Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2022/2023**
Fachbereich Mathematik
Dr. M. Hansen, D. Vogel

14/17

Übungen zur LINEAREN OPTIMIERUNG
9. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Benutzen Sie die erste Phase der 2-Phasen-Methode und das Formel basierte Simplex-Verfahren, um eine ZBL für das Ungleichungssystem: (4)

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\geq 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

4/4

zu finden.

Aufgabe 2 Benutzen Sie die 2-Phasen-Methode und das Simplex-Tableau-Verfahren, um das Lineare Programm (6)

$$\begin{aligned} \min\ z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 & \\ \text{U.d.N. } 2x_1 - x_2 + 3x_3 &\leq 30 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 40 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

3/6

zu lösen.

Aufgabe 3 Lösen Sie das Lineare Programm (7)

$$\begin{aligned} \min\ z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 & \\ \text{U.d.N. } -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 &= 4 \\ -x_1 + x_2 - x_5 &= 4 \\ x_1, \ldots, x_5 &\geq 0 \end{aligned}$$

7/7

mit der Big-M-Methode und dem Simplex-Tableau-Verfahren.

Abgabe: Dienstag, 10.01.23, vor der Vorlesung.

Aufgabe 1:

$$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 3$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 = 5$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2 Phasen-Methoden und Simplex-Methode

in Standardform

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Führe 2 künstliche Variablen $\Rightarrow$

$$\min \quad z' = x_5 + x_6$$
$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_6 &= 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$c = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1)$$

$$\mathcal{B} = \{5, 6\}, \quad N = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = B^{-1} \qquad c_B^T = (1, 1)$$
$$c_N^T = (0, 0, 0, 0)$$

$$y^T = c_B^T \cdot B^{-1} = (1 \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (1 \quad 1)$$

$$\hat{c}_N^T = c_N^T - y^T \cdot N = (0, 0, 0, 0) - (1, 1)\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= (0, 0, 0, 0) - (1, 2, 3, -1)$$
$$= (-1, -2, -3, 1)$$

$$\hat{c}_t = \min_{\{1,2,3,4\}} \{ \hat{c}_i : c_i < 0 \} = -3$$

$\Rightarrow$ x_3 tritt in Basis ein

Um die austretende zu wählen

$$\hat{A}_3 = B^{-1} \cdot A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Quotientenkriterium $\min\limits_i \left\{ \frac{\hat{b}_i}{\hat{a}_{it}} : \hat{a}_{it} > 0 \right\} = \min \left\{ \frac{3}{2}, \frac{5}{1} \right\} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ x_5 verlässt Basis

$\rightarrow$ neue Basis $\quad B = \{3, 6\} \quad N = \{1, 2, 5, 4\}$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \qquad c_B^T = (0, 1)$$

$$c_N^T = (0, 0, 1, 0)$$

$$y^T = c_B^T \cdot B^{-1} = (0, 1) \cdot \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{c}_N^T = c_N^T - y^T \cdot N = (0, 0, 1, 0) - \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= (0, 0, 1, 0) - \begin{pmatrix} -2 & 5/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -5/2 & 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{c}_t = \min \{ \hat{c}_j : c_j < 0 \} = \frac{-5}{2} \quad \Rightarrow \quad x_2 \text{ tritt in Basis ein}$$

Um die austretende zu wählen

$$\hat{A}_2 = B^{-1} \cdot A_2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 5/2 \end{pmatrix}$$

Quotientenkriterium $\min_i \left\{ \frac{\hat{b}_i}{\hat{a}_{i,t}} : \hat{a}_{i,t} > 0 \right\} = 2$

$\Rightarrow x_6$ verlässt Basis

$\rightarrow$ Neue Basis $\quad B = \{3, 2\} \quad N = \{1, 6, 5, 4\}$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{pmatrix}$$

alle künstliche Variable sind entfernt

$$x_B = B^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 1/5 & 3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18/5 \\ 7/5 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 & 7/15 & 18/5 & 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \text{ZBL}$$

Aufgabe 2: 2. Phasen Methode und Tableau - Verfahren

$$\begin{aligned}
\min \quad & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\
\text{U.d.N} \quad & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 30 \\
& x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 40 \\
& x_1, \ldots, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

in Standardform $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
\min \quad & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\
\text{U.d.N} \quad & 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 30 \\
& x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_5 = 40 \\
& x_1, \ldots, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}$$

Startbasis $B = \{5, 6\}$, $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Tableaus

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
$-z$	-4	-2	-8	0	0	0
x_4	2	-1	$\boxed{3}$	1	0	30
x_5	1	2	4	0	1	40

Kleinste Wert $= -8$ $\Rightarrow$ x_3 tritt in Basis ein

Quotientenkriterium $\min\left\{\frac{30}{3}, \frac{40}{4}\right\} = 10$ $\Rightarrow$ x_4 verlässt Basis

	Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
I	$-z$	-4	-2	-8	0	0	0
II	x_3	$2/3$	$-1/3$	1	$1/3$	0	10
III	x_5	1	2	4	0	1	40

	Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
I + 8II $\rightarrow$	$-z$	$4/3$	$-14/3$	0	$8/3$	0	80
	x_3	$2/3$	$-1/3$	1	$1/3$	0	10
III - 4II $\rightarrow$	x_5	$-5/3$	$\boxed{10/3}$	0	$-4/3$	1	0

$\Rightarrow$ Kleinste Wert $= \frac{-14}{3}$ $\Rightarrow$ x_2 tritt in Basis ein

QK : $\min\left\{\frac{10}{10/3}\right\} = 3$

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
$-z$	$4/3$	$-14/3$	0	$8/3$	0	80
x_3	$2/3$	$-1/3$	1	$1/3$	0	10
x_2	$-1/2$	1	0	$-2/5$	$3/10$	0

$I + \frac{14}{3} III$
$II + \frac{1}{3} III \longrightarrow$

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
$-z$	-1	0	0	$4/5$	$7/5$	80
x_3	$1/2$	0	1	$1/5$	$1/10$	10
x_2	$-1/2$	1	0	$-2/5$	$3/10$	0

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
$-z$	-1	0	0	$4/5$	$7/5$	80
x_3	$\boxed{1/2}$	0	1	$1/5$	$1/10$	10
x_2	$-1/2$	1	0	$-2/5$	$3/10$	0

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	R
$-z$	0	0	2	$6/5$	$8/5$	100
x_1	1	0	2	$2/5$	$1/2$	20
x_2	0	1	1	$-1/5$	$2/5$	10

Optimallösung $\hat{x} = (20, 10, 0, 0, 0), \quad z = -100$

Aufgabe 3:

$$\begin{array}{ll} \min & z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{U.d.N} & -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\ & -x_1 + x_2 - x_5 = 4 \\ & x_1, \dots x_5 \geq 0 \end{array}$$

$$A = \begin{matrix} -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{matrix}$$

Wir führen die künstlichen Variablen

$$\begin{array}{ll} \min & z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 + Ma_1 + Ma_2 + Ma_3 \\ \text{U.d.N} & -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + a_1 = 1 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 + a_2 = 4 \\ & -x_1 + x_2 - x_5 + a_3 = 4 \\ & x_1, \dots x_5 \geq 0 \end{array}$$

Tableau

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
$-z$	2	-2	-1	-2	3	M	M	M	0
a_1	-2	1	-1	-1	0	1	0	0	1
a_2	1	-1	2	1	1	0	1	0	4
a_3	-1	1	0	0	-1	0	0	1	4

	Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
I	$-z$	2+2M	-2-M	-1-M	-2	3	0	0	0	-9M
II	a_1	-2	$\boxed{1}$	-1	-1	0	1	0	0	1
III	a_2	1	-1	2	1	1	0	1	0	4
IV	a_3	-1	1	0	0	-1	0	0	1	4

	Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
I - (-2-M)II	$-z$	-2	0	-3-2M	-4-M	3	|	0	0	2-8M
	x_2	-2	1	-1	-1	0	|	0	0	1
III + II	a_2	-1	0	1	0	1	|	1	0	5
IV - II	a_3	1	0	$\boxed{1}$	1	-1	|	0	1	3

	Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
I+(3+2M)III	$-z$	1+2M	0	0	-1+M	-2M	|	0	|	11-2M
	x_2	-1	1	0	0	-1	|	0	|	4
	a_2	-2	0	0	-1	$\boxed{2}$	|	1	|	2
	x_3	1	0	1	1	-1	|	0	|	3

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
$-z$	1	0	0	-1	0	|	|	|	11
x_2	-2	1	0	-1/2	0	|	|	|	5
x_5	-1	0	0	-1/2	1	|	|	|	1
x_3	0	0	1	1/2	0	|	|	|	4

Basis	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	a_1	a_2	a_3	R
$-z$	1	0	2	0	0	1	1	1	19
x_2	-2	1	1	0	0				9
x_5	-1	0	1	0	1				5
x_4	0	0	2	1	0				8

$\Rightarrow$ Optimallösung $\quad \hat{x} = (0, 9, 0, 8, 5)$

$\min \; z = -19$

15.6 $1920 \times 1080 \Rightarrow pd = 0.01799$

cm $H = 19.43 \times W = 34.54$

28    $3840 \times 2160 \Rightarrow pd = 0.0161435$ cm

$H = 34.87 \times W = 61.99$

$$\frac{61.99}{19.43} = 3.19$$

19.43

Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2022/2023**
Fachbereich Mathematik
Dr. M. Hansen, D. Vogel

Übungen zur Linearen Optimierung
9. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Benutzen Sie die erste Phase der 2-Phasen-Methode und das Formel basierte Simplex-Verfahren, um eine ZBL für das Ungleichungssystem: (4)

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\geq 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

zu finden.

Aufgabe 2 Benutzen Sie die 2-Phasen-Methode und das Simplex-Tableau-Verfahren, um das Lineare Programm (6)

$$\begin{aligned} \min\ z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\ \text{U.d.N. } 2x_1 - x_2 + 3x_3 &\leq 30 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 40 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

zu lösen.

Aufgabe 3 Lösen Sie das Lineare Programm (7)

$$\begin{aligned} \min\ & z = 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 3x_5 \\ \text{U.d.N. } & -2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 && = 1 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 && = 4 \\ & -x_1 + x_2 - x_5 && = 4 \\ & x_1, \dots, x_5 && \geq 0 \end{aligned}$$

mit der Big-M-Methode und dem Simplex-Tableau-Verfahren.

Abgabe: Dienstag, 10.01.23, vor der Vorlesung.

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &\geq 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ x_{1\ldots3} &\geq 0 \end{aligned}$$

künstliche Variable

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\ x_{1\ldots3} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\min \quad z = a_1 + a_2$$

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + a_1 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + a_2 &= 5 \\ x_{1\ldots5}\, a_{12} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$A = \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & a_1 & a_2 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \{ a_1\ a_2 \} \qquad \mathcal{N} = \{1\ 2\ 3\ 4\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c^T = \begin{array}{cccccc} x_1 & 2 & 3 & 4 & a_1 & a_2 \end{array} (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1)$$

$$c_B^T = \begin{array}{cc} a_1 & a_2 \end{array} (1\ 1)$$

$$c_N^T = \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} (0\ 0\ 0\ 0)$$

$$y^T = c_B^T \cdot B^{-1} = (1\ \ 1)$$

$$\hat{c}_N^T = c_N^T - y^T N = (0\ 0\ 0\ 0\ 0) - (1\ \ 1) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= (0\ 0\ 0\ 0\ 0) \quad (1\ \ -2\ \ 3\ \ -1\ )$$

$$= \quad (-1\ \ 2\ \ -3\ \ 1$$

$\hookrightarrow$ x_3 tritt in B ein

$$\hat{A}_3 = B^{-1} A_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow a_1 \text{ verlässt}$$

$$c_B^T = (0\ \ 1)$$

$$c_N^T = (0\ 0\ 1\ 0)$$

$$\mathcal{B} = \{ x_3\ \ a_2 \} \qquad \mathcal{N} = \{ x_1\ \ x_2\ \ a_1\ \ x_4 \}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$y^T = c_B^T \cdot B^{-1} = (0\ \ 1) \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 \\ -0{,}5 & 1 \end{pmatrix} = (-0{,}5\ \ 1)$$

$$\hat{c}_B^T = c_N^T - y^T N = (0\ 0\ 1\ 0) - (-2\ \ 2{,}5\ \ -0{,}5\ \ 0{,}5$$

Aufgabe 2: 2 Phasen Methode

$$\begin{aligned} \min\quad & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\ \text{u.d.N}\quad & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 30 \\ & x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 40 \\ & x_{1\dots3} \geq 0 \end{aligned} \xrightarrow{SF} \begin{aligned} \min\quad & z = -4x_1 - 2x_2 - 8x_3 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 30 \\ & x_1 + 2x_3 + 4x_3 = 40 \\ & x_{1\dots4} \geq 0 \end{aligned}$$

künstliche Variable

$$\begin{aligned} \min\quad & z' = a_1 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 30 \\ & x_1 + 2x_3 + 4x_3 + a_1 = 40 \\ & x_1 \dots a_1 \geq 0 \end{aligned}$$

$$c^T = (-4 \quad -2 \quad -8 \quad 0 \quad 0)$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	R
$-z'$	0	0	0	0	1	0
x_4	2	-1	3	1	0	30
a_1	1	2	4	0	1	40

in richtig Form

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	R
$-z'$	-1	-2	-4	0	0	-40
x_4	2	-1	$\boxed{3}$	1	0	30
a_1	1	2	4	0	1	40

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	R	
$-z'$	5/3	-10/3	0	4/3	0	0	$+4\,\mathrm{II}$
x_3	2/3	-1/3	1	1/3	0	10	
a_1	-5/3	$\boxed{10/3}$	0	-4/3	1	0	$-4\,\mathrm{II}$

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	R	
$-z'$	0	0	0	0	0	0	$+10/3\,\mathrm{III}$
x_3	1/2	0	1	1/5	1/10	10	$+1/3\,\mathrm{III}$
x_2	-1/2	1	0	-2/5	3/10	0	$\cdot \frac{3}{10}$

alle künstliche Var sind eleminiert

$$\hat{x} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

$$B = \{x_3, x_2\} \qquad N = \{x_1, x_4\} \qquad c_B^T = (-8 \quad -2)$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad c_N^T = (-4 \quad 0)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 1/10 \\ -2/5 & 3/10 \end{pmatrix}$$

$$y^T = c_B^T \cdot B^{-1} = (-8 \quad -2) \begin{pmatrix} 1/5 & 1/10 \\ -2/5 & 3/10 \end{pmatrix} = \left(-4/5, \ -7/5\right)$$

$$\hat{c}_N^T = \hat{c}_N^T - y^T \cdot N = (-4 \quad 0) - \left(-\frac{4}{5}, \frac{-7}{5}\right) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= (-4 \quad 0) - \left(-3, \frac{-4}{5}\right) = (-1 \quad 4/5)$$

$$z = c_B^T \cdot x_B = (-8 \quad -2) \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} = -80$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	R
$-z'$	-1	0	0	$4/5$	80
x_3	$\boxed{1/2}$	0	1	$1/5$	10
x_2	$-1/2$	1	0	$-2/5$	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	R	
$-z'$	0	0	2	$6/5$	100	$+ \text{II}$
x_1	1	0	2	$2/5$	20	
x_2	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{5}$	10	$+ \frac{1}{2}\text{II}$

$\Rightarrow \quad x = (20, 10, 0, 0) \qquad z = -100$