Chương 1

PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET

1.1- MỞ ĐẦU

Như đã trình bày ở phần mở đầu, giai đoạn phân tích định lượng đóng vai trò quan trọng trong việc phân tích tài liệu từ nên có nhiều phương pháp đã được đưa ra. Về các phương pháp truyền thống, có thể liệt kê một số phương pháp tiêu biểu như phương pháp nửa độ dốc cực đại của tiếp tuyến của Peters, L.J., (1949) [60]; phương pháp xác định vị trí và độ sâu của Werner, S., (1953) [79], phương pháp sử dụng cực đại đường cong của Smith, R.A., (1959) [68], phương pháp sử dụng hình dạng đồ thị và biên độ của Parasnis, D.S., (1986) [59]… Từ thập niên 60 của thế kỷ trước, máy tính phát triển mạnh, người ta thường sử dụng phương pháp thử - sai gồm phương pháp tiến (forward method) và phương pháp nghịch đảo (inverse method) để xác định lời giải bằng máy tính; phương pháp này được sử dụng rộng rãi và phát triển cho đến nay. Ngày nay, người ta thường sử dụng phương pháp tín hiệu giải tích (Nabighian, N.M., (1972, 1974) [55], [56], Hsu, S.K., Sibuet, J.C. và Shyu, C.T., (1996) [41]) và phương pháp giải chập Euler (Thomson, D.T., (1982) [72]; Reid, A.B. và nnk., (1990) [63]); cả hai phương pháp này đều đặt cơ sở trên việc tính đạo hàm theo phương ngang và phương thẳng đứng của tín hiệu; hiện nay, hai phương pháp này vẫn đang tiếp tục phát triển.

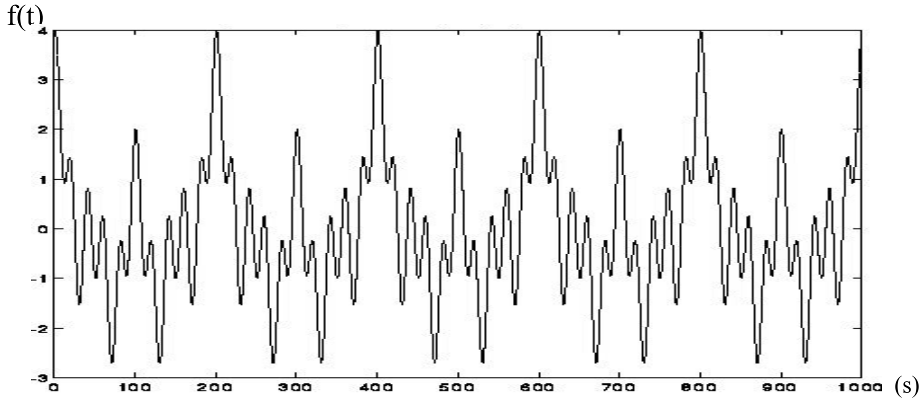
Năm 1958, Dean, W.C., [27] đã đề nghị sử dụng phép biến đổi Fourier trong bài toán chuyển trường và phép tính đạo hàm trong phân tích tài liệu từ và trọng lực. Năm 1964, Cooley, J.W. và Turkey, J., [23] đưa ra thuật toán phép biến đổi Fourier nhanh (Fast Forier Transform). Từ đó, phép biến đổi Fourier được sử dụng hữu hiệu và rộng rãi trong việc phân tích định tính và định lượng tài liệu từ (và trọng lực) [19], [69] và chúng được phát triển cho tới nay [80]. Tuy nhiên, phép biến đổi Fourier có những điểm hạn chế của nó (sẽ trình bày trong mục tiếp theo) nên người ta tìm những phép biến đổi khác có nhiều ưu điểm hơn. Ngày nay, người ta sử dụng phép biến đổi wavelet vì nó khắc phục được các khuyết điểm của phép biến đổi Fourier. Có hai phép biến đổi wavelet là phép biến đổi wavelet rời rạc và phép biến đổi wavelet liên tục; chúng được sử dụng trong việc phân tích định tính [5], [64] và phân tích định lượng tài liệu từ [18], [32], [66].

Trong luận án này, chúng tôi sử dụng phép biến đổi wavelet liên tục; tuy nhiên, để có cái nhìn đầy đủ về phép biến đổi wavelet, trong chương này chúng tôi trình bày các phần cơ bản của phép biến đổi wavelet liên tục và phép biến đổi wavelet rời rạc.

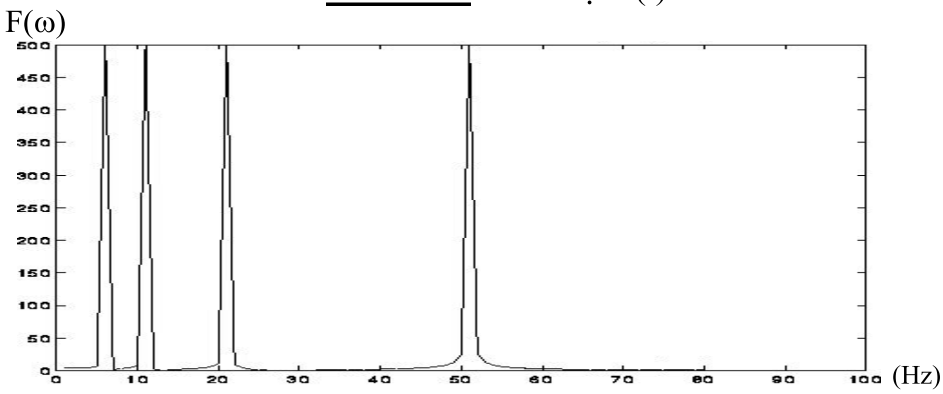
1.2- PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET LIÊN TỤC

1.2.1- Giới thiệu

Trong xử lý tín hiệu, phép biến đổi Fourier (FT, Fourier Transform) là một công cụ toán học quan trọng vì nó là cầu nối cho việc biểu diễn tín hiệu giữa miền không gian và miền tần số; việc biểu diễn tín hiệu trong miền tần số đôi khi có lợi hơn là việc biểu diễn trong miền không gian. Hình 1.1a biểu diễn tín hiệu theo thời gian, hình 1.1b biểu diễn phép biến đổi Fourier của tín hiệu trong miền tần số. Tuy nhiên, phép biến đổi Fourier chỉ cung cấp thông tin có tính toàn cục và chỉ thích hợp cho những tín hiệu tuần hoàn, không chứa các đột biến hoặc các thay đổi không dự báo được. Trong hình 1.1b, phổ của f(t) cho thấy các thành phần tần số cấu thành tín hiệu nhưng không cho biết các tần số này xuất hiện ở đâu. Để khắc phục khuyết điểm này, Gabor, D., (1946) [33] đã áp dụng phép biến đổi Fourier cửa sổ (WFT, Windowed Fourier Transform) cho từng đoạn nhỏ của tín hiệu (cửa sổ); phép biến đổi này cho thấy mối liên hệ giữa không gian và tần số nhưng bị khống chế bởi nguyên lý bất định Heisengber cho các thành phần tần số cao và tần số thấp trong tín hiệu (Kaiser, G., 1994) [43]. Phép biến đổi wavelet là bước tiếp theo để khắc phục hạn chế này.



Hình 1.1a: Tín hiệu f(t)



Hình 1.1b: Biến đổi Fourier của tín hiệu f(t).

Năm 1975, Morlet, J., phát triển phương pháp đa phân giải (multiresolution); trong đó, ông ta sử dụng một xung dao động, được hiểu là một "wavelet" (dịch theo từ gốc của nó là một sóng nhỏ) cho thay đổi kích thước và so sánh với tín hiệu ở từng đoạn riêng biệt. Kỹ thuật này bắt đầu với sóng nhỏ (wavelet) chứa các dao động tần số khá thấp, sóng nhỏ này được so sánh với tín hiệu phân tích để có một bức tranh toàn cục của tín hiệu ở độ phân giải thô. Sau đó sóng nhỏ được nén lại để nâng cao dần tần số dao động. Quá trình này gọi là làm thay đổi tỉ lệ (scale) phân tích; khi thực hiện tiếp bước so sánh, tín hiệu sẽ được nghiên cứu chi tiết ở các độ phân giải cao hơn, giúp phát hiện các thành phần biến thiên nhanh còn ẩn bên trong tín hiệu.

Sau đây, chúng tôi trình bày về phép biến đổi wavelet liên tục thuận và nghịch đồng thời trình bày một số các thuộc tính cơ bản của các hàm wavelet để có thể vận dụng trong các bài toán cụ thể. Các công trình nghiên cứu của phép biến đổi wavelet liên tục áp dụng trong việc phân tích định lượng tài liệu từ được trình bày trong chương hai.

1.2.2- Phép biến đổi wavelet thuận

Gọi f(x) là tín hiệu 1-D, phép biến đổi wavelet liên tục của f(x) sử dụng hàm wavelet ψ_0 được biểu diễn bởi:

$$W(s,b)=\frac{1}{\sqrt{s}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).\psi_0^*(\frac{x-b}{s})dx \qquad (1.1)$$

trong đó:

- W(s, b) là hệ số biến đổi wavelet liên tục của f(x), với s là tỉ lệ (nghịch đảo của tần số) và b là dịch chuyển đặt trưng vị trí.
- $\psi_0^*(x)$ là hàm liên hiệp phức của wavelet $\psi_0(x)$ được gọi là hàm wavelet phân tích.

Phương trình (1.1) cho thấy, phép biến đổi wavelet là một ánh xạ chuyển từ hàm một biến f(x) thành hàm W(s, b) phụ thuộc hai biến số là biến tỉ lệ s và biến dịch chuyển b. Hệ số chuẩn hóa $1/(\sqrt{s})$ trong (1.1) đảm bảo cho sự chuẩn hóa sóng wavelet với các tỉ lệ phân tích s khác nhau $\left\|\psi_{0(s,b)}\right\|=\left\|\psi_0\right\|$.

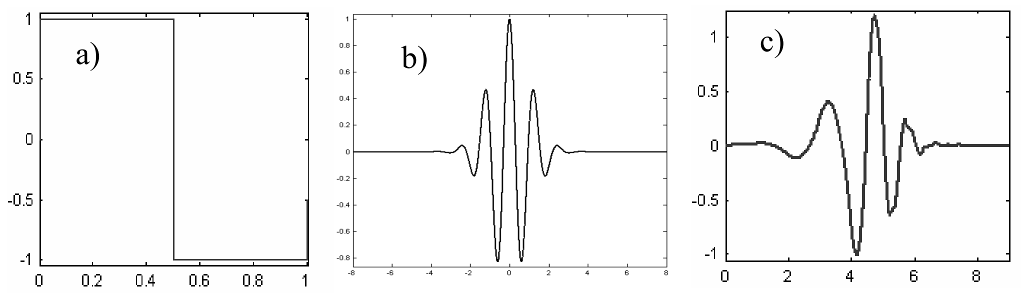
Phép biến đổi wavelet có tính linh động cao so với phép biến đổi Fourier (sử dụng duy nhất hàm mũ) vì không nhất thiết phải sử dụng một hàm wavelet cố định, mà có thể lựa chọn các hàm wavelet khác nhau trong họ hàm wavelet sao cho thích hợp với bài toán (hình dạng của hàm wavelet phù hợp với tín hiệu cần phân tích) để kết quả phân tích là tốt nhất. Hiện nay, người ta đã xây dựng được khoảng vài chục các họ hàm wavelet khác nhau nhằm áp dụng cho nhiều mục đích phân tích đa dạng. Hình 1.2 đồ thị của ba hàm wavelet là hàm wavelet Harr, hàm wavelet Daubechies 5 và hàm wavelet Morlet.

Biểu thức (1.1) có thể viết lại dưới dạng tích trong (inner product) như sau:

$$W(s,b)=\left\langle f(x),\psi_{0(s,b)}(x)\right\rangle \qquad (1.2)$$

trong đó:

$$\psi_{0(s,b)}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi_0\left(\frac{x-b}{s}\right) \qquad (1.3)$$



Hình 1.2: Ba dạng hàm wavelet

a) Wavelet Harr, b) Wavelet Daubechies 5, c) Wavelet Morlet

1.2.3- Các tính chất của hàm wavelet

1.2.3.1- Tính chất sóng

Hàm wavelet phức (tổng quát) ψ_0 được định xứ hoàn toàn trong cả hai miền: miền không gian và miền tỉ lệ (nghịch đảo tần số) và đồng thời phải thỏa mãn tính chất sóng, nghĩa là dao động với giá trị trung bình của hàm wavelet bằng không:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0(y)dy = 0 \qquad (1.4)$$

Như vậy, wavelet là dạng sóng nhỏ có không gian tồn tại hữu hạn và có giá trị trung bình bằng không. Hệ quả từ tính chất sóng của hàm wavelet dẫn đến sự độc lập của phép biến đổi wavelet đối với tất cả các hàm được phân tích.

Lưu ý rằng khi sử dụng phép biến đổi wavelet liên tục, phải chuẩn hóa phiên bản của hàm wavelet là $\psi_0(\frac{x-b}{s})$ trong một vùng không gian giới hạn được qui định bởi kích thước cửa sổ; bên ngoài vùng giới hạn hàm wavelet triệt tiêu. Vậy phép biến đổi wavelet liên tục cung cấp những thông tin về sự thay đổi cục bộ ở vùng đang khảo sát mà chúng ta không cần quan tâm đến biến đổi toàn cục của hàm wavelet.

1.2.3.2- Đặc trưng về năng lượng

Năng lượng tổng của tín hiệu f(x) được định nghĩa bởi biểu thức sau:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f(x) \right|^2 dx = \left\| f(x) \right\|^2 \qquad (1.5)$$

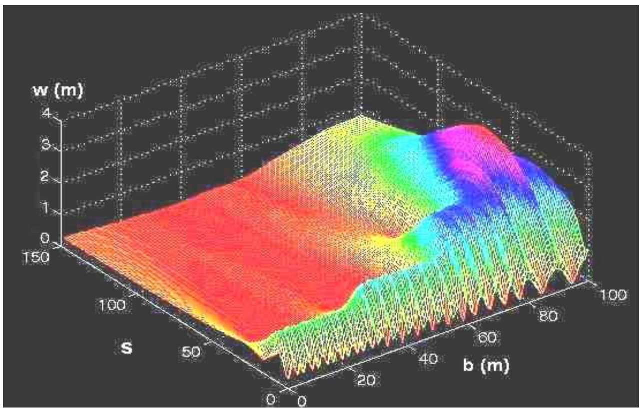
Tín hiệu có năng lượng xác định khi biểu thức (1.5) nhận giá trị xác định.

Hàm sóng wavelet có đặc trưng về năng lượng được chuẩn hóa bằng đơn vị cho mọi tỉ lệ s. Vậy, tính chất thứ hai của hàm wavelet là:

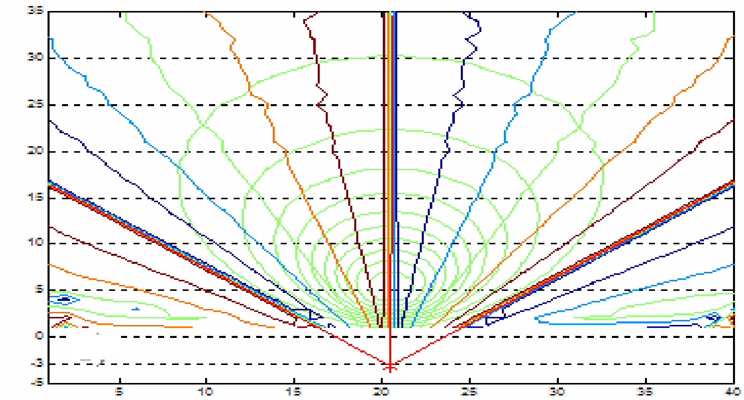
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \psi_0(y) \right|^2 dy = 1 \qquad (1.6)$$

1.2.4- Biểu diễn các hệ số wavelet

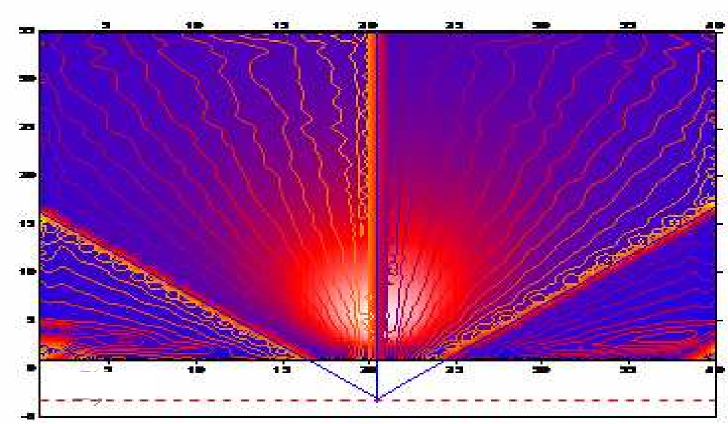
Có hai cách biểu diễn các hệ số wavelet. Thứ nhất, biểu diễn các hệ số wavelet W(s, b) trong hệ tọa độ ba trục vuông góc (x, y, z) với trục x biểu diễn tham số dịch chuyển (vị trí) b, trục y biểu diễn tham số tỉ lệ (là nghịch đảo tần số) s và trục thẳng đứng z biểu diễn hệ số wavelet W. Hình 1.3a mô tả cách biểu diễn các hệ số W(s, b) trong hệ tọa độ ba trục vuông góc, trên hình này, dễ dàng xác định vị trí hiện diện của các thành phần tần số (nghịch đảo của tỉ lệ). Thứ hai, biểu diễn các hệ số W(s, b) trong mặt phẳng không gian – tỉ lệ (x, s) (gọi là tỉ lệ đồ) ở dạng các đường đẳng trị hay ở dạng ảnh; cách biểu diễn này thông dụng trong xử lý ảnh. Hình 1.3b mô tả cách biểu diễn các hệ số W(s, b) trong tỉ lệ đồ ở dạng các đường đẳng trị modun và pha. Hình 1.3c mô tả cách biểu diễn các hệ số W(s, b) trong tỉ lệ đồ ở dạng ảnh.



<u>Hình 1.3a</u>: Biểu diễn hệ số wavelet trong hệ tọa độ ba trục vuông góc



Hình 1.3b: Biểu diễn hệ số wavelet trong tỉ lệ đồ ở dạng các đường đẳng trị



Hình 1.3c: Biểu diễn hệ số wavelet trong tỉ lệ đồ ở dạng ảnh

1.2.5- Phép biến đổi wavelet nghịch

Tương tự như phép biến đổi Fourier, phép biến đổi wavelet liên tục có tính thuận nghịch. Nếu phép biến đổi wavelet thuận có dạng (1.1) thì phép biến đổi wavelet nghịch có dạng:

$$f(x) = \frac{1}{c_g}\int_{-\infty}^{+\infty} db \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{s} W(s,b)\psi_0\left(\frac{x-b}{s}\right) ds \qquad (1.7)$$

trong đó:

- c_g là hằng số phụ thuộc vào hàm wavelet được sử dụng.

Công thức (1.7) cho phép khôi phục lại tín hiệu nguyên thủy từ các hệ số biến đổi wavelet bằng phép tính tích phân theo toàn bộ các tham số tỉ lệ s và dịch chuyển b. Trong (1.7), hàm wavelet ψ_0 được sử dụng thay cho hàm liên hiệp phức của nó trong biểu thức (1.1).

Trong thực tế, việc khôi phục chính xác tín hiệu gốc từ phép biến đổi wavelet gặp khó khăn (không giống như việc khôi phục tín hiệu từ phép biến đổi Fourier). Theo Vecsey, L., (2002) [78] việc khôi phục tín hiệu gốc từ phép biến đổi wavelet sẽ cho kết quả chính xác khi phương trình sau đây được thỏa:

$$c_g = \left\{ 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left\|\hat{\psi}(\omega)\right\|^2}{\left\|\omega\right\|} d\omega \right\}^{1/2} < \infty \tag{1.8}$$

trong đó:

- $\hat{\psi}(\omega)$ là biến đổi Fourier của hàm $\psi(x)$

1.2.6- Phép biến đổi wavelet liên tục hai chiều và nhiều chiều

Phép biến đổi wavelet 2-D được cho bởi phương trình:

$$W(s,B) = \frac{1}{s}\int_{-\infty}^{+\infty} f(R).\psi_0^*(\frac{R-B}{s})dR \tag{1.9}$$

trong đó :

- $R(x_1, x_2)$ là véctơ tọa độ gồm hai thành phần là x_1 và x_2 thỏa hệ thức:

$$R^2 = x_1^2 + x_2^2$$

- B (b_1, b_2) là véctơ vị trí, có hai thành phần thỏa hệ thức: $B^2 = b_1^2 + b_2^2$.

Hệ số (1/s) để chuẩn hóa năng lượng của sóng wavelet 2-D, được suy ra từ trường hợp 1-D. Tín hiệu f(R) là hàm theo hai biến không gian là x_1 và x_2.

Phép biến đổi wavelet nghịch 2-D được viết dưới dạng:

$$f(R) = \frac{1}{c_g}\int_{-\infty}^{+\infty} dB \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{s^3} W(s,B)\psi_0(\frac{R-B}{s})ds \tag{1.10}$$

So với biểu thức biến đổi wavelet nghịch 1-D cho bởi (1.7), biểu thức (1.10) xuất hiện số hạng ($1/s^3$) thay cho số hạng (1/s) do nguyên nhân co giãn và dịch chuyển của hàm wavelet trong phép biến đổi 2-D:

$$\psi_{0(s,B)}(R) = \frac{1}{s}\psi_0\left(\frac{R-B}{s}\right) \qquad (1.11)$$

Phép biến đổi wavelet n chiều (n > 2) có thể xây dựng đơn giản bằng cách mở rộng số phần tử trong các véctơ R và B đến n giá trị theo cách biểu diễn:

$$R(x_1, x_2, \dots x_n) \text{ và } B(b_1, b_2, \dots b_n). \qquad (1.12)$$

Để đảm bảo sự bảo toàn năng lượng của sóng wavelet, trong phép biến đổi wavelet n-D, cần hiệu chỉnh lại số hạng trước tích phân dưới dạng $1/s^{(n/2)}$. Do đó, hàm wavelet $\psi_{0(s,B)}(R)$ trong không gian n-D được viết ở dạng:

$$\psi_{0(s,B)}(R) = \frac{1}{s^{(n/2)}}\psi_0\left(\frac{R-B}{s}\right) \qquad (1.13)$$

Nên phép biến đổi wavelet trong n-D được viết lại dưới dạng:

$$W(s,B) = \frac{1}{s^{(n/2)}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(R).\psi_0^*\left(\frac{R-B}{s}\right)dR \qquad (1.14)$$

và phép biến đổi wavelet nghịch của nó trong n-D có dạng:

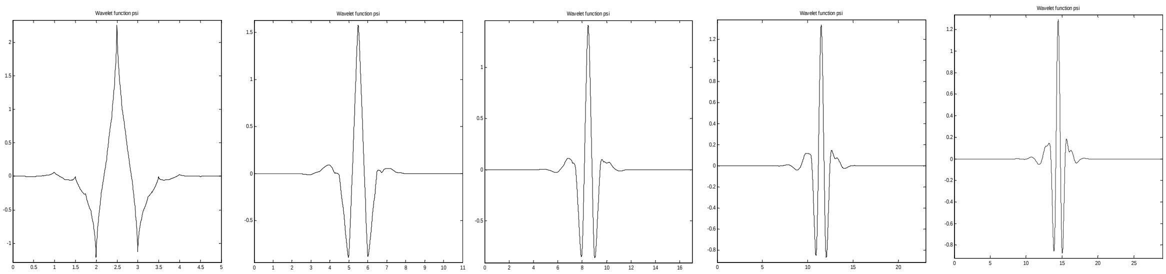
$$f(R) = \frac{1}{c_g}\int_{-\infty}^{+\infty} dB \int_0^{+\infty} \frac{1}{s^{n+1}} W(s,B).\psi_0\left(\frac{R-B}{s}\right)ds \qquad (1.15)$$

1.2.7 - Tiêu chuẩn chọn hàm wavelet

Ưu điểm chính của phép biến đổi wavelet là phân tích chi tiết từng vùng không gian rất nhỏ trong vùng biến đổi rộng của tín hiệu khảo sát. Sự địa phương hóa trong phân tích giúp phát hiện vị trí các điểm đứt gãy, các điểm gián đoạn với độ dốc lớn ***nếu hàm wavelet được chọn đồng dạng với tín hiệu***. Ngoài yếu tố trên, các yếu tố khác cũng giữ vai trò quan trọng, cần được xem xét kỹ trước khi chọn một hàm wavelet để phân tích (Torrence, C.H., Compo, G.P., (1998) [73]), (Van den Berg, J.C., (1999) [76]), (Hubbart, B.B., (1998) [42]).

1.2.7.1- Trực giao hay không trực giao

Các hàm wavelet trực giao, gọi là cơ sở wavelet trực giao, thường được sử dụng cho phép biến đổi wavelet rời rạc (sẽ trình bày sau) và nó rất tiện dụng cho việc tái tạo lại tín hiệu ban đầu sau quá trình nén dữ liệu [26]. Hình 1.4 biểu diễn các hàm wavelet trực giao Coiflets (viết tắt là Coif), đó là các wavelet trực giao và chuẩn hóa, cho phép thực hiện các biến đổi wavelet liên tục cũng như rời rạc. Ngược lại, các hàm wavelet không trực giao thường được sử dụng cho phép biến đổi wavelet liên tục vì nó thích hợp để phát hiện các tính chất đặc trưng của tín hiệu.



a) Coif-1 b) Coif-2 c) Coif-3 d) Coif-4 e) Coif-5

Hình 1.4: Năm hàm wavelet cơ sở trực giao trong họ Coiflets

1.2.7.2- Phức hay thực

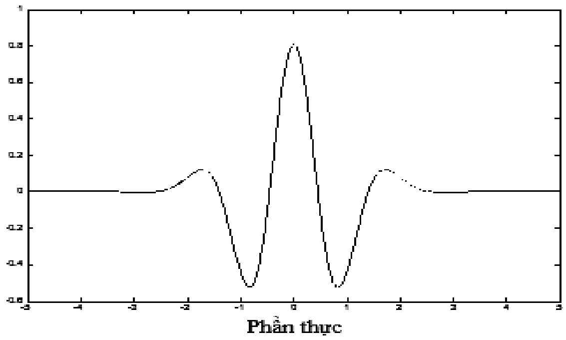
Hàm wavelet phức cho bốn thông tin về *phần thực*, *phần ảo*, *độ lớn* và *pha* của tín hiệu. Nó thích hợp khi phân tích các tín hiệu dao động mạnh. Hàm wavelet thực, chỉ cung cấp thông tin về độ lớn của tín hiệu nên thích hợp cho việc phát hiện các điểm gián đoạn hay các đỉnh cực đại của tín hiệu.

Hình 1.5a và hình 1.5b là phần thực và phần ảo của hàm wavelet phức, tạo ra từ đạo hàm bậc năm của hàm Gauss thực và phức được viết ở dạng:

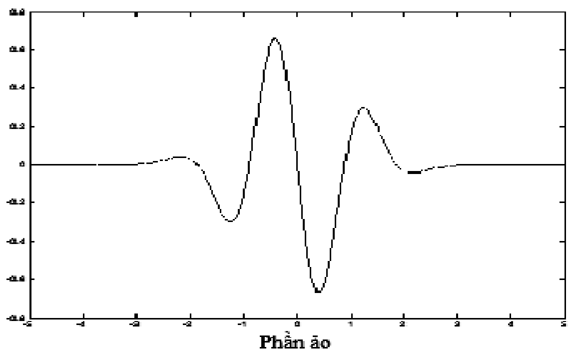
$$\psi(x) = \frac{d^5}{dx^5} f(x) + \frac{d^5}{dx^5} g(x) \qquad (1.16)$$

trong đó, f(x) và g(x) lần lượt là các hàm Gauss thực và phức cho bởi:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}}.\exp(-x^2), \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}}.\exp(-ix - x^2) \qquad (1.17)$$



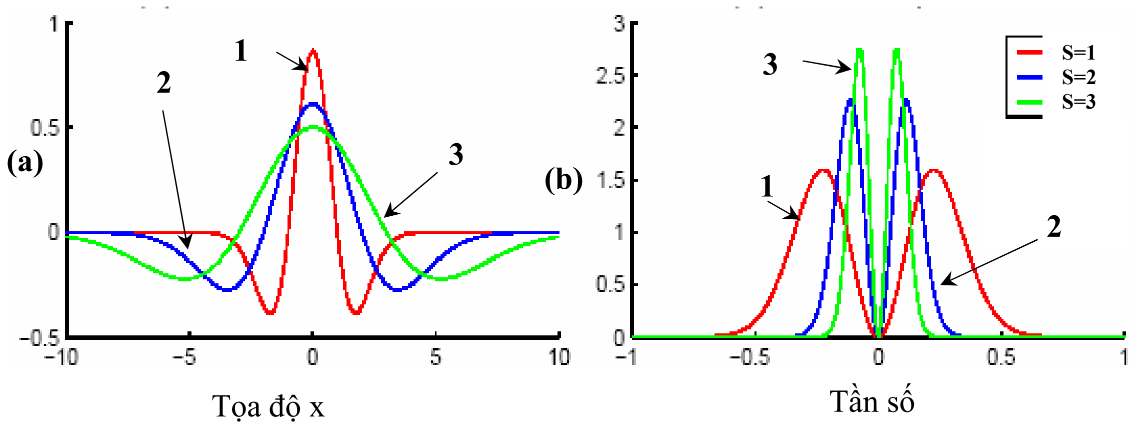
<u>Hình 1.5a</u>: Phần thực của wavelet phức là đạo hàm bậc năm của hàm Gauss



<u>Hình 1.5b</u>: Phần ảo của wavelet phức là đạo hàm bậc năm của hàm Gauss

1.2.7.3- Độ rộng

Quan hệ giữa độ rộng của hàm wavelet trong miền không gian và độ rộng trong miền tần số cho bởi nguyên lý bất định Heisenberg – Gabor (Vecsey, L., 2002) [78]. Nếu hàm wavelet bị hẹp về độ rộng trong miền không gian thì ngược lại, độ rộng của phổ tần số sẽ tăng lên. Vậy độ phân giải tối ưu trong miền tần số sẽ tương ứng với độ phân giải rất hạn chế trong miền không gian và ngược lại. Hình 1.6a mô tả ba xung wavelet Mexican ứng với ba tỉ lệ s khác nhau và hình 1.6b là phổ Fourier tương ứng của ba xung wavelet nêu trên. So sánh các đồ thị có cùng tỉ lệ s ta thấy, khi xung wavelet có dạng nở rộng (đồ thị thứ 3 trên hình 1.6a) thì phổ tần số tương ứng của nó lại có dạng rất hẹp (đồ thị thứ 3 trên hình 1.6b)



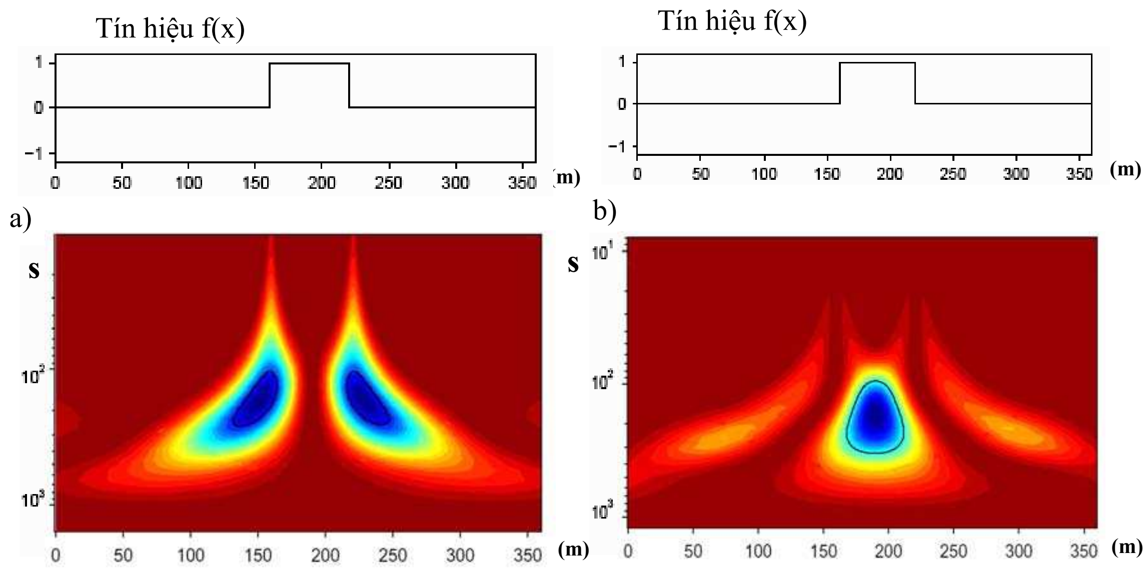
Hình 1.6: Hàm wavelet Mexican ở ba tỉ lệ s khác nhau

(a) Các hàm wavelet Mexican với tỉ lệ s lần lượt là 1, 2 và 3

(b) Phổ Fourier của hàm wavelet Mexican với tỉ lệ s là 1, 2 và 3

1.2.7.5- Chẵn hay lẻ

Khi sử dụng các hàm wavelet thực, cần phân biệt hàm wavelet chẵn hay hàm wavelet lẻ. Sử dụng hàm wavelet lẻ, chúng ta có thể xác định chính xác nơi xuất hiện và kết thúc của tín hiệu có dạng giống hàm wavelet. Hàm wavelet chẵn sử dụng để xác định các đỉnh cực đại trên tín hiệu.



Hình 1.7a: Hình trên là tín hiệu f(x), hình dưới là biến đổi wavelet của tín hiệu sử dụng hàm wavelet là đạo hàm bậc nhất của hàm Gauss

Hình 1.7b: Hình trên là tín hiệu f(x), hình dưới là biến đổi wavelet của tín hiệu sử dụng hàm wavelet là đạo hàm bậc hai của hàm Gauss

Hình 1.7a là phép biến đổi wavelet của tín hiệu có dạng hình hộp sử dụng hàm tạo ra từ đạo hàm bậc nhất của hàm Gauss; lúc này, hàm wavelet là lẻ và dựa vào đồ thị có thể chỉ ra trực tiếp vị trí của các bờ biên. Hình 1.7b là phép biến đổi wavelet của tín hiệu sử dụng hàm tạo ra từ đạo hàm bậc hai của hàm Gauss; lúc này, hàm wavelet là chẵn nên thích hợp cho việc xác định vị trí các đỉnh.

1.2.7.6- Các momen triệt tiêu

Một hàm f(x) có m momen triệt tiêu khi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^m f(x)dx = 0 \qquad (1.18)$$

Phép biến đổi wavelet sử dụng hàm wavelet có một hoặc hai momen triệt tiêu thì không bị ảnh hưởng bởi khuynh hướng biến đổi của hàm được phân tích. Sử dụng hàm wavelet có nhiều momen triệt tiêu sẽ làm giảm giá trị các hệ số wavelet khi phân tích tín hiệu ở tần số thấp; ngược lại, với tần số cao, giá trị của các hệ số wavelet được tăng lên khá lớn nên việc xác định các thông tin ẩn trong tín hiệu được thực hiện dễ dàng. Tuy nhiên, khi sử dụng hàm wavelet có quá nhiều momen triệt tiêu để phân tích tín hiệu, các cực đại của biến đổi wavelet có thể làm sai lệch kết quả việc phục hồi thông tin ẩn trong tín hiệu.

1.2.7.7- Đẳng hướng hay không đẳng hướng

Sử dụng wavelet đẳng hướng thuận tiện khi phân tích các cấu trúc có kích thước gần bằng nhau theo hai hướng như vật thể hình tròn, hình vuông… Hàm wavelet bất đẳng hướng thường sử dụng để phân tích những cấu trúc bất đối xứng và khi đó các tham số tỉ lệ s góp phần thiết lập mối tương quan về kích thước trung bình giữa độ lớn theo phương x và độ lớn theo phương y.

1.2.8- Mật độ năng lượng

Sự phân bố năng lượng của phép biến đổi wavelet ở tỉ lệ s tại dịch chuyển b được cho bởi hàm mật độ năng lượng wavelet, đó là hàm hai biến có dạng:

$$E(s,b) = |W(s,b)|^2 \qquad (1.19)$$

Đồ thị của E(s, b) được gọi là tỉ lệ đồ (scalogram), tương tự như phổ trong phép biến đổi Fourier không gian (thời gian) ngắn. Trong thực hành, người ta vẽ tỉ lệ đồ của $|W(s,b)|^2$ hoặc $\frac{|W(s,b)|^2}{c_g}$ và sử dụng nó để tái tạo lại năng lượng tổng theo công thức:

$$E = \frac{1}{c_g}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}|W(s,b)|^2 \frac{ds}{s^2}\, db \tag{1.20}$$

Nếu phép biến đổi wavelet thực hiện với hàm wavelet phức, người ta có thể sử dụng cả bốn thành phần của phép biến đổi wavelet để phân tích riêng biệt. Khi đó, trên tỉ lệ đồ, những vùng ánh sáng mạnh trên lớp biên sẽ chỉ rõ ở dịch chuyển và tỉ lệ nào thì năng lượng của tín hiệu là mạnh nhất.

Năng lượng tổng của tín hiệu ở một tỉ lệ xác định s được gọi là mật độ năng lượng độc lập, được tính bởi biểu thức:

$$E(s) = \frac{1}{c_g}\int_{-\infty}^{+\infty}|W(s,b)|^2\, db \tag{1.21}$$

Kết hợp phương trình (1.20) và (1.21), năng lượng tổng của tín hiệu là:

$$E = \int_{0}^{+\infty} E(s)\frac{ds}{s^2} \tag{1.22}$$

1.2.9- Rời rạc hóa phép biến đổi wavelet liên tục

Để tính các hệ số của phép biến đổi wavelet liên tục trên máy tính, hai tham số tỉ lệ và tịnh tiến không thể nhận các giá trị liên tục mà nó phải là các giá trị rời rạc. Công thức rời rạc hóa phép biến đổi wavelet liên tục cho tín hiệu f(n) một chiều được viết là [85]:

$$Wf(n) = W(s,b) = \sum_{n} f(n)\, \frac{1}{\sqrt{s}}\psi^*(\frac{n-b}{s}) \tag{1.23}$$

trong đó, s và b lần lượt là tham số tỉ lệ và dịch chuyển lấy giá trị rời rạc, ψ^* là liên hiệp phức của hàm wavelet dùng cho phép biến đổi liên tục lấy tại các giá trị rời rạc.

Phép tổng hợp tín hiệu từ sự rời rạc hóa phép biến đổi wavelet liên tục cho bởi biểu thức (1.23) được viết là:

$$f(n) = c_g \sum_s \sum_b W(s, b)\, \psi(\frac{n-b}{s}) \qquad (1.24)$$

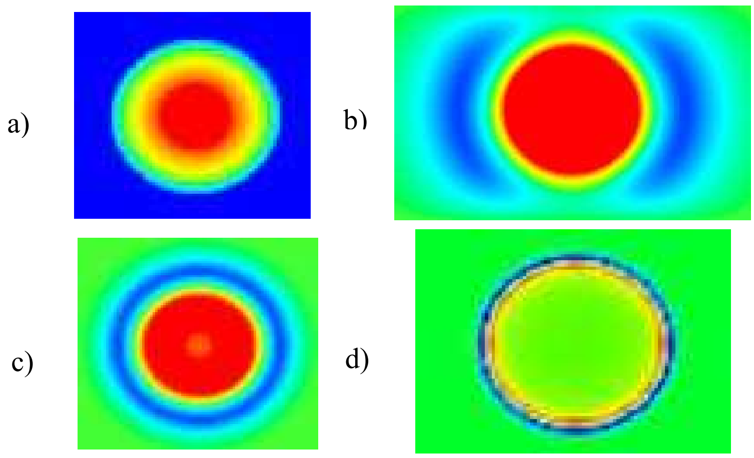
với c_g là hằng số phụ thuộc vào hàm wavelet được sử dụng.

Vì biểu thức phép biến đổi wavelet (1.1) là một tích chập nên theo định lý tích chập, chúng ta có thể sử dụng phép biến đổi Fourier nhanh (FFT, Fast Fourier Transform) để tính phép biến đổi wavelet. Tuy nhiên, do không sử dụng phương pháp này nên chúng tôi không trình bày chi tiết ở đây.

1.2.10 – Hiệu ứng biên

Để tính phép biến đổi wavelet liên tục, người ta thường dựa trên công thức rời rạc hóa (1.23) và (1.24) và tín hiệu được lấy hữu hạn ở các giá trị rời rạc với bước đo là Δx ; để thuận tiện trong tính toán, người ta thường sử dụng Δx thay cho tham số dịch chuyển b và đôi khi sử dụng logarit của tham số s thay cho s.

Khi lấy biến đổi wavelet của tín hiệu hữu hạn và rời rạc, do ảnh hưởng bởi tích trong của hàm wavelet với các giá trị lân cận trên các biên của tín hiệu nên giá trị của hệ số wavelet bị biến đổi khá mạnh, hiện tượng này được gọi là hiệu ứng biên (boundary effect) [78]. Hình 1.8a-d mô tả sự biến dạng tại biên của phổ wavelet sử dụng hàm mũ Mexican của tín hiệu có dạng hình cầu (với các tỉ lệ s thay đổi là 1, 6, 11, 20). Sự biến dạng do hiệu ứng biên càng lớn khi thực hiện phép biến đổi wavelet ở các tỉ lệ lớn. Trong trường hợp hình 1.8a, ở tỉ lệ s = 1, hiệu ứng biên không thể hiện; khi tỉ lệ tăng lên đáng kể (s = 6, ứng với hình 1.8b) hiệu ứng biên gây nên sự biến đổi đáng kể. Khi đó, để hạn chế phần nào hiệu ứng biên, có thể bao quanh tín hiệu bằng những lớp biên có giá trị bằng không kết hợp với việc hiệu chỉnh giá trị trung bình của tín hiệu trên toàn vùng phân tích.

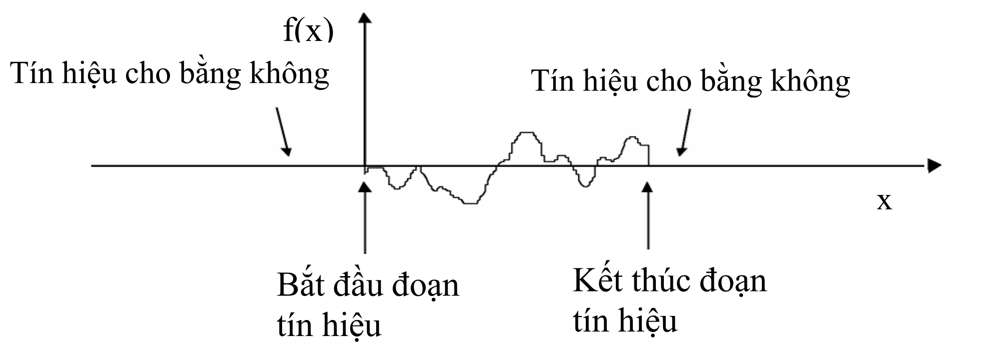


Hình 1.8: Biến đổi wavelet liên tục 2-D dùng hàm mũ Mexican cho tín hiệu có dạng hình cầu thỏa phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ với $z > 0$

a) Phân tích ở tỉ lệ s = 1
b) Phân tích ở tỉ lệ s = 6
c) Phân tích ở tỉ lệ s = 11
d) Phân tích ở tỉ lệ s = 20

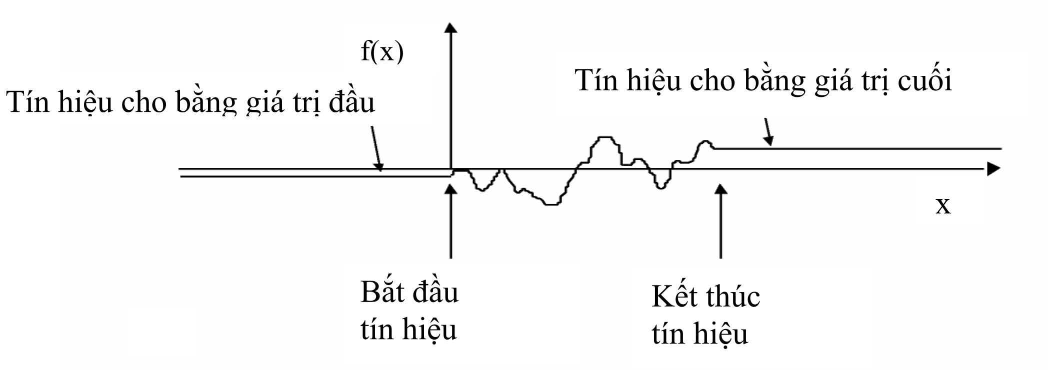
Trong thực hành, để hạn chế hiệu ứng biên, có thể áp dụng một trong những phương cách sau đây:

1- Đệm thêm các giá trị bằng không vào phần đầu và cuối của tín hiệu (hình 1.9a).



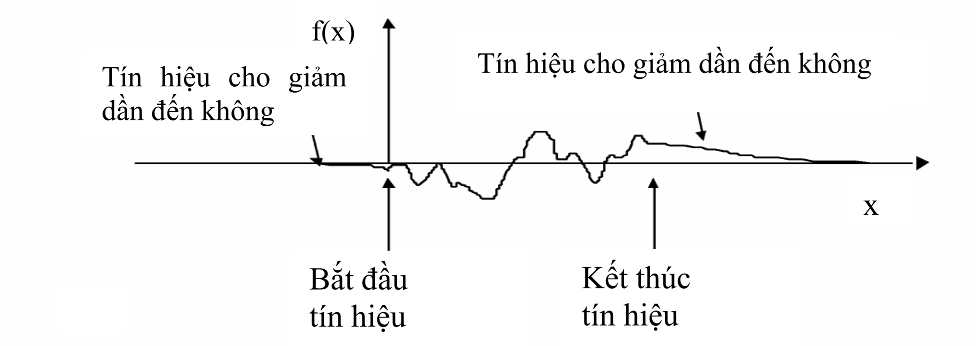
Hình 1.9a: Đệm thêm các giá trị bằng không

2- Đệm thêm các giá trị bằng với giá trị bắt đầu và giá trị kết thúc của tín hiệu (hình 1.9b).



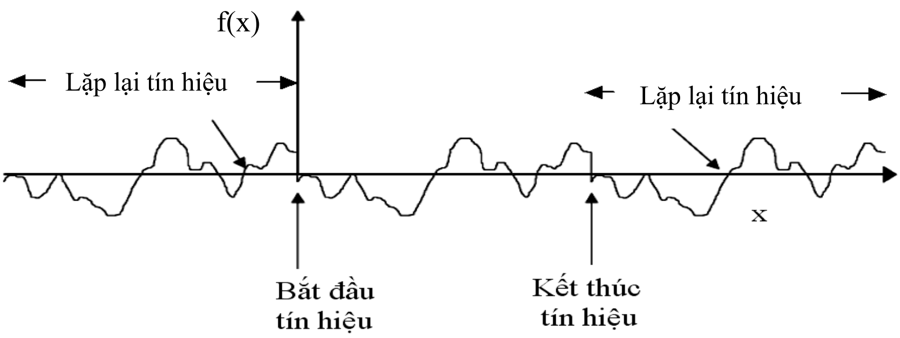
Hình 1.9b: Đệm thêm các giá trị bằng với giá trị đầu và giá trị cuối

3- Đệm thêm các giá trị suy giảm nhanh về không tại vị trí bắt đầu và vị trí kết thúc của tín hiệu (hình 1.9c).



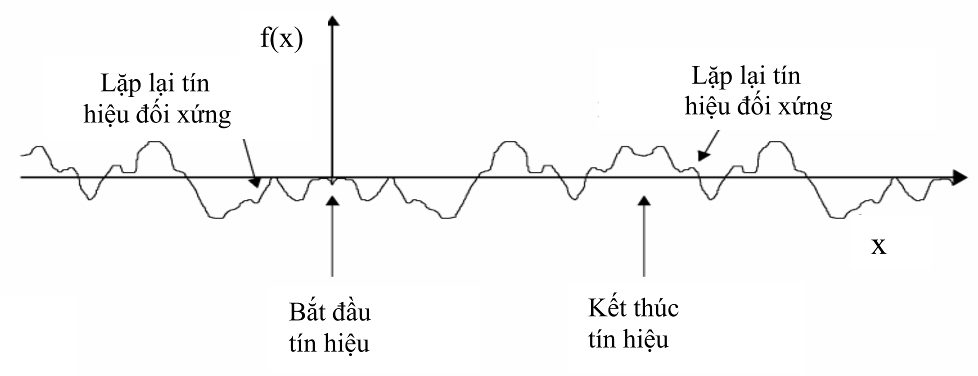
Hình 1.9c: Đệm thêm các giá trị giảm nhanh về không ở đầu và cuối tín hiệu

4- Lặp lại chuỗi tín hiệu tại vị trí bắt đầu và kết thúc của tín hiệu (hình 1.9d).



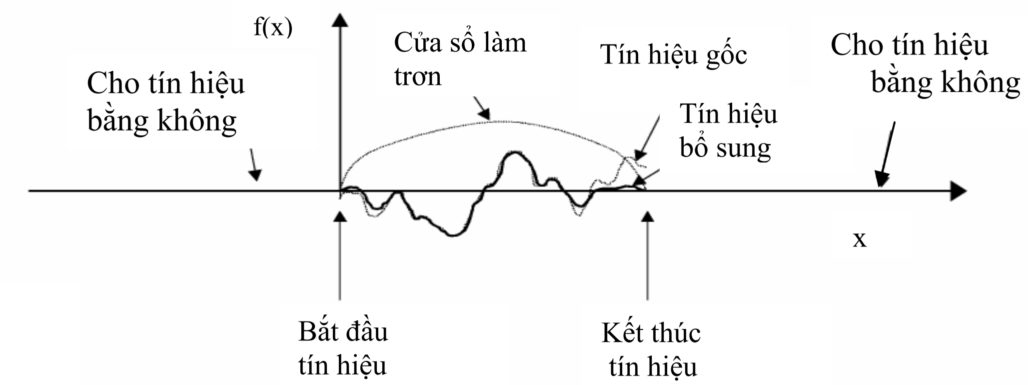
Hình 1.9d: Lặp lại tín hiệu ở đoạn đầu và đoạn cuối

5- Lặp lại chuỗi tín hiệu tại hai vị trí bắt đầu và kết thúc của tín hiệu nhưng theo phương pháp ghép đối xứng (hình 1.9e).



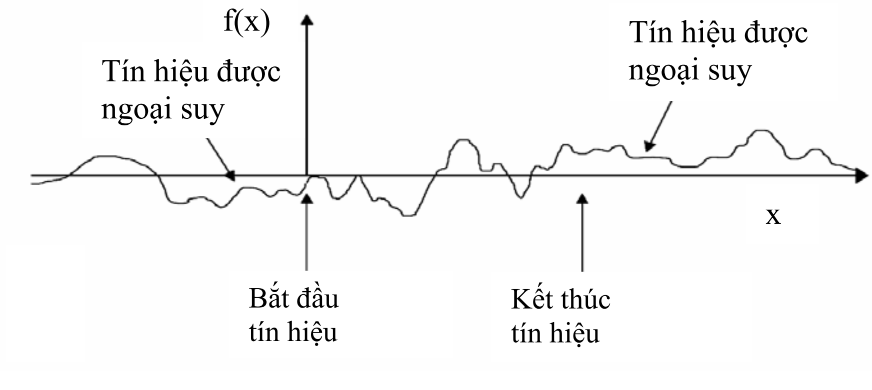
Hình 1.9e: Lặp lại chuỗi tín hiệu đối xứng tại hai vị trí đầu và cuối

6- Chập một hàm cửa sổ (window function) với tín hiệu để giảm tác động ở hai đầu biên (hình 1.9f).



Hình 1.9f: Chập chuỗi tín hiệu với hàm cửa sổ

7- Ngoại suy tín hiệu bằng một đa thức để lọc tác động hai biên (hình 1.9g).



Hình 1.9g: Ngoại suy tín hiệu bằng một đa thức

1.3- PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET RỜI RẠC

1.3.1- Giới thiệu

Cơ sở của phép biến đổi wavelet rời rạc (DWT, Discrete Wavelet Transform) có từ năm 1976 khi Croiser, Esteban và Galand đưa ra kỹ thuật biến đổi tín hiệu thời gian rời rạc; đến cuối năm 1976, Crochiere, Weber và Flanagan [25] đã dùng phép biến đổi wavelet rời rạc để mã hóa tiếng nói, kỹ thuật này tương tự kỹ thuật của Croiser và có tên là sự mã hoá băng con (subband coding). Năm 1983, Burt, P. J. và Adelson, E.H., [21] phát triển phương pháp mã hoá băng con và đặt tên là mã hóa hình tháp (pyramidal coding). Năm 1989, Mallat, S., [49] đưa ra kỹ thuật phân tích đa phân giải (multiresolution analysis) trên cơ sở mã hóa hình tháp và đề xuất các họ hàm wavelet trực giao để áp dụng trong xử lý tín hiệu số.

Trong phân tích tài liệu từ (và trọng lực), phép biến đổi wavelet rời rạc được sử dụng trong việc lọc nhiễu tài liệu từ hàng không (Ridsdill – Smith, T.A. và Dentith, M.C., (1999) [64]) và tách trường khu vực và trường địa phương từ trường quan sát (Fedi, M., Quarta, T., (1998), [30], Ucan, O.N., và nnk., (2000) [75]). Ở Việt Nam, Đặng Văn Liệt và nnk., (2002) [5], (2005) [1] đã sử dụng phép biến đổi wavelet rời rạc để lọc nhiễu và tách trường khu vực và trường địa phương. Ngoài ra, còn có nhiều nhóm nghiên cứu khác sử dụng phép biến đổi wavelet rời rạc trong các lĩnh vực khác như viễn thông, điện tử, y học…

Do chúng tôi không sử dụng phép biến đổi wavelet rời rạc trong luận án nên trong phần tiếp theo, chúng tôi chỉ giới thiệu tóm lược phép biến đổi wavelet rời rạc, đặc biệt là kỹ thuật đa phân giải, một kỹ thuật thường được sử dụng trong việc phân tích tài liệu từ để lọc nhiễu và tách trường.

1.3.2- Phép biến đổi wavelet rời rạc và phân tích đa phân giải

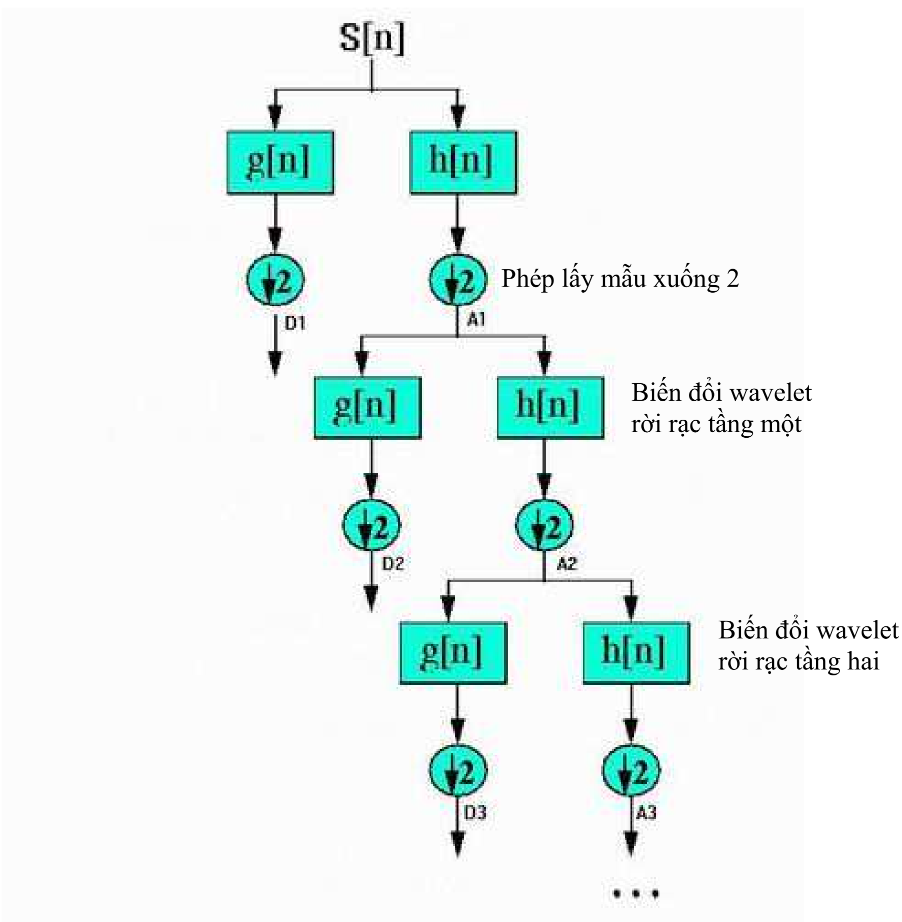
Ý tưởng của phân tích đa phân giải là sử dụng các kỹ thuật lọc số trong quá trình phân tích. Trong đó, mỗi một tín hiệu được phân tích thành hai thành phần: thành phần xấp xỉ A (Approximation) 'tương ứng với thành phần tần số thấp' và thành phần chi tiết D (Detail) 'tương ứng với thành phần tần số cao', thông qua hai bộ lọc thông thấp và thông cao như mô tả trong hình 1.10. Trong đó, bộ lọc thông cao sử dụng hàm wavelet ψ(x) và bộ lọc thông thấp sử dụng hàm tỉ lệ (scaling function) Φ(x).

Mối quan hệ giữa hàm tỉ lệ và hàm wavelet được cho bởi:

$$\Phi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} c_K.\Phi(2x - k) \tag{1.25}$$

$$\psi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^K c_K.\Phi(2x + k - N + 1) \tag{1.26}$$

Các phép lọc được tiến hành với nhiều tầng (level) khác nhau và để khối lượng tính toán không tăng, khi qua mỗi bộ lọc, tín hiệu được lấy mẫu xuống 2. Ứng với mỗi tầng, tín hiệu có độ phân giải khác nhau. Do đó, phép biến đổi wavelet rời rạc được gọi là phân tích đa phân giải (MRA, multiresolution analysis).



<u>Hình 1.10</u>: Phân tích đa phân giải sử dụng biến đổi wavelet rời rạc

Tại mỗi tầng lọc, biểu thức của phép lọc được cho bởi công thức:

$$y_{high}(n) = \sum_{n} S(n).g(2k - n) \tag{1.27}$$

$$y_{low}(n) = \sum_{n} S(n).h(2k - n) \tag{1.28}$$

Trong đó, S(n) là tín hiệu, h(n) là đáp ứng xung của các bộ lọc thông thấp tương ứng với hàm tỉ lệ Φ(n) và g(n) là đáp ứng xung của các bộ lọc thông cao tương ứng với hàm wavelet ψ(n). Hai bộ lọc này liên hệ nhau theo hệ thức:

$$h(N - 1 - n) = (-1)^n g(n) \tag{1.29}$$

trong đó, N là số mẫu trong tín hiệu.

Tín hiệu S(n) có thể được tái tạo theo các bước ngược lại gọi là phép biến đổi wavelet rời rạc nghịch (IDWT, inverse discrete wavelet transform) được cho bởi:

$$S(n) = \sum_{k} \left(y_{high}(k).g\,(2k - n)\right) + \left(y_{low}(k).h(2k - n\right) \tag{1.30}$$

trong đó, $y_{high}(k)$ và $y_{low}(k)$ lần lượt là tín hiệu ngõ ra sau khi đi qua các bộ lọc thông cao và bộ lọc thông thấp đã đề cập ở trên. Để đảm bảo cho việc phục hồi tín hiệu được chính xác như ban đầu, khi qua mỗi tầng lọc tái tạo, tín hiệu được tiến hành lấy mẫu lên 2.

Lưu ý là không phải các hàm wavelet nào cũng tồn tại hàm tỉ lệ tương ứng xác định từ biểu thức (1.25) và (1.26); nên khi thực hiện phép biến đổi wavelet rời rạc, phải chọn lựa các hàm wavelet có hàm tỉ lệ tương ứng như hệ hàm wavelet Daubechies trực chuẩn – họ hàm này đều có các hàm tỉ lệ tương ứng.

1.3.3- Phép biến đổi wavelet rời rạc hai chiều

Để xử lý các dữ liệu hai chiều, cần sử dụng các phép biến đổi wavelet hai chiều (Ucan, O.N., (2000) [75]) . Trong phép biến đổi wavelet rời rạc hai chiều (2-D), tín hiệu hai chiều S(x, y) được tách thành nhiều tín hiệu một chiều rồi lấy biến đổi wavelet 1-D trên chúng. Kết quả tổng hợp là biến đổi wavelet 2-D của tín hiệu.

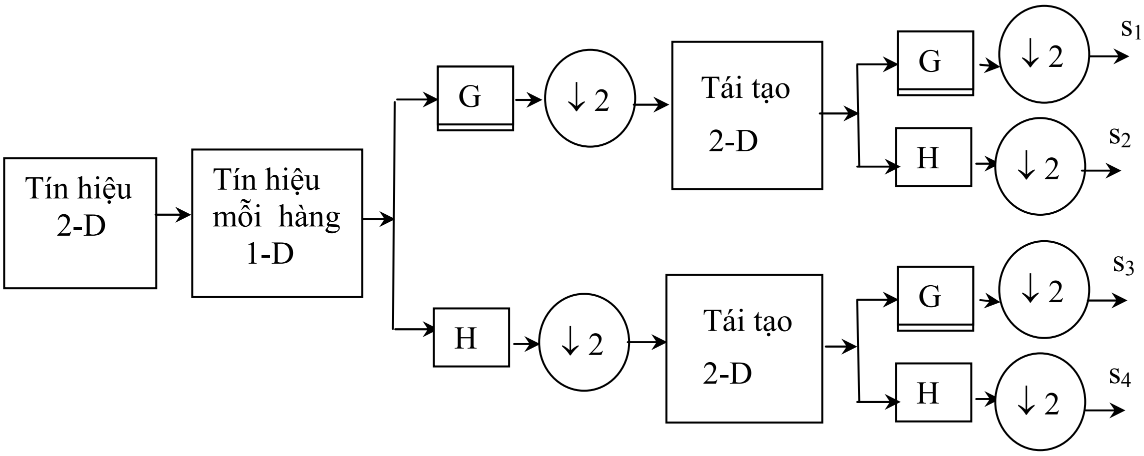
Hình 1.11 mô tả quá trình thực hiện biến đổi wavelet rời rạc hai chiều. Gọi x và y là hai trục tọa độ của tín hiệu 2-D, H là phép lọc thông thấp, G là phép lọc thông cao (tương tự trường hợp 1-D), phép biến đổi wavelet 2-D được tính cụ thể như sau:

$$\Phi^{(1)}(x, y) = \Phi(x).\Phi(y) : HH \tag{1.31}$$

$$\psi^{(2)}(x, y) = \Phi(x).\psi(y) : HG \tag{1.32}$$

$$\psi^{(3)}(x, y) = \psi(x).\Phi(y) : GH \tag{1.33}$$

$$\psi^{(4)}(x, y) = \psi(x).\psi(y) : GG. \tag{1.34}$$



Hình 1.11: Phép biến đổi wavelet rời rạc 2-D

1.3.4- Tách trường và lọc nhiễu

Biểu thức (1.27) và biểu thức (1.28) cho thấy, với tín hiệu 1-D, phép biến đổi wavelet rời rạc là thích hợp cho việc tách trường khu vực và trường địa phương. Thành phần xấp xỉ ứng với trường khu vực và thành phần chi tiết ứng với trường địa phương. Việc chọn các tầng lọc tương ứng với việc chọn trường khu vực nông hay sâu.

Ngoài ra, phép biến đổi wavelet rời rạc được áp dụng rộng rãi trong việc lọc nhiễu nhất là cho các dữ liệu đo từ hàng không. Như trình bày trên, phép biến đổi wavelet rời rạc khai triển dữ liệu gốc thành hai nhóm hệ số: các hệ số xấp xỉ và các hệ số chi tiết trên mỗi tầng và nhiễu nằm trong các hệ số chi tiết của mỗi tầng. Giả sử chúng ta thực hiện phép biến đổi wavelet rời rạc đến tầng thứ k và giả sử rằng hệ số xấp xỉ ở tầng thứ k hầu như đã loại nhiễu hoàn toàn. Tuy nhiên, trong các nhiễu bị loại có cả những thành phần tần số cao ứng với các cấu trúc địa phương có ích. Do đó nếu lấy hệ số xấp xỉ thứ k đem phục hồi (sử dụng IDWT) sẽ nhận được các dữ liệu đã lọc nhiễu "thô" nhưng không còn các thành phần tần số cao có ích. Vậy phải chọn và giữ lại các thành phần tần số cao có ích nằm trong tất cả các hệ số chi tiết từ tầng nhất đến tầng thứ k; quá trình này tạo nên các hệ số chi tiết cải tiến và có thể sử dụng cùng với các hệ số xấp xỉ thứ k để phục hồi dữ liệu. Như vậy, dữ liệu được phục hồi vẫn còn các thành phần tần số cao có ích.

Trong việc lọc nhiễu bằng phép biến đổi wavelet rời rạc, người ta thường sử dụng phương pháp đặt ngưỡng (threshold) (Donoho, D.L. và nnk., (1994) [29]). Ứng với mỗi tầng trong miền biến đổi, chọn một ngưỡng cắt (cutoff threshod) thích hợp, nếu các hệ số chi tiết nhỏ hay bằng giá trị ngưỡng, thì giá trị nầy được cho bằng không và chỉ có các giá trị lớn hơn giá trị ngưỡng được giữ lại để có các hệ số chi tiết cải tiến cho tầng đó. Sau khi đặt ngưỡng hết cho tất cả các tầng, dùng các hệ số cải tiến nầy để phục hồi lại tín hiệu, lúc đó sẽ có tín hiệu loại nhiễu. Tuy nhiên, điều quan trọng là phải chọn được một ngưỡng cắt thích hợp cho mỗi tầng để có thể lọc bỏ nhiễu mà vẫn không làm mất các thông tin có ích trong tín hiệu.

1.4- KẾT LUẬN

Hơn hai mươi năm qua, phép biến đổi wavelet đã được áp dụng và phát triển mạnh mẽ góp phần quan trọng trong việc phân tích tài liệu ở nhiều lĩnh vực khác nhau trong đó có việc phân tích tài liệu từ (và trọng lực). Trong chương này, chúng tôi đã trình bày tổng quát về lý thuyết cơ bản của phép biến đổi wavelet liên tục và việc tính toán để hạn chế tác động của hiệu ứng biên. Ngoài ra, chúng tôi cũng trình bày tóm lược về phép biến đổi wavelet rời rạc và các ứng dụng của nó để tách trường và lọc nhiễu trong phân tích tài liệu từ và trọng lực.