

Terme:  $x, y, a$

## Aufgabe 1:

1/1

Aufgabe 1 (Signatur). Geben Sie zu der folgenden prädikatenlogischen Formel die zugehörige Signatur  $\Sigma$  mit den entsprechenden Stelligkeiten an:

$$\exists y. \forall x. (\forall y \exists x \rightarrow \forall f, g (f(x) = g(x))).$$

f sei Funktion (Terme)

- Die folgenden prädikatenlogischen Formel haben die Signatur  $\Sigma = (F, R)$

F sei Funktion: f, g  
P sei Prädikat: >, a

$$\Rightarrow \Sigma = (f, g ; >, a) \text{ mit Stelligkeiten } (0, 1; 2, 2)$$

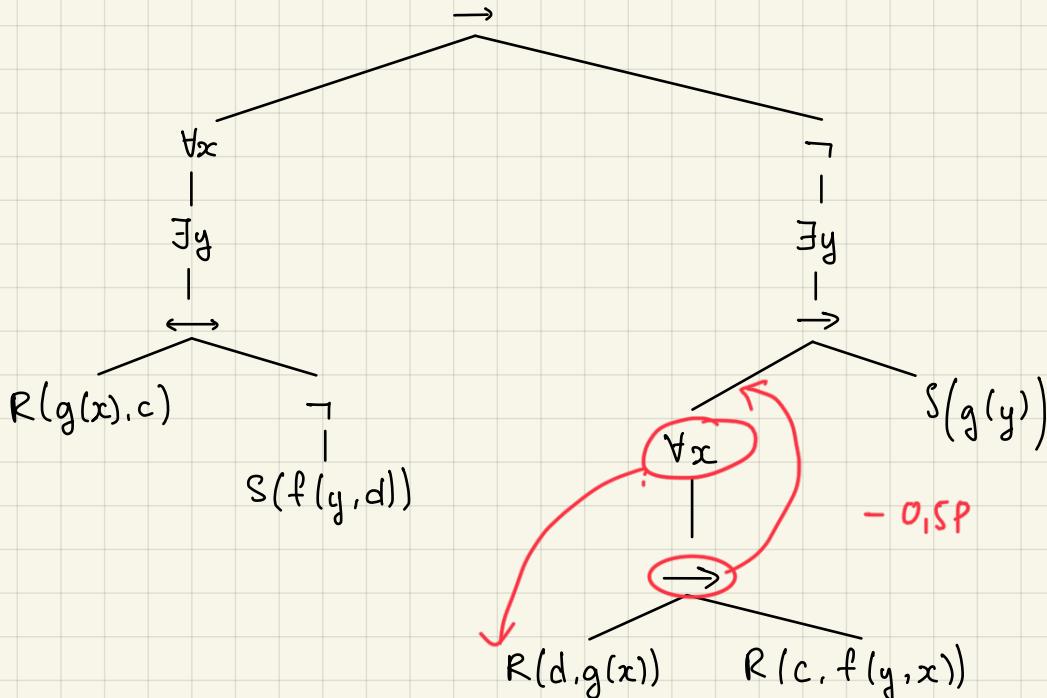
✓

## Aufgabe 2:

1,5/2

Aufgabe 2 (Formelhierarchie). Stellen Sie die folgende prädikatenlogische Formel als Baum dar, wobei die atomaren Formeln die Blätter darstellen.

$$\forall x. \exists y. (R(g(x), c) \leftrightarrow \neg S(f(y, d))) \rightarrow \neg (\exists y. ((\forall x. R(d, g(x)) \rightarrow R(c, f(y, x))) \rightarrow S(g(y)))).$$



## Aufgabe 3

3/3

$$\forall_{x>2, \text{gerade}}. \exists_{p,q \text{ prim}}. p + q = x.$$

- (a) Expandieren sie die bedingten Quantoren in diesem Beispiel, so dass die entstandene Formel der in der Vorlesung benutzen Standardsyntax (s. Folie 20) genügt. Benutzen Sie die Signatur mit  $\Sigma = (\{+\}; \{=\}, \text{gerade}, \text{prim})$  mit Stelligkeiten (2; 2, 1, 1).

a,

$$\Sigma = (\{+\}; \{=\}, \text{gerade}, \text{prim}) \text{ Stelligkeiten } (2, 2, 1, 1)$$

$$\forall x. ((\neg(x=0) \wedge \neg(x=1) \wedge \neg(x=2)) \wedge \text{gerade}(x) \rightarrow \exists p. \exists q. (\text{prim}(p) \wedge \text{prim}(q) \wedge p + q = x))$$

$x > 2$

$$b, \neg \forall_{x \text{ gerade}}. \exists_{p,q \text{ prim}}. p+q = x \equiv \exists_{x \text{ gerade}}. \forall_{p,q \text{ prim}}. p+q \neq x$$

$$\neg \forall x \text{ gerade}. \exists_{p,q \text{ prim}}. p+q = x$$

$$\neg \forall x.F \equiv \exists x.\neg F \quad \text{und} \quad \neg \exists x.F \equiv \forall x.\neg F.$$

$$\equiv \neg \forall x. (\text{gerade}(x) \rightarrow \exists p. (\text{prim}(p) \wedge \exists q. (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$\equiv \exists x. \neg (\text{gerade}(x) \rightarrow \exists p. (\text{prim}(p) \wedge \exists q. (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$(A \rightarrow B) = \neg A \vee B \rightarrow \neg(A \rightarrow B) = \neg(\neg A \vee B) = A \wedge \neg B$$

$$\equiv \exists x. (\text{gerade}(x) \wedge \neg \exists p. (\text{prim}(p) \wedge \exists q. (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$\equiv \exists x. (\text{gerade}(x) \wedge \forall p. \neg (\text{prim}(p) \wedge \exists q. (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B = A \rightarrow \neg B$$

$$\equiv \exists x. (\text{gerade}(x) \wedge \forall p. (\text{prim}(p) \rightarrow \neg \exists q. (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$\equiv \exists x. (\text{gerade}(x) \wedge \forall p. (\text{prim}(p) \rightarrow \forall q. \neg (\text{prim}(q) \wedge p+q = x)))$$

$$\equiv \exists x. (\text{gerade}(x) \wedge \forall p. (\text{prim}(p) \rightarrow \forall q. (\text{prim}(q) \rightarrow \neg(p+q = x))))$$

$$\equiv \exists_{x \text{ gerade}}. \forall_{p,q \text{ prim}}. p+q \neq x \quad \checkmark$$

#### Aufgabe 4 Eindeutige Existenz

4/14

$$\exists ! x. P(x)$$

①

- i) Es existiert 1  $x$  mit  $P(x)$
- ii) Für andere  $x'$  mit  $P(x')$  folgt dass  $x = x'$

$$a, \exists x. (P(x) \wedge \forall x' (P(x') \rightarrow x' = x))$$

$$\exists x. P(x) \cdot \forall x'. P(x') \cdot x' = x \quad (\text{kurzschreibweise})$$

Ja, man muss diese Formel für ① anwenden!

b, Negiere

$$\neg \exists x. (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \wedge \forall x'. (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x. \neg (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \wedge \forall x'. (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x. (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \rightarrow \neg \forall x'. (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x. (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \rightarrow \exists x'. (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' \neq x))$$

$$\equiv \forall x \geq 0. x \cdot x = 1 \rightarrow \exists x' \geq 0. x' \cdot x' = 1 \wedge x \neq x' \quad \checkmark$$

A5: 6/6

$$\Sigma = 16/16$$

Zustand: Lang : Klausurzulassung

Thuong : 117,5 / 204 + 0 Vorstellung