

## Aufgabe 1:

1/1

**Aufgabe 1 (Signatur).** Geben Sie zu der folgenden prädikatenlogischen Formel die zugehörige Signatur  $\Sigma$  mit den entsprechenden Stelligkeiten an:

$$\exists y. \forall x. (\forall y. (x \neq y) \rightarrow a(f, g(y))).$$

$f$  sei Funktion (Terme)

- Die folgenden prädikatenlogischen Formel haben die Signatur  $\Sigma = (F, R)$

$F$  sei Funktion:  $f, g$   
 $P$  sei Prädikat:  $>, a$

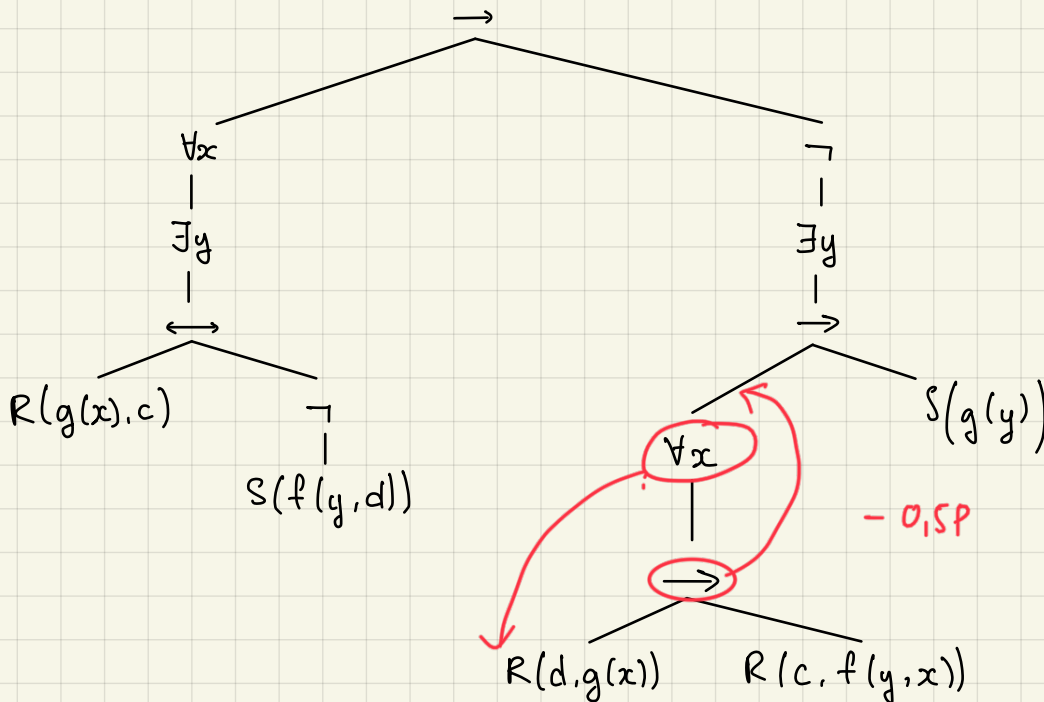
$\Rightarrow \Sigma = (f, g ; >, a)$  mit Stelligkeiten  $(0, 1; 2, 2)$  ✓

## Aufgabe 2:

1,5/2

**Aufgabe 2 (Formelhierarchie).** Stellen Sie die folgende prädikatenlogische Formel als Baum dar, wobei die **atomaren Formeln** die Blätter darstellen.

$$\forall x. \exists y. (R(g(x), c) \leftrightarrow \neg S(f(y, d))) \rightarrow \neg(\exists y. ((\forall x. R(d, g(x)) \rightarrow R(c, f(y, x))) \rightarrow S(g(y))))).$$



## Aufgabe 3:

3/3

$$\forall x > 2, \text{gerade} . \exists p, q \text{ prim} . p + q = x.$$

(a) Expandieren sie die **bedingten Quantoren** in diesem Beispiel, so dass die **entstandene Formel** der in der Vorlesung benutzten Standardsyntax (s. Folie 20) genügt. Benutzen Sie die Signatur mit  $\Sigma = (\{+\}; \{=, \text{gerade}, \text{prim}\})$  mit Stelligkeiten  $(2; 2, 1, 1)$ .

a,

$\Sigma = (\{+\}; \{=, \text{gerade}, \text{prim}\})$  Stelligkeiten  $(2; 2, 1, 1)$

$$\forall x. (\underbrace{(\neg(x=0) \wedge \neg(x=1) \wedge \neg(x=2))}_{x > 2} \wedge \text{gerade}(x) \rightarrow \exists p. \exists q (\text{prim}(p) \wedge \text{prim}(q) \wedge p + q = x))$$

$$b, \neg \forall x \text{ gerade} . \exists p, q \text{ prim} . p + q = x \equiv \exists x \text{ gerade} . \forall p, q \text{ prim} . p + q \neq x$$

$$\neg \forall x \text{ gerade} . \exists p, q \text{ prim} . p + q = x$$

$$\neg \forall x . F \equiv \exists x . \neg F \quad \text{und} \quad \neg \exists x . F \equiv \forall x . \neg F$$

$$\equiv \neg \forall x . (\text{gerade}(x) \rightarrow \exists p . (\text{prim}(p) \wedge \exists q . (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$\equiv \exists x . \neg (\text{gerade}(x) \rightarrow \exists p . (\text{prim}(p) \wedge \exists q . (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$(A \rightarrow B) = \neg A \vee B \rightarrow \neg (A \rightarrow B) = \neg (\neg A \vee B) = A \wedge \neg B$$

$$\equiv \exists x . (\text{gerade}(x) \wedge \neg \exists p . (\text{prim}(p) \wedge \exists q . (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$\equiv \exists x . (\text{gerade}(x) \wedge \forall p . \neg (\text{prim}(p) \wedge \exists q . (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B = A \rightarrow \neg B$$

$$\equiv \exists x . (\text{gerade}(x) \wedge \forall p . (\text{prim}(p) \rightarrow \neg \exists q . (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$\equiv \exists x . (\text{gerade}(x) \wedge \forall p . (\text{prim}(p) \rightarrow \forall q . \neg (\text{prim}(q) \wedge p + q = x)))$$

$$\equiv \exists x . (\text{gerade}(x) \wedge \forall p . (\text{prim}(p) \rightarrow \forall q . (\text{prim}(q) \rightarrow \neg (p + q = x))))$$

$$\equiv \exists x \text{ gerade} . \forall p, q \text{ prim} . p + q \neq x \quad \checkmark$$

#### Aufgabe 4 Eindeutige Existenz

4/4

$$\exists ! x . P(x)$$

$$\exists !_{x \geq 0} . x \cdot x = 1$$

①

i) Es existiert 1 x mit P(x)

ii) Für andere x' mit P(x') folgt dass x = x'

$$a, \exists x . (P(x) \wedge \forall x' (P(x') \rightarrow x' = x))$$

$$\exists x . P(x) . \forall x' . P(x') . x' = x \quad (\text{kurzschreibweise})$$

Ja, man muss diese Formel für ① anwenden!

b, Niegiere

$$\neg \exists x . (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \wedge \forall x' . (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x . \neg (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \wedge \forall x' . (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x . (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \rightarrow \neg \forall x' . (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x . (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \rightarrow \exists x' . \neg (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \rightarrow x' = x))$$

$$\equiv \forall x . (x \geq 0 \wedge x \cdot x = 1 \rightarrow \exists x' . (x' \geq 0 \wedge x' \cdot x' = 1 \wedge \neg (x' = x)))$$

$$\equiv \forall x \geq 0 . x \cdot x = 1 \rightarrow \exists x' \geq 0 . x' \cdot x' = 1 \wedge x \neq x' \quad \checkmark$$

A5: 6/6

$$\Sigma = 16/16$$

Zustand: Long : Klausurzulassung  
thong : 117,5/204 + 0 Vorstellg