LABORATOR#6

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: ALGORITMUL LUI NEVILLE

Date de intrare: $f,\ a,\ b,\ n$
Date de ieşire: P_n

STEP 1: $h = (b-a)/n$;

```
        for i=0:n
```

$X_i = a + ih$;

$Q_{i,0} = f(X_i)$;

```
        end
STEP 2: for i=1:n
            for j=1:i
```

$$Q_{ij} = \frac{Q_{i,j-1}(x - X_{i-j}) - Q_{i-1,j-1}(x - X_i)}{X_i - X_{i-j}}$$

```
            end
        end
```

STEP 3: $P_n = Q_{n,n}$;

EX#1 (a) Să se construiască în Python funcţia `MetNeville` care are ca date de intrare:

- f – funcţia care este aproximată;
- a, b – capetele intervalului;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange P_n;
- x – punctul în care se evaluează polinomul de interpolare Lagrange P_n;

şi care returnează:

- y – valoarea polinomului de interpolare Lagrange P_n în punctul x, i.e. $y = P_n(x)$;

obţinute prin *metoda/algoritmul lui Neville*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b1) Pentru datele de mai sus şi folosind funcţia `MetNeville`, determinaţi polinomul de interpolare Lagrange $P_n(x)$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b2) Reprezentaţi, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange P_n, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, obţinut prin *metoda/algoritmul lui Neville*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b3) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA LUI NEWTON

Date: n; $\mathscr{D}_n = \left\{(X_i, Y_i \coloneqq f(X_i)) \;\middle|\; i = \overline{0, n}\right\}$; $\left(X_i \neq X_j\,,\ 0 \leq i < j \leq n\right)$;

$k = 0$: $\quad c_0 = Y_0$;

$\qquad P_0(x) = c_0$;

$k = \overline{1, n}$: $\quad c_k = \dfrac{P_k(X_k) - P_{k-1}(X_k)}{(X_k - X_0)\ldots(X_k - X_{k-1})} = \dfrac{Y_k - P_{k-1}(X_k)}{(X_k - X_0)\ldots(X_k - X_{k-1})}$;

$\qquad P_k(x) = P_{k-1}(x) + c_k(x - X_0)\ldots(x - X_{k-1})$;

EX#2 (a) Să se construiască în `Python` funcţia `MetNewton` care are ca date de intrare:

- f – funcţia care este aproximată;
- X, Y – coordonatele nodurilor de interpolare;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange P_n;
- x – punctul în care se evaluează polinomul de interpolare Lagrange P_n;

şi care returnează:

- y – valoarea polinomului de interpolare Lagrange P_n în punctul x, i.e. $y = P_n(x)$;

obţinute prin *metoda lui Newton*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b1) Pentru datele de mai sus şi folosind funcţia `MetNewton`, determinaţi polinomul de interpolare Lagrange $P_n(x)$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b2) Reprezentaţi, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange P_n, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, obţinut prin *metoda lui Newton*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b3) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA LUI NEWTON CU DIFERENŢE DIVIZATE (DD)

Date: n; $\mathscr{D}_n = \left\{(X_i, f(X_i)) \;\middle|\; i = \overline{0, n}\right\}$; $\left(X_i \neq X_j\,,\ 0 \leq i < j \leq n\right)$;

$k = 0$: $\quad c_0 = f(X_0) = f[X_0]$;

$\qquad P_0(x) = c_0$;

$k = \overline{1, n}$: $\quad c_k = f[X_0, X_1, \ldots, X_k]$;

$\qquad P_k(x) = P_{k-1}(x) + c_k\,(x - X_0)\ldots(x - X_{k-1})$;

EX#3 (a) Să se construiască în `Python` funcţia `MetNewtonDD` care are ca date de intrare:

- f – funcţia care este aproximată;
- a, b – capetele intervalului;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange P_n;
- x – punctul în care se evaluează polinomul de interpolare Lagrange P_n;

şi care returnează:

- y – valoarea polinomului de interpolare Lagrange P_n în punctul x, i.e. $y = P_n(x)$;

obţinute prin *metoda lui Newton cu diferenţe divizate*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b1) Pentru datele de mai sus şi folosind funcţia `MetNewtonDD`, determinaţi polinomul de interpolare Lagrange $P_n(x)$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b2) Reprezentaţi, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange P_n, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, obţinut prin *metoda lui Newton cu diferenţe divizate*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b3) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.