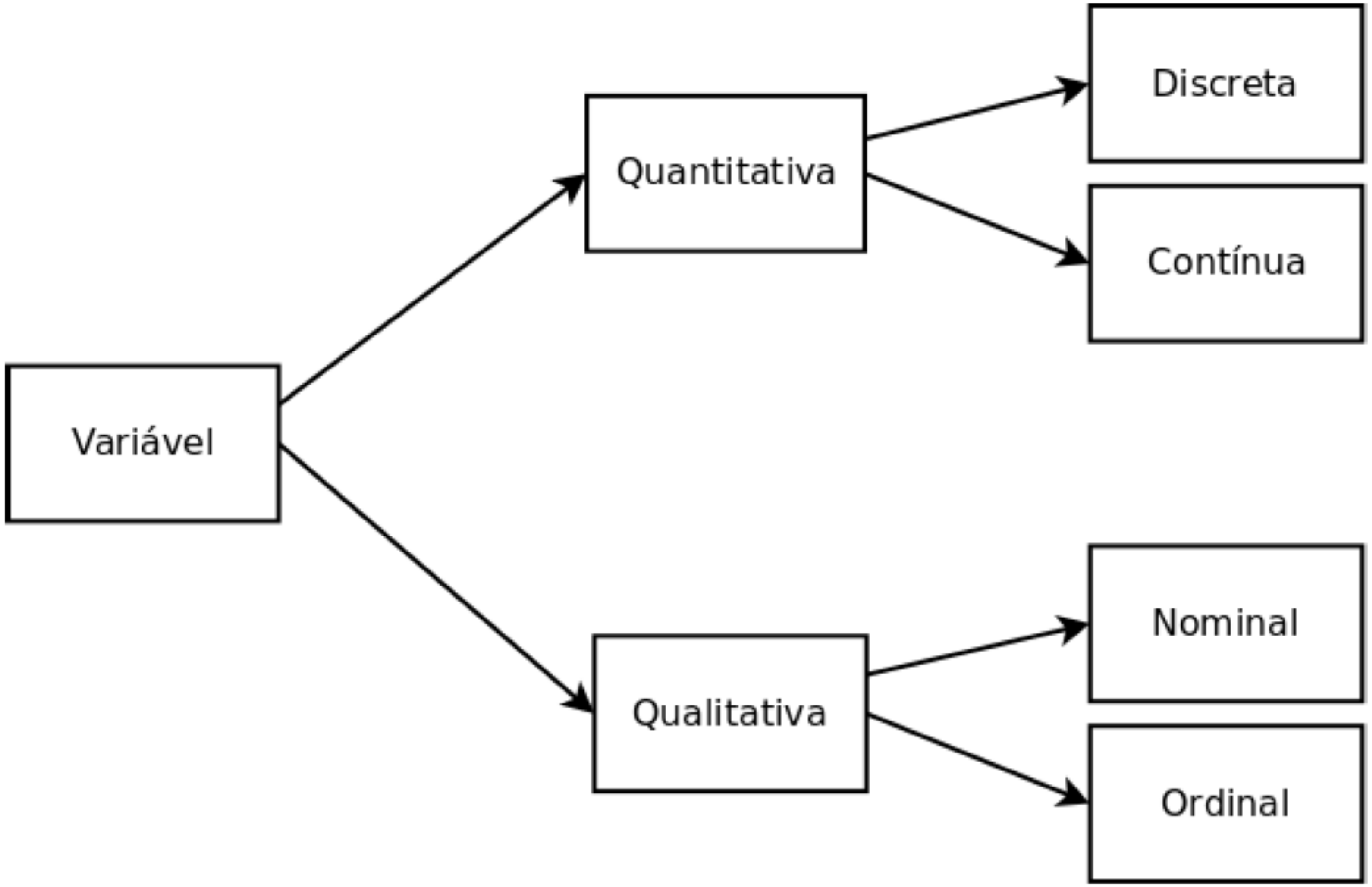
# IAA018 - ESTATÍSTICA APLICADA II
# Parte 2

Prof. Arno P. Schmitz

UFPR – Universidade Federal do Paraná

# Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

## Tipos de Dados



# Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

## Tipos de Dados

**Variável quantitativa discreta** = assume números inteiros (....;-2;-1;0;1;1; ....) (número de falhas de um equipamento; quantidade de alunos; número de peças produzidas)

**Variável quantitativa contínua** = assume qualquer valor no intervalo dos números reais (1,99999; 32,089336547; 44,0000; etc) (saldo bancário; taxa de câmbio; temperatura; quilômetros percorridos).

**Variável qualitativa ou categórica nominal** = quando as categorias não possuem uma ordem natural (nomes; cores; gênero; ...);

**Variável qualitativa ou categórica ordinal** = quando as categorias podem ser ordenadas (tamanho (pequeno, médio, grande, extra grande); classe social (baixa, média, alta); grau de instrução (ensino básico, médio, graduação, pós-graduação).

**Variável qualitativa binomial** = quando existe a presença de determinada característica ou não (1=característica esta presenta; 0=caso contrário); (apartamento de cobertura, 1=sim – 0=não; pessoa fez faculdade, 1=sim – 0=não)

# Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

➔Os testes paramétricos exigem que a amostra seja grande (aqui pode-se considerar n$\geq 30$ como amostra grande) e normalmente distribuída. Caso seja uma amostra pequena (n<30) a normalidade é obrigatória.

**Obs. (1)**: n$\geq$30 porque é possível obter uma distribuição normal a partir de uma amostra com 30 observações.

**Obs. (2)**: Então para aplicar testes paramétricos deve-se anteriormente testar obrigatoriamente a normalidade.

**Obs.(3):** alguns testes exigem variância constante na amostra.

➔Os testes não-paramétricos não exigem tanto rigor e podem ser aplicados em amostras não-normalmente distribuídas e pequenas.

# Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

| Características | Testes Paramétricos | Testes Não-Paramétricos |
|---|---|---|
| Distribuição necessária | Normal (t ou Z) | Qualquer |
| Variância da amostra | Constante | Qualquer |
| Tipos de variáveis | Discreta ou contínua | Ordinal ou nominal (discreta ou contínua) |
| Relação entre as observações da amostra | Independentes | Qualquer |
| Medida de tendência central mais usadas | Média | Mediana |

# Testes Paramétricos e Não-Paramétricos

| <u>Objetivo</u><br>Média → Testes Paramétricos<br>Mediana → Testes Não-Paramétricos | <u>Testes Paramétricos</u><br>Variável Quantitativa - Distribuição Normal | <u>Testes Não-Paramétricos</u><br>Variável Quantitativa, Qualitativa ou Categórica (ordinal ou nominal) – Distrib. Não-Normal |
|---|---|---|
| Comparar um grupo ou amostra contra um valor hipotético | Teste uma amostra (one-sample t test) | One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test |
| Comparar independência de dois grupos ou amostras | Teste para duas amostras independentes (unpaired t test) | Teste U de Mann-Whitney |
| Comparar dois grupos ou amostras emparelhadas | Teste para amostras emparelhadas (paired t test) | Teste de Wilcoxon para dados pareados |
| Comparar dois ou mais grupos ou amostras independentes | **One-way ANOVA Test** + Teste Post Hoc de Tukey | **Teste de Kruskal-Wallis** + Post Hoc de Benjamini & Hochberg + Post Hoc Dunn via Benjamini & Yekutieli + Post Hoc Nemenyi via Tukey |
| Comparar dois ou mais grupos ou amostras emparelhadas | **Repeated-measures ANOVA** + teste Post hoc de Bonferroni | **Teste de Friedman** + Post Hoc teste dos sinais via Bonferroni |

# Testes Não-Paramétricos

## One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test para dados não-pareados

➔O teste de classificação sinalizada de Wilcoxon para uma amostra é uma alternativa não paramétrica ao teste t para uma amostra quando os dados não podem ser considerados como normalmente distribuídos.

➔É usado para determinar se a mediana da amostra é igual a um valor padrão conhecido (ou seja, valor teórico).

➔Os dados devem ser distribuídos simetricamente em torno da mediana. Em outras palavras, deve haver aproximadamente o mesmo número de valores acima e abaixo da mediana.

**As perguntas típicas de pesquisa são**:

1) se a mediana (m) da amostra é igual ao valor teórico (m0)?

2) se a mediana (m) da amostra é menor que o valor teórico (m0)?

3) se a mediana (m) da amostra é maior que o valor teórico (m0)?

# Testes Não-Paramétricos

## One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test

**Pode-se definir as hipóteses nulas (H0) e as hipóteses alternativas (Ha) como**:

1) H0: $m = m0$ ; Ha: $m \neq m0$ (diferente)

2) H0: $m \leq m0$ ; Ha: $m > m0$ (maior)

3) H0: $m \geq m0$ ; Ha: $m < m0$ (menor)

**Note que:**

- Hipótese 1) é chamada de teste bi-caudal
- Hipóteses 2) e 3) são chamadas de teste unicaudal

# Testes Não-Paramétricos

## One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test

➔Podemos calcular o teste da seguinte forma:

a) Identifique a diferença entre cada valor individual e a mediana;

b) Se a diferença do valor individual e da mediana for zero, ignore;

c) Ignore os sinais dos valores de diferença e atribua a classificação mais baixa ao menor valor de diferença. Se os valores empataram, considere o valor médio;

d) Calcule a soma das classificações de valores de diferença positivos e valores de diferença negativos (W + e W-);

e) Se os valores forem (> 20), a aproximação normal seria:

$$\sigma W = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum t^3 - \sum t}{48}}$$

Em que: “t” = classificação dos valores empatados; n = tamanho da amostra.

# Testes Não-Paramétricos

## One-Sample Wilcoxon Signed Rank Test

f) Calcule o valor da estatística de Wilcoxon >20 usando: $\mu W = \frac{n(n+1)}{4}$

g) Compare a estatística de teste, W, com o valor crítico nas tabelas; a hipótese nula pode ser rejeitada se W for menor ou igual ao valor crítico.

h) Interprete a decisão no contexto do teste de hipóteses.

**** Ver exercício no R**

# Testes Não Paramétricos

## Teste U de Mann-Whitney

Sejam $X_1$, $X_2$, ..., $X_m$ uma amostra aleatória da população $P_1$ e $Y_1$, $Y_2$, ..., $Y_n$ uma amostra aleatória da população $P_2$ de modo que os $X_i$'s são independentes e identicamente distribuídos e os $Y_i$'s são independentes e identicamente distribuídos. Além disso, suponha que os $X_i$'s e os $Y_i$'s são mutuamente independentes e tome a amostra Y aquela com o menor tamanho amostral, isto é, $n \leq m$.

Para aplicar o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney, supomos que F e G sejam as funções de distribuição correspondentes as populações P1 e P2, respectivamente e, neste caso, consideramos como H0:

$$H0: f(t) = G(t) \forall t$$

A hipótese alternativa consiste em considerar que Y tende a ser maior (ou menor) que X. Um modelo útil para descrever esta alternativa é um modelo de translação chamado modelo de mudança de posição:

$$Ha: G = F(t - \Delta) \forall t$$

Outra maneira de interpretação é considerar que Y tem a mesma distribuição de X+Δ. Neste caso, considerando que a esperança E(X) da população 1 exista e tomando E(Y) como a esperança da população 2, segue que:

$$\Delta = E(Y) - E(X)$$

# Testes Não Paramétricos

## **Teste U de Mann-Whitney**

Desta forma, a hipótese nula H0 se reduz a:

$$H0\colon\ \Delta = 0$$

Com isto, estabelecemos as seguintes hipóteses em um teste de Wilcoxon-Mann-Whitney:

$$\begin{cases} H0\colon\ \Delta = 0 \\ Ha\colon\ \Delta \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H0\colon\ \Delta = 0 \\ Ha\colon\ \Delta > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H0\colon\ \Delta = 0 \\ Ha\colon\ \Delta < 0 \end{cases}$$

Em seguida, ordenamos todos os valores (das duas amostras) em ordem crescente e colocamos os postos associados. Consideramos Sm e Sn as somas dos postos relacionados aos elementos das amostras X e Y respectivamente. A partir dos valores Sm e Sn, calculamos os valores:

$$U_m = S_m - \frac{1}{2}m(m+1)$$

e

$$U_n = S_n - \frac{1}{2}n(n+1)$$

# Testes Não Paramétricos

## **Teste U de Mann-Whitney**

Pode-se ver que os valores Um e Un estão relacionados segundo a equação abaixo:

$$U_m = mn - U_n$$

Por isso, apenas “Um” ou “Un” precisa ser calculado, logo encontramos o valor do outro de maneira fácil. No teste de Wilcoxon-Mann-Whitney, a estatística W do teste é dada por Un.

$$W = U_n$$

**** Ver exercício no R**

# Testes Não Paramétricos

## Teste Wilcoxon para amostras pareadas

- O teste de Wilcoxon de amostras emparelhadas (também conhecido como teste de postos com sinais de Wilcoxon) é uma alternativa não paramétrica ao teste t emparelhado, aplica-se na comparação de dados emparelhados.

- É usado quando seus dados não são distribuídos normalmente.

- As diferenças entre amostras emparelhadas devem ser distribuídas simetricamente em torno da mediana.

# Testes Não Paramétricos

## Teste Wilcoxon para amostras pareadas

## Procedimento:

Passo 1: Pra cada par de dados, ache a diferença “d”, subtraindo o segundo valor do primeiro. Conserve os sinais, mas ignore quaisquer pares para os quais d = 0;

Passo 2: Ignore os sinais das diferenças, ordene-as da menor para a maior e as substitua pelo valor do posto correspondente. Quando as diferenças tiverem o mesmo valor numérico, associe a elas a media dos postos envolvidos no empate.

Passo 3: Atribua a cada posto o sinal da diferença que o originou. Ou seja, insira os sinais ignorados nos Passo 2.

Passo 4: Ache a soma dos valores absolutos dos postos negativos. Ache a soma dos postos positivos.

Passo 5: Seja T a menor das duas somas encontradas no Passo 4. Qualquer das somas pode ser usada, mas por simplicidade, selecionamos arbitrariamente a menor delas.

# Testes Não Paramétricos

## Teste Wilcoxon para amostras pareadas

## Procedimento:

Passo 6: Seja n o numero de pares de dados para os quais a diferença “d” não é 0.

Passo 7: Determine a estatística de teste e os valores críticos com base no tamanho amostral.

Passo 8: Para concluir, rejeite a hipótese nula se os dados amostrais levarem a uma estatística de teste que esteja na região critica - isto é, se a estatística de teste for menor ou igual ao(s) valor(es) critico(s). Em caso contrário, deixe de rejeitar a hipótese nula.

**Importante**: Para $n \leq 30$, a estatística de teste é obrigatoriamente T = soma dos postos;

T = menor das duas somas seguintes:

1. A soma dos valores absolutos dos postos negativos das diferenças “d” não-nulas;
2. A soma dos postos positivos das diferenças “d” não-nulas.

# Testes Não Paramétricos

## Teste Wilcoxon para amostras pareadas

Se n > 30, a estatística de teste é:

$$z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

em que:

T = soma dos postos;

N = tamanho da amostra.

**** Ver exercício no R.**

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Kruskal-Wallis para comparar dois ou mais grupos ou amostras independentes

➔O teste de Kruskal-Wallis por posto é uma alternativa não paramétrica ao teste ANOVA de uma via, que estende o teste de Wilcoxon de duas amostras na situação em que há mais de dois grupos.

➔É recomendado quando as premissas do teste ANOVA unilateral não são atendidas.

**Hipóteses:**

H0: não existem diferenças significativas entre os grupos

Ha: existem diferenças significativas entre os grupos

Como calcular?

1) Ordena-se as “n” observações das “k” amostras da maior para a menor observação;
2) Constrói-se o posto de $X_{ij} = r_{ij}$ e obtêm-se $R_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}$

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Kruskal-Wallis para comparar dois ou mais grupos ou amostras independentes

➔A estatística do teste KW é:

$$H = \left( \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} \right) - 3(n+1)$$

em que:

H = estatística de teste de KW;

n = tamanho da amostra;

$R_i$= somatória dos valores dos postos de cada grupo.

- Rejeita-se H0 se $H \geq \chi^2_{(k-1,1-\alpha)}$

**** Ver exercício no R com Post Hoc de Dunn e Nemenyi**

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Friedman para comparar dois ou mais grupos ou amostras pareadas

➔O teste de Friedman é uma alternativa não paramétrica ao teste ANOVA de medidas repetidas unilateral. Ele estende o teste de Sinal na situação em que há mais de dois grupos para comparar.

- O teste de Friedman é usado para avaliar se existem diferenças estatisticamente significativas entre as distribuições de três ou mais grupos pareados.
- É recomendado quando as suposições de normalidade do teste ANOVA de medidas repetidas unilaterais não são atendidas, para qualquer variância ou quando a variável dependente é medida em uma escala ordinal.
- O preço desta liberdade paramétrica é a perda de potência (do teste de Friedman em comparação com as versões paramétricas ANOVA).

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Friedman para comparar dois ou mais grupos ou amostras pareadas

➔A estatística de teste para o teste de Friedman é um valor qui-quadrado com [(número de medidas repetidas) -1] graus de liberdade.

**Hipóteses**

➔ Se a distribuição das diferenças nas pontuações entre cada par de grupos for simétrica ou as distribuições de valores para cada grupo tiverem forma e distribuição semelhantes:

- H0: as medianas dos valores para cada grupo são iguais.
- Ha (bilateral): As medianas dos valores de cada grupo não são iguais.

➔ Se as condições acima não forem atendidas:

- H0: as distribuições de valores para cada grupo são iguais.
- Ha (bilateral): existe diferença sistemática na distribuição dos valores para os grupos.

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Friedman para comparar dois ou mais grupos ou amostras pareadas

**Interpretação do teste de hipóteses**

- Se a distribuição das diferenças nas pontuações entre cada par de grupos for simétrica ou as distribuições de valores para cada grupo tiverem forma e distribuição semelhantes:

a) Resultados significativos podem ser relatados como "Houve uma diferença significativa nos valores medianos entre os grupos".

b) A análise post-hoc significativa permite dizer que “A mediana do grupo A foi maior do que a mediana do grupo B” e assim por diante.

- Se as condições acima não forem atendidas:

Resultados significativos podem ser relatados como "Houve uma diferença significativa nos valores entre os grupos."

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Friedman para comparar dois ou mais grupos ou amostras pareadas

**Testes Post-hoc**

- O resultado do teste de Friedman informa se há diferenças entre os grupos, mas não informa quais grupos são diferentes de outros grupos. Para determinar quais grupos são diferentes de outros, testes post-hoc podem ser realizados. Pode-se usar o teste de Nemeyi, p. ex..

**A estatística de Friedman é dada por**: $Q = \frac{12}{(nk(k+1))} \sum_{i=1}^{k} \left[ R_i^2 - 3n(k+1) \right]$

Em que:

Q = estatística de teste de Friedman;

n = tamanho da amostra;

k = número de grupos;

$R_i =$ número de amostras pareadas.

# Testes Não Paramétricos

## Teste de Friedman - comparar dois ou mais grupos/amostras pareadas

### Tamanho do efeito

O “W” de Kendall pode ser usado como medida do tamanho do efeito do teste de Friedman. É calculado da seguinte forma: $W = \frac{X2}{N}(K-1)$

Em que:

W = valor de W de Kendall;

X2 = valor da estatística de teste de Friedman;

N = tamanho da amostra;

k = número de medições por indivíduo.

- O coeficiente W de Kendall assume o valor de 0 (indicando que não há relacionamento) a 1 (indicando um relacionamento perfeito).
- W de Kendall usa as diretrizes de interpretação de Cohen de 0.1 - <0.3 (efeito pequeno), 0.3 - <0.5 (efeito moderado) e> = 0.5 (efeito grande). Os intervalos de confiança são calculados por bootstrap.

**** Ver exercício no R, com testes Post Hoc**

# Testes Paramétricos

## Teste de t para uma amostra – One-sample t-test

➔O teste t para uma amostra é usado para comparar a média de uma amostra com um padrão conhecido (ou média teórica/populacional/hipotética) (µ).

**Geralmente, a média teórica provém de:**

**a)** um experimento anterior. Por exemplo, comparar se o peso médio dos ratos difere de 200 mg, um valor determinado em um estudo anterior.

**b)** um experimento onde se tem condições de controle e tratamento. Se os dados são expressos como "porcentagem de controle", poderá testar se o valor médio da condição de tratamento difere significativamente de 100.

**c)** valor conhecido da população, obtido em pesquisas anteriores.

➔ O resultado do teste só tem validade se os dados são normalmente distribuídos, logo o teste de normalidade deve preceder o teste de t para uma amostra.

# Testes Paramétricos

## Teste de t para uma amostra – One-sample t-test

**As perguntas de pesquisa podem ser:**

1) se a média (m) da amostra é igual a média teórica (μ)?
2) se a média (m) da amostra é menor que a média teórica (μ)?
3) se a média (m) da amostra é maior do que a média teórica (μ)?

Pode-se definir as hipóteses nula (H0) e alternativa (Ha) do teste da seguinte forma:

1) H0: $m = \mu$ ; Ha: $m \neq \mu$ (diferente)
2) H0: $m \leq \mu$ ; Ha: $m > \mu$ (maior)
3) H0: $m \geq \mu$ ; Ha: $m < \mu$ (menor)

**Observe que**:

Para a hipótese 1) o teste é chamado de teste bicaudal;

Para as hipóteses 2) e 3) o teste é chamado de teste unilateral ou unicaudal.

# Testes Paramétricos

## Teste de t para uma amostra – One-sample t-test

A estatística de teste é dada por:

$$t = \frac{m - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Em que:

t = estatística de teste "t"

m = média da amostra;

n = tamanho da amostra;

s = desvio padrão da amostra;

μ = valor teórico/populacional/hipotético.

Pode-se calcular o p-value correspondente ao valor absoluto da estatística do teste t (| t |) para os graus de liberdade (df): df = n − 1.

# Testes Paramétricos

## Teste de t para uma amostra – One-sample t-test

Como interpretar os resultados?

Se o p-value for inferior ou igual ao nível de significância 0.05, pode-se rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa. Em outras palavras, conclui-se que a média da amostra é significativamente diferente da média teórica.

****Veremos exercício no R**

# Testes Paramétricos

## Teste de duas amostras independentes – Unpaired t test

➔O teste t de duas amostras desemparelhadas é usado para comparar a média de dois grupos ou amostras independentes.

Por exemplo, suponha que medimos o peso de 100 indivíduos: 50 mulheres (grupo A) e 50 homens (grupo B). Queremos saber se o peso médio das mulheres (mA) é significativamente diferente do peso dos homens (mB).

Nesse caso, tem-se dois grupos na amostra não relacionados (ou seja, independentes ou não pareados). Portanto, é possível usar um teste t independente para avaliar se as médias são diferentes.

**Observe que o teste t de duas amostras não pareadas pode ser usado apenas sob certas condições:**

i) quando os dois grupos de amostras (A e B), sendo comparados, estão normalmente distribuídos. Isso pode ser verificado usando o teste de Shapiro-Wilk.

ii) quando as variâncias dos dois grupos são iguais. Isso pode ser verificado usando o teste F.

# Testes Paramétricos

## Teste de duas amostras independentes – Unpaired t test

**As perguntas típicas de pesquisa são:**

1) se a média do grupo A (mA) é igual à média do grupo B (mB)?

2) se a média do grupo A (mA) é menor do que a média do grupo B (mB)?

3) se a média do grupo A (mA) é maior do que a média do grupo B (mB)?

Pode-se definir a hipótese nula (H0) e a hipótese alternativa (Ha) correspondentes da seguinte forma:

1) H0: mA = mB ; Ha: mA ≠ mB (diferente)

2) H0: mA ≤ mB ; Ha: mA > mB (maior)

3) H0: mA ≥ mB ; Ha: mA < mB (menor)

**Observe que:**

Para a Hipótese 1) o teste é chamado de teste bicaudal

Para as Hipóteses 2) e 3) os testes são chamados de testes unilaterais ou unicaudais

# Testes Paramétricos

## Teste de duas amostras independentes – Unpaired t test

**Importante**: Se a variância dos dois grupos for equivalente (homocedasticidade), o valor do teste t, comparando as duas amostras (A e B), pode ser calculado como segue.

$$t = \frac{mA\ - mB}{\sqrt{\frac{S^2}{nA} + \frac{S^2}{nB}}}$$

em que:

mA e mB = valor da média do grupo A e B, respectivamente.

nA e nB = tamanhos do grupo A e B, respectivamente.

$S^2$ = estimador da variância combinada dos dois grupos. Pode ser calculado da seguinte forma:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{iA} - mA)^2 + \sum_{i=1}^{n}(x_{iB} - mB)^2}{nA + nB - 2}$$

Em que:

$x_{iA}$ e $x_{iB}$= valores das observações do grupo A e B;

$nA + nB - 2$ são os graus de liberdade.

# Testes Paramétricos

## Teste de duas amostras independentes – Unpaired t test

**Obs**: é possível usar o teste t de Welch, uma adaptação do teste t de Student para verificar se as variâncias dos dois grupos comparados são diferentes (heterocedasticidade).

A estatística t de Welch é calculada da seguinte forma:

$$t = \frac{mA - mB}{\sqrt{\frac{S_A^2}{nA} + \frac{S_B^2}{nB}}}$$

Em que: $S_A^2$ e $S_B^2$ = variâncias dos dois grupos A e B.

Os graus de liberdade do teste t de Welch são estimados da seguinte forma:

$$df = \frac{\frac{S_A^2}{nA} + \frac{S_B^2}{nB}}{\left(\frac{S_A^4}{(nA)^2(nB-1)} + \frac{S_B^4}{(nB)^2(nA-1)}\right)}$$

Um valor p pode ser calculado para o valor absoluto correspondente da estatística t (| t |).

➔O teste t de Welch é considerado o mais seguro. Normalmente, os resultados do teste t clássico e do teste t de Welch são muito semelhantes, a menos que os tamanhos dos grupos e os desvios padrão sejam muito diferentes.

➔Se o valor de p for inferior ou igual ao nível de significância 0.05, pode-se rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa. Ou seja, conclui-se que os valores das médias dos grupos A e B são significativamente diferentes.

**** Ver exercício no R.**

# Testes Paramétricos

## Teste para amostras emparelhadas (paired t test)

➔O teste t de amostras emparelhadas é usado para comparar médias entre dois grupos relacionados de amostras. Nesse caso, tem-se pares de valores para as amostras.

**Exemplo:** 20 camundongos receberam um tratamento X durante 3 meses. Queremos saber se o tratamento X tem impacto no peso dos ratos. Para responder a essa pergunta, o peso dos 20 camundongos foi medido antes e depois do tratamento. Isso nos dá 20 conjuntos de valores antes do tratamento e 20 conjuntos de valores após o tratamento.

Em tais situações, o teste t pareado pode ser usado para comparar os pesos médios antes e depois do tratamento.

**A análise de teste t emparelhado é realizada da seguinte forma**:

1) Calcule a diferença (d) entre cada par de valor;

2) Calcule a média (m) e o(s) desvio(s) padrão de (d);

3) Compare a diferença média com 0 (zero). Se houver alguma diferença significativa entre os dois pares de amostras, espera-se que a média de d(m) esteja longe de 0.

# Testes Paramétricos

## Teste para amostras emparelhadas (paired t test)

O teste t pareado pode ser usado apenas quando a diferença (d) é normalmente distribuída. Isso pode ser verificado usando o teste de Shapiro-Wilk.

➔**As perguntas de pesquisa são**:

1) se a diferença média (m) é igual a 0?

2) se a diferença média (m) é menor que 0?

3) se a diferença média (m) é maior que 0?

**Pode-se definir a hipótese nula (H0) e a hipótese alternativa (Ha) da seguinte forma**:

H0: $m = 0$ ; Ha: $m \neq 0$ (diferente)

H0: $m \leq 0$ ; Ha: $m > 0$ (maior)

H0: $m \geq 0$ ; Ha: $m < 0$ (menor)

**Observe que:** A hipótese 1) é chamada de teste bicaudal

As Hipóteses 2) e 3) são chamadas de testes unilaterais ou unicaudais

# Testes Paramétricos

## Teste para amostras emparelhadas (paired t test)

A estatística de teste é dada por: $t = \frac{m}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

Em que:

t = estatística de teste “t”

m = média das diferenças das amostras;

n = tamanho da amostra;

s = desvio padrão da amostra;

Pode-se calcular o p-value correspondente ao valor absoluto da estatística do teste t (| t |) para os graus de liberdade (df): df = n − 1.

➔Se o p-value for inferior ou igual a 0.05, pode-se concluir que a diferença entre as duas amostras emparelhadas é significativamente diferente.

**** Ver exercício no R**.

# Testes Paramétricos

## Teste One-way ANOVA

➔A análise de variância (ANOVA) de um fator, também conhecida como ANOVA de um fator, é uma extensão do teste t independente de duas amostras para comparar médias em uma situação onde há mais de dois grupos. Na ANOVA unilateral, os dados são organizados em vários grupos com base em uma única variável de agrupamento (também chamada de variável de fator).

**Hipóteses de teste ANOVA:**

H0: as médias dos diferentes grupos são as mesmas;

Ha: pelo menos uma média da amostra não é igual às outras.

Observe que, se você tiver apenas dois grupos, você pode usar o teste t.

**O teste ANOVA pode ser aplicado apenas quando**:

a) As observações são obtidas de forma independente e aleatória da população;

b) Os dados de cada nível de fator são normalmente distribuídos.

c) Essas populações normais têm uma variância constante (teste de Levene).

# Testes Paramétricos

## Teste One-way ANOVA

**Como funciona o teste ANOVA unilateral?**

<u>Suponha que se deseja comparar 3 grupos (A, B, C)</u>:

1) Calcule a variância comum, que é chamada de variância dentro das amostras ($S^2_{within}$) ou variância residual.

2) Calcule a variância entre as médias da amostra da seguinte forma: Calcule a média de cada grupo; Calcule a variância entre as médias da amostra ($S^2_{between}$)

3) Produza a estatística F = $S^2_{between}/S^2_{within}$.

Observe que, uma razão mais baixa (razão <1) indica que não há diferença significativa entre as médias das amostras que estão sendo comparadas. No entanto, uma razão mais alta implica que a variância entre as médias dos grupos é significativa.

**** Ver exercício no R com aplicação do Post Hoc de Tukey.**

# Testes Paramétricos

## Teste ANOVA para 2 ou mais grupos/amostras emparelhadas

➔A ANOVA de medidas repetidas é usada para analisar dados em que os mesmos sujeitos são medidos mais de uma vez. Este teste é conhecido como "within-subjects ANOVA" ou "ANOVA with repeated measures". O termo "within-subjects" significa que os mesmos indivíduos são medidos na mesma variável de resultado em pontos de tempo ou condições diferentes.

**Por exemplo:** uma medida da pontuação de autoestima de 10 indivíduos (o resultado ou variável dependente) em três momentos durante uma dieta específica para determinar se a autoestima melhorou.

Este tema envolve os diferentes tipos de ANOVA de medidas repetidas, incluindo:

1) **One-way "repeated measures ANOVA"**, uma extensão do teste t de amostras emparelhadas para comparar as médias de três ou mais níveis de uma variável dentro dos sujeitos.

2) **two-way "repeated measures ANOVA",** usada para avaliar simultaneamente o efeito de dois fatores dentro do sujeito em uma variável de resultado contínua.

3) **three-way "repeated measures ANOVA",** usada para avaliar simultaneamente o efeito de três fatores dentro do sujeito em uma variável de resultado contínua.

# Testes Paramétricos

## Teste ANOVA para 2 ou mais grupos/amostras emparelhadas

➔ O objetivo principal da ANOVA de medidas repetidas de duas e três vias é, respectivamente, avaliar se há um efeito de interação estatisticamente significativo entre dois e três fatores "within-subjects" na explicação de uma variável de resultado contínua.

**Para tanto deve-se fazer**:

1) Calcular e interpretar as diferentes medidas repetidas ANOVA;

2) Verificar as suposições do teste ANOVA de medidas repetidas;

3) Realizar testes post-hoc, para múltiplas comparações de pares entre grupos para identificar quais grupos são diferentes;

4) Visualizar os dados usando gráficos "box plots", adicionar ANOVA e a comparação de p-values aos pares no gráfico.

# Testes Paramétricos

## Teste ANOVA para 2 ou mais grupos/amostras emparelhadas

### PREMISSAS

**A ANOVA de medidas repetidas faz as seguintes suposições sobre os dados**:

1) Não existência de valores discrepantes (outliers) significativos. Isso pode ser verificado usando a função identify_outliers() [rstatix package].

2) Normalidade: a variável de resultado (ou dependente) deve ser aproximadamente normalmente distribuída. Isso pode ser verificado usando o teste de normalidade Shapiro-Wilk (shapiro_test() [rstatix]).

3) Suposição de esfericidade(homogeneidade/homocedasticidade da amostra): a variância das diferenças entre os grupos deve ser igual. Isso pode ser verificado usando o teste de esfericidade de Mauchly, que é reportado automaticamente ao usar a função anova_test() [pacote rstatix].

- **Obs**.: Antes de calcular o teste ANOVA de medidas repetidas, é necessário realizar os testes preliminares para verificar se as suposições foram atendidas.

# Testes Paramétricos

## Teste ANOVA para 2 ou mais grupos/amostras emparelhadas

➔ Se as premissas não forem atendidas, há uma alternativa não paramétrica (teste de Friedman) para a ANOVA de medidas repetidas de uma via.

- Infelizmente, não existem alternativas não paramétricas para a ANOVA de medidas repetidas bidirecionais e de três fatores.
- No entanto, é possível transformar os dados (log, proporção ou outra medida) e verificar os resultados; pode-se também realizar um teste ANOVA robusto usando o pacote WRS2.

No “R” será necessário os seguintes pacotes:

- (tidyverse) para manipulação e visualização de dados;
- (ggpubr) para criar gráficos;
- (rstatix) fornece funções R compatíveis para análises estatísticas;
- (datarium) contém conjuntos de dados.

**** Ver exercício no R com aplicação Post Hoc de Bonferroni.**