概率论试验报告

陈景琦*

2016 年 1 月 18 日

目录

*计算机 46，2141601025。

1 实验 2–正态分布的数值计算

1.1 问题重述

设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$；

1) 当 $\mu = 1.5, \sigma = 0.5$ 时，计算 $P\{1.8 < X < 2.9\}, P\{-2.5 < X\}$；

2) 当 $\mu = 1.5, \sigma = 0.5$ 时，若 $P\{X < x\} = 0.95$，求 x；

3) 分别绘制 $\mu = 1, 2, 3, \sigma = 0.5$ 时的概率密度函数图形。

1.2 实验结果

$P(1.8 < X < 2.9) = 0.271698$

$P(X > -2.5) = 1$

$x \to 2.32243$

1.3 Mathematica 代码

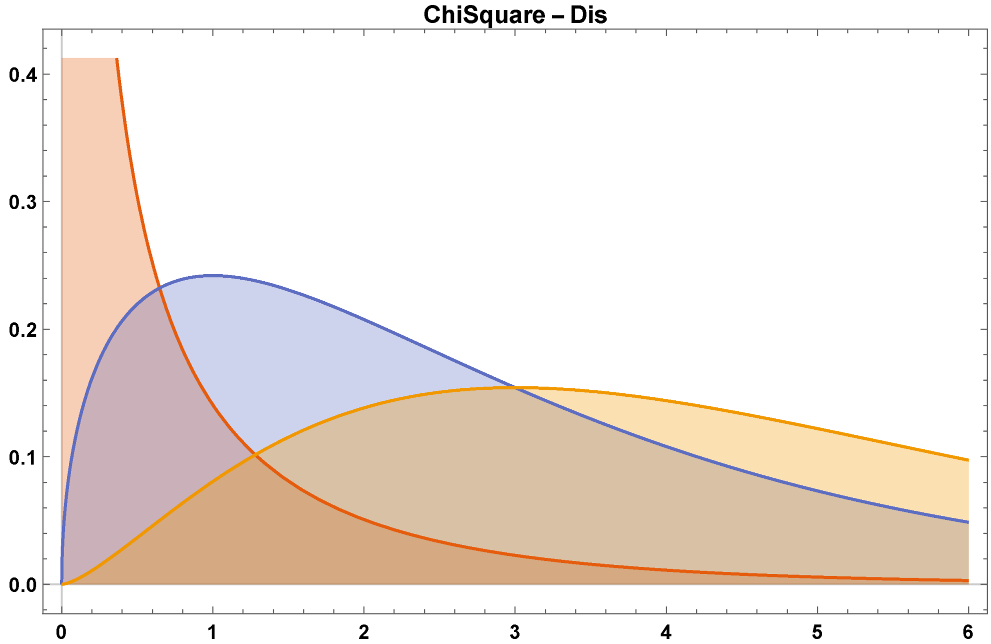
```
g[x_] := CDF[NormalDistribution[1.5, 0.5], x]
g[2.9] - g[1.8]
1 - g[-2.5]

g[x_] := CDF[NormalDistribution[1.5, 0.5], x]
NSolve[g[x] == 0.95, x]

Plot[Evaluate@Table[PDF[NormalDistribution[\[Mu],
    0.5], x], {\[Mu], {1, 2, 3}}], {x, -1.5, 5},
    Filling -> Axis]
```

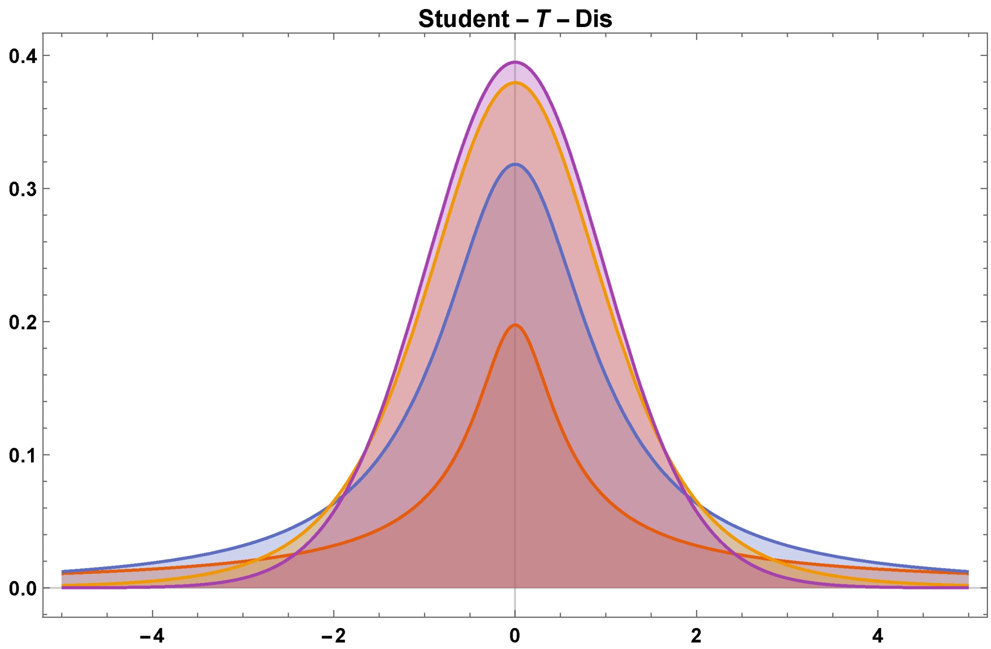
2 实验 3–三种抽样分布

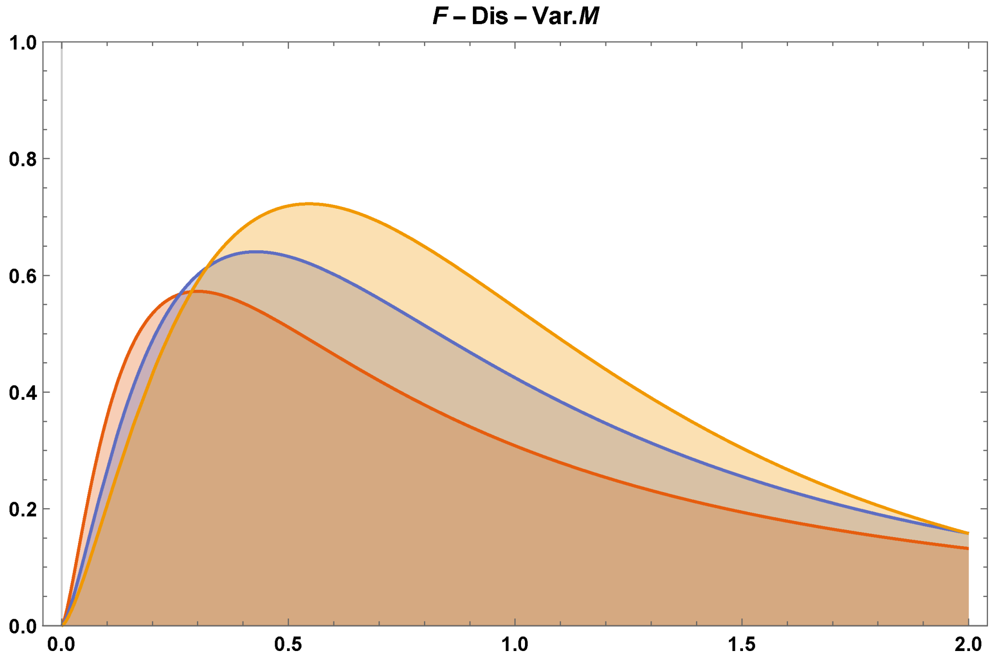
2.1 问题重述

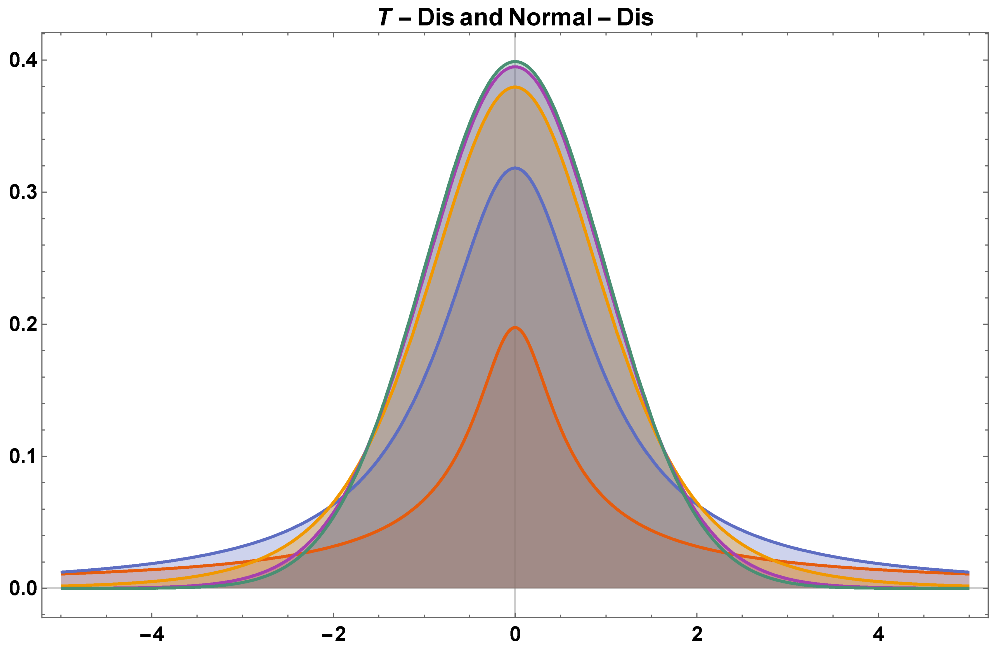
就不同的自由度画出 χ^2 分布、$t-$ 分布及 $F-$ 分布的概率密度曲线，每种情况至少画三条曲线，并将分布的概率密度曲线与标准正态分布的概率密度曲线进行比较。

2.2 实验结果 - 图像


ChiSquare – Dis
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
0
1
2
3
4
5
6


Student – T – Dis
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
–4
–2
0
2
4





由图可见，当 t 分布中的 n 大于 25 后，其与正态分布相差不大。

2.3 Mathematica 代码

```
Plot[Evaluate@Table[PDF[ChiSquareDistribution[\[Nu]], x
    ], {\[Nu], {0.5, 3, 5}}], {x, 0, 6}, Filling -> Axis
    ]
```

```
Plot[Evaluate@Table[PDF[StudentTDistribution[\[Nu]],x
```

```
    ],{\[Nu],{0.2,1,5,25}}],{x,-5,5},Filling->Axis]

Plot[Evaluate@
  Table[PDF[FRatioDistribution[n, 10], x], {n, {2, 5,
     20}}], {x, 0,
  2}, PlotRange -> {0, 1}, Filling -> Axis, Exclusions
     -> None]

Plot[Evaluate@
  Table[PDF[FRatioDistribution[5, m], x], {m, {2, 5,
     20}}], {x, 0, 2},
  PlotRange -> {0, 1}, Filling -> Axis, Exclusions ->
     None]

Plot[{Evaluate[
   Table[PDF[StudentTDistribution[\[Nu]],
     x], {\[Nu], {0.2, 1, 5, 25}}]],
  PDF[NormalDistribution[0, 1], x]}, {x, -5, 5},
 PlotTheme -> "Scientific", Filling -> Axis]
```

3 实验 4–报纸的最佳购进量

3.1 问题重述

已知每百份报纸全部卖出可获利 14 元，卖不出去将赔 8 元，设报纸的需求量 X 的分布律为

X	0	1	2	3	4	5
P	0.05	0.10	0.25	0.35	0.15	0.10

3.2 实验结果 - 结论

经计算机模拟，最佳购进量为 300。

3.3 C++ 代码

```
#include <iostream>
#include <cmath>
```

```
#include <cstdio>
#include <cstring>

using namespace std;

inline double zrand() {
    return (rand() + 32768) / 65537.0;
}

int main() {
    srand(time(0));
    int n = 20000, T;
    int x[20000 + 500];
    for (int i = 0; i < 20000+10; i++) {
        x[i] = zrand();
    }
    long long w, w1;
    for (int y = 1; y <=5; y++) {
        w = 0;
        for (int i = 0; i <= n; i++) {
            if (x[i] < 0.05) T = 0;
            else {
                if (x[i] < 0.15) T = 1 ;
                else {
                    if (x[i] < 0.4) T = 2 ;
                    else {
                        if (x[i] < 0.75) T = 3 ;
                        else {
                            if (x[i] < 0.9) T = 4;
                            else T = 5;
                        }
                    }
                }
            }
        if (y > T)
            w1 = T * 14 - (y - T) * 8;
```

```
        else
            w1 = y * 14;
        w += w1;
    }
    cout << y << endl;
    cout << w << endl;
    return 0;
}
```

4 实验 5–圆周率

4.1 问题重述

取一张白纸，在上面画出多条间距为 d 的平行直线，取一长度为 $r(r < d)$ 的针, 随机投到纸上 n 次，记针与直线相交的次数为 m. 由此实验计算

1) 针与直线相交的概率。

2) 圆周率的近似值。

4.2 伪代码及 C++ 代码

1. 随机产生 $d \in [2, 52], r \in [0, d-1]$；

2. 在 $[0, d/2]$ 之间产生随机数 y 作为针的中点落地时与最近的平行直线的距离；

3. 在 $[0, \pi]$ 之间产生随机数 θ 作为针与平行直线的夹角；

4. 判断针是否与平行直线相交 (相交条件:$\frac{d}{2} sin\theta < y$)；

5. 若相交则 $m+1$；

6. 重复步骤 $2-5$　$n =$10000000 次；

根据 $p = \frac{m}{n}, \pi = \frac{2r}{dp}$ 可求得结果。

4.3 实验结果

$d = 51.987331$

$r = 39.734544$

$n = 10000000$

$m = 4864903$

$p = 0.486490$

$\pi = 3.142147$

4.4 C++ 代码

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main() {
    long long n  = 10000000;
    double d = rand() * 50 + 2;
    double r = rand() * (d - 1);
    int m = 0;
    for (int i = 0; i <= n; i++) {
        y = rand() * d / 2;
        a = rand() * pi;
        if (y < (r * sin(a) / 2.0))
            m++;
    }
    double p = m / n;
    double my_pi = 2 * r / d / p;
    printf("%lf%lf%lf%lf%lf%lf\n", d, r, n, m, p, my_pi
        );
    return 0;
}
```

5 总结

在概率论的学习中，我第一次如此深刻地认识到——数学和我们的生活是息息相关的。很多给予大量的结果的经验其实都是朴素的概率结论，如果在将来的工作和生活中缺少概率论的相关知识，许多事情将变得困难而复杂。

以及这次实验中，我使用了与绝大多数同学不同的 Mathematica 软件，整个实验报告使用 LaTeX 写成。这两样工具虽然前期的学习较为困难，但是可以极大地调高学习数学、写数学相关论文的效率。

参考文献

[1] 宗舒. 概率论与数理统计教程. 高等教育出版社, 2008.

[2] 王岩, 隋思涟, and 王爱青. *数理统计与 MATLAB 工程数据分析*. Vol. 7. 清华大学出版社, 2006.

[3] Maurice H Quenouille. “Approximate tests of correlation in time-series 3”. In: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Vol. 45. 03. Cambridge Univ Press. 1949, pp. 483–484.

[4] Eric W Weisstein. “Normal distribution”. In: (2002).