LABORATOR#5

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA NAIVĂ

EX#1 (a) Să se construiască în `Python` funcţia `MetNaiva` care are ca date de intrare:

- f – funcţia care este aproximată;
- a, b – capetele intervalului;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange P_n;
- x – punctul în care se evaluează polinomul de interpolare Lagrange P_n;

şi care returnează:

- y – valoarea polinomului de interpolare Lagrange P_n în punctul x, i.e. $y = P_n(x)$;

obţinute prin *metoda naivă*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b1) Pentru datele de mai sus şi folosind funcţia `MetNaiva`, determinaţi polinomul de interpolare Lagrange $P_n(x)$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b2) Reprezentaţi, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange P_n, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, obţinut prin *metoda naivă*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b3) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA LUI LAGRANGE

Date: $\left\{\big(X_i, f(X_i)\big) \;\middle|\; i = \overline{0, n}\right\} \subset \mathbb{R}^2$;

$$k = \overline{0, n}: \; L_{n,k}(x) = \frac{(x - X_0)\dots(x - X_{k-1})(x - X_{k+1})\dots(x - X_n)}{(X_k - X_0)\dots(X_k - X_{k-1})(X_k - X_{k+1})\dots(X_k - X_n)}, \quad x \in \mathbb{R};$$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} L_{n,k}(x)\, f(X_k), \quad x \in \mathbb{R}.$$

EX#2 (a) Să se construiască în `Python` funcţia `MetLagrange` care are ca date de intrare:

- f – funcţia care este aproximată;
- a, b – capetele intervalului;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange P_n;
- x – punctul în care se evaluează polinomul de interpolare Lagrange P_n;

şi care returnează:

- y – valoarea polinomului de interpolare Lagrange P_n în punctul x, i.e. $y = P_n(x)$;

obţinută prin *metoda lui Lagrange*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b1) Pentru datele de mai sus şi folosind funcţia `MetLagrange`, determinaţi polinomul de interpolare Lagrange $P_n(x)$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

(b2) Reprezentaţi, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange P_n, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, obţinut prin *metoda lui Lagrange*, cu noduri de interpolare echidistante în intervalul $[a, b]$.

(b3) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, $n \in \{1, 2, 3, 4\}$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.