

Übungszettel 02

Abgabetermin: 5. November 2022, 18:00 Uhr

In den folgenden Aufgaben sind einige Beweise mit Jape zu erstellen. In Ilias finden Sie die Dateien „Zettel02.jt“ und „zettel02_problems.j“. Kopieren Sie diese in Ihr Verzeichnis Marburg2022. Starten Sie Jape und laden Sie die Theorie zettel02.jt. Sie finden vier Fenster mit den folgenden 4 Aufgaben. Beweisen Sie diese in Jape. Machen Sie Screenshots der Beweisaufgaben mit dem „checkmark“ neben den Aufgaben, die belegen, dass Sie die Aufgaben erfolgreich in Jape gelöst haben.

Aufgabe 1. :

a) $E \rightarrow F \vdash (F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G$

b) $E \rightarrow (F \wedge G) \vdash (E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G)$

c) $E \wedge (F \rightarrow G) \vdash (E \rightarrow F) \rightarrow G$

$$\frac{E \rightarrow F}{(F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G} \quad \begin{array}{l} E \rightarrow (F \wedge G) \\ \dots \\ (E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G) \end{array}$$

$$E \wedge (F \rightarrow G) \vdash (E \rightarrow F) \rightarrow G$$

$$\dots$$

$$(E \rightarrow F) \rightarrow G$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2. :

(a) $F \rightarrow G \vdash (E \vee F) \rightarrow (E \vee G)$

(b) $(E \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow G) \vdash (E \vee F) \rightarrow G$

(c) $(E \vee F) \rightarrow G \vdash (E \rightarrow G) \wedge (F \rightarrow G)$

(3 Punkte)

Aufgabe 3. :

(a) $\neg E \vee \neg F \vdash \neg(E \wedge F)$

(b) $\neg(E \wedge \neg E)$

(c) $(E \wedge \neg E) \vdash F$

$$(F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G$$

(3 Punkte)

Aufgabe 4. Die folgenden Beweisaufgaben benötigen jeweils einen indirekten Beweis:

(a) $\neg(\neg E \vee \neg F) \vdash E \wedge F$

(b) $\neg(E \wedge F) \vdash \neg E \vee \neg F$

(c) $(E \rightarrow F) \vee (F \rightarrow E)$

$$\frac{\neg(\neg E \vee \neg F)}{E \wedge F}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \neg(E \wedge F) \\ \perp \end{array}}$$

(3 Punkte)

$$\boxed{\begin{array}{l} \neg((E \rightarrow F) \vee (F \rightarrow E)) \\ \perp \end{array}}$$

$$(E \rightarrow F) \vee (F \rightarrow E) \quad T$$

Auf 1

a) $E \rightarrow F \vdash (F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G$

$$\frac{E \rightarrow F}{(F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G}$$

1	$E \rightarrow F$	premise
2	$F \rightarrow G$	assumption
3	E	assumption
4	F	\rightarrow elim 1,3
5	G	\rightarrow elim 2,4
6	$E \rightarrow G$	\rightarrow intro 3-5

$$(F \rightarrow G) \rightarrow E \rightarrow G$$

$$E \rightarrow (F \wedge G) \vdash (E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G)$$

1	$E \rightarrow (F \wedge G)$	premise
2	E	assumption
3	$F \wedge G$	\rightarrow elim 1,2
4	F	\wedge elim 3
5	$E \rightarrow F$	\rightarrow intro 2-4
6	E	assumption
7	$F \wedge G$	\rightarrow elim 1,6
8	G	\wedge elim 7
9	$E \rightarrow G$	\rightarrow intro 6-8
10	$(E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G)$	\wedge intro 5,9

✓

c) $E \wedge (F \rightarrow G) \vdash (E \rightarrow F) \rightarrow G$

1	$E \wedge (F \rightarrow G)$	premise
2	E	\wedge elim 1
3	$F \rightarrow G$	\wedge elim 2
4	$E \rightarrow F$	assumption
5	F	\rightarrow elim 2,4
6	G	\rightarrow elim 3,5
7	$(E \rightarrow F) \rightarrow G$	\rightarrow intro 4-6

Auf 2

(a) $F \rightarrow G \vdash (E \vee F) \rightarrow (E \vee G)$

1	$F \rightarrow G$	premise
2	$E \vee F$	assumption
3	E	assumption
4	$E \vee G$	\vee -intro 3
5	F	assumption
6	G	\rightarrow elim 1,5
7	$E \vee G$	\vee -intro 6
8	$E \vee G$	\vee elim 2, 3-4, 5-7
9	$(E \vee F) \rightarrow (E \vee G)$	\rightarrow intro 2-8

Tutor

$$1 \quad E \wedge (F \rightarrow G)$$

$$2 \quad E$$

$$3 \quad F \rightarrow G$$

premise

\wedge - elim link 1

\wedge - elim recht 1

$$4 \quad \boxed{E \rightarrow F}$$

$$5 \quad F$$

$$6 \quad G$$

assumption

\rightarrow elim 2 - 4

$$E \rightarrow F \rightarrow G$$

$$1. \quad E \wedge (F \wedge G)$$

$$10 \quad (E \rightarrow F) \wedge (E \rightarrow G)$$