Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

Analiză Numerică & Metode Numerice
16–20.10.2023

LABORATOR#3

ECUAŢII NELINIARE: METODA SECANTEI; METODA POZIŢIEI FALSE (REGULA FALSI)

ALGORITM (Metoda secantei)

Date: $f, a, b;$

$n = 1: \; x_{n-1} = a; \quad x_n = b;$

$n \geq 2: \; x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \dfrac{x_{n-1} - x_{n-2}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})};$

$n = n + 1;$ `repeat step for` $n \geq 2;$

ALGORITM (Metoda poziţiei false – *regula falsi*)

Date: $f, a, b;$

$n = 1: \; x_{n-1} = a; \quad x_n = b; \quad \big(f(x_0)f(x_1) < 0\big);$

$n = 2: \; x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \dfrac{x_{n-1} - x_{n-2}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})};$

$n = n + 1;$

$n \geq 3:$ `if` $f(x_{n-1})f(x_{n-2}) \leq 0$

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \frac{x_{n-1} - x_{n-2}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})};$$

`else` $\big($`i.e.` $f(x_{n-1})f(x_{n-3}) < 0 \big)$

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1}) \frac{x_{n-1} - x_{n-3}}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-3})};$$

$$x_{n-2} = x_{n-3};$$

`endif;`

$n = n + 1;$ `repeat step for` $n \geq 3;$

OBS: Metoda secantei şi metoda poziţiei false (regula falsi) au **viteza/ordinul de convergenţă** $\big(1 + \sqrt{5}\big)/2 \approx 1,62$.

EX#1 Fie $f : [-1, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \mathrm{e}^{-x^2} \cos x$.

(a) Reprezentaţi graficul funcţiei f şi salvaţi imaginea cu numele `Graficf.eps`

(b) Creaţi în Python funcţiile `Secantaf` şi `PozitieFalsaf` care au ca date de intrare (i) funcţia f care defineţe ecuaţia neliniară, (ii) aproximările iniţiale x_0 şi x_1, şi (iii) numărul maxim de iteraţii N, şi care determină şi afişează, la fiecare pas al metodei, iteraţia n, aproximărea x_n a rădăcinii funcţiei f şi eroarea relativă a aproximării actuale în raport cu cea precedentă, i.e. $\mathrm{err_r}(x_n) = |x_{n-1} - x_n|/|x_{n-1}|$, $n \geq 1$, obţinute cu metoda secantei, respectiv metoda poziţiei false (regula falsi), folosind structura repetitivă `for`.

(c) Rulaţi funcţiile `Secantaf` şi `PozitieFalsaf` pentru funcţia f din enunţ, $N = 10$, $x_0 = -1$ şi $x_1 = 1$, respectiv $x_0 = 1$ şi $x_1 = -1$.

(d) Reprezentaţi grafic, în aceeaşi figură, erorile relative $\mathrm{err_r}(x_n)$, $n \geq 1$, obţinute cu metoda secantei, respectiv metoda poziţiei false (regula falsi), ca funcţii de numărul de iteraţii $n = \overline{1, N}$.

EX#2 (a) Creaţi în Python funcţiile `Secantaf` şi `PozitieFalsaf` care au ca date de intrare (i) funcţia f care defineţe ecuaţia neliniară, (ii) aproximările iniţiale x_0 şi x_1, şi (iii) toleranţa admisă `TOL`, şi data de ieşire x_{aprox}, generată de metoda secantei, respectiv de metoda poziţiei false (regula falsi), folosind structura repetitivă `while` şi criteriul de oprire $|f(x_n)| \leq$ `TOL`.

(b) Fie $f : [0, \pi/2] \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x - x$. Apelaţi funcţiile create la subpunctul (a) pentru funcţia f de mai sus, `TOL` $= 10^{-8}$, $x_0 = 0$ şi $x_1 = \pi/2$, respectiv $x_0 = \pi/2$ şi $x_1 = 0$.

Afişati, în acelaşi sistem de coordonate xOy, graficul funcţiei f, dreapta de ecuaţie $y = 0$ şi şirurile de aproximări generate de metoda secantei, respectiv de metoda poziţiei false (regula falsi).