Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2022/2023**
Fachbereich Mathematik
Dr. M. Hansen, D. Vogel

Übungen zur Linearen Optimierung
Musterlösung zum 3. Aufgabenblatt

Lösung 4: Da der Gradient f' die steilste Aufstiegsrichtung angibt, ist im Punkt $\bar{x}$ die steilste Abstiegsrichtung

$$d = -f'(\bar{x}) = b - A\bar{x}.$$

Um $\bar{\alpha}$ zu bestimmen setzen wir

$$\varphi(\bar{\alpha}) := f(\bar{x} + \bar{\alpha}d) = \frac{1}{2}(\bar{x} + \bar{\alpha}d)^T A(\bar{x} + \bar{\alpha}d) - b^T(\bar{x} + \bar{\alpha}d) + c.$$

Weiter muss $\varphi'(\bar{\alpha}) = 0$ gelten. Mit der Kettenregel erhält man

$$0 = \varphi'(\bar{\alpha}) = \langle A(\bar{x} + \bar{\alpha}d) - b, d\rangle,$$

wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Standardskalarprodukt bezeichnet. Mit $-b = -d - A\bar{x}$ erhalten wir weiter

$$0 = d^T(A\bar{x} + \bar{\alpha}Ad - d - A\bar{x}) = \bar{\alpha}d^T Ad - d^T d,$$

was äquivalent ist zu

$$\bar{\alpha} = \frac{d^T d}{d^T Ad}.$$