức xạ trong 400 tỉ năm với độ trưng như hiện nay.
- 7** Tính khối lượng mà Mặt Trời bị mất mỗi giây do biến thành bức xạ. Dùng độ trưng của Mặt Trời bằng $3,85 \cdot 10^{26}\text{J/s}$. Có bao nhiêu phần khối lượng Mặt Trời bị biến thành bức xạ trong suốt 4,5 tỉ năm tồn tại của nó, giả sử rằng nó luôn luôn bức xạ với tốc độ như hiện nay ?

- 8** (a) Tính độ cao của rào thế Coulomb do cặp prôtôn gây ra khi các tâm của chúng cách nhau một khoảng 10^{-15} m, ở đó lực hạt nhân mạnh bắt đầu tác dụng. (b) Tính năng lượng nhiệt trung bình của prôtôn tại tâm Mặt Trời ở nhiệt độ $15 \cdot 10^6$ K. (c) So sánh các giá trị tìm được ở các phần (a) và (b) và nêu nhận xét của bạn.

Mục 41-4. Mặt Trời và các sao thuộc dãy chính

- 9** Chứng minh rằng các nguyên tố nặng trong một ngôi sao có khối lượng M đóng góp xấp xỉ $\frac{zM}{2m_H}$ hạt, giả sử rằng các nguyên tử là hoàn toàn bị ion hoá và z là tỉ phần của khối lượng Mặt Trời cấu tạo từ các nguyên tố nặng. Dùng sự kiện là nguyên tử số của các nguyên tố không phải là hiđrô bằng cỡ $\frac{1}{2}$ số khối A (xem hình 40-2). Bạn sẽ dùng các phép gần đúng nào ?
- 10** Tính số prôtôn trong Mặt Trời, giả sử 73% khối lượng của nó là hiđrô, 25% là heli và 2% là các nguyên tố nặng. Giả sử các nguyên tố nặng có số các prôtôn và nơtron bằng nhau.
- 11** (a) Tính hàm khối lượng $m(r)$ theo khối lượng M và bán kính R của Mặt Trời, giả sử hàm mật độ thay đổi tuyến tính từ giá trị ρ_c ở tâm của ngôi sao tới giá trị không ở trên bề mặt sao. (b) Dùng $m(r)$ để tìm phương trình 41-18 cho áp suất ở tâm ngôi sao.
- 12** Đánh giá quãng đường tự do trung bình của phôtôn trong Mặt Trời. Dùng sự kiện là một phôtôn phải mất trung bình 120000 năm để khuếch tán ra ngoài bề mặt của Mặt Trời.

Mục 41-5 Sao lùn trắng

- 13** Tìm phương trình 41-27 từ các phương trình 41-25 và 39-7.
- 14** Sao lùn trắng nhận năng lượng để bức xạ từ động năng của các hạt nhân của nó. Các electron không thể cung cấp năng lượng vì chúng đã ở các trạng thái thấp nhất của chúng. Hiện nay, độ trưng của sao Sirius B là $0,03L_s$ và nhiệt độ bên trong của nó là $20 \cdot 10^6$ K. Dùng khối lượng $1,05M_s$ của nó và giả thiết rằng 100% trong thành phần của nó là ^{12}C , hãy ước lượng khoảng thời gian mà nó có thể bức xạ với tốc độ hiện nay. Kết quả này sẽ thấp hơn thời gian sống thực tế của ngôi sao vì độ trưng của nó giảm khi nó nguội dần đi.
- 15** Tính $\langle T \rangle$ đối với một sao có khối lượng $1,0M_s$ đang co về kích thước của một sao lùn trắng. So sánh với nhiệt độ cỡ 10^7 K cần thiết để tổng hợp hiđrô thành heli, từ đó thấy rằng sao này trở nên đủ nóng trong quá trình co lại để đốt cháy tất cả hiđrô thành heli trước khi sự suy biến electron làm dừng quá trình co lại.

Mục 41-6. Sao nôtron và lỗ đen

- 16 Dùng phương trình 39-11 và $m_n = 1839m_e$ để chỉ ra rằng các nôtron Fermi trong một ngôi sao trở thành tương đối tính khi mật độ nôtron lớn gấp 79000 lần mật độ electron khi các electron trở thành tương đối tính. Dự đoán này sẽ dẫn đến kết luận gì đối với kích thước của sao nôtron có khối lượng $1,0M_s$ nếu sao lùn trắng cùng khối lượng $1,0M_s$ có bán kính là 7000km ?
- 17 Xuất phát từ định luật thứ hai của Newton, chứng minh rằng chu kì của một vệ tinh trên quỹ đạo tại bề mặt của một thiên thể đối xứng cầu có mật độ khối lượng ρ được cho bởi $\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$, có nghĩa là chứng minh rằng chu kì chỉ phụ thuộc vào mật độ (trung bình) của thiên thể mà không phụ thuộc vào khối lượng hay bán kính của nó.
- 18 Ví dụ 41-2 chứng minh rằng pulsar Crab mất $3,4 \cdot 10^{-46}$ J thế năng hấp dẫn khi nó co từ bán kính ban đầu bằng $0,5R_s$ về còn 8,8km, với giả định khối lượng của nó là $1,44M_s$. Chứng minh rằng giá trị này bằng cỡ 10^5 lần năng lượng bị mất khi đâm bụi ban đầu co lại để tạo thành một lõi bán kính $0,5R_s$ (sẽ trở thành một sao nôtron) trong sao thuộc dãy chính.
- 19 **Sự tự quay của pulsar Crab.** Vật chất ở pulsar Crab có được từ một sao thuộc dãy chính với khối lượng ban đầu cỡ $15M_s$. Vụ nổ sao siêu mới để lại một lõi nhỏ hơn nhiều, nó sẽ co lại để tạo thành một sao nôtron. Nếu ta giả thiết khối lượng của nó là $1,44M_s$ thì pulsar đã phải bắt nguồn từ lõi có bán kính $0,5R_s$ trong ngôi sao ban đầu. Khi lõi co lại để tạo ra pulsar rộng 8,8km, momen động lượng phải bảo toàn. Dùng sự bảo toàn momen động lượng này để tính : (a) chu kì quay của pulsar ; (b) động năng quay của pulsar, giả thiết mật độ là đồng đều.
- 20 Hãy chỉ ra rằng thời gian để một sao có khối lượng $2M_s$ rơi tự do từ bán kính sao nôtron (cỡ 11km) tới kích thước một lỗ đen (6km) vào cỡ 0,1ms. Xem rằng g là không đổi và tính thời gian để một vật thể trên bề mặt rơi (cùng với bề mặt) từ 11km tới 6km.



BÀI TẬP NÂNG CAO

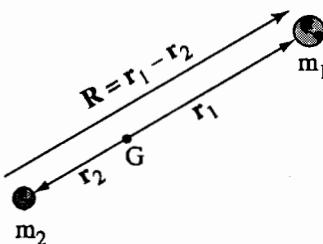


- 1 **Khối lượng rút gọn.** Khi Mặt Trăng chuyển động trên quỹ đạo quanh Trái Đất, Trái Đất cũng chuyển động chút ít ; chúng chuyển động trên quỹ đạo quanh khối tâm chung của chúng. Điều đó cũng đúng cho tất cả các hệ hai vật, kể cả các sao đôi, các vệ tinh quanh xung quanh Trái Đất, các nguyên tử hiđrô... Chuyển động này được tính đến trong hệ toạ độ ở đó khối tâm

(G) là đúng yên bằng cách thay bài toán *hai vật* (có khối lượng m_1 và m_2 và các vectơ vị trí \mathbf{r}_1 và \mathbf{r}_2) bằng *một vật* có khối lượng rút gọn $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ và với

vectơ vị trí $\mathbf{R} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ của m_1 đối với m_2 (hình 41-22). (a) Chứng minh rằng khi làm như thế, định luật thứ hai áp dụng cho hai khối lượng riêng rẽ có thể được kết hợp lại thành một biểu thức duy nhất có cùng dạng :

$$\mathbf{F}_{hd} = \mu \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2}$$



Hình 41-22. BTNC 1

ở đây \mathbf{F}_{hd} là lực hấp dẫn của khối lượng m_1 tác dụng lên khối lượng m_2 .

(b) Tính μ đối với trường hợp quan trọng của hai vật có cùng khối lượng m . Điều đó cho thấy tại sao μ lại được gọi là "khối lượng rút gọn".

(c) Chứng minh rằng động năng tổng cộng của hệ bằng $\frac{1}{2} \mu \mathbf{V}^2$, ở đây

$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{R}}{dt}$. Điều này minh họa cho sự kiện là trong hệ khối lượng rút gọn các năng lượng vẫn như cũ (Gợi ý : Vì khối tâm đứng yên, nên nhất thiết phải có $\mathbf{V} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ và $\mathbf{v}_2 = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{v}_1$. Cho các chứng minh đơn giản của các hệ thức này và dùng chúng để giải bài toán).

2

Mật độ các trạng thái theo động lượng. (a) Hãy suy ra dạng phụ thuộc động lượng của mật độ trạng thái $g(p)dp$ đối với một hạt trong một khối lập phương thể tích V , ở đây $g(p)dp$ là số trạng thái có giá trị động lượng nằm giữa p và $p + dp$. Chú ý rằng trong phương trình (39-1) $\frac{n_1 \pi}{L} = \frac{p_x}{\hbar}$ và tương tự với p_y và p_z . Do đó các động lượng cho phép là $\mathbf{p} = \left(\frac{\pi \hbar}{L} \right) (n_1 \mathbf{i} + n_2 \mathbf{j} + n_3 \mathbf{k})$. Có thể vẽ một hình giống với hình 39-1 với các trục là p_x , p_y và p_z và ở đó mạng gồm các khối lập phương có cạnh bằng $\frac{\pi \hbar}{L}$ và thể tích

$\left(\frac{\pi\hbar}{L}\right)^3$. Mật độ trạng thái, $g(p)dp$, là số trạng thái trong lớp cầu bán kính p , độ dày dp . Chú ý rằng sự suy diễn này không dùng biểu thức cổ điển cho động năng hay một đại lượng cơ học nào khác, cho nên nó đúng cả với trường hợp tương đối tính. (b) Chứng minh rằng giá trị động lượng của trạng thái bị chiếm cao nhất (động lượng Fermi) bằng $p_F = \hbar \left(\frac{3\pi^2 N_e}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$ bằng cách đòi hỏi N_e trạng thái có $p \leq p_F$.

- ◆ **Các lực thuỷ triều ở gần sao neutron.** Chúng ta đã thấy rằng g là cực kì lớn ở bề mặt của sao neutron, nhưng tốc độ thay đổi của g theo chiều cao cũng rất lớn. Nếu bạn nhảy ra khỏi một chiếc ghế trên mặt đất, lực hấp dẫn về nguyên tắc sẽ làm bạn dài ra thêm chút xíu, bởi vì g ở chân bạn lớn hơn g ở tại đầu bạn, do sự biến thiên theo hàm $\frac{1}{r^2}$ của lực hấp dẫn. (a) Tính hiệu số lực này, giả sử rằng cả đầu lẫn chân bạn đều có khối lượng 5kg và cách nhau 1,5m. Một cách làm là tính tác dụng lên đầu và chân bạn riêng rẽ sau đó lấy hiệu. Một phương pháp nhanh hơn và đẹp hơn là dùng quy tắc sau để tính hiệu của g trên một khoảng cách bé dr : $dg = \left(\frac{dg}{dr} \right) dr$. (b) Cũng làm phép tính như thế, song tại bề mặt của một sao neutron có khối lượng $1,44M_s$ và bán kính 9km. Hãy viết đáp số theo tần để có cảm giác tốt hơn về độ lớn của nó.

PHỤ LỤC I
CÁC SỐ LIỆU THIÊN VĂN

Thiên thể	Thiên thể được quay quanh	Bán kính trung bình quỹ đạo (m)	Bán kính thiên thể (m)	Chu kỳ quỹ đạo (s)	Khối lượng thiên thể (kg)
Mặt Trời	Thiên hà	$5,6 \cdot 10^{20}$	$6,96 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{15}$	$1,99 \cdot 10^{30}$
Thuỷ tinh	Mặt Trời	$5,79 \cdot 10^{10}$	$2,42 \cdot 10^6$	$7,60 \cdot 10^6$	$3,35 \cdot 10^{23}$
Kim tinh	Mặt Trời	$1,08 \cdot 10^{11}$	$6,10 \cdot 10^6$	$1,94 \cdot 10^7$	$4,89 \cdot 10^{24}$
Trái Đất	Mặt Trời	$1,50 \cdot 10^{11}$	$6,37 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^7$	$5,97 \cdot 10^{24}$
Hoả tinh	Mặt Trời	$2,28 \cdot 10^{11}$	$3,38 \cdot 10^6$	$5,94 \cdot 10^7$	$6,46 \cdot 10^{23}$
Mộc tinh	Mặt Trời	$7,78 \cdot 10^{11}$	$7,13 \cdot 10^7$	$3,74 \cdot 10^8$	$1,90 \cdot 10^{27}$
Thổ tinh	Mặt Trời	$1,43 \cdot 10^{12}$	$6,04 \cdot 10^7$	$9,35 \cdot 10^8$	$5,69 \cdot 10^{26}$
Thiên Vương tinh	Mặt Trời	$2,87 \cdot 10^{12}$	$2,38 \cdot 10^7$	$2,64 \cdot 10^9$	$8,73 \cdot 10^{25}$
Hải Vương tinh	Mặt Trời	$4,50 \cdot 10^{12}$	$2,22 \cdot 10^7$	$5,22 \cdot 10^9$	$1,03 \cdot 10^{26}$
Diêm Vương tinh	Mặt Trời	$5,91 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^6$	$7,82 \cdot 10^9$	$5,4 \cdot 10^{24}$
Mặt Trăng	Trái Đất	$3,84 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$	$2,36 \cdot 10^6$	$7,35 \cdot 10^{22}$
Phobos	Hoả tinh	$9 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{16}$
Deimos	Hoả tinh	$2,3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^3$	$1,09 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^{15}$
Io	Mộc tinh	$4,22 \cdot 10^8$	$1,67 \cdot 10^6$	$1,53 \cdot 10^5$	$7,3 \cdot 10^{22}$
Europa	Mộc tinh	$6,71 \cdot 10^8$	$1,46 \cdot 10^6$	$3,07 \cdot 10^5$	$4,75 \cdot 10^{22}$
Ganymede	Mộc tinh	$1,07 \cdot 10^9$	$2,55 \cdot 10^6$	$6,18 \cdot 10^5$	$1,54 \cdot 10^{23}$
Callisto	Mộc tinh	$1,88 \cdot 10^9$	$2,36 \cdot 10^6$	$1,44 \cdot 10^6$	$9,5 \cdot 10^{22}$
Mimas	Thổ tinh	$1,86 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$8,12 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^{19}$
Enceladus	Thổ tinh	$2,38 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^{19}$
Tethys	Thổ tinh	$2,95 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$1,63 \cdot 10^5$	$6,5 \cdot 10^{20}$
Dione	Thổ tinh	$3,77 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$2,37 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^{21}$
Rhea	Thổ tinh	$5,27 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^5$	$3,91 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{21}$
Titan	Thổ tinh	$1,22 \cdot 10^9$	$2,44 \cdot 10^7$	$1,38 \cdot 10^6$	$1,37 \cdot 10^{23}$
Iapetus	Thổ tinh	$1,48 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^5$	$6,85 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{21}$
Ariel	Thiên Vương tinh	$1,92 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^5$	$2,18 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{21}$
Umbriel	Thiên Vương tinh	$2,67 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^5$	$3,58 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{20}$
Sao Titania	Thiên Vương tinh	$4,38 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^5$	$7,53 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{21}$
Sao Oberon	Thiên Vương tinh	$5,86 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^{21}$
Sao Triton	Hải Vương tinh	$3,53 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	$4,82 \cdot 10^5$	$1,40 \cdot 10^{23}$
Sao Nereid	Hải Vương tinh	$5,6 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$	$3,11 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{19}$

PHỤ LỤC 2

CÁC HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI

Độ dài	m	in	ft
1 mét (m)	1	39,37	3,281
1 inch	$2,540 \cdot 10^{-2}$	1	$8,333 \cdot 10^{-2}$
1 fut (ft)	0,3048	12	1

$$1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$1 \text{ mi (dặm)} = 5280 \text{ ft} = 1,61 \text{ km}$$

$$1 \text{ bán kính Bohr} = 5,292 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$1 \text{ hải lí} = 1,852 \text{ km}$$

$$1 \text{ angstrom} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \text{ parsec} = 3,084 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$1 \text{ năm ánh sáng} = 9,460 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Thời gian	s	phút	giờ	ngày	năm
1 giây	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$3,169 \cdot 10^{-8}$
1 phút	60	1	$1,667 \cdot 10^{-2}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,901 \cdot 10^{-6}$
1 giờ	3600	60	1	$4,167 \cdot 10^{-2}$	$1,141 \cdot 10^{-4}$
1 ngày	$8,640 \cdot 10^4$	1440	24	1	$2,738 \cdot 10^{-3}$
1 năm	$3,156 \cdot 10^4$	$5,260 \cdot 10^5$	$8,766 \cdot 10^3$	365,2	1

Khối lượng ; Các đơn vị khối lượng aoxơ (oz), pao (lb), tấn Anh là các trọng lượng không phải là khối lượng nhưng nói chung chúng đều tương ứng với các khối lượng, chẳng hạn như 1kg có trọng lượng 2,205/lb tại vùng có g = 9,80665 m/s².

Khối lượng	kg	u	slug	1 aoxơ (oz) = 28,35g (lực) = $2,835 \cdot 10^{-2}$ kg (lực)
1 kilôgam	1	$6,022 \cdot 10^{26}$	$6,852 \cdot 10^{-2}$	1 pao (lb) = 453,6g (lực) = 0,4536kg (lực)
1 đơn vị khối lượng nguyên tử (u)	$1,661 \cdot 10^{-27}$	1	$1,138 \cdot 10^{-28}$	1 tấn Anh = 907,2kg (lực)
1 slug	14,59	$8,788 \cdot 10^{27}$	1	1 tấn hệ mét = 1000kg

Diện tích	m^2	in^2	ft^2
1 mét vuông	1	1550	10,76
1 inch vuông	$6,452 \cdot 10^{-4}$	1	$6,944 \cdot 10^{-3}$
1 fut vuông	$9,290 \cdot 10^{-2}$	144	1

$$1 \text{ barn} = 10^{-26} m^2$$

$$1 \text{ hecta} = 10^4 m^2 = 2,471 \text{ acre}$$

$$1 \text{ acre} = 4,356 \cdot 10^4 ft^2 = 0,4049 \text{ ha}$$

$$1 \text{ dặm vuông} = 640 \text{ acre} = 2,788 \cdot 10^7 ft^2$$

Thể tích	m^3	cm^3	l	in^3	ft^3
1 mét khối	1	10^6	10^3	$6,102 \cdot 10^4$	35,31
1 centimét khối	10^{-6}	1	10^{-3}	$6,102 \cdot 10^{-2}$	$3,531 \cdot 10^{-5}$
1 lít	10^{-3}	10^3	1	61,02	$3,531 \cdot 10^{-2}$
1 inch khối	$1,639 \cdot 10^{-5}$	16,39	$1,639 \cdot 10^{-2}$	1	$5,787 \cdot 10^{-4}$
1 fut khối	$2,832 \cdot 10^{-2}$	$2,831 \cdot 10^4$	28,32	1728	1

$$1 \text{ galon Mĩ} = 231 in^3$$

$$1 \text{ galon Anh} = 277,42 in^3$$

Tốc độ	m/s	km/h	ft/s	mi/h
1 mét trên giây	1	3,600	3,2810	2,2370
1 kilômét trên giờ	0,2778	1	0,9113	0,6214
1 fut trên giây	0,3048	1,097	1	0,6818
1 dặm trên giờ (mi/h)	0,4470	1,609	1,4670	1

Lực	N	dyn	Ib
1 niutơn	1	10^5	0,2248
1 dyn	10^{-5}	1	$2,248 \cdot 10^{-6}$
1 pao (lb)	4,448	$4,448 \cdot 10^5$	1

Công suất	W	cal/s	hp	ft.lb/s	Btu/h
1 oát	1	0,2390	$1,341.10^{-3}$	0,7376	3,414
1 calo trên giây	4,184	1	$5,611.10^{-3}$	3,086	14,29
1 mã lực (hp)	745,7	178,2	1	550	2546
1 fut pao trên giây	1,356	0,3240	$1,818.10^{-3}$	1	4,629
1 đơn vị nhiệt lượng Anh trên giờ	0,2929	$7,000.10^{-2}$	$3,928.10^{-4}$	0,2160	1

Calo nhiệt động hóa học theo định nghĩa bằng $4,186\text{J}$. Calo lớn dùng trong khẩu phần ăn là 10^3 cal.

Khối lượng riêng	kg/m ³	g/cm ³	lb/ft ³
1 kilôgam trên mét khối	1	10^{-3}	$6,243.10^{-2}$
1 gam trên centimét vuông	10^3	1	62,43
1 pao trên fut khối	16,02	$1,602.10^{-2}$	1

Pao trên fut khối là trọng lượng riêng, các đơn vị khác là khối lượng riêng. Xem bảng khối lượng.

Áp suất	Pa	dyn/cm ²	atm	mmHg	lb/in ²
1 pascan (1N/m^2)	1	10	$9,869.10^{-6}$	$7,501.10^{-3}$	$1,450.10^{-4}$
1 dyn trên centimét vuông	0,1	1	$9,869.10^{-7}$	$7,501.10^{-4}$	$1,450.10^{-5}$
1 atmốt phe	$1,013.10^5$	$1,013.10^6$	1	760	14,70
1 milimét thuỷ ngân	133,3	$1,333.10^3$	$1,316.10^{-3}$	1	$1,934.10^{-2}$
1 pao trên inch vuông	6895	$6,895.10^4$	0,6805	51,71	1

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

Năng lượng	J	ec	eV	Cal	kW.h	ft.lb	Btu
1 jun	1	10^7	$6,242.10^{18}$	0,2390	$2,778.10^{-7}$	0,7376	$9,484.10^{-4}$
1 ec	10^{-7}	1	$6,242.10^{11}$	$2,390.10^{-8}$	$2,778.10^{-14}$	$7,376.10^{-8}$	$9,484.10^{-11}$
1 êlectron-vôn	$1,602.10^{-19}$	$1,602.10^{-12}$	1	$3,829.10^{-20}$	$4,450.10^{-26}$	$1,182.10^{-19}$	$1,520.10^{-22}$
1 calo	4,184	$4,184.10^7$	$2,611.10^{19}$	1	$1,162.10^{-6}$	3,086	$3,968.10^{-3}$
1 kilôoát giờ	$3,6.10^6$	$3,6.10^{13}$	$2,247.10^{25}$	$8,604.10^5$	1	$2,655.10^6$	3414
1 fut pao	1,356	$1,356.10^7$	$8,462.10^{18}$	0,324	$3,766.10^{-7}$	1	$1,286.10^{-3}$
1 đơn vị nhiệt lượng Anh	1054	$1,054.10^{10}$	$6,581.10^{21}$	252	$2,929.10^{-4}$	$7,777.10^2$	1

PHỤ LỤC 3

CÁC HẰNG SỐ CƠ BẢN

Bảng tóm tắt các giá trị được đề nghị năm 1993 của các hằng số vật lí cơ bản (B. N. Taylor, Viện tiêu chuẩn và Công nghệ quốc gia).

Đại lượng	Kí hiệu	Giá trị	Đơn vị	Sai số tương đối phần nghìn
Tốc độ ánh sáng trong chân không	c	299792458	m.s^{-1}	chính xác
Nhiệt độ điểm ba	T_t	273,16	K	chính xác
Hằng số từ thẩm của chân không	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} =$ $12,566370614 \cdot 10^{-7}$	N.A^{-2}	chính xác
Hằng số điện môi của chân không, $1/\mu_0 c^2$	ε_0	8,854187817	10^{-12}F.m^{-1}	chính xác
Hằng số hấp dẫn của Newton	G	6,67259(85)	$10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	128
Hằng số Planck $h/2\pi$	h \hbar	6,6260755(40) 1,05457266(63)	10^{-34}J.s 10^{-34}J.s	0,60 0,60
Điện tích nguyên tố	e	1,60217733(49)	10^{-19}C	0,30
Lượng tử từ thông $h/2e$	ϕ_0	2,06783461(61)	10^{-15}Wb	0,30
Khối lượng electron	m_e	9,1093897(54)	10^{-31}kg	0,59
Khối lượng proton	m_p	1,6726231(10)	10^{-27}kg	0,59
Tỉ số khối lượng proton electron	m_p / m_e	1836,152701(37)		0,020
Khối lượng neutron	m_n	1,6749286(10)	10^{-27}kg	0,59
Bước sóng Compton $h/m_e c$	λ_c	2,42631058(22)	10^{-12}m	0,089
Hằng số cấu trúc tinh tế $\mu_0 ce^2 / 2h$	α	7,29735308(33)	10^{-3}	0,045
Hằng số cấu trúc tinh tế nghịch đảo	α^{-1}	137,0359895(61)		0,045

Hằng số Rydberg $m\alpha^2/2h$	R_∞	10973731,534(13)	m^{-1}	0,0012
Hằng số Avogadro	N_A	6,0221367(36)	10^{23}mol^{-1}	0,59
Hằng số Faraday $N_A e$	F	96485,309(29)	C.mol^{-1}	0,30
Hằng số khí ứng với 1 mol	R	8,314510(70)	$\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$	8,4
Hằng số Boltzmann R/N_A	k	1,380658(12)	10^{-23}J.K^{-1}	8,5
Hằng số Stefan – Boltzmann $(\pi^2/60)k^4/\hbar^3 c^2$	σ	5,67051(19)	$10^{-8} \text{Wm}^{-2}.\text{K}^{-4}$	34

Các đơn vị không SI được dùng với SI

électron vôn $(e/C)J = \{e\}J$	eV	1,60217733(49)	10^{-19}J	0,30
Đơn vị khối lượng nguyên tử 1u = $m_u = 1/12 m(^{12}\text{C})$	u	1,6605402(10)	10^{-27}kg	0,59

Khối lượng électron $m_e = 0,000\ 549u = 0,511\text{Mev}/c^2$

Khối lượng prôtôn $m_p = 1,007\ 28u = 938,3\text{Mev}/c^2$

Khối lượng nơtron $m_n = 1,008\ 665u = 939,6\text{Mev}/c^2$

$$1u = 931,5\text{Mev}/c^2$$

PHỤ LỤC 4

CÁC PHÉP TÍNH VI PHÂN

Đạo hàm của $y = f(x)$ được định nghĩa là giới hạn của độ dốc $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của đường cong y

theo x :

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Một số hệ thức tổng quát về các đạo hàm :

Tổng của các hàm :

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = \frac{df}{dx} \pm \frac{dg}{dx}$$

Tích của các hàm :

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f \frac{dg}{dx} + g \frac{df}{dx}$$

Thương của hai hàm :

$$\frac{d\left(\frac{f}{g}\right)}{dx} = \frac{gdf}{dx} - \frac{fdg}{g^2}$$

Đạo hàm của hàm hợp (quy tắc dây chuyền) : Nếu $y = f(x)$ và $x = g(z)$ thì :

$$\frac{df(x)}{dz} = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$$

Các đạo hàm của một số hàm đặc biệt (a và n là các hằng số) :

$$\frac{d(ax^n)}{dx} = nax^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}a^{nx} = na^x \ln a$$

$$\frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax}$$

$$\frac{d}{dx}\sin(ax) = a\cos(ax)$$

$$\frac{d}{dx}\arcsin(ax) = \frac{a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\cos(ax) = -a\sin(ax)$$

$$\frac{d}{dx}\arccos(ax) = \frac{-a}{\sqrt{1-a^2x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{tg}(ax) = a\sec^2(ax)$$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{arctg}(ax) = \frac{a}{1+a^2x^2}$$

$$\frac{d}{dx}\ln(ax) = \frac{1}{x}$$

PHỤ LỤC 5

CÁC PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN

Tích phân I của hàm $f(x)$ giữa các giới hạn a và b được viết là :

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

và bằng diện tích giới hạn bởi đường cong $f(x)$ giữa các đường $x = a$, $x = b$ và trục hoành. Định lí cơ bản của các phép tính chứng tỏ rằng nếu giới hạn trên là một biến w thì :

$$I(w) = \int_a^w f(x)dx$$

$$\frac{d}{dw} I(w) = \frac{d}{dw} \int_a^w f(x)dx = f(w)$$

Vậy ta coi tích phân như là nghịch đảo của đạo hàm. Tích phân không định hạn $I(x)$ của $f(x)$ là hàm mà đạo hàm của nó là $f(x)$: ví dụ như tích phân không định hạn

$$ax^2 + bx + c \text{ là } \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx + d$$

Một số quy tắc chung về các tích phân không định hạn (f , g , u và v là các hàm ; a , b và c là các hằng số) có thể được biểu diễn là :

$$\int dx = x + C$$

$$\int \frac{d[f(x)]}{dx} dx = f(x) + C$$

$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx$$

$$\int [af(x) + bg(x)]dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Sau đây là các bảng của một số tích phân không định hạn và định hạn.

Các tích phân không định hạn

Một hằng số tùy ý có thể được cộng vào mỗi tích phân ; a , b và n biểu diễn các hằng số.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}$$

$$\int (a + bx)^n dx = \frac{(a + bx)^{n+1}}{b(n+1)} \quad (\text{với } n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b} \ln(a + bx)$$

$$\int \frac{xdx}{a + bx^2} = \frac{1}{2b} \ln(a + bx^2)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^3} (a^2 x^2 - 2ax + 2)$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \ln(ax)dx = (x \ln ax) - x$$

$$\int \sin(ax)dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$$

$$\int \cos(ax)dx = \frac{\sin(ax)}{a}$$

$$\int \operatorname{tg}(ax)dx = -\frac{\ln(\cos ax)}{a}$$

$$\int \sin^2(ax)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \cos^2(ax)dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \operatorname{tg}^2(ax)dx = \frac{\operatorname{tg}(ax)}{a} - x$$

Các tích phân định hạn

(a > 0)

$$\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = n! a^{-n-1}$$

$$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

$$\int_0^\infty \frac{dx}{1+e^{ax}} = \frac{\ln 2}{a}$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin(ax)}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\infty e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

PHỤ LỤC 6

CÁC CÔNG THỨC TÍNH GẦN ĐÚNG

CÁC CÔNG THỨC VÀ KÍ HIỆU

Các khai triển

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^n + \dots \quad |x| < 1$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \dots \quad \theta \text{ đo bằng rad}$$

$$\sin^{-1}x = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \dots \quad |x| < 1 \text{ góc đo bằng rad}$$

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$$

$$\begin{aligned} \tan^{-1}x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots & x^2 < 1 \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots & x^2 > 1 \end{aligned}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots \quad |x| < 1$$

Diện tích

$$\text{Hình vuông có cạnh } a \quad a^2$$

$$\text{Hình chữ nhật với các cạnh } a \text{ và } b \quad ab$$

$$\text{Hình tam giác có đáy } b \text{ và chiều cao } h \quad \frac{1}{2}bh$$

$$\text{Hình bình hành có đáy } b \text{ và chiều cao } h \quad bh$$

$$\text{Hình tròn có bán kính } r \quad \pi r^2$$

$$\text{Hình elip với bán trục dài } a \text{ và bán trục ngắn } b \quad \pi ab$$

$$\text{Hình cầu có bán kính } r \quad 4\pi r^2$$

Hình trụ tròn có bán kính r và chiều cao h

$$2\pi r^2 + 2\pi rh$$

(đỉnh và đáy) + (diện tích xung quanh)

Thể tích

$$\text{Hình lập phương có cạnh } a \quad a^3$$

$$\text{Hình lăng trụ với diện tích đáy } A \text{ và chiều cao } h \quad Ah$$

$$\text{Hình cầu có bán kính } r \quad \frac{4}{3}\pi r^3$$

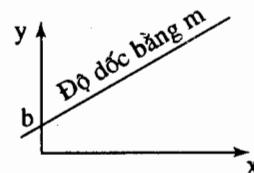
$$\text{Hình trụ có diện tích đáy } A, \text{ chiều cao } h \quad Ah$$

$$\text{Hình nón có diện tích } A \text{ và chiều cao } h \quad \frac{1}{3}Ah$$

Phương trình của các đường cong

Đường thẳng có độ dốc m và phần bị chấn b (hình PL.1):

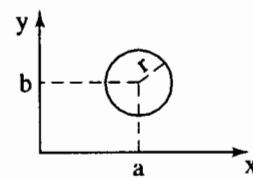
$$y = mx + b$$



Hình PL.1

Đường tròn có bán kính r , tâm tại (a, b) (hình PL.2):

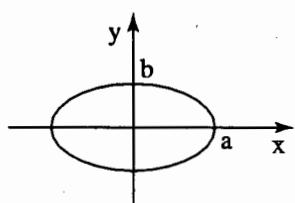
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$



Hình PL.2

Elip với các bán trục a và b, có tâm tại (0, 0) (hình PL.3) :

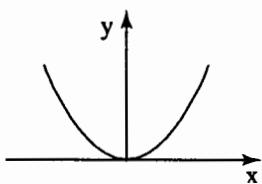
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Hình PL.3

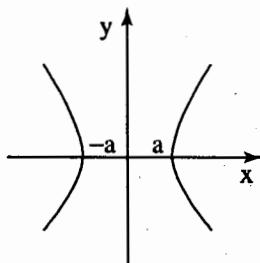
Parabol có đỉnh tại gốc, nhánh hướng lên trên (hình PL.4) :

$$y = Ax^2$$



Hình PL.4

Hyperbol với các đỉnh tại ($\pm a, 0$) và tâm sai e cho bởi $e^2 = \frac{b^2}{a^2} + 1$, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
(hình PL.5)



Hình PL.5

Phương trình bậc hai

Các nghiệm phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được cho bởi :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Lôgarit

Nếu $x = a^y$ thì $y = \log_a x$

$$\log(u/v) = \log u - \log v$$

Cơ số của lôgarit tự nhiên là :

$$\log_e^n = n \log_e$$

$$e = 2,718281828\dots$$

sao cho $y = \log_e x = \ln x$

$$\ln e = 1$$

$$\log 1 = 0$$

$$\ln e^n = n$$

$$\log_a a = 1$$

$$\ln 10 = 2,303$$

$$\log(uv) = \log u + \log v$$

$$\ln 2 = 0,693$$

PHỤ LỤC 6

Bộ chữ cái Hy Lạp

Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường	Tên chữ	Chữ hoa	Chữ thường
Anpha	A	α	Nuy	N	ν
Bêta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Ômicrôn	Ο	ο
Đenta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	Ε	ε	Rô	Ρ	ρ
Zêta	Ζ	ζ	Sigma	Σ	σ
Êta	Η	η	Tau	Τ	τ
Têta	Θ	θ	Upsilon	Υ	υ
lôta	I	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Kappa	Κ	κ	Khi	Χ	χ
Lamđa	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Muy	Μ	μ	Ômêga	Ω	ω

PHỤ LỤC 7

VECTƠ VÀ PHÉP TÍNH VECTƠ

Vectơ là một đại lượng có cả độ lớn lẫn hướng, thường kí hiệu là \mathbf{A} (đậm) hoặc \vec{A} . Độ lớn của vectơ \mathbf{A} là : $A = |\mathbf{A}|$, nó không bao giờ âm.

Biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ Descartes

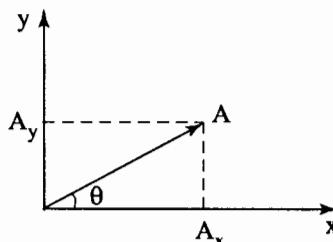
Trong *mặt phẳng* (không gian 2 chiều) :

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$$

trong đó \mathbf{i}, \mathbf{j} là các vectơ đơn vị dọc theo các trục Ox, Oy . A_x, A_y là các thành phần vectơ dọc theo các trục đó. Thành phần vectơ có thể dương hoặc âm. Độ lớn và hướng của vectơ \mathbf{A} được xác định như sau (hình PL.6) :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



Hình PL.6

Nếu độ lớn A và hướng (góc θ) đã cho thì các thành phần vectơ có thể tìm được bằng :

$$A_x = A \cos \theta; \quad A_y = A \sin \theta$$

Mở rộng trong không gian 3 chiều thì độ lớn của vectơ \mathbf{A} là :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

với A_x, A_y, A_z là các thành phần vectơ dọc theo ba trục Ox, Oy, Oz . Hướng của vectơ \mathbf{A} có thể biểu thị qua các góc đối với trục toạ độ, nhưng trong không gian 3 chiều cho ba thành phần A_x, A_y, A_z sẽ thuận tiện hơn.

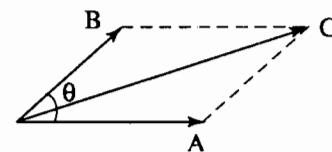
Cộng vectơ (phương pháp hình học) :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

Các vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} được cộng theo phương pháp hình học để tạo ra vectơ tổng \mathbf{C} . Vectơ \mathbf{C} là đường chéo của hình bình hành mà \mathbf{A} và \mathbf{B} là hai cạnh. Độ lớn của \mathbf{C} là :

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

trong đó A, B là các độ lớn của vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} , θ là góc giữa hai vectơ đó (hình PL.7).



Hình PL.7

Phép cộng vectơ có các tính chất sau :

- Giao hoán : $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
- Kết hợp : $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$
- Nhân vectơ với một vô hướng : $\mathbf{B} = s \cdot \mathbf{A}$, nếu $s > 0$ thì \mathbf{B} cùng hướng với \mathbf{A} và có độ lớn $B = |s|A$; nếu $s < 0$ thì \mathbf{B} ngược hướng với \mathbf{A} và có độ lớn $B = |s|A$.

Cộng vectơ (phương pháp giải tích).

Khi biểu diễn vectơ trong hệ toạ độ thì vectơ tổng $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ có các thành phần vectơ như sau :

$$C_x = A_x + B_x; C_y = A_y + B_y; C_z = A_z + B_z$$

Độ lớn của vectơ tổng \mathbf{C} được tính :

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} = \\ &= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2} \end{aligned}$$

Tích vô hướng (tích chấm)

Tích vô hướng của hai vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} là một vô hướng được định nghĩa (hình PL.8) :

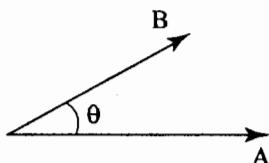
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

Nó có thể biểu diễn theo các thành phần vectơ :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Tích vô hướng có các tính chất :

- Giao hoán : $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
- Phân phối : $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$



Hình PL.8

- Ngoài ra còn có tính chất :

$$\mathbf{A} \cdot (s\mathbf{B}) = s(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}), \text{ trong đó } s \text{ là một vô hướng.}$$

Tích vectơ

Tích vectơ của hai vectơ \mathbf{A} và \mathbf{B} được định nghĩa là vectơ :

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

– Hướng của vectơ \mathbf{C} được xác định bằng quy tắc bàn tay phải : Vectơ \mathbf{C} vuông góc với mặt phẳng chứa \mathbf{A} và \mathbf{B} , uốn cong các ngón tay của bàn tay phải theo chiều quay từ \mathbf{A} đến \mathbf{B} , ngón tay cái choãi ra chỉ chiều của \mathbf{C} (hình PL.9).

– Độ lớn của vectơ \mathbf{C} là :

$$C = AB \sin \theta$$

Nếu biểu diễn các vectơ trong hệ toạ độ thì :

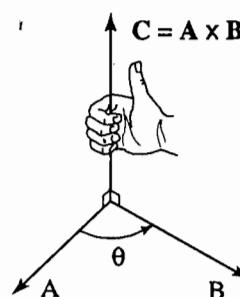
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}$$

trong đó các thành phần vectơ là :

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x.$$



Hình PL.9

Tích vectơ có các tính chất như sau :

- Không giao hoán : $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$, khi đổi chỗ hai vectơ ta có : $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$
- Phân phối : $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$

PHỤ LỤC 8

CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Sin, cosin, tang của θ (xem hình PL.10) được cho bởi :

$$\sin\theta = \frac{y}{r} ; \cos\theta = \frac{x}{r} ; \operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

Côsec, sec và cötang của θ được cho bởi :

$$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{1}{\sin\theta} ; \sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\operatorname{cotg}\theta = \frac{x}{y} = \frac{1}{\operatorname{tg}\theta}$$

Từ hình PL.10 :

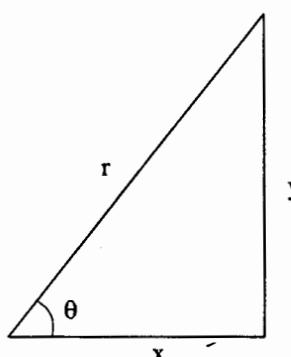
$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos\theta ; \cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \sin\theta$$

$$\operatorname{tg}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \mp \operatorname{cotg}\theta$$

Từ định lí Pithagor, $x^2 + y^2 = r^2$ và :

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 ; \sec^2\theta - \operatorname{tg}^2\theta = 1$$

$$\csc^2\theta - \operatorname{cotg}^2\theta = 1$$



Hình PL.10

Dưới đây là một số công thức lượng giác :

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$$

$$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta =$$

$$= 2 \cos^2\theta - 1 = 1 - 2 \sin^2\theta$$

$$\operatorname{tg}2\theta = \frac{2\operatorname{tg}\theta}{1 - \operatorname{tg}^2\theta}$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) ; \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta ; \cos(-\theta) = \cos\theta ;$$

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg}\theta$$

Đối với một tam giác bất kì (xem hình PL.11) :

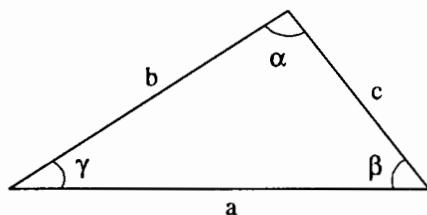
$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Định lí hàm số cosin :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha = \\ = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

Định lí hàm số sin :

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$



Hình PL.11

PHỤ LỤC 9

Nhóm
I
II

BẢNG TUẦN HOÀN CÁC NGUYỄN TỐ
Các nguyên tố chuyển tiếp

Nhóm
III
IV
V
VI
VII
VIII

H 1
1,00794
 $1s^1$

He 4
4,002602
 $1s^2$

Kí hiệu — Cl 17 — Sô nguyên tử
Khối lượng nguyên tử — 35,4527

Cấu hình electron
(chỉ những lớp ngoài)

Na 11 Mg 12

6d¹7s²

22,989768 24,3050
 $3s^2$

6d¹7s²

22,989768 24,3050
 $3s^1$

6d¹7s²

K 19 Ca 20 Sc 21 Ti 22 V 23 Cr 24 Mn 25 Fe 26 Co 27 Ni 28 Cu 29 Zn 30 Ga 31 Ge 32 As 33 Se 34 Br 35 Kr 36

6d¹7s²

39,0983 40,0778 44,955910 47,88 50,9415 51,9961 54,93805 55,847 58,93320 58,6934 63,546 65,39 69,723 72,61 74,92159 78,96 79,904 83,80

6d¹7s²

Rb 37 Sr 38 Y 39 Zr 40 Nb 41 Mo 42 Tc 43 Ru 44 Rh 45 Pd 46 Ag 47 Cd 48 In 49 Sn 50 Sb 51 Te 52 I 53 Xe 54

6d¹7s²

85,4678 87,62 88,90385 91,224 92,90638 95,94 (97,9072) 101,07 102,90550 106,42 107,8682 112,411 114,818 118,710 121,757 127,60 126,90447 131,29

6d¹7s²

Cs 55 Ba 56 57 - 71+ Hf 72 Ta 73 W 74 Re 75 Os 76 Ir 77 Pt 78 Au 79 Hg 80 Tl 81 Pb 82 Bi 83 Po 84 At 85 Rn 86

6s¹
6s²

132,90543 137,327 178,49 180,9479 183,84 186,207 190,23 192,22 195,08 196,9654 200,59 204,3833 207,2 208,98037 (208,9824) (209,9871) (222,0176)

5d¹5s²
5d²5s²
5d³5s²

Fr 87 Ra 88 89 - 103+ (Db)* 104 (Rf)* 105 (Rg)* 106 (Bh)* 107 (Hn)* 108 (Mt)* 109 (223,0197) (226,0254) (261,1089) (262,1144) (263,1186) (262,1231) (265,1306) (266,1378)

7s¹
7s²

B 10,811	C 12,011	N 14,00674	O 15,9994	F 2p ⁵	Ne 10 18,9984032 20,1797
2p ¹	2p ²	2p ³	2p ⁴	2p ⁵	2p ⁶
Al 26,98154	Si 28,0855	P 30,97376	S 32,066	Cl 35,4527	Ar 18 39,948
3p ¹	3p ²	3p ³	3p ⁴	3p ⁵	3p ⁶

La 57 Ce 58 Pr 59 Nd 60 Pm 61 Sm 62 Eu 63 Gd 64 Tb 65 Dy 66 Ho 67 Er 68 Tm 69 Yb 70 Lu 71	138,9055 140,90765 144,24 (144,9127) 150,36 151,965 157,25 158,92534 162,50 164,93032 167,26 168,93421 173,04 174,967											
4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ³	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	4f ¹ 5d ¹ 6s ²					
*Ho lantan	140,90765 140,9115 140,90765 144,24 (144,9127) 150,36 151,965 157,25 158,92534 162,50 164,93032 167,26 168,93421 173,04 174,967											
*Ho actini	(227,0278) 232,0381 231,03588 238,0289 (237,0482) (244,0642) (243,0614) (247,0703) (247,0703) (251,0796) (252,0803) (257,0951) (258,0984) (259,1001) (262,1098)											
Ac 89 Th 90 Pa 91 U 92 Np 93 Pu 94 Am 95 Cm 96 Bk 97 Cf 98 Es 99 Fm 100 Md 101 No 102 Lr 103	6d ¹ 7s ²	6d ¹ 7s ²	5f ⁵ 6d ¹ 7s ²	5f ⁵ 6d ⁰ 7s ²	5f ⁶ 6d ⁰ 7s ²	5f ⁷ 6d ⁰ 7s ²	5f ¹¹ 6d ⁰ 7s ²	5f ¹² 6d ⁰ 7s ²	5f ¹³ 6d ⁰ 7s ²	5f ¹⁴ 6d ⁰ 7s ²	5f ¹⁵ 6d ⁰ 7s ²	5f ¹⁶ 6d ⁰ 7s ²

ĐÁP SỐ CỦA CÁC BÀI TẬP

Chương 31

Bài tập

1. 120° .

3. 2α .

4. (a) 65° ; (b) $36,5^\circ$

8. $7,827^\circ$

9. (a) $0,765m$; (b) $1,59m$; (c) Khoảng cách bất kì.

10. (a) $111mm$; (b) Ánh thuận; (c) $2mm$.

11. (a) $2m$; (b) $1m$ sau gương.

13. $1,48$.

15. $64mm$.

16. $220mm$.

19. $3,05mm$.

21. (a) $80mm$; (b) 7 .

22. (a) $4,9mm$; (b) 33 ; (c) 980 .

23. $7,4 m^3$.

Bài tập nâng cao

6. $x = 10mm$, $y = 19,1mm$, $z = 0$.

9. $1,650$.

Chương 32

Bài tập

1. (a) $\theta_1 = \pm 0,18^\circ$, $\theta_2 = \pm 0,36^\circ$;

(b) $\theta_1 = \pm 0,27^\circ$, $\theta_2 = \pm 0,45^\circ$.

3. $2,5m$.

8. $5,0mm$ và $3,5mm$.

9. $116nm$.

12. $36,84\mu m$.

14. $305,5$ vân.

15. $3,5mm$.

16. 9 .

Bài tập nâng cao

1. $dsin\theta_m = (m + \frac{1}{2})\lambda$ và

$$dsin\theta_m = m\lambda.$$

3. (a) $0,5\mu m$;

$$(b) x_0 = \frac{(n-1)eD}{d} = 1,2mm$$

về phía khe S_1 ;

Dịch S về phía S_1 một đoạn :

$$y_0 = \frac{(n-1)el}{d} = 1mm;$$

(d) $0,42\mu m$ và $0,56\mu m$.

4. (a) $10,5 cm$; (b) $1mm$; (c) $6,57 \mu m$.

5. (a) $l_0 = 1,58m$; (b) $0,25mm$; 21 vân.

6. (a) $0,72mm$ (b) $1,1mm$; (c) 9 vân;

(d) $13mm$.

7. (a) $x_m = m \frac{\lambda L}{2d}$;

(b) $x_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{2d}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$);

(c) $i = 3,15mm$.

8. (a) $0,51 \cdot 10^{-4}$ rad; (b) Có hai hệ vân;

vị trí trùng nhau: $x_t = 2,2t$ (cm)

$t = 0, 1, 2, \dots$

9. (a) $m = 5$; $\lambda = 0,5 \mu m$; (c) $= 1,35$.

11. (a) $I_2 = (0,0200)I_1$;

$$(b) I_6 = (0,0200) \cdot (1 - 0,0200)^2 I_1 = \\ = (0,0193)I_1.$$

14. (a) 16% ; (b) 0,49%.

Chương 33

Bài tập

1. (a) 0,68mm ; 0,96mm ; 1,17mm.

(b) 0,8mm ; 1,13mm ; 1,38mm.

2. $r = r_2 = 1,35\text{mm}$.

3. $m = 4$; tối.

4. $\lambda = 0,525\mu\text{m}$.

5. 1,7m.

$$6. (a) r_m = \sqrt{\frac{fb\lambda}{b-f}} m \quad (m = 1, 2, 3\dots)$$

(b) $m = 1$, $r_1 = 0,54\text{mm}$.

7. 280nm (tử ngoại).

9. 0,280mm.

10. $1,3\mu\text{m}$.

12. 4,6 và 1,6%.

13. 2.

15. 10.

17. $8,1\mu\text{rad}$.

18. 0,10m.

20. 4,1mm.

$$21. \frac{d}{a} = 6.$$

23. $2,40 \text{ nW/m}^2$.

24. 0,126.

25. (a) $2,09\mu\text{m}$; (b) 566 nm.

27. (a) $\pm 14,3^\circ$ và $\pm 29,6^\circ$;

(b) 336 và 374 μrad .

28. (a) $\pm 15,1^\circ$, (b) $4,91 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$.

30. 998 khe.

33. 0,13nm.

Chương 34

Bài tập

2. 60° .

4. (a) Thẳng đứng ; (b) 82%.

6. $53,1^\circ$.

8. 1,23.

12. (a) 0,56 rad ; (b) 1,0 rad.

Bài tập nâng cao

1. $-0,057$.

4. (b) 0,781 ; (c) 0,976 ; (d) 0,998.

6. (a) 90° .

Chương 35

Bài tập

2. (a) $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}$; (b) $-\mathbf{v}$.

4. $\mathbf{v}'' = \mathbf{v} + \mathbf{v}'$.

7. (a) $-1,65 \cdot 10^5 \text{ m}$; $0,55\text{s}$;

(b) $1,66 \cdot 10^7 \text{ m}$; $0,55\text{s}$;

(c) $-1,16 \cdot 10^9 \text{ m}$; $3,9\text{s}$.

9. $x = \gamma(x' + vt')$, $y = y'$, $z = z'$;

$t = \gamma(t + vx'/c^2)$ với $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$.

11. (a) $x' = \gamma(x - \beta ct)$, $y' = y$, $z' = z$;

$t' = \gamma(t - \beta x/c)$ với $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$;

- (c) Nhỏ không đáng kể ;
 (d) 0,06% ;
 (e) 2,6%.
- 12.** (a) Sự phun trên Io ; (b) $14 \cdot 10^{11} \text{m}$.
- 13.** (a) $x'_1 = 88 \text{ ly}$; $t'_1 = -83 \text{ năm}$;
 $x'_2 = 134 \text{ ly}$; $t'_2 = -126 \text{ năm}$; Người quan sát O ; (c) Người quan sát O.
- 16.** (a) $7 \cdot 10^3 \text{s}$; (b) $2 \cdot 10^3 \text{s}$;
 (c) $1 \cdot 10^3 \text{s}$; (d) $1 \cdot 10^3 \text{s}$.
- 20.** $0,99999995c$.
- 21.** (a) $3,1 \text{MeV}$; $1,9 \cdot 10^{-21} \text{kgm/s}$;
 (b) 79keV ; $1,6 \cdot 10^{-22} \text{kgm/s}$;
 (c) $2,6 \text{ keV}$; $2,7 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$;
 (d) $0,26 \text{ eV}$; $2,7 \cdot 10^{-25} \text{kgm/s}$.
- 23.** (a) $0,12c$; (b) $0,36c$.
- 26.** (a) $0,866 c$; (b) $0,866c$.
- 27.** (a) $1,0 \cdot 10^{-4} u$; (b) $7,6 \cdot 10^{-15} J$.
 (c) $1,0 \cdot 10^{-20} \text{ kgm/s}$; $1,5 \cdot 10^6 \text{m/s}$.
- 29.** Không.
- 31.** 1520km .
- 32.** (a) Đối với năng lượng E đã cho, phôtônen luôn có động lượng lớn hơn ;
 (b) 0,991.
- Bài tập nâng cao**
- 2.** (a) 110 tuổi.
- 9.** (a) $0,77c$; (c) $3,0 \cdot 10^{-19} \text{kgm/s}$.
- 4.** (a) $7 \cdot 10^{-21} J$; (b) $2 \cdot 10^{14} \text{Hz}$, $2 \cdot 10^{33} \text{Hz}$.
- 5.** (a) $7 \cdot 10^{-121} J$; (b) $2 \cdot 10^{-31} J$;
 (c) $4 \cdot 10^{-21} J$; (d) $1 \cdot 10^{-20} J$.
- 6.** $1,7$ tới $3,1 \text{eV}$; $2,7 \cdot 10^{-19}$ tới $5,0 \cdot 10^{-19} J$.
- 8.** (a) $6,0 \cdot 10^{14} \text{Hz}$; (b) Không.
- 11.** (a) $1,87 \text{eV}$; (b) $4,5 \cdot 10^{14} \text{Hz}$;
 (c) $2,14 \text{eV}$; Không.
- 13.** (a) $1,3$ tới $0,7 \text{eV}$; (b) $3,1$ tới $3,7 \text{eV}$;
 (c) $7,6 \cdot 10^{14}$ tới $8,9 \cdot 10^{14} \text{Hz}$;
 (d) Không thay đổi.
- 15.** (a) 76pm ; (b) 73pm ; (c) 71pm .
- 16.** 53° .
- 18.** (a) $0,48 \text{MeV}$; (b) $p = 4,4 \cdot 10^{-21} \text{kgm/s}$ ở $3,3^\circ$ so với hướng ban đầu ; $93,3^\circ$ so với hướng phôtônen tán xạ.
- 23.** (a) Dãy Paschen, bước sóng dài nhất thứ hai ; (b) $-0,54 \text{eV}$, $-1,51 \text{eV}$;
 (c) $2,3 \cdot 10^{14} \text{Hz}$; $1,3 \mu\text{m}$.
- 25.** (a) $2,2 \cdot 10^6 \text{m/s}$; (b) $1,00003$.
- 26.** (a) $1/\lambda = R_H(1 - 1/n_f^2)$; (c) Lyman.
- 28.** 100W .
- 30.** 200W .
- 31.** 118000K .
- 33.** (a) $0,005 \text{nm}$, không ; (b) $8 \cdot 10^{-35} \text{kg}$.

Chương 36

Bài tập

- 1.** (a) 360W ; (b) $5,8 \text{kW}$; (c) 230kW .
- 3.** (a) $7,4 \text{ kJ}$; (b) $7,7 \cdot 10^{-5} \text{m}^2$.

Bài tập nâng cao

- 6.** (a) $0,773 \text{meV}$; (b) $1,69 \cdot 10^{-12} \text{ m}$;
 (c) $0,558 \text{MeV}$; $0,446 \text{MeV}$.
- 9.** 22nm .

Chương 37

Bài tập

2. $3,1 \cdot 10^{-18} \text{J}$; $1,7 \cdot 10^{-21} \text{J}$; $8,1 \cdot 10^{-24} \text{J}$.

4. (a) $1,5 \cdot 10^{-10} \text{m}$; (b) $8,9 \cdot 10^{-11} \text{m}$.

5. (a) $7 \cdot 10^{-28} \text{kgm/s}$; (b) $2 \cdot 10^{-46} \text{J}$;

$$(c) \frac{3}{2} kT = 6 \cdot 10^{-21} \text{J}.$$

7. (a) $8,5 \cdot 10^{-24} \text{kgm/s}$; (b) $7,8 \cdot 10^{-11} \text{m}$.

8. 59 tới 150pm.

9. (a) 12pm; (b) 0,29pm; (c) 0,10pm.

11. 12 eV.

13. 0,12mm.

15. $1 \cdot 10^{-10} \text{m}$.

16. (b) $4 \cdot 10^{-6} \text{eV}$.

20. (a) $3 \cdot 10^{-22} \text{s}$; (b) $2 \cdot 10^{-25} \text{s}$;

$$(c) 1 \cdot 10^{-53} \text{s}.$$

22. (a) 0,043; (b) 0,957.

27. (a) 0,3meV; (b) 0,8nm.

31. (a) 2meV; (b) 4meV;

$$(c) kT = 26 \text{meV}.$$

Bài tập nâng cao

3. (c) 15° ; 78° .

4. (b) $\omega = \hbar k^2 / 2m$;

$$(c) \omega = c \sqrt{k^2 + m^2 c^2 / \hbar^2};$$

(d) Vận tốc sóng:

$$c; \hbar k / 2m; c \sqrt{1 + (m^2 c^2 / \hbar^2 k^2)};$$

Vận tốc nhóm:

$$c; \hbar k / m; c / \sqrt{1 + (m^2 c^2 / \hbar^2 k^2)}.$$

6. (b) $L^2 (1/3 - 1/2n^2 \pi^2)$.

8. (b) $\frac{1}{4} \hbar\omega$ đối với $n = 0$, $\frac{3}{4} \hbar\omega$ đối với

$n = 1$; (c) $\frac{1}{4} \hbar\omega$ đối với $n = 0$, $\frac{3}{4} \hbar\omega$ đối với $n = 1$.

Chương 38

Bài tập

1. (a) $-1,51 \text{eV}$; (b) $\sqrt{6\hbar}$; (c) $+\hbar$.

2. (a) $12 \hbar^2$; (b) \hbar^2 ; (c) $11 \hbar^2$; (d) Có.

3. $I = 5,0 \cdot 10^{31}$, không quan sát được.

$$4. (0,21) a_0^{-3/2}.$$

5. (a) $(0,51) a_0$ và $(26,5) a_0$; (b) ψ_{300} dương trong khoảng giữa $r = 0$ và $r = (0,51) a_0$, và giữa $r = (26,5) a_0$ và $r = \infty$; (c) ψ_{300} âm trong khoảng giữa :

$$r = (0,51) a_0 \text{ và } r = (26,5) a_0.$$

7. 0,324 và 0,676.

$$8. x_s = 0,41; x_p = 0,04.$$

10. (a) 5; (b) $2,0 \cdot 10^{-5} \text{eV}$.

12. (b) Khi λ lớn hơn, E sẽ nhỏ hơn;
(c) $2 \cdot 10^{-3} \text{eV}$.

13. (a) $5,79 \cdot 10^{-5} \text{eV/T}$;

$$(b) -5,79 \cdot 10^{-5} \text{eV/T}.$$

14. (a) $1,4 \cdot 10^{-20} \text{N}$; (b) $7,8 \cdot 10^4 \text{m/s}^2$;

$$(c) 63 \mu\text{m}.$$

15. (a) 14; (b) $-0,850 \text{eV}$;

$$(c) \sqrt{12}\hbar = 3,7 \cdot 10^{-34} \text{kgm}^2/\text{s}.$$

17. (a) 9; (b) 4; (c) 3; (d) 5.

19. (a) 54,4eV; (b) 122,4eV.

20. (a) $n = 3$; $l = 1$; $n = 4$; $l = 1$.

22. (a) $\sqrt{12}\mu_B$; (b) $\frac{2}{5}\sqrt{15}\mu_B$;

(c) $\frac{4}{3}\sqrt{12}\mu_B$.

23. $\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$.

24. 5, 4, 3.

25. 5F_1 .

28. (a) $5,8 \cdot 10^{-5}$ eV; (b) $14,5 \cdot 10^{-5}$ eV.

Bài tập nâng cao

1. (a) $\frac{3}{2}a_0$; (b) $\frac{1}{a_0}$ và $\frac{2}{a_0^2}$.

2. (b) $-\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)\frac{1}{a_0}$.

(d) $\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{2}{a_0^2}$.

4. (a) $a \approx \frac{2}{3}hc\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 1,34 \cdot 10^{-3}$ eV.

(b) $\frac{4}{3}\mu_B B$ và $\frac{2}{3}\mu_B B$.

(c) 0,55T.

Chương 39

Bài tập

2. (a) $n_1 = n_2 = n_3 = 1,9 \cdot 10^6$;

(b) $4 \cdot 10^{-7}$ eV.

3. (a) $1,9 \cdot 10^{-21}$ eV; (b) $3 \cdot 10^{-7}$ m/s;

(c) 0,024eV; (d) Không.

5. (a) $6,7 \cdot 10^{46} J^{-1} m^{-3} = 1,1 \cdot 10^{28} eV^{-1} m^{-3}$;

(b) Thể tích ước lượng của đồng xu là $3 \cdot 10^{-7} m^3$; $3 \cdot 10^{20}$ trạng thái.

6. $1 \cdot 10^{22}$ eV⁻¹

7. $6,2 \cdot 10^{28}$.

8. (a) 0,50; (b) 0,73; (c) 0,27; (d) 1,0; (e) $2 \cdot 10^{-17}$.

9. (a) -0,18eV; (b) -0,057eV;

(c) 0,057eV; (d) 0,18eV.

11. (a) $5,8 \cdot 10^{28}$ electron trên $1m^3$;

(b) Một electron trên 1 nguyên tử;

(c) Không.

13. 1,38 : 1,20 : 1,00.

14. (a) $1,6 \cdot 10^6$ m/s; (b) $2 \cdot 10^8$ m/s;

(c) Không.

15. (a) $4 \cdot 10^{-14}$ s; (b) 60nm; (c) Dao động.

16. (a) $1,4 \cdot 10^6$ m/s; (b) $3,3 \cdot 10^{-14}$.

18. $\Delta E = \frac{8}{3}E_F = 20$ eV.

20. (a) $2 \cdot 10^{-28}$; (b) $6 \cdot 10^{-10}$.

23. (a) 45mT; (b) $8 \cdot 10^{-6}$ Wb;

(c) $3,9 \cdot 10^9$ lượng tử; (d) $1 \cdot 10^{-11}$ T.

Bài tập nâng cao

4. (a) $3 \cdot 10^{-15}$; (b) $7 \cdot 10^{-11}$.

Chương 40

Bài tập

1. (a) 9, 9, 18; (b) 20, 23, 43;

(c) 80, 122, 202.

3. (a) 2,4 và 6,4fm; (b) $\frac{10}{197}$.

5. (a) $1,3 \cdot 10^{13} m^3$; (b) 15km; (c) 0,0023.

7. (a) 0,51MeV; (b) 938,3MeV;

(c) 939,6MeV.

- 10.** (a) 8,78 và 8,79MeV ;
 (b) 1,11 và 2,57 MeV.
- 11.** (a) β^- ; (b) $^{142}_{60}\text{Nd}$; (c) ν .
- 15.** (b) $1,3 \cdot 10^5$ s.
- 17.** (a) $^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{228}_{88}\text{Ra} + ^4_2\text{He}$;
 (b) 4,55MeV.
- 18.** (a) $^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr} + \beta^- + \bar{\nu}$;
 (b) -0,24MeV.
- 19.** (a) $^{11}_6\text{C} \rightarrow ^{11}_5\text{B} + \beta^+ + \nu$;
 (b) 1,47MeV.
- 21.** - 1,19MeV, thu năng lượng.

Bài tập nâng cao

- 5.** (a) 6,6MeV ; (b) Động năng của nó bằng không sau va chạm.

Chương 41

Bài tập

- 7.** Khối lượng bị mất = $4,28 \cdot 10^9$ kg/s ; Tỉ phần khối lượng bị mất = $3,06 \cdot 10^{-4}$.

14. 100 triệu năm.

16. Bán kính là 160km.

Bài tập nâng cao

- 3.** (a) $2,3 \cdot 10^{-5}$ N ; (b) 1,3 tấn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Frederick J. Keller, W. Edward Gettys, Malcolm J. Skove ; Physics Classical and Modern ; Second Edition ; Mc Graw - Hill, Inc, 1993.
- [2] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker ; Fundamentals of Physics ; John Wiley & Sons, Inc, 1993, 2005.
- [3] Douglas C. Giancoli ; Physics, Principles with Applications (Fourth Edition) ; Prentice Hall International Editions, 1995.
- [4] Edwin R. Jones ; Richard L. Childers ; Contemporary college Physics (Second Edition) ; Addison - Wesley Publishing Company, Inc, 1993.
- [5] I. V. Savalyev ; Physics. A general Course (Volume 1, 2, 3) ; Mir Publishers Moscow, 1981.
- [6] Lương Duyên Bình (Chủ biên) ; Vật lí đại cương, tập 1, 2, 3 ; Nhà xuất bản Giáo dục, 2004.
- [7] Francis A. Jenkins, Harvey E. White ; Fundamentals of Optics (Fourth Edition) ; Mc Graw – Hill, Inc, 1981.
- [8] Beiser ; Concepts of Modern Physics (Fifth Edition) ; Mc Graw - Hill, Inc, 1995.
- [9] Raymond A. Serway ; Physics for Scientists & Engineers (Third Edition) ; Saunders College Publishing, 1990.
- [10] P. W. Atkins ; Physical Chemistry ; Oxford University Press, 1978.
- [11] Robert A. Alberty, Robert J. Silbey ; Physical Chemistry ; John Wiley & Sons, Inc, 1995.

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Tổng Giám đốc kiêm Giám đốc NXBGD tại TP. Hà Nội NGUYỄN XUÂN HOÀ

Biên tập nội dung :

NGUYỄN VĂN THUẬN

Trình bày bìa và minh họa :

NGUYỄN HỒNG VI

Biên tập kỹ thuật :

MAI PHƯƠNG LIÊN

Sửa bản in :

NGUYỄN VĂN THUẬN

Chế bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

**VẬT LÍ ĐẠI CƯƠNG
CÁC NGUYÊN LÍ VÀ ỨNG DỤNG**

Mã số: 7K594M6 - DAI

In 1000 cuốn, khổ 19 x 27cm, tại Công ty Cổ phần in Phúc Yên

Số xuất bản: 68 -2006/CXB/2-60/GD

In xong và nộp lưu chiểu tháng 2 năm 2006



NGÔI SAO BẠCH KIM
CHẤT LƯỢNG
QUỐC TẾ



50 NĂM
THÀNH LẬP
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



8934980 698228



Giá: 101.100đ