

# Aufgabe 1:

2 Phasen-Methoden und Simplex-Methode  
in Standardform

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Führe 2 künstliche Variablen  $\Rightarrow \min z' = x_5 + x_6$

$$\begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array}$$



$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$c = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$$

$$B = \{5, 6\}, N = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = B^{-1} \quad C_B^T = (1 \ 1)$$

$$C_N^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$y^T = C_B^T \cdot B^{-1} = (1 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (1 \ 1)$$

$$\begin{aligned} \hat{C}_N^T &= C_N^T - y^T \cdot N = (0 \ 0 \ 0 \ 0) - (1 \ 1) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= (0 \ 0 \ 0 \ 0) - (1 \ 2 \ 3 \ -1) \\ &= (-1 \ -2 \ -3 \ 1) \end{aligned}$$

$$\hat{C}_t^T = \min_{\{1, 2, 3, 4\}} \{ \hat{C}_i^T : C_i < 0 \} = -3$$

$\Rightarrow x_3$  tritt in Basis ein

Um die austretende zu wählen

$$\hat{A}_3 = B^{-1} \cdot A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Quotientenkriterium} \quad \min_i \left\{ \frac{\hat{b}_i}{\hat{a}_{it}} : \hat{a}_{it} > 0 \right\} = \min \left\{ \frac{3}{2}, \frac{5}{1} \right\} = \frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x_5$  verlässt Basis



$$\rightarrow \text{neue Basis } B = \{3, 6\} \quad N = \{1, 2, 5, 4\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad C_B^T = (0, 1) \\ C_N^T = (0, 0, 1, 0)$$

$$y^T = C_B^T \cdot B^{-1} = (0, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} = (-1/2, 1)$$

$$\hat{C}_N^T = C_N^T - y^T \cdot N = (0, 0, 1, 0) - \left(\frac{-1}{2}, 1\right) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ = (0, 0, 1, 0) - (-2, 5/2, -1/2, 1/2) \\ = (2, -5/2, 3/2, -1/2)$$

$$\hat{c}_t = \min \{ \hat{c}_j : c_j < 0 \} = -\frac{5}{2} \Rightarrow x_2 \text{ tritt in Basis ein}$$

Um die austretende zu wählen

$$\hat{A}_2 = B^{-1} \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 5/2 \end{pmatrix}$$

Quotientenkriterium  $\min_i \left\{ \frac{\hat{b}_i}{\hat{a}_{i,t}} : \hat{a}_{i,t} > 0 \right\} = 2$

✓

$\Rightarrow x_2$  verlässt Basis

$$\rightarrow \text{Neue Basis } B = \{3, 2\} \quad N = \{1, 6, 5, 4\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{pmatrix}$$

alle künstliche Variable sind entfernt

$$x_B = B^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 1/5 & 3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18/5 \\ 7/5 \end{pmatrix}$$

$$x = (0, 7/15, 18/5, 0) \rightarrow ZBL$$

## Aufgabe 2: 2. Phasen Methode und Tableau - Verfahren

$$\begin{array}{ll}
 \text{min} & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\
 \text{U.d.N} & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 30 \\
 & x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 40 \\
 & x_1, \dots, x_3 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{in Standardform} \rightarrow & \text{min} \quad z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\
 \text{U.d.N} & 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 30 \\
 & x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_5 = 40 \\
 & x_1, \dots, x_3, x_4, x_5 \geq 0
 \end{array}$$

Startbasis  $B = \{5, 6\}$ ,  $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Tableaus

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
-z	-4	-2	-8	0	0	0
$x_4$	2	-1	3	1	0	30
$x_5$	1	2	4	0	1	40

Das ist nicht das richtige Vorgehen, man löst in der 1. Phase ein Hilfs-LP mit anderer Zielfkt.

kleinste Wert = -8  $\Rightarrow x_3$  tritt in Basis ein

Quotientenkriterium  $\min \left\{ \frac{30}{3}, \frac{40}{4} \right\} = 10 \Rightarrow x_4$  verlässt Basis

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
I	-z	-4	-2	-8	0	0
II	$x_3$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0
III	$x_5$	1	2	4	0	40

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
I + 8II $\rightarrow$	-z	$\frac{4}{3}$	$-\frac{14}{3}$	0	$\frac{8}{3}$	80
III - 4II $\rightarrow$	$x_3$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0

$\Rightarrow$  kleinste Wert =  $-\frac{14}{3} \Rightarrow x_2$  tritt in Basis ein

Qk :  $\min \left\{ \frac{10}{10/3} \right\} = 3$

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
-z	$\frac{4}{3}$	$-\frac{14}{3}$	0	$\frac{8}{3}$	0	80
$x_3$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0	10
$x_2$	$-\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{2}{5}$	$\frac{8}{10}$	0

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
$I + \frac{14}{3} III$	-z	-1	0	0	$4/5$	$7/5$
$II + \frac{1}{3} III$	$x_3$	$1/2$	0	1	$1/5$	$1/10$
	$x_2$	$-1/2$	1	0	$-2/5$	$8/10$

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
-z	-1	0	0	$4/5$	$7/5$	80
$x_3$	$1/2$	0	1	$1/5$	$1/10$	10
$x_2$	$-1/2$	1	0	$-2/5$	$8/10$	0

basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	R
-z	0	0	2	$6/5$	$8/5$	100
$x_1$	1	0	2	$2/5$	$1/2$	20
$x_2$	0	1	1	$-1/5$	$2/5$	10

Optimal Lösung  $\hat{x} = (20, 10, 0, 0, 0)$ ,  $z = -100$

das ist zwar das richtige Ergebnis, aber das Vorgehen müsst ihr euch nochmal anschauen  
siehe Beispiel 5.8, daher nur 3P

3/6

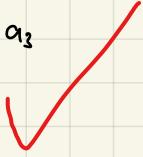
### Aufgabe 3:

$$\begin{array}{ll}
 \text{min } z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\
 \text{U.d.N} \quad -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\
 \quad \quad \quad x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\
 \quad \quad \quad -x_1 + x_2 - x_5 = 4 \\
 \quad \quad \quad x_1, \dots, x_5 \geq 0
 \end{array}$$

$$A = \begin{array}{cccccc|c}
 & -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\
 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\
 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1
 \end{array}$$

Wir führen die künstlichen Variablen

$$\begin{array}{ll}
 \text{min } z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 + M a_1 + M a_2 + M a_3 \\
 \text{U.d.N} \quad -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + a_1 = 1 \\
 \quad \quad \quad x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 + a_2 = 4 \\
 \quad \quad \quad -x_1 + x_2 - x_5 + a_3 = 4 \\
 \quad \quad \quad x_1, \dots, x_5 \geq 0
 \end{array}$$



Tableau

Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R
-2	2	-2	-1	-2	3	M	M	M	0
$a_1$	-2	1	-1	-1	0	1	0	0	1
$a_2$	1	-1	2	1	1	0	1	0	4
$a_3$	-1	1	0	0	-1	0	0	1	4

Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R
I	-2	$2+2M$	$-2-M$	$-1-M$	-2	3	0	0	$-9M$
II	$a_1$	-2	1	-1	-1	0	1	0	1
III	$a_2$	1	-1	2	1	1	0	0	4
IV	$a_3$	-1	1	0	0	-1	0	1	4

Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R
I - (-2-M)II	-2	0	$-3-2M$	$-4-M$	3	1	0	0	$2-8M$
$x_2$	-2	1	-1	-1	0		0	0	1
III + II	$a_2$	-1	0	1	0		1	0	5
IV - I	$a_3$	1	0	1	-1		0	1	8

Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R	
I + (3+2M)III	-2	$1+2M$	0	0	$-1+M$	$-2M$	1	0	1	$11-2M$
$x_2$	-1	1	0	0	-1		0		4	
$a_2$	-2	0	0	-1	2		1		2	
$x_3$	1	0	1	1	-1		0		3	

Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R
-2	1	0	0	-1	0	1	1	1	11
$x_2$	-2	1	0	$-1/2$	0				5
$x_5$	-1	0	0	$-1/2$	1				1
$x_3$	0	0	1	$1/2$	0				4



Basis	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	R
$-z$	1	0	2	0	0	1	1	1	19
$x_2$	-2	1	1	0	0				9
$x_5$	-1	0	1	0	1				5
$x_4$	0	0	2	1	0				8

$\Rightarrow$  Optimallösung  $\hat{x} = (0, 9, 0, 8, 5)$

$$\min z = -19$$

sehr gut

7/7

$$15.6 \quad 1920 \times 1080 \Rightarrow pd = 0.01799$$

$$\downarrow \quad \text{cm} \quad H = 19.43 \times W = 34.59$$

$$28 \quad 3840 \times 2160 \Rightarrow pd = 0.0161435 \text{cm}$$

$$\downarrow \quad \text{H} = 34.87 \times W = 61.99$$

19.43

$$\frac{61.99}{19.43} = 3.19$$