



CHƯƠNG 8 PHÂN TÍCH MẠNG

Bùi Tiến Lên

Đại học Khoa học Tự nhiên TP HCM

1/1/2021



1. MỨC ĐỘ ĐỈNH

2. MỨC ĐỘ NHÓM ĐỈNH

Định nghĩa 8.1

Mạng là một dạng đồ thị đặc biệt. Mạng có thể chia thành bốn nhóm chính:

1. Mạng kỹ thuật
2. Mạng thông tin
3. Mạng xã hội
4. Mạng sinh học

MỨC ĐỘ ĐỈNH

Giới thiệu

Trong nghiên cứu về mạng, chúng ta thường gặp câu hỏi “đỉnh nào quan trọng hoặc trung tâm (**centrality**) nhất trong mạng?”

- ▶ Degree centrality
- ▶ Eigenvector centrality
- ▶ Katz centrality
- ▶ PageRank

Degree centrality

Định nghĩa 8.2

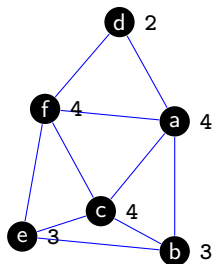
Degree centrality của đỉnh được đo bằng bậc của đỉnh. Cho một mạng $G = (V, E)$ có n đỉnh được biểu diễn bằng ma trận kề A

- ▶ Gọi x_i là độ đo degree centrality của đỉnh i thì

$$x_i = \text{degree}(i) \quad (8.1)$$

- ▶ Gọi vector $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ là độ đo degree centrality của n đỉnh của mạng

Degree centrality (cont.)



(a) mạng vô hướng

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(b) ma trận kề

Hình 8.1: Vector degree centrality $\mathbf{x} = (4, 3, 4, 2, 3, 4)$

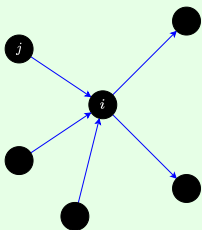
- ▶ Nếu **mạng có hướng** thì sử dụng *bậc đi ra* hoặc *bậc đi vào* thay thế.
- ▶ Độ đo khá đơn giản và thô sơ chưa đo được những ảnh hưởng của các đỉnh kề nó.

Eigenvector centrality

Định nghĩa 8.3

Eigenvector centrality là độ đo ảnh hưởng của đỉnh trong mạng. Mỗi một đỉnh được gán một “điểm số” (**relative score**) không âm được tính dựa trên các đỉnh kề của nó theo nguyên tắc

- ▶ Những đỉnh kề có **điểm số cao** sẽ đóng góp **nhiều**.
- ▶ Những đỉnh kề có **điểm số thấp** sẽ đóng góp **ít**.



$$x_i = \alpha \sum_j A_{ji} x_j \quad (8.2)$$

với $\alpha > 0$ là hằng số

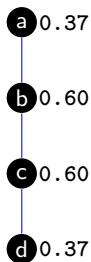
Eigenvector centrality (cont.)

Định nghĩa 8.4

Độ đo eigenvector centrality của từng đỉnh chính là **eigenvector** \mathbf{x} tương ứng với **eigenvalue** có **giá trị lớn nhất** thỏa phương trình riêng

$$A\mathbf{x} = \kappa\mathbf{x} \quad (8.3)$$

Eigenvector centrality (cont.)



(a) mạng vô hướng

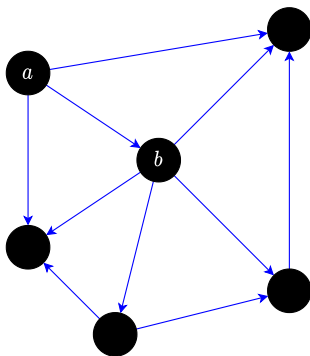
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(b) ma trận kề

Hình 8.2: Vector eigenvector centrality $\mathbf{x} = (0.37, 0.60, 0.60, 0.37)$

Eigenvector centrality (cont.)

- ▶ Xét một mạng có hướng sau



- ▶ Cần một cách đo “ảnh hưởng” hợp lý hơn

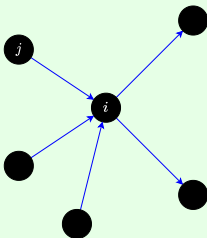
Katz centrality

Định nghĩa 8.5

Katz centrality là một độ đo eigenvector centrality mở rộng; độ đo này đảm bảo các giá trị điểm luôn lớn hơn không.

$$x_i = \alpha \sum_j A_{ji} x_j + \beta \quad (8.4)$$

với $\alpha > 0$ và $\beta > 0$ (hằng số đảm bảo giá trị điểm không âm)



PageRank

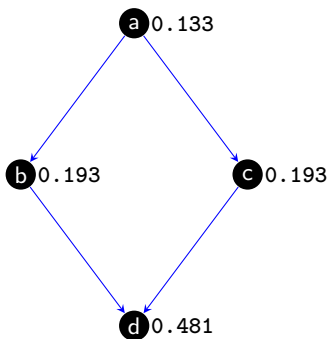
Định nghĩa 8.6

PageRank là một độ đo eigenvector centrality mở rộng trong đó độ đóng góp của một đỉnh tỉ lệ với số cạnh đi ra của nó

$$x_i = \alpha \sum_j A_{ji} \frac{x_j}{d_j^{out}} + \beta \quad (8.5)$$

với $\alpha > 0$ (hệ số damping) và $\beta > 0$

PageRank (cont.)



(a) mạng có hướng

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(b) ma trận kề

Hình 8.3: PageRank $\mathbf{x} = (0.133, 0.193, 0.193, 0.481)$ với $\alpha = 0.9$

MỨC ĐỘ NHÓM ĐỈNH

Tài liệu tham khảo



Diestel, R. (2005).

Graph theory. 2005.

Springer-Verlag.



Moore, E. F. (1959).

The shortest path through a maze.

Bell Telephone System.



Rosen, K. H. and Krithivasan, K. (2012).

Discrete mathematics and its applications.

McGraw-Hill New York.



Tarjan, R. (1972).

Depth-first search and linear graph algorithms.

SIAM journal on computing, 1(2):146–160.

Tài liệu tham khảo (cont.)



Trần, T. and Dương, D. (2013).

Giáo trình lý thuyết đồ thị. 2013.

NXB Đại Học Quốc Gia TPHCM.



West, D. B. et al. (2001).

Introduction to graph theory.

Prentice hall Englewood Cliffs.