

Tổng quan bài thi:

| Bài | File chương trình | File dữ liệu vào | File kết quả | Giới hạn mỗi test | Điểm |
|-----|-------------------|------------------|--------------|-------------------|------|
| 1 | STRING.* | STRING.INP | STRING.OUT | 2 giây – 1024MB | 6 |
| 2 | CUTTREE.* | CUTTREE.INP | CUTTREE.OUT | 2 giây – 1024MB | 7 |
| 3 | EQUATION.* | EQUATION.INP | EQUATION.OUT | 2 giây – 1024MB | 7 |

Phần mở rộng * là PAS hay CPP tùy theo ngôn ngữ lập trình. Các số trên một dòng thì được cách nhau bởi 1 dấu cách.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1: STRING

Chắc hẳn ngày nay Google đã không còn quá xa lạ với bất kỳ ai trong chúng ta, và thuật toán tìm kiếm của Google vẫn là một ẩn số bí ẩn. Và suy nghĩ về vấn đề này, nhiều người sẽ nghĩ ngay đến thuật toán tìm khoảng cách giữa 2 xâu kí tự cho trước. Tuy nhiên khoảng cách được định nghĩa như thế nào lại tùy thuộc vào suy nghĩ của mỗi người, và cũng cho ra những kết quả khác nhau. Và điều quan trọng ở đây là chúng ta cũng chẳng cần phải biết thuật toán như thế nào và làm cách nào để thực hiện được nó, bởi vì bài toán của chúng ta sẽ là tìm cách để chuyển đổi từ 1 xâu kí tự sang 1 xâu khác.

Một xâu kí tự X có thể chuyển đổi được sang xâu kí tự Y cùng độ dài nếu 2 xâu chỉ khác nhau đúng 1 vị trí duy nhất. Ví dụ: X = abcd và Y = abdc không thể chuyển đổi được cho nhau vì chúng khác nhau ở kí tự thứ 3 và 4. X = abcd và Y = abce có thể chuyển đổi được cho nhau vì chúng chỉ khác nhau ở kí tự thứ 4.

Yêu cầu: Bạn được cho 2 xâu kí tự S, T và N xâu kí tự trong từ điển có cùng độ dài K. Nhiệm vụ của bạn là tìm cách biến đổi từ xâu S sang xâu T dựa vào N xâu trong từ điển (tức là không được dùng bất kỳ xâu kí tự nào ngoài N xâu trong từ điển để thực hiện phép chuyển đổi) sao cho số lượng phép chuyển đổi là ít nhất có thể.

Dữ liệu: Vào từ file STRING.INP gồm

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên N, K ($1 \leq N \leq 2000$, $1 \leq K \leq 20$).
- Dòng tiếp theo chứa xâu S độ dài K.
- Dòng tiếp theo chứa xâu T độ dài K.
- N dòng tiếp theo chứa N xâu độ dài K trong từ điển.

(Tất cả các xâu chỉ chứa các ký tự latin từ ‘a’ đến ‘z’)

Kết quả: Ghi ra file STRING.OUT - 2 số nguyên d và t, trong đó d là số lượng phép chuyển đổi ít nhất phải thực hiện, t là số lượng các cách biến đổi khác nhau với d phép chuyển đổi để chuyển đổi từ xâu S sang xâu T. Vì số lượng cách chuyển đổi có thể rất lớn nên bạn chỉ cần in ra số lượng cách chuyển đổi module $10^9 + 7$. (Nếu không có đáp án thì ghi ra hai số -1 -1)

Ví dụ:

| STRING.INP | STRING.OUT |
|-------------------|-------------------|
| 2 3 | 2 2 |
| abc | |
| add | |
| abd | |
| adc | |

Giải thích: Phải thực hiện ít nhất 2 phép chuyển đổi để chuyển đổi từ S = abc sang T = add, và có 2 cách biến đổi dùng ít nhất 2 phép chuyển đổi: abc -> abd -> add hoặc abc -> adc -> add.

Chú ý: Trong tất cả các test thì có

- 30% số test với $N \leq 10$.
- 30% số test với $N \leq 200$.

Bài 2. CUTTREE

Như chúng ta đã biết, cây là một dạng đồ thị đặc biệt rất được ưa chuộng ở các kỳ thi lớn, và dĩ nhiên cũng có rất nhiều thuật toán liên quan đến dạng đồ thị này. Mạnh cũng là một người rất yêu thích các bài toán liên quan đến cây, và hôm nay anh ấy nhận được một bài toán vô cùng thú vị từ một người bạn. Tuy nhiên, vì đang chuẩn bị cho kỳ thi cuối kỳ nên anh ấy đành phải tạm dừng và quay sang làm bài tập cho môn Toán mà anh ấy không hề ưa chút nào. Đột nhiên anh ấy gấp một bài toán mà có lẽ khi đọc nó ai cũng nghĩ đến phương pháp quy hoạch động trong Tin học (rất tiếc đây là môn Toán và phải tính toán bằng tay). Bài toán như sau: Cho một đoạn dây có N nút thắt, đếm số lượng cách mở các nút thắt sao cho chúng tạo thành K đoạn dây. À há, có lẽ không phải là một bài toán đơn giản, tuy nhiên nếu chuyển sang môn Tin học nó lại chẳng có gì ghê gớm. Rồi anh chợt nhận ra, nếu mình kết hợp giữa cây và bài toán này thì sao nhỉ? Và thế là bài toán CUTTREE ra đời. (từ một câu chuyện không hư cấu nhưng cũng không có thật).

Yêu cầu: Cho một đồ thị dạng cây có N đỉnh, hãy đếm số cách loại bỏ 1 số đỉnh sao cho đồ thị tạo thành K cây con. Khi loại bỏ một đỉnh nào đó, ta xoá đỉnh đó và các cạnh nối đến nó khỏi đồ thị.

Dữ liệu: Vào từ file CUTTREE.INP gồm

-Dòng đầu tiên chứa số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 100$, $1 \leq K \leq 100$).

-N-1 dòng tiếp theo mỗi dòng chứa 2 số nguyên u, v khác nhau là một cạnh của đồ thị ($1 \leq u, v \leq N$).

Kết quả: Ghi ra file CUTTREE.OUT – một số duy nhất là kết quả của bài toán. Vì kết quả có thể rất lớn nên chỉ cần đưa ra kết quả với module $10^9 + 7$.

Ví dụ:

| CUTTREE.INP | CUTTREE.OUT |
|--------------------|--------------------|
| 4 3 | 1 |
| 1 2 | |
| 1 3 | |
| 1 4 | |

Giải thích: Chỉ có duy nhất 1 cách là cắt đỉnh 1 để tạo thành 3 cây con khác nhau.

Chú ý: Trong tất cả các test thì có

- 30% số test với $N \leq 20$.
- 30% số test, đồ thị mỗi đỉnh chỉ có tối đa 2 đỉnh kề.

Bài 3. EQUATION

Bờm là một người say mê nghiên cứu toán học và rất thích giải các bài toán tìm nghiệm của phương trình. Để thử thách Bờm, thầy giáo đã ra cho Bờm một bài toán vô cùng khó và hứa sẽ tặng cho Bờm một món quà nếu Bờm có thể giải được nó. Bài toán của thầy giáo như sau: Cho 3 số nguyên N, M, K. Hãy đếm số lượng nghiệm nguyên không âm của phương trình N biến: $x_1 + x_2 + \dots + x_N = M$, với K là số lượng các điều kiện ràng buộc cho N biến. Điều kiện chỉ bao gồm 2 loại:

- 1 i a: $x_i \geq a$
- 2 i b: $x_i \leq b$

Yêu cầu: Cho 3 số nguyên N, M, K và K điều kiện, hãy đếm số lượng nghiệm của phương trình N biến $x_1 + x_2 + \dots + x_N = M$ thỏa mãn K điều kiện đã cho.

Dữ liệu: Vào từ file EQUATION.INP

- Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên N, M, K ($1 \leq N \leq 20, 0 \leq M \leq 10^6, 0 \leq K \leq 10^2$).
- K dòng tiếp theo mỗi dòng chứa 3 số nguyên t i a: t=1 tương ứng với $x_i \geq a$, t=2 tương ứng với $x_i \leq a$. ($1 \leq i \leq N, 0 \leq a \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi ra file EQUATION.OUT – một số duy nhất là kết quả của bài toán, mod 10^9+7 .

Ví dụ:

| EQUATION.INP | EQUATION.OUT |
|--------------|--------------|
| 2 4 3 | |
| 1 1 1 | |
| 2 2 3 | |
| 1 2 1 | |

Giải thích: Tìm số lượng nghiệm của phương trình $x_1 + x_2 = 4$ với 3 điều kiện: $x_1 \geq 1, x_2 \leq 3$ và $x_2 \geq 1 \Rightarrow$ có 3 cặp nghiệm: (1, 3), (2, 2), (3, 1).

Chú ý: Trong tất cả các test thì có

- 30% số lượng test với $n \leq 3$ và $M \leq 1000$.
- 30% số lượng test với tất cả các điều kiện đều thuộc dạng 1 i a.

----- HẾT -----