Aufgabe 1 4/4

$\Sigma = 13/16$

(a) $(X \vee \neg Z) \wedge (\neg X \vee Y) \wedge (X \vee V) \wedge (\neg Y \vee V) \wedge (\neg X \vee \neg V) \wedge (Z \vee \neg V)$ ist *unerfüllbar*

$\{X, \neg Z\}$ $\{\neg X, Y\}$ $\{X, V\}$ $\{\neg Y, V\}$ $\{\neg X, \neg V\}$ $\{Z, \neg V\}$

$\neg X, V$

V

$\neg X$ Z

$\neg Z$

$\{\}$ ✓

(b) $(X \vee Y) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \wedge (\neg X \vee Y)$ ist *erfüllbar*.

$\{X, Y\}$ $\{\neg X, \neg Y\}$ $\{\neg X, Y\}$

$\{Y\}$

$\{\neg X\}$ $\to$ die Klausel ist erfüllbar ✓

(c) $X \vee (\neg X \wedge Z) \vee (\neg X \wedge Y \wedge Z) \vee (Y \wedge \neg Z) \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z)$ ist eine *Tautologie*.

$\Leftrightarrow \neg X \wedge \neg(\neg X \wedge Z) \wedge \neg(\neg X \wedge Y \wedge Z) \wedge \neg(Y \wedge \neg Z) \wedge \neg(\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z)$

$\Leftrightarrow \neg X \wedge (X \vee \neg Z) \wedge (X \vee \neg Y \vee \neg Z) \wedge (\neg Y \vee Z) \wedge (X \vee Y \vee Z)$

$\{\neg X\}$ $\{X, \neg Z\}$ $\{X, \neg Y, \neg Z\}$ $\{\neg Y, Z\}$ $\{X, Y, Z\}$

$\{X, Y\}$ $\{X, \neg Y\}$

$\{X\}$

$\{\}$ $\Rightarrow$ unerfüllbar

$\Rightarrow$ deshalb ist die Negation Tautologie ✓

(d) Es gilt: $X \vee Y, \neg Z \vee X, \neg X \vee Z, \neg Y \vee Z \vee X, \neg Z \vee Y \models X \wedge Y \wedge Z$. (Für die Definition von '$\models$' siehe Zettel 05, Aufgabe 1.)

$$(X \vee Y) \wedge (\neg Z \vee X) \wedge (\neg X \vee Z) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Z \vee Y) \rightarrow X \wedge Y \wedge Z$$

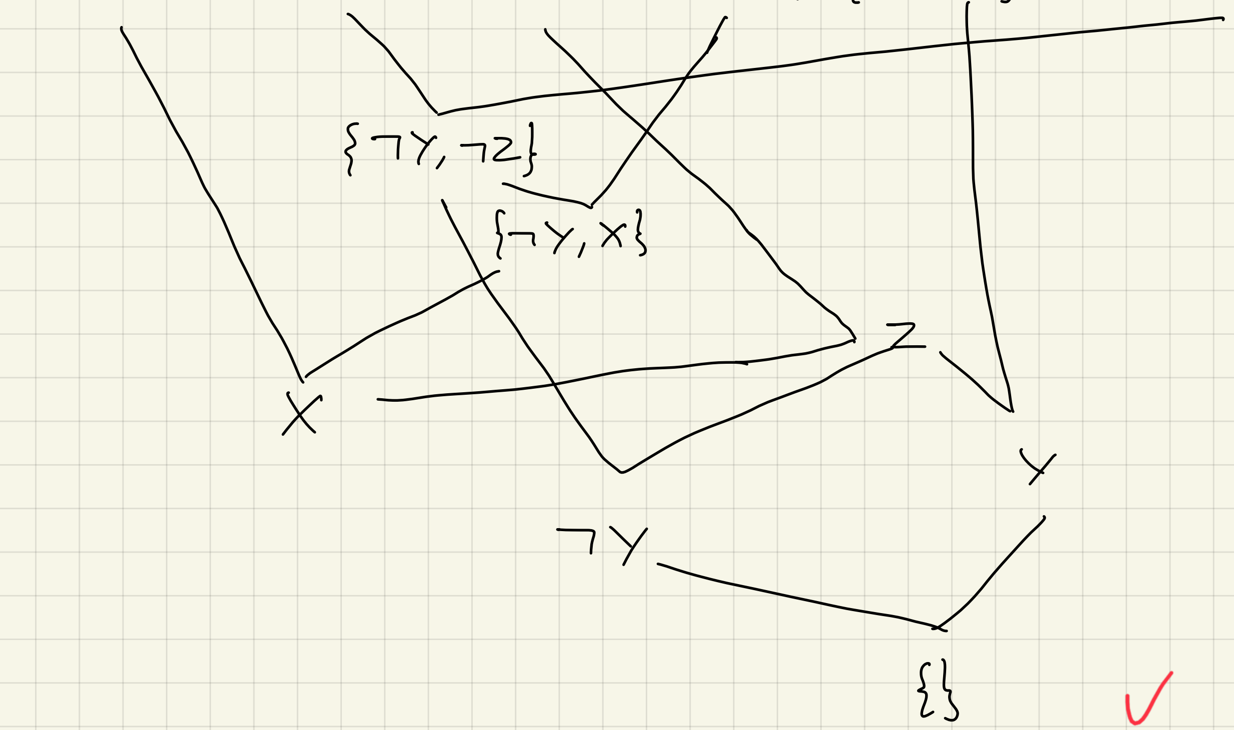
$$\Leftrightarrow \neg\big((X \vee Y) \wedge (\neg Z \vee X) \wedge (\neg X \vee Z) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Z \vee Y)\big) \vee (X \wedge Y \wedge Z)$$

$\equiv$ Tautologie $\qquad \neg T$ = un

$$\Leftrightarrow (X \vee Y) \wedge (\neg Z \vee X) \wedge (\neg X \vee Z) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Z \vee Y) \wedge (\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z)$$

unerfüllbar

$\{X, Y\}$ $\{\neg Z, X\}$ $\{\neg X, Z\}$ $\{\neg Y, Z, X\}$ $\{\neg Z, Y\}$ $\{\neg X, \neg Y, \neg Z\}$



Aufgabe 2:

(a) Zeigen Sie, dass sich an der (Nicht-)erfüllbarkeit von κ nichts ändert, wenn man alle Klauseln, in denen V (bzw. $\neg V$) vorkommt, aus κ entfernt.

Seien $F_1, F_2, \ldots F_n$ Formel

Sei k Klausel, in denen kommt nur V

$\Rightarrow \quad (V \vee F_1) \wedge (V \vee F_2) \wedge \ldots \wedge (V \vee F_n)$

$= \quad V \vee (F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_3)$

Wenn k nicht erfüllbar ist dann

$V \vee (F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_3)$ falsch

$\exists \alpha . (\hat{\alpha}(V) = 0$ und $\hat{\alpha}(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n) = 0)$

Sei V wahr $\Rightarrow \alpha(V) = 1$
wenn wir V aus k entfernt dann haben wir nur noch
$k = F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n$ und die Klausel ist offentsichlich falsch

---

K ist erfüllbar $\Rightarrow$ jede Klausel ist erfüllbar

Sei k ein Klausel, in denen kommt nur V bzw $\neg V$

$\Rightarrow (V \vee F_1) \wedge (V \vee F_2) \wedge \ldots \wedge (V \vee F_n)$ analog $\neg V$

Angenomen ein Klausel ist erfüllbar $\Rightarrow$ entweder V oder F_i $(i \in [1, n])$ ist richtig

$V \vee (F_1 \wedge \ldots \wedge F_n)$

$\exists \alpha . (\hat{\alpha}(V) = 1 \mid \hat{\alpha}(F_1 \wedge \ldots \wedge F_n) = 1)$

Aufgabe 2: 2/4

(a) Zeigen Sie, dass sich an der (Nicht-)erfüllbarkeit von κ nichts ändert, wenn man alle Klauseln, in denen V (bzw. $\neg V$) vorkommt, aus κ entfernt.

$(\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$

$\neg A \vee (B \wedge C)$

Seien $F_1, F_2, \ldots F_n$ Formel

Sei K Klausel, in denen kommt nur V

$\Rightarrow \quad (V \vee F_1) \wedge (V \vee F_2) \wedge \ldots \wedge (V \vee F_n)$

$= \quad V \vee (F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n)$

Wenn K erfüllbar ist und V kommt nur negativ vor

$\exists \alpha . \ (\hat{\alpha}(V) = 1 \ \| \ \hat{\alpha}(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n) = 1)$ sodass K erfüllbar

Sei $\alpha(V) = 0$ da V negativ $\Rightarrow \exists \alpha . (\hat{\alpha}(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n) = 1)$

Wenn K nichterfüllbar ist und V kommt nur negativ vor

$\forall \alpha . \ (\alpha(V) = 0 \ \& \ \alpha(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots F_n) = 0)$ sodass $K \equiv \bot$

Wenn wir V entfernt dann bleibt $\forall \alpha (\hat{\alpha}(F_1 \wedge \ldots \wedge F_n) = 0)$

Wie ist der Beweis, wenn V nicht positiv (negativ) in jeder Klausel in K vorkommt.

z.b: $K = (V \vee F_1) \wedge (V \vee F_2) \wedge \ldots \wedge F_{n-1} \wedge F_n \ldots ?$

$-1P$

$K = \{\{\neg X, \neg Y, Z\}, \{\neg Z, A\}, \{X \vee \neg Y\}, \{\neg X, \neg Z, A\}, \{A, \neg Y, \neg Z\},$
$\{\neg Z, A, \neg X\}, \{\neg A\}, \{Z\}, \{\neg X, A, Z\}, \{A, \neg X, \neg Y\}, \{A, \neg X, \neg Y, Z\}, \{A, \neg X\}\}$

DPLL

nicht erfüllbar

Ihr musstet die Erkenntnis aus a anwenden.

Wähle $Z = 0$

$K_{Z=0} = \{\neg X, \neg Y\}, \{X, \neg Y\}, \{\neg A\}, \{\}, \{\neg X, A\}, \{A, \neg X, \neg Y\}, \{A, \neg X\}$

$\Rightarrow$ Für $Z = 0$ ist die Klausel nicht erfüllbar $\rightarrow$ Backtracking

Wähle $Z = 1$

$K_{Z=1} = \{A\}, \{X, \neg Y\}, \{\neg X, A\}, \{A, \neg Y\}, \{A, \neg X\}, \{\neg A\}$
$\{A, \neg X, \neg Y\}, \{A, \neg X\}$

wähle $A = 0$

$K_{Z=1, A=0} = \{\}, \{X, \neg Y\}, \{\}, \{\neg Y\}, \{\neg X\}, \{\neg X, \neg Y\}, \{\neg X\}$

$\Rightarrow$ Für $z=1, A=0$ ist die Klausel nicht erfüllbar $\rightarrow$ Backtracking

wähle $A = 1$

$= \{X, \neg Y\}, \{\}$

$\Rightarrow$ Für $z=1, A=1$ ist die Klausel nicht erfüllbar

1/2

Aufgabe 3: 3,5/4

b, i)

- Es gibt ingesamt 2 Lösungen Ja und Nein Nein

Es gibt nur 1 Lösung für essen. −0,5P

ii)

- Der Interpreter muss ingesamt 1 mal Backtracking bei „menu" bevor er die Lösung findet. ✓

iii)

- Wenn wir Dienstag durch Donnerstag ersetzen dann haben wir nur eine Lösung bei dem Ziel „essen" : Nein – sondern 2 ja
- Außerdem muss der Interpreter noch 1 mal backtracken bei dem Fakt Vorlesung. ✓

A4: 3,5/4

Cousin ist falsch. X, Y können auch Geschwister sein, da sie auch gleichen Opa haben.

−0,5P